HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXIV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXVIII.

TABLE
POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

Sur le grand Verre ardent établi au Jardin de l'Infante, au commencement du mois d'Octobre 1774..... Page 1

Sur la variation de l'Aimant........................ 5

Remarque sur la Température des Caves de l'Observatoire.. 6

ANATOMIE.

Sur les organes de la Circulation du sang dans le Fœtus.. 7

Sur l'inégale capacité des cavités du Cœur & des Vaisseaux pulmonaires........................ 9

Sur la Comparaison des Extrémités entr'elles......... 12

Observations anatomiques........................ 13

CHIMIE.

Sur l'augmentation du poids des Métaux par la Calcination.. 20

Sur l'Alkali fixe tiré de la lessive du Kali............. 22

Sur une nouvelle Manière de faire l'Éther vitriolique..... 23

HISTOIRE NATURELLE DES ANIMAUX.......... 25

BOTANIQUE.

Sur le nouvel ordre de Plantes établi dans l'École de Botanique du Jardin du Roi. 27

MINÉRALOGIE.

Sur les Grès des environs de Fontainebleau 31

ASTRONOMIE.

Suite des Applications de l'Analyse aux Problèmes d'Astronomie. 37
Sur le Mouvement séculaire des Nœuds & des Orbites des Planètes 39
Observations faites au Gnomon de Saint-Sulpice 45
Sur les Levers anticipés & les Couchers de Vénus 47
Sur les Réfractions sous la Zone torride . . . . Ibid.
Occultations d'Étoiles par la Lune 50
Observations de Mercure & de la Lune . . . . Ibid.
Observations des Satellites de Jupiter 51
Oppositions de Saturne . . . . Ibid.
Observations de Disparitions & de Réapparitions de l'anneau de Saturne 53
Sur les Comètes de 1763 & 1773 56

GÉOGRAPHIE.

Sur une nouvelle Carte de la Mer Caspienne 57

MÉCANIQUE.

Sur l'équilibre des Voûtes........................ 59

Second Mémoire sur la Papeterie, où l'on traite de la nature & des qualités des Pâtes Hollandoises & Françoises, &c. 64

Ouvrages présentés à l'Académie en 1774...... 70

Prix extraordinaire........................ 71

Arts.. 81

Éloge de M. de la Condamine.................. 85

Éloge de M. Quesnay.......................... 122

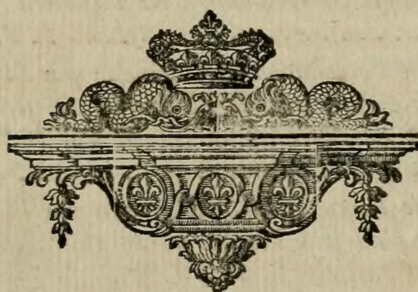


TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

OBSERVATIONS de la disparition de l'Anneau de Saturne, faites à l'Observatoire Royal, au mois d'Octobre 1773. Par M. CASSINI le Fils. Page 1

Observations astronomiques, faites en 1773 à Périnaldo dans le Comté de Nice. Par M. MARALDI 10

Observations de la disparition de l'anneau de Saturne, en 1760. Par M. LE MONNIER. 15

Extrait du Registre astronomique des Observations de l'anneau de Saturne & de ses Satellites. Par le même. 16

Comparaison de l'étoile α du Taureau avec la Lune, avant & après l'Éclipse ou Occultation du 14 Avril 1774. Par le même 17

*Observation de l'occultation d'*Aldebaran *par la Lune, du 14 Avril 1774, faite rue de l'Université, 2 secondes de temps à l'occident du Méridien de Paris.* Par M.rs DE SARON, BORDA & DU SÉJOUR. 19

*Observation de l'occultation d'*Aldebaran *par la Lune, du 14 Avril 1774 au soir.* Par M. MESSIER. 20

Observation de l'occultation de α du Taureau par la Lune, faite à l'Observatoire Royal. Par M. CASSINI le fils 22

Mémoire contenant les Observations de la Comète qui a paru en 1763, qui est la LIII.e dont l'orbite a été calculée, observée de l'Observatoire de la Marine à Paris, &c. Par M. MESSIER. 23

Expériences sur une Soude tirée d'un kali, qui avoit été cultivé par M. du Hamel à sa Terre de Denainvilliers. Par M. CADET 42

Mémoire sur les Hauteurs solsticiales en été. Par M. LE MONNIER. 45

Observation sur des points de lumière qui s'observent présentement sur les Anses de l'anneau de Saturne, dans ses réapparitions en 1774. Par M. MESSIER.................. 49

Mémoire sur l'inégale capacité des cavités du Cœur & des Vaisseaux pulmonaires. Par M. SABATIER........... 51

Premier essai du grand Verre ardent de M. Trudaine, établi au jardin de l'Infante au commencement du mois d'Octobre de l'année 1774. Par M.rs TRUDAINE DE MONTIGNY, MACQUER, CADET, LAVOISIER & BRISSON..... 62

*Occultations d'Étoiles par la Lune, de γ du Taureau, le 25 Septembre matin; de la même Étoile; de plusieurs des Hyades & d'*Aldebaran, *la nuit du 18 au 19 Novembre 1774.* Par M. MESSIER.......................... 73

Oppositions de Saturne, en 1771 & 1772; avec des comparaisons entre les différentes Tables de cette Planète. Par M. DE LA LANDE.............................. 76

Second Mémoire sur les Phénomènes de l'anneau de Saturne, observés en 1773 & 1774. Par le même....... 83

Recherches sur les Équations séculaires des mouvemens des Nœuds, & des inclinaisons des orbites des Planètes. Par M. DE LA GRANGE.......................... 97

Exposition d'un nouvel ordre de Plantes adopté dans les démonstrations du Jardin Royal. Par M. A. L. DE JUSSIEU. 175

Mémoire sur les Organes de la circulation du sang du Fœtus. Par M. SABATIER......................... 198

Mémoire sur les Grès en général, & en particulier sur ceux de Fontainebleau. Par M. DE LASSONE........... 209

Mémoire sur la variation de l'Aimant, au Jardin du Temple & à l'Observatoire Royal. Par M. LE MONNIER...... 237

Mémoire sur les plus grandes Digressions observées de Mercure à l'égard du Soleil. Par le même.............. 239

Conjonction immédiate de la Lune à Mercure, vue à Toulouse par M. Garipuy, & comparée aux Observations de la Lune faites au Méridien le même jour à Paris. Par M. LE MONNIER. 246

Diverses Observations faites aux Solstices & sur les Réfractions, à Saint-Sulpice en 1774. Par le même.......... 252

Mémoire sur les rapports qui se trouvent entre les usages & la structure des quatre extrémités dans l'Homme & dans les Quadrupèdes. Par M. VICQ-D'AZYR........ 254

Mémoire contenant les Observations de la XV.e Comète observée à Paris, de l'Observatoire de la Marine; depuis le 13 Octobre au matin 1773, jusqu'au 14 Avril soir 1774. Par M. MESSIER.............................. 271

Mémoire sur les Réfractions horizontales au bord de la mer dans la Zone torride; avec des Remarques sur l'Observation des Hollandois dans la nouvelle Zemble. Par M. LE GENTIL. 330

Mémoire sur la calcination de l'Étain dans les vaisseaux fermés; & sur la cause de l'augmentation du poids qu'acquiert ce métal pendant cette opération. Par M. LAVOISIER.. 351

Mémoire sur la Mer Caspienne. Par M. D'ANVILLE.. 368

Observations faites à Pondichéry, sur les Réfractions, à différentes hauteurs au-dessus du niveau de la mer, toujours à 46 pieds environ au-dessus de son niveau. Par M. LE GENTIL.. 382

Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les Éclipses de Soleil, &c. Suite du onzième Mémoire. *Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations déterminées dans les Mémoires précédens.* Par M. DIONIS DU SÉJOUR....................... 401.

Troisième Mémoire pour servir à l'anatomie des Oiseaux. Par M. VICQ-D'AZYR......................... 489

Éclipses de quelques Étoiles des Hyades, par la Lune, observées pendant l'année 1774. Par M. LE MONNIER.... 522

Méthode pour faire l'Éther vitriolique en plus grande abondance, plus facilement, & avec moins de dépense qu'on ne l'a fait jusqu'ici. Par M. CADET 524
Recherches sur l'Équilibre des Voûtes. Par M. l'abbé BOSSUT. 534
Mémoire sur les Levers anticipés & Couchers de Vénus, relativement au Soleil. Par M. LE MONNIER 567
Observations Botanico-Météorologiques. Par M. DU HAMEL 569
Second Mémoire sur la Papeterie, dans lequel, en continuant d'exposer la Méthode Hollandoise, l'on traite de la nature & des qualités des Pâtes Hollandoises & Françoises; de la manière dont elles se comportent, &c. Par M. DESMAREST. 599
Remarques sur la Température des Caves de l'Observatoire. Par M. LE GENTIL 688
Observations astronomiques faites à Mompellier pendant l'année 1773. Rédigées par M. POITEVIN, de la Société Royale de Montpellier 691



FAUTES À CORRIGER

Dans l'Histoire de 1773.

Page *70, ligne 16,* 5^d, *lisez* 5^h.

89, lignes 26 & 30, aplatissant & aplati, *lisez* alongeant & alongé.

Dans les Mémoires de cette année.

Page 107 & suiv. au lieu de (r, r^I), *lisez* (r, r^{II}).

Idem, ligne 24, lisez fonctions de r & r^I.

Idem, lignes 29 & 30, au lieu de $(r^I r^{II})$, *lisez* (r, r^{II}).

109, ligne 11, on aura pour; *effacez* pour.

110, ligne 20, lisez $s = A$ sin. $[\alpha - (0,1)\,t]$.

Idem, ligne 23, lisez tang. $[\alpha - (0,1)\,t]$.

111, ligne 2, lisez $(0,1) = \frac{T^I r^I (r, r^I) I}{4 \mu r}$,

ou bien $= \frac{T^I r^I r^2 (r, r^I) I}{4 S}$.

120, ligne 22, lisez n.° 25.

123, ligne 31, lisez n.° 25.

124, ligne 6, lisez n.° 25.

126, ligne 1, lisez n.° 25.

131, ligne 21, lisez $l \,.\, \frac{\text{cos. } \omega + \text{sin. } \omega \sqrt{(-1)}}{\text{cos. } \omega - \text{sin. } \omega \sqrt{(-1)}}$.

150, ligne 14, lisez $s^{II} = \theta^{II}$ sin. $\omega^{II} = 0$.

461, ligne 6, déclination, *lisez* déclinaison.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXIV.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE GRAND VERRE ARDENT

Établi au Jardin de l'Infante, au commencement du mois d'Octobre 1774.

LES Anciens ont connu la propriété qu'ont les boules de verre remplies d'eau, de raſſembler à leur foyer les rayons du Soleil, & de brûler les corps qui y ſont placés; ils ont connu également la propriété qu'ont ces boules de verre, de groſſir les objets; mais la manière dont ils parlent de ces deux phénomènes, & le petit nombre de paſſages qu'on trouve ſur cette matière, prouvent que ces connoiſſances n'ont été chez eux que de pure curioſité: il ne paroît V. les Mém. p. 62.

pas même qu'ils aient eu l'idée de substituer aux sphères entières, deux segmens de sphères opposées, c'est-à-dire, de remplacer les boules de verre par des lentilles.

La propriété qu'ont les lentilles de brûler les corps placés au point où elles réunissent les rayons du Soleil, n'a commencé à être regardée comme importante en Physique que lorsque le célèbre Tchirsnausen, un des Géomètres Physiciens du dernier siècle à qui les Sciences ont le plus d'obligations, eut trouvé un moyen d'exécuter de très-grandes lentilles. Sa Théorie des Caustiques lui avoit montré que le foyer de ces lentilles ne seroit pas réuni en un point, mais formeroit un solide de révolution sensiblement cylindrique, & qu'ainsi on pourroit augmenter la force de ces grandes lentilles, en réunissant au foyer d'une loupe plus petite, les rayons presque parallèles qui forment cette espèce de cylindre. Les expériences que fit Homberg avec une des lentilles de Tchirsnausen, montrèrent combien de connoissances curieuses la Chimie pouvoit attendre de ce nouveau moyen de soumettre les corps à l'action du feu ; mais ce moyen étoit encore bien imparfait ; il étoit si difficile de donner une courbure parfaite à ces grandes lentilles, la grande épaisseur du verre à leur centre en affoiblissoit tellement l'effet, qu'il ne paroissoit pas qu'on pût aller jamais plus loin que la lentille de Tchirsnausen, puisqu'en voulant en faire de beaucoup plus grandes, il étoit au moins vraisemblable que leur épaisseur, la difficulté bien plus considérable de leur donner une courbure régulière, & leur pesanteur les rendroient encore moins utiles.

Il résultoit des expériences de Bouguer, que la quantité des rayons qu'un corps transparent laisse passer, diminue avec son épaisseur : le plus grand effet des lentilles brûlantes est dû par conséquent à leurs bords ; il est aisé de s'en assurer en couvrant alternativement, avec des corps opaques, le milieu ou les bords d'une lentille. D'ailleurs, il suit de la Théorie des Caustiques de Tchirsnausen, que les rayons des bords & ceux du milieu ne se réunissent pas au même foyer, & que

celui des premiers est plus court. Ces observations firent imaginer à M. de Buffon sa loupe à échelons; la lentille formée alors de différentes zones peu épaisses peut être regardée comme une suite de loupes concentriques dont on n'a conservé que les bords; mais la construction d'une lentille de cette espèce étoit regardée comme presque impraticable; & c'est seulement en cette année 1777, que M. l'Abbé Rochon a trouvé, en la faisant exécuter, que cette opération étoit bien moins difficile que les Physiciens, que l'Inventeur même ne l'avoit imaginé; on se procure, par ce moyen, une loupe beaucoup plus légère qui absorbe moins de lumière, qui réunit les rayons dans un plus petit espace, & qu'il est plus aisé de rendre aussi parfaite qu'on en a besoin. L'usage des miroirs caustiques étoit trop incommode dans la pratique; il falloit donc, du moins avant qu'on pût se flatter d'employer la loupe à échelons, imaginer de nouvelles ressources pour faire servir utilement à la Chimie & à la Physique, les moyens qu'on avoit de rassembler les rayons du Soleil.

On savoit à la vérité qu'en remplissant d'une liqueur transparente, deux calottes sphériques, on formoit une lentille brûlante; mais d'abord, comment former & polir ces grandes calottes sphériques? ensuite de quelle liqueur falloit-il les remplir pour diminuer le poids total de la lentille, pour que le dépôt de cette liqueur ne pût ternir le verre, pour qu'on n'eût pas à craindre qu'elle vînt à geler & à briser les segmens qui la renfermoient, pour qu'elle n'eût pas une force réfringente trop différente de celle du verre: car il est aisé de voir, en examinant la figure de la caustique du cercle, que lorsque la force réfringente est plus foible, le foyer est plus alongé, & par conséquent moins brûlant? L'esprit-de-vin remplissoit toutes ces conditions d'une manière suffisante, en attendant que des expériences fissent découvrir s'il n'y a point de liqueur encore plus avantageuse. M. de Bernières, Contrôleur des Ponts & Chaussées, avoit trouvé des moyens de courber de grandes glaces & de les polir régulièrement. La dépense qu'exigeoit la construction d'une grande lentille étoit donc le seul obstacle qui restât encore;

& M. Trudaine ſe chargea de lever cet obſtacle : ce Magiſtrat éclairé & patriote, qu'une mort prématurée vient d'enlever à ſon pays, aimoit véritablement les Sciences, parce qu'il les avoit étudiées, & il s'intéreſſoit à leurs progrès en Philoſophe qui regardoit une vérité nouvelle comme un plaiſir de plus, en homme d'État qui ne croyoit pas qu'il y eût de découverte dans les Sciences, qui ne dût être utile aux hommes.

La manufacture de Saint-Gobin, jalouſe de contribuer au ſuccès de cette grande entrepriſe, donna les deux glaces dont on avoit beſoin. M. de Bernières vint heureuſement à bout de les courber & de les polir, & la lentille fut conſtruite.

Cette lentille, quoique bien moins peſante que ſi elle étoit de verre ſolide, l'eſt encore beaucoup, & le mouvement du Soleil oblige d'en changer la poſition, de moment en moment. On connoît depuis environ un demi-ſiècle ces machines ingénieuſes, à qui on a donné quelquefois le nom de *ſta ſol,* & qui donnant à l'extrémité d'une lunette un mouvement concentrique à celui de l'Aſtre qu'on obſerve, le fixe dans le champ de la lunette ; mais le poids de la lentille rendoit peut-être impoſſible l'application d'une machine de ce genre, & l'on s'eſt borné à placer cette lentille ſur une plate-forme mobile ſur un pivot, tandis qu'un autre mouvement fait baiſſer ou hauſſer la lentille & en change l'inclinaiſon; un ſeul homme ſuffit pour produire ces deux mouvemens, lors même que la plate-forme eſt chargée de huit ou dix Obſervateurs.

M.rs Trudaine, Macquer, Cadet, Lavoiſier & Briſſon, s'étoient chargés de faire avec cette lentille les expériences les plus propres à donner de nouvelles lumières en Chimie: ils ont commencé par étudier l'inſtrument dont ils devoient ſe ſervir; ils ont cherché à s'aſſurer que le poids de la liqueur ne changeoit pas la forme des verres, à déterminer par l'expérience les différens foyers des différentes zones de la lentille, à connoître la différente force de la chaleur à ces foyers, à reconnoître dans la même zone les foyers des rayons différens;

ils ont comparé les effets de leur lentille à ceux de la lentille de verre de Tchirſnauſen, & les ont trouvés fort ſupérieurs; enfin ils ont examiné quelle eſpèce de loupe ils devoient employer pour réunir dans un plus petit foyer les rayons déjà réunis par la grande lentille. Ainſi ce Mémoire ne contient, pour ainſi dire, que les préliminaires de leurs expériences; mais on en voit aſſez pour être ſûr d'avance que le recueil de ces expériences ne pourra manquer de contenir des faits intéreſſans & abſolument nouveaux.

SUR LA

VARIATION DE L'AIMANT.

CE Mémoire contient les Obſervations faites en 1773 & 1774, ſur la variation de l'Aimant, par M. le Monnier; nous nous trouvons maintenant dans une époque importante pour la connoiſſance de ces mouvemens. Depuis que la propriété directrice de l'aimant a été connue, & que l'on a remarqué que ſa direction n'étoit pas conſtante, on a obſervé que l'aiguille ſe mouvoit de l'Eſt à l'Oueſt, mais que le mouvement n'étoit pas uniforme; qu'il avoit d'abord paru accéléré; que depuis un certain temps, au contraire, il étoit retardé; enfin depuis quelques années l'aiguille paroît preſque ſtationnaire. Ces obſervations ſemblent indiquer que l'aiguille doit prendre bientôt un mouvement rétrograde, & font ſoupçonner que l'étendue de ſa variation eſt renfermé dans les limites d'une oſcillation d'environ 30 degrés; mais ce n'eſt encore qu'une ſimple conjecture, & nous touchons au moment de la voir ſe confirmer ou être détruite.

V. les Mém. p. 237.

Il paroît réſulter des Obſervations faites par M. le Monnier en 1773 & 1774, que la déclinaiſon de l'aiguille vers l'Oueſt augmentoit encore à cette époque.

REMARQUE SUR LA TEMPÉRATURE DES CAVES DE L'OBSERVATOIRE.

V. les Mém. p. 688.

M. LE GENTIL, avant ſon Voyage, avoit pris la température des caves de l'Obſervatoire avec trois Thermomètres conſtruits par M. Micheli du Creſt : tous trois la donnèrent de 10 degrés $\frac{1}{4}$. A ſon retour, il ne lui reſtoit plus qu'un de ces Thermomètres, il le porta dans les caves, alors il marqua 8 degrés $\frac{5}{6}$, & il reſta conſtamment à ce même degré dans différens endroits des caves, tandis que la température extérieure avoit varié depuis plus de 2 degrés au-deſſous de la glace, juſqu'à plus de 22 au-deſſus ; ſeulement une fois & peu de jours après que l'air extérieur eut été à 24 degrés, ce Thermomètre, après avoir ſéjourné un jour dans les caves, parut s'élever un peu au-deſſus de la ligne tracée par M. le Gentil, mais d'une quantité inappréciable. M. le Gentil a comparé dans toutes ces obſervations, un Thermomètre conſtruit par M. Sigaud de la Fond, avec celui de M. Micheli ; ce premier Thermomètre marqua $9^d \frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, tandis que l'autre fut conſtamment à $8^d \frac{5}{6}$.





ANATOMIE.

SUR LES ORGANES DE LA CIRCULATION DU SANG DANS LE FŒTUS.

LE moment de la naiſſance de l'homme, l'inſtant où il paſſe de l'état de fœtus, de celui d'un animal attaché à ſa mère, & ne vivant que par elle, à celui d'un être à part & jouiſſant d'une exiſtence propre; cet inſtant doit être l'époque d'un changement remarquable dans la circulation. Dans le fœtus, le ſang ſorti du placenta par une veine, y rentre par des artères; à l'inſtant de la naiſſance, cette veine, ces artères qui communiquoient au placenta s'oblitèrent, le ſang ceſſe preſque d'y couler, & il ſe fraie dans les poumons une route nouvelle. Par quelle diſpoſition d'organes un tel changement peut-il s'opérer en peu de temps & ſans déranger l'économie animale? Une ſolution complète de ce Problème manque à l'Anatomie, & M. Sabatier ſe propoſe, dans ce Mémoire, d'éclaircir quelques points intéreſſans de cette ſolution.

V. les Mém. p. 198.

A l'embouchure de la veine-cave inférieure, dans l'oreillette droite, ſe trouve une valvule, découverte par Euſtache dont elle porte le nom, & décrite depuis par Winſlow, avec l'exactitude qui caractériſoit ce célèbre Anatomiſte; l'état où elle ſe trouve dans les adultes, lui fit ſoupçonner qu'elle leur étoit preſque inutile, & que c'eſt dans le fœtus qu'il faut chercher à quelles fonctions la Nature l'a deſtinée. Tel eſt

l'objet du premier travail de M. Sabatier. En examinant cette valvule avec plus d'attention, en employant des moyens nouveaux pour en mieux connoître la forme & la poſition, en portant également ſes recherches ſur la poſition & la forme du trou ovale, il a vu que dans le fœtus, le ſang ne paſſoit point de l'oreillette droite à l'oreillette gauche du cœur; que l'oreillette droite recevoit le ſang de la veine-cave ſupérieure, d'où il paſſoit dans l'aorte deſcendante; que celui de la veine-cave inférieure, ſe rendoit dans l'oreillette gauche par le trou ovale, d'où il paſſoit dans les vaiſſeaux qui le portent à la tête & aux parties ſupérieures: le ſang des deux veines-caves ne ſe mêle donc point, & la valvule d'Euſtache ſert à empêcher celui de la veine-cave inférieure de ſe porter dans l'oreillette droite, & à le diriger vers le trou ovale.

M. Sabatier fait une obſervation, non moins intéreſſante, ſur l'uſage du canal artériel: non-ſeulement, il ſert, dans le fœtus, à faire paſſer par l'aorte deſcendante le ſang qui, dans l'adulte paſſe dans le poumon, mais il ſert auſſi à faire paſſer dans la même aorte, le ſang qui vient de la veine-cave ſupérieure; par ce moyen le ſang qui va du placenta à la veine-cave inférieure du fœtus, par la veine ombilicale, traverſe le trou ovale, paſſe dans l'oreillette & le ventricule droit au moyen de la veine-cave ſupérieure, eſt conduit dans l'aorte deſcendante par la veine pulmonaire & le canal artériel, & retourne au placenta par l'artère ombilicale: cette manière d'enviſager la circulation dans le fœtus, & qui eſt appuyée ſur les uſages nouveaux que M. Sabatier attribue à la valvule d'Euſtache & au canal artériel, paroît d'autant plus naturelle que par ce moyen la maſſe entière du ſang qui ſort du placenta par la veine ombilicale, n'y rentre, par l'artère du même nom, qu'après avoir parcouru tout le corps du fœtus, & qu'ainſi cette circulation eſt unique; au lieu qu'en ſuppoſant que le ſang des deux veines-caves ſe mêle dans l'oreillette droite, la circulation ſeroit, pour ainſi dire, double: une partie du ſang circuleroit dans le placenta & la partie inférieure du fœtus, ſans parvenir aux parties ſupérieures,

ſupérieures, & l'autre circuleroit dans ces parties ſans paſſer par le placenta. A la vérité, par cette manière même de circuler, ſi tout le ſang ne paſſe point par le placenta, à chaque révolution, il n'y auroit au bout d'un nombre, même aſſez petit de révolutions, qu'une partie preſque inſenſible du ſang qui n'y eût point paſſé, puiſqu'au bout de vingt, par exemple, cette quantité ſeroit moindre qu'un millionième de la maſſe totale.

Dans le fœtus, c'eſt de l'aorte même que naiſſent les artères ombilicales, & ſi on les obſerve quelque temps après la naiſſance, elles paroiſſent naître des artères épigaſtriques; toutes ces artères, en effet, tirent également leur origine commune de l'aorte, mais les épigaſtriques, très-petites dans le fœtus, à qui elles ſont comme inutiles, paroiſſent comme des rameaux des ombilicales ſi néceſſaires à ſon exiſtence, tandis qu'après la naiſſance, les ombilicales inutiles, à leur tour deviennent très-petites, & ne ſemblent plus que des branches des épigaſtriques, qui alors augmentent de groſſeur.

SUR L'INÉGALE CAPACITÉ DES CAVITÉS DU CŒUR ET DES VAISSEAUX PULMONAIRES.

LES Anciens avoient obſervé que les cavités droites du cœur ont une capacité plus grande que les cavités oppoſées; mais ils ne nous ont laiſſé aucune conjecture ſur la cauſe de cette inégalité. V. les Mém. p. 51.

M. Helvétius ayant remarqué que la grandeur des artères pulmonaires ſurpaſſe celle des veines du même nom, phénomène contraire à ce qui s'obſerve dans le reſte des vaiſſeaux du corps humain, ſentit la liaiſon de ces deux faits, & entreprit de les expliquer l'un par l'autre.

Il imagina que le ſang s'échauffoit par la circulation, & qu'arrivé au poumon, il étoit rafraîchi par l'air extérieur qui

remplit ce viſcère pendant l'inſpiration, & que le ſang condenſé par le froid occupant moins d'eſpace, il ne falloit pour le tranſmettre au cœur ou le recevoir, que des vaiſſeaux & des cavités plus petites.

Michelotti lui objecta que l'air de l'inſpiration devoit refroidir également le ſang des artères pulmonaires, & cette objection eſt reſtée ſans réponſe ſatisfaiſante, mais Michelotti propoſa une autre hypothèſe. Les veines ont en général une capacité plus grande que les artères correſpondantes, parce que les veines doivent néceſſairement rendre autant de ſang qu'elles en reçoivent, & que le mouvement du ſang y eſt moins rapide; Michelotti ſuppoſa donc que le mouvement du ſang étoit accéléré dans les veines pulmonaires par l'action du poumon, & que c'étoit la cauſe du phénomène qu'elles préſentent. Helvétius répondit à ſon tour, que ſi l'action des poumons accéléroit le mouvement du ſang dans leurs veines, elle devoit également l'accélérer dans leurs artères.

Santorini eſt l'auteur d'un autre ſyſtème, & ce ſyſtème a depuis été appuyé de l'autorité ſi impoſante de M. de Haller. Suivant cette explication, l'excès de capacité des cavités droites du cœur & des artères pulmonaires, vient de la néceſſité où ſont ces vaiſſeaux de contenir une plus grande quantité de ſang pendant l'inſpiration. M. Sabatier fait contre cette explication des objections qui paroiſſent très-fortes; & il paroît en effet qu'une dilatabilité plus grande dans les vaiſſeaux répondroit mieux à cette intention qu'on ſuppoſe à la Nature qu'un excès de capacité.

M. Senac regardoit le phénomène qui fait l'objet de ce Mémoire, non comme une choſe naturelle, mais comme l'effet de l'action du ſang qui agiſſant plus fortement ſur les cavités droites du cœur que ſur les cavités oppoſées, & ſur les artères que ſur les veines pulmonaires, devoit à la longue les dilater d'une manière inégale. M. Sabatier combat encore cette opinion: cette altération ſuppoſée par M. Senac, n'auroit pu ſubſiſter ſans déranger la circulation; d'ailleurs l'inégalité obſervée auroit dû, dans ce ſyſtème, augmenter avec l'âge, ce qui n'eſt point

confirmé par les obſervations. Peut-être cependant auroit-on pu dire, en faveur de l'opinion de M. Senac, que l'action du ſang capable de diſtendre les cavités du cœur & les artères pulmonaires dans la première jeuneſſe, & ſur-tout durant le temps de l'accroiſſement, ne l'étoit plus dans les autres temps de la vie.

C'eſt après avoir examiné toutes ces opinions que M. Sabatier propoſe la ſienne. Selon lui, les cavités qu'on trouve inégales dans les cadavres, ſont égales dans l'homme vivant; mais à l'inſtant de la mort, celles qui contiennent une plus grande quantité de ſang, & ſur leſquelles il exerce ſa dernière action, doivent acquérir une plus grande capacité. Si cela eſt vrai, l'inégalité doit être très-ſenſible dans les animaux étouffés, & elle doit preſque ceſſer de l'être dans les animaux qui périſſent par une prompte effuſion de ſang, c'eſt ce que des expériences répétées ont conſtamment préſenté à M. Sabatier, c'eſt ce que les différences qu'il a obſervées ſur des hommes morts de maladie, & des hommes morts de bleſſures, lui ont également confirmé.

Par une autre conſéquence de cette hypothèſe, & d'après la manière dont M. Sabatier a décrit (comme nous venons de le voir) le mécaniſme de la circulation dans les fœtus, l'on doit trouver après leur mort l'oreillette droite plus grande que la gauche, comme dans les adultes; mais la différence doit être moindre, les ventricules doivent être égaux, & au contraire de ce qu'on obſerve dans les adultes, la capacité des veines pulmonaires doit ſurpaſſer celle des artères, & c'eſt auſſi préciſément ce que la Nature a conſtamment montré à M. Sabatier.

Cependant ces preuves ne lui ont point encore paru ſuffiſantes; il a voulu tenter des expériences plus immédiates, il a fait périr des animaux de manière qu'à l'inſtant de la mort les cavités droites & gauches du cœur, les artères & les veines du poumon devoient être également remplies de ſang; & il a obſervé qu'alors les capacités étoient égales: enfin, il a fait périr des animaux de manière que c'étoient (au contraire

de ce qui arrive dans la mort naturelle) les cavités gauches du cœur, & les veines pulmonaires qui devoient contenir du ſang, & alors ce ſont elles auſſi qui ont été le plus dilatées.

SUR LA COMPARAISON DES EXTRÉMITÉS ENTR'ELLES.

V. les Mém. p. 254.

ON entend ordinairement par *Anatomie comparée*, l'obſervation des rapports & des différences qui exiſtent entre les parties analogues des hommes & des animaux, ou plus généralement des différentes eſpèces d'animaux. M. Vicq-d'Azyr donne ici un eſſai d'une autre eſpèce d'anatomie comparée, qui juſqu'ici a été peu cultivée, & ſur laquelle on ne trouve dans les Anatomiſtes que quelques obſervations iſolées : c'eſt l'examen des rapports qu'ont entr'elles les différentes parties d'un même individu. Il compare dans ce Mémoire les extrémités ſupérieures de l'homme à ſes extrémités inférieures, les extrémités antérieures de différentes eſpèces de quadrupèdes à leurs extrémités poſtérieures; il examine ſous ce point de vue leurs os, leurs muſcles, leurs vaiſſeaux : par-tout il obſerve des reſſemblances frappantes & des différences qui en général ſemblent dépendre des fonctions différentes auxquelles ces extrémités ſont employées. Ainſi la cuiſſe, la jambe, le pied de l'homme, reſſemblent au bras, à l'avant-bras, à la main, en ſuppoſant que ces dernières parties ont ſubi dans leur poſition & dans leur forme les changemens néceſſaires pour qu'ils puiſſent ſoutenir le corps & le tranſporter d'un lieu à un autre : de même le bras & la main ſemblent n'être qu'une jambe & un pied, mais altérés dans leur forme, & diſpoſés de manière qu'ils puiſſent ſe porter ſur toutes les parties du corps, ſaiſir les objets, exécuter enfin tous les mouvemens néceſſaires à la défenſe de l'homme, à ſa nourriture, aux travaux des différens Arts.

La même choſe s'obſerve dans les animaux, la reſſem-

blance eſt même ſouvent plus parfaite, parce que les fonctions de ces parties ſont moins différentes. En général & pour les os ſur-tout, ſi on place l'extrémité ſupérieure droite, en la tournant du devant au derrière, à côté de l'extrémité inférieure gauche, on aperçoit une analogie très-frappante, & une grande partie des différences diſparoiſſent parce que ce renverſement de poſition eſt un des principaux changemens qu'exige la différence des fonctions : ainſi dans cette nouvelle eſpèce d'anatomie comparée, on obſerve, dit M. Vicq-d'Azyr, comme dans l'Anatomie comparée ordinaire, ces deux caractères que la Nature paroît avoir imprimés à tous les êtres, *celui de la conſtance dans le type & de la variété dans les modifications*. Elle ſemble avoir formé ces différentes eſpèces & leurs parties correſpondantes, ſur un ſeul plan, mais qu'elle ſait modifier à l'infini; comme elle dirige tous les corps céleſtes par une ſeule force, dont l'effet variant avec leurs diſtances, produit toutes les apparences qu'ils nous préſentent.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. DE LA CHAPELLE a envoyé de Châtillon en Bugey, l'Obſervation d'une longue abſtinence ; ces Obſervations ne ſont pas fort rares, mais il arrive trop ſouvent que ceux à qui on les doit, contens d'avoir rapporté un fait extraordinaire, négligent d'en obſerver les ſuites, & l'on ignore comment ſe ſont terminées la plupart de ces abſtinences. Voici les détails de celle dont M. de la Chapelle a ſuivi les circonſtances juſqu'au 16 Août 1773 : nous avons conſervé ſes expreſſions.

« Louiſe Guffie, habitante très-pauvre de la paroiſſe d'Anglefort en Bugey, boiteuſe, mais aſſez robuſte, céli- « bataire, travaillant, comme ſes frères & ſœurs, à la campagne, « tomba malade tout-à-coup à la fin de l'année 1769 : elle ſe «

» plaignoit d'un grand mal de tête & d'un affoibliſſement de
» forces conſidérable; elle ſe mit au lit, & pendant un mois
» elle prit quelque nourriture; au bout de ce temps, elle ceſſa
» inſenſiblement de manger, & n'avala plus que de l'eau; ſes
» parens, qui crurent qu'elle mourroit bientôt, firent cuire,
» ſelon l'uſage des Payſans de la Montagne, le pain de ſon
» enterrement.

» Le Curé du lieu, appelé pour l'adminiſtrer, voyant qu'elle
» étoit ſans reſſource & très-foible, lui conſeilla de tâcher
» d'avaler quelques gouttes de vin; elle ſe fit violence & ſuivit
» ſon avis; elle s'en trouva bien, & pendant un mois, depuis
» le commencement de Décembre 1769 juſqu'à la fin de ce
» même mois, elle ne vécut abſolument que de vin, dont elle
» buvoit tous les jours juſqu'à la valeur d'une pinte. Après les
» fêtes de Noël, elle éprouva de nouveau le dégoût du vin; il
» s'y joignit une fièvre plus violente qu'auparavant, & il ne
» lui fut plus poſſible d'avaler autre choſe que de l'eau.

» Au commencement de Janvier 1770, la fièvre prit une
» marche réglée, & ſe caractériſa en tierce; elle eut donc alterna-
» tivement vingt-quatre heures de fièvre & vingt-quatre heures
» de tranquillité; la fièvre s'annonçoit le matin par un mal de
» tête terrible: on voyoit la malade devenir noire par degrés.

» Sa mère, ſes frères & ſœurs, qui étoient forcés d'aller
» travailler pour vivre, mettoient auprès d'elle un grand
» chaudron plein d'eau fraîche, qu'elle buvoit preſque tout
» entier: le mal ceſſoit inſenſiblement & lui laiſſoit une trève
» de pareille durée, pendant laquelle elle ne prenoit abſolu-
» ment rien.

» Elle vécut ainſi juſqu'à la fin de Novembre de la même
» année 1770, où, après un an de dégoût, elle redemanda
» du vin, elle en but pendant trois mois, le jour ſeul de ſon
» accès, mais très-affoibli par l'eau, en très-petite quantité &
» rarement pur. Enfin, le dégoût du vin reparut au commen-
» cement de Mars 1771, & n'a plus ceſſé; le caractère de
» la fièvre changea ſubitement: de tierce qu'elle étoit, elle
» devint quarte, & elle n'a plus varié.

Après vingt-quatre heures d'une fièvre très-forte, qui « s'annonce par des maux de tête violens, pendant lesquels « elle devient rouge & noire par degrés, elle a quarante-huit « heures de repos, où elle ne souffre absolument point. Son « mal naît & se dissipe par gradations, elle sent un feu dévo- « rant par tout le corps; elle boit, pour le calmer, autant « d'eau qu'on peut lui en fournir : on peut l'évaluer à cinq « bouteilles par jour; elle en boiroit davantage si une sœur, « habituée à la servir, n'en modéroit la quantité; les premiers « verres ont peine à passer dans l'œsophage, mais ensuite elle « avale facilement; pendant les quarante-huit heures suivantes, « elle ne prend absolument rien. «

Il semble que la malade devroit être extraordinairement « affoiblie par un régime de vie si austère : point du tout; son « ton de voix est fort & plein; ses membres sont musculeux « & nourris, pendant ses deux jours d'intervalle, elle se « lève & se promène autour de la maison sans autre secours « que celui d'un bâton; elle quitte même souvent le lit le jour « de l'accès. «

Depuis l'instant où elle n'use que de liquides, c'est-à-dire « depuis la fin de 1769, les règles sont absolument supprimées; « elle ne sue jamais, & l'on n'aperçoit pas la moindre moiteur, « même le jour de son accès, où sa peau est brûlante, mais « très-sèche; elle ne crache point, & il lui semble que sa « bouche est pleine de sable, c'est son expression, les glandes « ne fournissent point de salive; la foiblesse de ses organes la rend « très-facile à pleurer, ce qui lui arrivoit souvent à la vue de « l'extrême misère où étoit réduite sa famille, qui le plus sou- « vent manquoit de pain ces années dernières; mais elle ne « versoit que quelques larmes : elle leur souhaitoit son état, « qui eût été pour eux alors une consolation : elle se mouche « à peine deux fois dans le mois, en petite quantité; elle ne « va jamais à la selle, & sa seule évacuation consiste dans les « urines, qu'elle rend aussi claires que l'eau qu'elle a bue, & « presque en aussi grande quantité. «

» Elle ne se sent d'ailleurs aucune espèce de mal-aise dans » tout le corps; excepté les maux de tête du jour de son accès, » & un resserrement à l'extrémité supérieure de l'œsophage; » elle ne se plaint d'aucune douleur d'estomac ni du reste du » corps, même la plus légère; son teint est clair, ses yeux vifs, » point affoiblis, & sa tête très-saine; l'organe de l'ouïe est dans » l'état naturel; les deux jours où elle n'a point de fièvre, son » pouls est aussi réglé, aussi fort, aussi plein que celui de » l'homme le mieux constitué.

» L'on ne peut soupçonner aucun charlatanisme dans ce » phénomène; la maison qu'elle habite est une pauvre cabane, » sur la croupe d'une montagne rapide, hors de la portée des » Curieux, où l'art de tromper n'a jamais pénétré, & où cette » ruse ne procureroit pas six sous d'aumône par an; une fontaine » claire est dans le voisinage, c'est-là où l'on puise l'eau dont » elle se nourrit, on ne peut soupçonner cette eau d'être chargée » d'aucune particule minérale: elle est limpide, inodore, sans » aucun goût, plus elle est froide, plus la malade la boit avec » plaisir: l'hiver même, quoique le climat soit très-froid, elle » souffre impatiemment le voisinage de la cheminée, & elle » se tient toujours auprès de la porte, pour jouir de l'air libre » qui la rafraîchit.

» Sa famille est très-saine, & la malade elle-même, quoique » boiteuse, avoit jusqu'à l'âge de quarante-deux ans, où elle » a éprouvé cette révolution, joui d'une bonne santé, quoiqu'elle » fût naturellement d'un tempérament assez délicat; au reste, » la Nature a agi ici en pleine liberté, sans être contrariée » dans sa marche. Aucun Médecin ni Chirurgien n'a jamais » été appelé auprès d'elle, elle n'avoit jamais été ni saignée ni » purgée avant sa maladie, & n'a pris depuis aucun remède ».

Nous n'avons rien appris sur la suite de cette maladie.

II.

M. DESCEMET a présenté à l'Académie, la description des Viscères d'une femme, morte d'une jaunisse causée par un usage

un uſage immodéré de vin & de liqueurs fortes; elle buvoit habituellement par jour quatre pintes de vin & une bouteille d'eau-de-vie ; & pendant ſa jauniſſe, qui dura cinq mois, elle continua de boire une quantité conſidérable de vin.

Elle n'eut point de fièvre caractériſée dans le cours de ſa maladie; mais aux accidens ordinaires de la jauniſſe, s'étoient jointes des pertes preſque continuelles, & vers la fin, des ſueurs très-abondantes.

M. Deſcemet l'ouvrit après ſa mort : le ſoie qu'il avoit jugé au tact pendant la maladie, avoir éprouvé un accroiſſement extraordinaire, s'eſt trouvé en effet avoir un pied de longueur ſur autant de largeur, & peſer neuf livres & demie, mais il n'étoit pas plus dur que dans l'état naturel, & ne contenoit aucune partie ſquirreuſe; la rate avoit le double de ſon volume ordinaire & peſoit vingt-trois onces; la matrice paroiſſoit auſſi le double de ce qu'elle eſt hors l'état de groſſeſſe; l'eſtomac étoit conſidérablement rétréci; la véſicule du fiel pâle & preſque vide; le rein droit, que recouvre le grand lobe du foie, étoit diminué des deux tiers; le pancréas étoit ſquirreux & très-adhérent au *duodenum*, il peſoit quatre onces.

III.

M. JADELOT a préſenté à l'Académie la deſcription des viſcères d'une femme morte d'une hydropiſie ſurvenue à la ſuite de pluſieurs années de chagrin. Le foie étoit plus grand que dans l'état naturel; la rate longue d'un pied, large de ſix pouces, peſoit plus de quatre livres; ſa ſubſtance étoit plus ſolide que dans l'état naturel; le canal cyſtique étoit entièrement bouché par une pierre placée à ſon orifice: une pierre abſolument pareille à la première, nageoit dans une ſéroſité lymphatique qui rempliſſoit la véſicule du fiel; cette véſicule étoit diſtendue, & ſa capacité deux fois plus grande que dans l'état ordinaire; le canal cyſtique s'abouchoit un peu de au-là du col de la véſicule du fiel à un conduit latéral qui ſe perdoit dans la ſubſtance du foie : ce canal ne pouvoit

établir dans ce ſujet aucune communication entre le foie & la véſicule, puiſque l'orifice commun à ce canal & au canal cyſtique étoit bouché par une pierre: il n'y avoit point de bile dans les réſervoirs où elle ſe trouve dans l'état naturel, & la malade n'avoit point la jauniſſe. M. Jadelot croit en devoir conclure que les organes deſtinés à la ſécrétion de la bile étoient viciés, & que cette ſécrétion ne ſe faiſoit plus.

IV.

A l'ouverture de l'abdomen d'un ſujet mâle âgé de ſept ans environ, M. Varnier a trouvé, dans la région hypogaſtrique du côté droit, une tumeur qui s'étendoit depuis l'avant-dernière vertèbre des lombes juſqu'au *ſacrum*, & couvroit une partie de l'os des îles; elle étoit rougeâtre, inégale & renittente. Après avoir écarté les inteſtins, il a vu que cette tumeur étoit un véritable rein conformé un peu différemment que dans l'état naturel: il penſa d'abord qu'il avoit été repouſſé de ſa place naturelle par quelque dérangement accidentel; mais après l'avoir développé, M. Varnier jugea qu'il avoit été formé à cet endroit, puiſqu'on voyoit qu'il tiroit ſes vaiſſeaux des artères & des veines iliaques droites & gauches, des artères & veines hypogaſtriques droites; ſes nerfs venoient du *plexus* hypogaſtrique; ſa forme ne conſervoit pas celle d'un haricot comme les reins ordinaires, & comme celui du côté gauche du même ſujet; elle étoit arrondie, aplatie inférieurement, & on y remarquoit un ſillon pour le paſſage des vaiſſeaux iliaques qui ne paroiſſoient pas avoir ſouffert de la preſſion de cet organe; au lieu d'une ſeule artère, d'une ſeule veine émulgente, il y en avoit pluſieurs, les ſupérieures qui venoient des vaiſſeaux iliaques paſſoient par-deſſus le rein, le ſillonnoient & paroiſſoient le diviſer: l'uretère partoit du milieu de cet organe; il étoit comme dans l'état ordinaire, la ſuite du baſſinet qui ſe trouve continu aux canaux des calices où ſont renfermées les caroncules; l'organiſation interne étoit abſolument la même que dans tous les autres organes

de cette eſpèce; l'un des corps appelés improprement *capſules ſurrénales, reins ſuccenturiaux, capſules attrabilaires,* & qui étoit du côté droit, étoit reſté à ſa place naturelle; il recevoit ſon artère de l'aorte, & ſa veine de la veine-cave: il étoit large, aplati, ce qui paroîtroit prouver que la fonction de ces organes qui eſt encore inconnue, n'eſt ni auſſi dépendante de celle du rein, ni auſſi utile à cet organe dans le fœtus, que quelques Phyſiologiſtes l'ont imaginé: le ſujet étoit fort maigre, & la membrane adipeuſe de ce rein ne renfermoit point de graiſſe.





CHIMIE.

SUR L'AUGMENTATION DU POIDS DES MÉTAUX PAR LA CALCINATION.

V. les Mém. p. 351.

ON sait depuis long-temps que les Métaux en se calcinant, augmentent réellement de poids ; cette augmentation est même si considérable dans quelques métaux, dans le plomb, par exemple, que les Ouvriers qui préparent les différentes chaux de plomb ont pu s'en apercevoir aisément, & que cette observation a dû être pendant quelque temps, pour eux, un secret utile. Jean Rey, Médecin, qui vivoit à la fin du XVI.ᵉ siècle, avoit expliqué ce phénomène, en imaginant que l'air, en s'unissant aux chaux métalliques, étoit la cause de cette augmentation de poids; il en a été de cette idée comme de beaucoup d'autres aussi ingénieuses & aussi vraies qu'on trouve dans les Écrivains des siècles d'ignorance (car le génie est de tous les siècles), mais qui, par le défaut de preuves, par le voisinage des erreurs auxquelles elles sont mêlées, par leur opposition avec les principes de la Philosophie alors en usage , ont été oubliées , & qu'on ne reconnoît dans leurs premiers Auteurs, que lorsque s'étant présentées de nouveau à d'autres Savans & ayant été plus développées, il est devenu facile de les apercevoir.

Boyle, prouva, par de nouvelles expériences, la vérité de l'augmentation réelle du poids des métaux calcinés : mais les Physiciens parurent long-temps négliger un phénomène

ſi extraordinaire, ou ſeulement s'en reſſouvenir de loin à loin; cependant, quelques-uns, & entr'autres le P. Béraud, Correſpondant de l'Académie, tentèrent de l'expliquer par l'addition de l'air; mais cette idée, qui n'étoit encore qu'une vue ingénieuſe, avoit beſoin d'être prouvée par des expériences directes, & c'eſt l'objet du Mémoire de M. Lavoiſier.

Des expériences rapportées dans ſes *Opuſcules chimiques & phyſiques*, & dont il réſultoit que des métaux, calcinés ſous une cloche avec une lentille, avoient augmenté de poids, tandis que l'air contenu ſous cette cloche avoit diminué d'une quantité à peu-près égale en poids, auroient pu paroître une preuve ſuffiſante de cette théorie; mais les Phyſiciens ſont devenus difficiles en preuves, à force d'avoir été obligés de reconnoître les erreurs où ils avoient été entraînés pour s'être rendus trop faciles. M. Lavoiſier a donc voulu mettre cette vérité hors de doute; il a calciné de l'étain dans des cornues fermées hermétiquement, après avoir peſé avec exactitude l'étain & la cornue; il a vu, qu'au bout d'un certain temps, la calcination s'arrêtoit, & qu'en continuant le feu il ne pouvoit plus parvenir à calciner aucune partie d'étain, alors il a ceſſé ſon opération, & peſant enſuite ſa cornue avant de la rouvrir, il a trouvé que le poids total n'avoit pas changé: ouvrant enfin ſa cornue, il a peſé l'étain qu'il a trouvé augmenté de quelques grains, la cornue, peſée à part, avoit le même poids qu'avant l'opération: l'augmentation réelle du poids de l'étain s'étoit donc faite abſolument aux dépens de l'air renfermé dans la cornue, puiſque le poids total ainſi que le poids de la cornue n'avoient point changé. La calcination des métaux n'eſt donc pas ſeulement la ſéparation de leur phlogiſtique d'avec leur terre; cette calcination eſt accompagnée d'une nouvelle combinaiſon de leur terre avec l'air; l'air regardé long-temps dans cette opération comme un agent néceſſaire, mais purement mécanique, y devient néceſſaire comme agent chimique, il eſt l'intermède, qui, en ſe combinant avec la terre métallique, en dégage le phlogiſtique: telle eſt du moins l'explication de ce phénomène, ſi on veut ſuivre la théorie de Stall, car cette théorie, long-temps regardée comme certaine, eſt attaquée

maintenant, mais Stall l'avoit fondée sur un si grand nombre de faits, & de faits si bien analysés, qu'il faut craindre de trop se presser de l'abandonner.

SUR L'ALKALI FIXE TIRÉ DE LA LESSIVE DU KALI.

V. les Mém. p. 42.

ON connoît en Chimie deux espèces d'alkali fixe, qui possèdent également toutes les propriétés des alkalis, mais qui sont distinguées par des différences constantes, & telles que jusqu'ici il a été impossible à l'art de changer l'un de ces alkalis en l'autre: l'un, connu sous le nom d'*alkali végétal*, se trouve dans toutes les Plantes terrestres, & on le dégage, ou peut-être on le produit en partie en réduisant les plantes en cendres; l'autre, connu sous le nom d'*alkali marin* parce qu'il est la base du sel marin, ou d'*alkali minéral* parce qu'il se trouve en grande quantité combiné avec l'acide marin dans les mines de ce sel, se tire des plantes marines, comme l'alkali végétal des plantes terrestres. Ces plantes diffèrent entr'elles & par leurs caractères botaniques, & par le terrein où elles croissent, & il est intéressant de connoître à laquelle de ces deux différences est dûe celle de l'alkali qu'elles produisent: tel est l'objet des Observations que M. du Hamel a faites à Denainvilliers. Il y a semé du kali, espèce de plante marine très-commune qui donne beaucoup d'alkali minéral, & qui par conséquent a donné son nom aux sels alkalis ou l'a reçu d'eux; M. du Hamel a pris ensuite la graine de ces kalis, l'a semée, & a suivi ainsi plusieurs générations successives de cette plante; M. Cadet s'est chargé d'examiner ensuite les cendres de ces différentes récoltes: les cendres du kali, cueillies sur les bords de la mer, ne contiennent que de l'alkali marin; à la première récolte faite à Denainvilliers, elles contenoient déjà beaucoup d'alkali végétal, mais on y trouvoit encore de l'alkali minéral en assez grande quantité; enfin les cendres de la seconde récolte ne contenoient plus d'alkali

minéral en nature, mais ſeulement du ſel marin. La différence des alkalis vient donc ici principalement du terrein où la plante a été cultivée; elle eſt peut-être indépendante de l'eſpèce de cette plante, mais elle ne l'eſt pas de ſon organiſation, puiſque le produit des graines recueillies ſur le bord de la mer en contient encore, quoique ces graines aient été ſemées au milieu des terres. Il ſemble donc que l'on ne doit point dire ſeulement que les différens terreins fourniſſent à la plante différentes eſpèces d'alkalis, mais qu'il faut ajouter encore qu'ils diſpoſent cette plante à former, dans quelque terrein qu'on la mette, un des alkalis plutôt que l'autre.

Juſqu'à quel point la culture, la nature du terrein, le climat peuvent-ils changer les principes d'une plante, ou la proportion de ces principes ſans changer l'eſpèce de la plante? comment différentes plantes tirent-elles d'un même terrein ou du même air des principes différens, & que l'art ne peut apercevoir en analyſant la terre qui les a nourris? comment arrive-t-il que certaines parties d'une plante contiennent ces principes, lorſque ſouvent on ne les retrouve pas plus dans la graine dont le développement a produit la plante, que dans la terre où ce développement s'opère? Ces loix ſecrètes de la Nature ne ſeront peut-être pas toujours pour nous un myſtère impénétrable. Il y a dans les Sciences moins de choſes impoſſibles qu'on ne le croit; & ſi nous ſommes juſqu'ici peu avancés, c'eſt moins de la foibleſſe naturelle de l'eſprit humain qu'il faut ſe plaindre, que des fauſſes routes où l'ont égaré long-temps la manie de raiſonner, lorſqu'il falloit ne chercher qu'à bien voir, & de bâtir un édifice avant d'avoir commencé à en ramaſſer les matériaux.

SUR UNE NOUVELLE MANIÈRE DE FAIRE L'ÉTHER VITRIOLIQUE.

DANS les Sciences phyſiques, le génie ſeul ne ſuffit pas toujours pour faire des découvertes; ſouvent ces découvertes exigent une longue ſuite d'expériences coûteuſes, & l'or

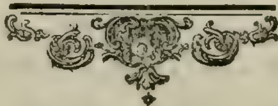
V. les Mém. p. 524.

manque encore plus aux Physiciens que le génie : mais les Physiciens aiment mieux chercher dans l'art même des moyens de diminuer la dépense, que de se livrer aux moyens toujours si faciles d'augmenter leur fortune.

L'éther est une des substances dont l'analyse végétale pourroit tirer le plus de connoissances, & jusqu'ici la grande cherté de cette liqueur a empêché d'en faire usage. M. Cadet propose, dans ce Mémoire, un moyen nouveau d'obtenir une quantité beaucoup plus grande de cette liqueur en n'employant qu'une égale quantité d'acide vitriolique, & par conséquent d'en diminuer beaucoup le prix.

Cette méthode consiste à redistiller de nouvel esprit-de-vin un grand nombre de fois sur le même acide; cette opération peut se répéter sans déranger les vaisseaux, il suffit d'avoir à la partie supérieure de la cornue un bouchon de verre qu'on lute avec soin pendant l'opération, & qu'on ôte pour y verser le nouvel esprit-de-vin. Par cette nouvelle méthode de faire l'éther, le prix en devient six fois moindre qu'il ne peut l'être par la méthode ordinaire, sans que l'éther soit d'un moindre degré de rectification, puisqu'il donne le même résultat par l'épreuve de la gomme élastique, épreuve la plus sûre & dont l'idée est dûe à M. Macquer.

Beaucoup de travaux sur l'analyse végétale, que l'impossibilité d'employer une grande quantité d'éther, rendoit impraticables, pourront maintenant être entrepris; & si, comme on doit l'espérer, ils conduisent à des découvertes nouvelles, il est juste que M. Cadet en partage l'honneur : comme celui qui a su rendre usuelle une méthode utile, partage la gloire des découvertes que cette méthode facilite.



HISTOIRE



HISTOIRE NATURELLE

DES ANIMAUX.

M. Vicq-d'Azir a publié, dans ce Volume, la fin de son travail sur les Os & les Muscles des Oiseaux; il a soin, comme dans les Mémoires précédens, de faire remarquer & les rapports des parties des Oiseaux avec celles de l'Homme, & les différences des mêmes parties dans différentes espèces d'Oiseaux : il observe sur-tout le rapport qu'ont la forme & la position des parties avec l'usage auquel elles sont destinées. Il montre, par exemple, que l'extrême longueur qu'a dans les oiseaux la partie qui répond au métatarse, étoit nécessaire pour qu'ils pussent marcher sans que leur *sternum* traînât sur la terre; que la disposition des parties postérieures est telle qu'il le faut pour faciliter le développement des ailes. Il explique en détail les moyens par lesquels les oiseaux peuvent à leur gré diminuer ou augmenter le volume de leur corps, distribuer dans leurs différentes parties l'air qu'ils respirent, & par ce moyen changer leur pesanteur spécifique, & faire varier leur centre de gravité : il confirme, par de nouveaux développemens, l'existence & les usages de l'air qui remplit les os des oiseaux, découverte soupçonnée par Fabrice d'Aquapendente, & prouvée depuis peu par M. Camper.

V. les Mém. p. 489.

Mém. des Sav. étrang. t. VII.

Un grand nombre d'espèces d'oiseaux dorment perchés sur des branches qu'ils embrassent avec leurs doigts; mais comment peuvent-ils serrer ces branches pendant leur sommeil? le célèbre Borelli, Anatomiste-Géomètre, qui a le premier tenté d'appliquer la Géométrie à l'Anatomie, idée grande &

utile, mais dont l'exécution demanderoit que les deux Sciences fussent parvenues à un point dont elles sont peut-être encore bien éloignées; Borelli prétendoit que la disposition des muscles des oiseaux étoit telle que lorsque leurs muscles sont relâchés, les doigts de leurs pattes tendent à se réunir; M. Vicq-d'Azir combat cette explication, insuffisante en elle-même, puisque le serrement des pattes autour de la branche exige une contraction : il montre que Borelli s'est trompé en supposant dans les oiseaux la disposition des muscles que son hypothèse demandoit, & il observe que les muscles des doigts peuvent se contracter lorsque ceux de la jambe & des cuisses sont relâchés. D'après ces réflexions, M. Vicq-d'Azir propose une explication plus simple, il suppose que cette contraction des muscles, indépendante de la volonté, est l'effet de l'irritabilité de ces mêmes muscles.

En observant la position des doigts des oiseaux, M. Vicq-d'Azir a déterminé des caractères bien distincts qui paroissent constans & qui pourroient servir de fondement à une méthode de les classer; l'idée de cette méthode est dûe à M. Daubenton, & c'est d'après ses vues que M. Vicq-d'Azir en a tracé ici une esquisse intéressante.





BOTANIQUE.

SUR LE NOUVEL ORDRE DE PLANTES

Établi dans l'École de Botanique du Jardin du Roi.

DANS les Mémoires de l'Académie de 1773, M. de Juſſieu avoit développé les principes qui doivent ſervir à établir dans la Botanique une méthode naturelle, & il en avoit fait l'application à la famille des Renoncules. Il ſe propoſe, particulièrement dans celui-ci, de rendre compte d'une méthode fondée ſur les mêmes principes, & d'après laquelle il démontre les Plantes au Jardin du Roi. V. les Mém. p. 175.

C'eſt du nombre des cotyledons qu'il tire les trois premières diviſions de cette méthode : ce premier caractère lui paroît eſſentiel, & juſqu'ici on ne connoît point de plantes qui, différant entr'elles par ce caractère, ſe reſſemblent par un grand nombre d'autres.

La différente inſertion des étamines lui fournit enſuite ſes ſubdiviſions. Les étamines peuvent être placées ou ſur le piſtil ou ſur le ſupport du piſtil ou ſur le calice, ou enfin de trouver dans d'autres fleurs que le piſtil, ſi elles ſont placées ſur la corolle, la corolle elle-même eſt attachée ou au piſtil ou à ſon ſupport ou au calice : ce ſecond caractère peut, ſous ce point de vue, être auſſi regardé comme eſſentiel; il arrive quelquefois, à la vérité, que dans deux genres de plantes qui paroiſſent appartenir à une même famille, l'un ait les étamines portées ſur la corolle, & l'autre les étamines portées ſur le

piſtil, le calice ou le ſupport; mais alors la corolle de l'un ſe trouve attachée à la même partie qui dans l'autre ſoutient les étamines. Les exceptions ſont rares, & comme ſi on ſe bornoit aux caractères abſolument eſſentiels, ainſi que feu M. B. de Juſſieu l'avoit fait à Trianon, le nombre des diviſions ſeroit trop petit; on a cru pouvoir admettre ici ces caractères ſujets à des exceptions, mais en trop petit nombre pour que la méthode paroiſſe contrarier la Nature.

M. de Juſſieu obſerve (ce qui avoit été déjà remarqué par M. Linnæus) que dans les plantes monopétales, les étamines ſont placées ſur la corolle, & qu'elles ne le ſont point dans les plantes polipétales. Ainſi au lieu de diviſer les plantes en plantes dont la corolle porte les étamines, & en plantes dont la corolle ne les ſoutient pas, on peut les diviſer ſans inconvénient en plantes apétales, monopétales & polypétales.

Si toutes les combinaiſons poſſibles de ces caractères ſe trouvoient dans la Nature, la méthode de M. de Juſſieu donneroit trente claſſes de plantes, elle n'en donne ici que treize.

Les plantes acotyledones n'en forment qu'une ſeule : cette claſſe répond à celle que M. Linnæus appelle *cryptogamie*, nom qui indique que les parties de la fructification de ces plantes ſont peu connues, & qu'ainſi elles ne peuvent admettre aucune diviſion tirée de ces parties.

Les plantes monocotyledones ſont ſans pétales, & M. de Juſſieu ne trouve point parmi ces plantes de genres où les étamines & les piſtils ſoient ſur des fleurs différentes.

Dans les plantes dycotyledones & apétales, on n'en voit point d'eſpèces où les étamines ſoient portées ſur le piſtil.

Ces claſſes ſont donc réduites à treize, & M. de Juſſieu en forme une quatorzième, en diſtinguant dans les plantes dycotyledones, monopétales, où la corolle eſt attachée au piſtil, celles où les anthères ſont réunies de celles où elles ſont ſéparées.

Telle eſt la méthode de M. de Juſſieu. On peut reprocher, ſans doute, au premier caractère de n'être bien viſible qu'au moment de la germination; qu'à ce moment les autres carac-

tères ne sont point sensibles, & qu'ainsi, pour bien classer une plante, il faut la voir à deux époques, inconvénient qui n'a pas lieu dans la méthode de M. Linnæus : mais on peut répondre, qu'en classant les plantes on se propose deux objets : le premier, d'apprendre à reconnoître & à classer les plantes que l'on observe, & certainement, sous ce point de vue il est plus commode de ne tirer les caractères de la méthode que d'un seul état de la plante ; le second, de réunir les plantes, d'après les loix générales que la Nature a suivies dans leur formation, & alors il faut s'attacher sur-tout aux caractères vraiment essentiels : ce second objet paroît le plus important, & il semble que l'on doit préférer l'utilité de la Science à la commodité des Botanistes.

C'est de la position des parties de la génération des plantes, que M. de Jussieu tire ses deux divisions : ces parties, inconnues à M. Tournefort, & que selon M. Linnæus, Vaillant Botaniste de cette Académie, a bien décrites le premier, ont été également la base du système de M. Linnæus : mais il s'est attaché sur-tout au nombre de ces organes. La méthode de classer les substances du règne animal ou du règne végétal, par le nombre de leurs parties, a un grand avantage, celui de fournir des caractères bien précis ; entre une fleur qui a une étamine & une qui en a deux, il y a un intervalle bien marqué qu'aucun intermédiaire ne peut remplir, & de tous les rapports que l'esprit humain peut comparer, les nombres seuls, ont cet avantage : mais si, comme le prétendent quelques Botanistes, la culture ou le climat fait varier le nombre des étamines dans la même espèce de plante, si des plantes voisines, par la disposition d'un grand nombre de leurs parties ou par leurs propriétés, ne diffèrent que pour le nombre des étamines ; alors cet avantage du système sera plus que compensé, & ce ne seroit pas le seul cas où il semble que la Nature s'écarte moins de ses loix en produisant des parties superflues, ou en manquant d'en produire, qu'en dérangeant leur ordre & leur développement.

Les partisans du système de M. Linnæus, & ils sont en

grand nombre, même parmi les Botanistes les plus éclairés, pourroient demander peut-être si la propriété de réunir les deux sexes dans une même fleur, ou dans un même individu sur des fleurs séparées, ou enfin de les avoir séparées sur deux individus, ne pourroit pas être regardée comme un caractère essentiel; si le nombre des pistils, qui semble devoir influer plus particulièrement sur toute la fructification, ne seroit pas aussi un caractère constant; si enfin, dans le cas où le nombre des étamines pourroit varier selon les climats ou la culture, il n'existe pas des moyens de reconnoître que le changement n'est qu'un accident, s'il n'existe pas alors quelques traces de ces étamines détruites.

M. de Jussieu ne donne pas cette méthode comme son ouvrage, mais comme le fruit des longues observations & des méditations profondes du Savant illustre auquel il appartient par les talens comme par la naissance, & dont l'Académie, qui vient de le perdre, regrettera long-temps le vaste savoir, la modestie & les vertus.





MINÉRALOGIE.

SUR LES GRÈS DES ENVIRONS DE FONTAINEBLEAU.

LA diſpoſition bizarre des maſſes de Grès des environs de Fontainebleau, paroît abſolument accidentelle. Après que le ſable qui les renfermoit dans leur origine, a été enlevé par les eaux, quelques-unes de ces maſſes ont été amenées par les torrens, d'autres ont été entraînées par leur poids, d'autres enfin ſont reſtées au lieu de leur origine. V. les Mém. p. 209.

En général, les blocs de grès ſe trouvent diſperſés dans les maſſes de ſable comme le ſilex dans les maſſes de craie ou de marne. Ce n'eſt pas qu'on ne rencontre quelquefois des grès diſpoſés par bancs, ſur-tout dans l'eſpèce de ceux dont la ſubſtance eſt plus compoſée ; mais auſſi l'on rencontre, dans les fentes des maſſes de craie, des bandes de ſilex plus ou moins larges. Les blocs de grès affectent, comme les ſilex, des formes arrondies. Mais pluſieurs Obſervateurs ont cru que la poſition des ſilex, dans la craie, étoit déterminée par des corps étrangers, ou par les fentes qui s'étoient produites dans cette ſubſtance, au lieu qu'il paroît qu'on ignore abſolument juſqu'ici, quelle cauſe a déterminé la poſition des grès dans les maſſes de ſable.

En examinant les grès de Fontainebleau, M. de Laſſone les a trouvés formés par la jonction des grains de ſable; mais ces grains de ſable lui ont paru unis par une eſpèce de

gluten. En effet, les parois d'un bloc de grès dont la base est encore adhérente au sol, se couvrent d'une humidité qui y forme, au bout d'un certain temps, une sorte de vitrification : la substance intérieure des grès tendres est imbibée d'eau, & ils acquièrent de la dureté par le desséchement.

Il paroît donc que les molécules de sable, placées les unes à côté des autres, mais trop grosses pour que la cause qui produit la cohésion dans les corps puisse les réunir, le sont par le moyen de molécules semblables qui, suspendues ou même dissoutes dans l'eau, ont la ténuité convenable pour produire cette union au moment où l'eau les abandonne.

On rencontre dans le sable des corps arrondis formés par l'union des molécules sableuses : ces corps, appelés *marrons de sable*, sont souvent vides dans leur intérieur, & ce vide est tapissé de cristaux, nouvel indice de l'existence de cette eau qui tient du sable en dissolution : enfin lorsque, dans les grès les plus durs, on trouve des coquilles, ces coquilles y sont agatisées. On ne voit aucun débris de coquilles dans les grès de Fontainebleau ; mais ce n'est pas une raison de nier, que les sables qui les forment, aient la même origine que ceux dont les grès renferment des coquilles, puisque, parmi les bancs de sable qui se trouvent dans la mer, on observe la même différence.

M. de Lassone a observé à Fontainebleau une espèce de grès inconnue jusqu'ici : ce sont des grès cristallisés ; un seul bloc de grès, appelé le *rocher Germain*, en renferme.

On les y trouve immédiatement sous une couche de sable qui contient un grand nombre de parties calcaires : la surface du banc où on les rencontre, offre l'apparence d'une stalagmite pierreuse. Ces grès cristallisés sont en partie calcaires, en partie vitrifiables ; lorsque les deux substances y sont en égale quantité, la cristallisation est plus parfaite ; si l'une des deux, & sur-tout si la partie vitrifiable y domine, les cristaux sont moins réguliers, quoiqu'ils affectent la même forme : ce sont des parallélipipèdes dont la base est un lozange. Ils se grouppent entr'eux de différentes manières ; mais cette

forme

ſorme ſe reconnoît toujours & eſt unique dans tout le banc : au-deſſous eſt un banc de grès plus pur, preſque tout entier formé de ſable vitrifiable, & où l'on ne remarque plus aucune criſtalliſation.

Le phénomène de la criſtalliſation, eſt un des plus généraux de la Nature : plus on l'obſerve, plus on trouve dans la plupart des corps, & ſur-tout des corps ou ſimples ou compoſés, du moins à nos yeux, d'un petit nombre d'élémens, cette tendance à affecter une forme régulière lorſque rien ne s'oppoſe au libre rapprochement de leurs parties : cette force ne s'exerce que lorſque les corps ont été diſſous, c'eſt-à-dire, lorſque l'agrégation de leurs parties a été rompue totalement; mais juſqu'ici nous ne ſavons rien, ni ſur la nature, ni ſur les loix de cette force. Eſt-ce cette même attraction qui, à de grandes diſtances, exerce une force en raiſon inverſe du quarré des diſtances, & qui, appartenant également à tous les élémens des corps, eſt proportionnelle à leurs maſſes? Si c'eſt la même force, ſuit-elle pour les petites diſtances la même loi que pour les grandes? Eſt-ce une autre force qui, pour différentes eſpèces de corps, ſuit des loix différentes? Les loix de cette force ne dépendent-elles, pour chaque eſpèce de corps, que de la forme de ſes élémens ou de leur diſtance? Comment expliquer que des corps compoſés d'élémens abſolument identiques, ſe préſentent en criſtaux de toutes les grandeurs poſſibles lorſque la forme de ces criſtaux eſt telle, qu'on ne peut ſuppoſer que les grands criſtaux ſoient formés par la jonction de petits criſtaux ſemblables? L'eau, l'air, qui paroiſſent néceſſaires à la criſtalliſation de certains ſels, ſont-ils combinés avec les élémens de ces criſtaux ou ſeulement interpoſés? Pour réſoudre toutes ces queſtions, il faut une longue ſuite d'expériences, & pour appliquer enſuite le calcul à ces expériences, peut-être aura-t-on beſoin d'une nouvelle analyſe. C'eſt-là cependant le ſeul chemin qui puiſſe nous conduire à des connoiſſances réelles : il eſt pénible, mais ſûr.

Il eſt ſans doute plus facile & plus doux de s'abandonner

à ſon imagination, de s'amuſer à combiner des hypothèſes aſſez vagues, pour qu'on ne puiſſe démontrer rigoureuſement qu'elles ſont impoſſibles, & dont les principes flexibles ſe concilient avec les faits, quels qu'ils puiſſent être. Mais le temps des ſyſtèmes eſt paſſé; chaque Philoſophe ne ſe croit plus obligé, comme autrefois, d'expliquer la formation du monde: on connoît ce qu'il eſt permis de ſavoir, & ce qu'on ne doit pas même chercher; & ces hypothèſes qui, dans le ſiècle dernier, avoient encore des Diſciples, n'ont plus même l'avantage de trouver des contradicteurs.

Après avoir décrit les grès criſtalliſés, M. de Laſſone examine la manière dont l'action combinée de l'eau & de l'air agit ſur les grès, & les détruit. Une cauſe ſingulière accélère cette deſtruction : il croît une eſpèce de mouſſe ſur les grès; les petites racines de ces plantes y pénètrent, s'y gonflent, l'eau qui les imbibe, agit ſur le grès, la terre produite par la deſtruction ſucceſſive de ces mouſſes, s'unit avec les molécules de la pierre dont l'eau a détruit ou affoibli l'agrégation, & la ſurface des grès ſe trouve couverte d'une ſubſtance grenue qui reſſemble à une ſtalagmite, & adhère au bloc même aſſez pour qu'on ne l'en ſépare point ſans le faire éclater.

Quelques criſtaux ſoyeux que fournit la digeſtion de ces ſtalagmites dans l'acide vitriolique, la couleur noire & l'odeur que prend alors cet acide, odeur abſolument ſemblable à celle qu'il prend lorſqu'on y fait digérer des mêmes mouſſes priſes ſur la ſurface du grès, prouvent que ces ſtalagmites ne contiennent rien de calcaire, que cependant la terre vitrifiable s'y eſt rapprochée de la nature des argiles, & qu'elle contient quelques débris des mouſſes.

M. de Laſſone termine ſon Mémoire par la deſcription de la manière de tailler les grès : on les coupe par dalles dont le plan eſt perpendiculaire à l'horizon ; on trace ſur toute la ſurface du bloc de grès, ou quelquefois ſeulement ſur la ſurface ſupérieure, une gouttière profonde de quelques lignes, & qui détermine la ligne où l'on veut que ſe faſſe

la ſéparation; on creuſe, à la partie ſupérieure dans la direction de cette gouttière, un trou d'un demi-pied de longueur & aſſez profond; on y place deux planchettes de ſer entre leſquelles on enfonce un coin à force de coups de marteau, & le grès ſe fend preſque toujours ſelon la direction qu'on a tracée: ſi de légères fentes n'indiquent pas au bout de quelque temps que la ſéparation doive ſe faire, on creuſe un nouveau trou, toujours dans la même direction, ou ſur la ſurface ſupérieure ou ſur les côtés du bloc, & on y frappe un nouveau coin de fer. Cette ſéparation n'indique pas, dans le grès, des fibres longitudinales, puiſqu'elle ſe fait, en ſuppoſant la ſubſtance du grès homogène, dans le plan où la force employée pour la produire, exerce la plus grande action, & éprouve la moindre réſiſtance. Il n'en ſeroit pas de même ſi on employoit l'action de la poudre: auſſi a-t-on obſervé que ce moyen, plus prompt & plus puiſſant, mais auſſi plus diſpendieux, ne réuſſiſſoit pas auſſi-bien.

Il faut beaucoup de temps pour creuſer dans le bloc des grès la fente où l'on place les coins; ce n'eſt qu'à force de coups très-forts donnés avec un marteau tranchant qu'on en vient à bout: chaque coup fait élever du grès une pouſſière très-ſubtile; cette pouſſière que les ouvriers reſpirent continuellement, les expoſe à des accidens très-graves; & s'ils ſont réduits à continuer long-temps ce genre de travail pour ſubſiſter, ils ne vivent que quarante ou cinquante ans. Beaucoup d'Arts ont cet effet funeſte d'abréger la durée de la vie des hommes, & c'eſt une des raiſons pour leſquelles quelques Philoſophes, qu'a égarés une grande ſenſibilité pour les maux de leurs ſemblables, ont cru que les progrès de la ſociété avoient été plus nuiſibles qu'utiles au bonheur de l'eſpèce humaine: Mais, dans le cas dont nous parlons & dans beaucoup d'autres, le mal ne vient pas des progrès de la ſociété, mais de ce que ces progrès ſont encore trop peu avancés.

Quelques précautions ſuffiroient, par exemple, pour préſerver les hommes qui travaillent au grès; & peut-être que

pour leur prolonger la vie, il ſuffiroit de la rendre aſſez douce pour qu'ils cruſſent qu'elle vaut la peine d'être ménagée. La pratique des Arts, en ſe perfectionnant, deviendra moins dangereuſe; déjà on ſait des moyens de prévenir les accidens auxquels les mouffettes expoſent les ouvriers des travaux ſouterrains; des métiers conſtruits ſur de nouveaux principes, n'expoſent plus les ouvrières des Manufactures aux maux qu'occaſionnoit la néceſſité de tirer debout les liſſes des métiers & en employant leurs forces de haut en bas. On a enſeigné aux ouvriers qui manient des métaux, comment ils peuvent, par quelques précautions, ſe préſerver des maladies cruelles auxquelles ils ſe croyoient irrévocablement condamnés. Les hommes que la misère ou l'avarice raſſemblent dans des pays mal ſains, ou entaſſent dans des demeures reſſerrées, peuvent eſpérer de voir ces demeures ſe purifier, & l'air même de ces pays perdre ſes qualités malfaiſantes. Une pente générale ſemble entraîner tous les eſprits vers les recherches qui peuvent ſervir à ſoulager leurs ſemblables; & comme malheureuſement on ne peut point dire que les hommes ſoient devenus en général meilleurs qu'ils étoient, il faut chercher à cette pente une autre cauſe : peut-être la doit-on à l'établiſſement des Académies dans le dernier ſiècle; le ſpectacle de ces Corps compoſés d'hommes éclairés, & occupés ſans ceſſe de ce qui pourroit être utile, a dû à la longue frapper les eſprits, & leur imprimer le même mouvement.

Ce Mémoire de M. de Laſſone n'eſt que le commencement d'un long travail ſur les grès, dont la ſuite doit paroître dans nos Mémoires.





ASTRONOMIE.

SUITE DES APPLICATIONS DE L'ANALYSE AUX PROBLÈMES D'ASTRONOMIE.

CE Mémoire eſt la ſuite de celui dont M. du Séjour a publié la première Partie dans le volume de 1773. V. les Mém. p. 401.

En rendant compte des Mémoires de M. du Séjour, inſérés dans les volumes précédens, nous avons développé les motifs qui nous faiſoient deſirer que l'uſage d'employer les formules analytiques à la ſolution des problèmes d'Aſtronomie devînt général parmi les Savans. En effet, vu l'état actuel de l'Aſtronomie, le recueil immenſe des faits raſſemblés par les Obſervateurs depuis un ſiècle, la perfection des Inſtrumens, qui s'accroît ſans ceſſe, cette révolution, dans la manière de déduire la théorie des obſervations, paroît non-ſeulement utile, nous oſons même dire néceſſaire, aux progrès de l'Aſtronomie.

Nous devons nous borner maintenant à expoſer les principaux objets que M. du Séjour a traités ici par ſa méthode.

Il commence par l'examen des courbes des élongations brachyſtocrones. Si, lorſqu'un Aſtre paſſe ſur le Soleil, on cherche les lieux qui, à la même heure donnée, obſervent le milieu du paſſage, la ſuite de ces lieux formera une courbe ſur la ſurface de la Terre, & il y aura un ou pluſieurs de ces lieux pour leſquels la durée du paſſage ſera la plus longue, & un ou pluſieurs pour leſquels elle ſera la plus courte; mais

comme il y a autant de courbes ſemblables que de momens qu'on peut regarder comme celui du milieu du paſſage, il y aura une infinité de ces courbes qui toutes auront leurs points de plus grande ou de plus petite durée. On pourra donc imaginer de nouvelles courbes qui paſſent par tous ces points, & ce ſont ces nouvelles courbes à qui M. du Séjour a donné le nom de courbes des *élongations brachyſtochrones*. On ſent combien la connoiſſance de ces courbes peut être utile pour trouver, parmi les lieux de la Terre où l'obſervation du paſſage eſt poſſible, ceux de ſa plus grande ou de ſa plus petite durée, & par conſéquent ceux où l'obſervation ſera faite avec le plus d'avantage.

M. du Séjour a remarqué que l'inflexion qu'éprouvent les rayons ſolaires, en paſſant près de la Lune, devoit influer dans les obſervations des Éclipſes, & principalement des éclipſes annulaires & centrales; & que l'obſervation de ces mêmes éclipſes peut ſervir auſſi à déterminer quelle eſt cette inflexion : il regarde ici l'inflexion comme donnée, & il cherche en conſéquence les formules analytiques qui déterminent, pour chaque éclipſe centrale, les lieux où elle ſera annulaire ou totale, & l'inſtant dans lequel elle commencera ou ceſſera de l'être; ſi donc la quantité de l'inflexion étoit réellement connue, on pourroit déduire de ces formules les phénomènes de l'éclipſe pour chaque lieu : mais il eſt aiſé de voir auſſi que, ſi les phénomènes de l'éclipſe ont été obſervés dans un lieu quelconque, on en pourra déduire également l'effet de l'inflexion des rayons ſolaires.

L'influence que doit avoir, ſur les obſervations, la non ſphéricité de la Terre, préſente des queſtions intéreſſantes pour la perfection de l'Aſtronomie, & dont la ſolution ne peut guère être attendue que des Méthodes analytiques. M. du Séjour avoit annoncé que la différence en longitude de deux lieux de la Terre qui obſervent une phaſe donnée d'une éclipſe, le Soleil étant à leur zénith, n'eſt pas la même ſi dans ce calcul on a ſuppoſé que la Terre eſt une ſphère exacte, ou ſi on la ſuppoſe un ſphéroïde aplati par les pôles:

il discute ici cette question, & il résulte de cet examen, que l'erreur peut être, dans certaines circonstances, de plus de 15 minutes de degrés. On pourroit demander si ces Observations peuvent être employées utilement à déterminer la figure de la Terre? M. du Séjour prouve que pour s'en servir avec avantage, il faudroit avoir une théorie de la Lune beaucoup plus parfaite que nous ne l'avons encore.

Il montre ensuite combien, en substituant dans ses formules, à la latitude vraie ce qu'il appelle la *latitude corrigée*, il a rendu ses formules plus exactes & ses calculs plus simples.

Enfin ce Mémoire est terminé par l'exposition de Méthodes analytiques pour déduire des Observations la parallaxe de la Lune, par l'examen de l'espèce d'observations qu'il faut préférer, examen fait d'après ces Méthodes, & par une application détaillée des formules développées dans les Mémoires de M. du Séjour *(années 1769 & 1773)* aux Passages de Vénus de 1761 & de 1769.

SUR LE MOUVEMENT SÉCULAIRE DES NŒUDS ET DES ORBITES DES PLANÈTES.

LORSQUE les directions des trois forces perpendiculaires auxquelles on peut réduire toutes celles qui font mouvoir un corps dans l'espace, ne se trouvent pas dans un même plan, la trajectoire de ce corps est nécessairement une courbe à double courbure. V. les Mém. p. 97.

Si l'on choisit un plan fixe sur lequel on ait la projection de cette courbe à double courbure, qu'ensuite on suppose un autre plan qui passe pour chaque élément de la courbe à double courbure, on connoîtra cette courbe pourvu que l'on connoisse, à chaque instant, l'inclinaison de ce plan sur le plan de projection, & son intersection avec le même plan.

Cette intersection se nomme, en Astronomie, *la ligne des*

nœuds : ainſi pour connoître complètement le mouvement d'un aſtre ou plutôt le mouvement de ſon centre de gravité, car on fait ici abſtraction de ſa figure, il faut connoître non-ſeulement le mouvement de cet aſtre rapporté au plan de ſon écliptique, mais l'inclinaiſon de ſon orbite ſur le plan, & la poſition de la ligne des nœuds.

M. de la Grange cherche à déterminer dans ce Mémoire, en ſuppoſant la poſition des Planètes & celle de leurs orbites, données à une époque fixe, quelle ſera, en vertu de leur attraction mutuelle, la poſition de ces orbites au bout d'un temps donné.

Il ſuppoſe d'abord que l'on connoiſſe la projection de l'orbite de chaque Planète ſur une écliptique fixe commune à toutes les Planètes, & qu'on peut ſuppoſer être l'écliptique de la Terre à un inſtant donné : il choiſit donc l'écliptique de la Terre au 1.er Janvier 1760 à midi moyen.

Il ſuppoſe enſuite que l'inclinaiſon des orbites eſt toujours très-petite, ce qui a lieu dans notre ſyſtème planétaire ; il ſuppoſe enfin que, par rapport à l'inclinaiſon & aux mouvemens des nœuds, on peut regarder les orbites comme circulaires.

En négligeant, dans les équations du problème, les quantités que ces ſuppoſitions permettent de négliger, & en prenant, pour les quantités dont on cherche la valeur en fonctions du temps, le produit de la tangente de l'angle d'inclinaiſon par le ſinus & par le coſinus de l'angle que la ligne des nœuds fait avec une ligne ſuppoſée fixe, on parvient à un ſyſtème d'équations linéaires du premier degré dont les coëfficiens ſont conſtans, & dont le nombre égale le double de celui des Planètes dont on conſidère le mouvement.

La théorie de l'intégration des équations de ce genre eſt très-connue : on ſait que leur intégrale eſt égale à une ſuite de ſinus & de coſinus d'un angle multiple de la quantité dont la différentielle eſt regardée comme conſtante. Ici cette quantité eſt le temps ; ces ſinus & coſinus ont pour coëfficiens les quantités arbitraires qui doivent entrer dans l'intégrale ; enfin

enfin la quantité qui multiplie, ſous le ſigne de ſinus, la variable dont la différentielle eſt conſtante, eſt donnée par une équation déterminée d'un degré égal au nombre des équations; & le nombre des ſinus égal à celui des racines de cette équation, ſera par conſéquent égal au nombre des équations du problème. Les racines égales que pourroit avoir cette équation déterminée, font entrer dans l'intégrale la quantité elle-même, & non plus ſeulement ſes ſinus, & cette quantité peut même multiplier les ſinus; des racines imaginaires donneront, au lieu des ſinus, des exponentielles réelles. Ici, à la vérité, les équations ſont d'une forme telle que le nombre des ſinus peut être ſuppoſé égal à la moitié ſeulement du nombre des équations, & par conſéquent égal au nombre des Planètes. On voit par cet expoſé, que ſi le nombre des Planètes eſt un peu conſidérable, la ſolution doit entraîner dans de longs calculs, d'abord pour trouver l'équation qui donne les ſinus, & enſuite pour déterminer, d'après des conditions données, les coëfficiens qui reſtent arbitraires.

Mais ces équations ſont ſemblables entr'elles, & cette circonſtance fournit à M. de la Grange le moyen de donner une méthode élégante & ſimple qui abrège beaucoup le calcul; ces ſimplifications, que peut donner la ſimilitude des équations qui forment un ſyſtème, appartiennent à l'analyſe moderne: & M.rs de la Grange & Vandermonde en ont déjà fait, dans pluſieurs occaſions, un uſage heureux.

Les intégrales de ces équations une fois trouvées, on connoîtra, par l'analyſe ordinaire, quelle ſera après un temps donné, l'inclinaiſon de l'orbite & l'angle de la ligne des nœuds avec une ligne donnée de poſition: on connoîtra auſſi le changement annuel de chacun de ces élémens, puiſque, ce changement étant très-petit, on peut le ſuppoſer égal au rapport des différentielles de l'angle d'inclinaiſon, ou de la ligne des nœuds à celle du temps; on pourra connoître également ſi le mouvement de la ligne des nœuds ſera indéfini ou limité, s'il ſe fera continuellement dans un

même ſens, ou s'il ſera renfermé dans des oſcillations, ſi l'inclinaiſon ſera reſſerrée entre de certaines bornes.

Il ſuit des formules de M. de la Grange, que la tangente de l'inclinaiſon ne peut paſſer certaines bornes, à moins que l'intégrale ne contienne des exponentielles ou des arcs de cercle: mais il eſt aiſé de voir que la valeur, donnée par la méthode, ceſſe d'être exacte lorſque l'angle d'inclinaiſon eſt parvenu à une certaine grandeur. Alors il faut réſoudre une ſeconde fois le problème, en déterminant, par de nouvelles obſervations, les arbitraires des intégrales, ou chercher dans la méthode même d'approximation, des moyens de tirer ces valeurs des premières équations; nous n'oſons aſſurer que cette ſeconde méthode ſoit toujours poſſible, mais ſi on en eſt réduit à la première, on ne peut, dans le cas où la variation d'inclinaiſon n'eſt pas renfermée dans des limites très-étroites, rien connoître de certain que pour un temps plus ou moins long, au-delà de celui pour lequel on a des obſervations.

Malgré les ſimplifications ingénieuſes, dont M. de la Grange a fait uſage, le problème ſeroit encore très-compliqué s'il conſidéroit, à la fois, l'action mutuelle des ſept Planètes: mais il obſerve; 1.° que l'on peut regarder les variations d'inclinaiſon, & le mouvement des nœuds de Saturne & de Jupiter, comme indépendans des autres Planètes; 2.° que l'effet de Mercure ſur la Terre, la Lune, Mars & Vénus eſt inſenſible, & que ces Planètes forment une autre claſſe de corps dont il faut calculer ſéparément l'attraction mutuelle; à la vérité, il faut avoir égard à l'effet de Jupiter & de Saturne: mais on peut regarder comme connues les variations de ces dernières Planètes qui ont été déterminées d'avance. Il ne reſtera plus enfin qu'à calculer l'effet des ſix Planètes, dont la poſition des orbites eſt connue à chaque inſtant, ſur le mouvement des Nœuds & l'inclinaiſon de Mercure.

M. de la Grange trouve pour Jupiter & Saturne, 1.° que la

plus grande variation de l'inclinaiſon de Jupiter ſera de 45 min. 13 ſecondes, & celle de Saturne d'un degré 45 minutes 51 ſecondes ; 2.° que le mouvement de leurs nœuds ſera également renfermé dans des limites, en ſorte que le mouvement total de la ligne des nœuds ſera pour Jupiter de 26 degrés 7 minutes, & de 64 degrés 8 minutes pour Saturne. La période de ces mouvemens ſera de cinquante-un mille cent cinquante années tropiques; & comme l'équation qui a déterminé les termes en ſinus ne peut avoir dans ce cas ni racines imaginaires, ni racines égales, ces déterminations peuvent être regardées comme certaines pour un eſpace de temps quelconque, à moins que l'attraction d'une Comète ne vienne les altérer, ou que les équations des orbites de Jupiter, de Saturne ou même des autres Planètes, ne doivent renfermer une équation ſéculaire qui y produiſe des inégalités qu'au bout d'un long temps il ne ſoit plus permis de négliger.

Quant aux quatre autres Planètes, la Méthode de M. de la Grange donne également le mouvement de leurs nœuds & les changemens de leurs inclinaiſons, & il ſimplifie beaucoup les réſultats, en ſuppoſant comme déjà connus les mouvemens des orbites de Saturne & de Jupiter; mais il ſeroit plus difficile de déterminer ſi le mouvement doit continuer dans le même ſens, ou ſi ce doit être un mouvement d'oſcillation, & quelle eſt dans ce cas l'étendue & la période de cette oſcillation. M. de la Grange n'entreprend point ces recherches, qui cependant à l'aide de ſa Méthode, n'ont d'autres difficultés que la longueur des calculs, & il ſe borne à tirer de ſes formules la valeur du mouvement annuel des nœuds & du changement annuel d'inclinaiſon.

Enfin M. de la Grange ſuit la même Méthode pour Mercure; & en ſuppoſant connus les mouvemens des orbites des autres Planètes, mouvemens qu'il a déjà déterminés, l'équation d'où on tire ceux de l'orbite de Mercure devient très-ſimple.

M. de la Grange termine ſon travail par des Tables relatives au mouvement de la Terre, & qui donnent pour

chaque ſiècle, depuis deux mille ans avant & deux mille ans après 1760, le changement de l'obliquité de l'écliptique & la durée de l'année tropique. L'obliquité de l'écliptique eſt l'angle que forme l'écliptique avec l'Équateur; elle peut différer de l'inclinaiſon de l'orbite de la Terre avec une Écliptique fixe, puiſque le mouvement de l'axe de la Terre qui produit le phénomène connu ſous le nom de *préceſſion des équinoxes*, n'altéreroit pas cette inclinaiſon & altère l'obliquité de l'écliptique: il altère également la durée de l'année tropique. M. de la Grange fait entrer cet élément dans ſes Tables; il en réſulte que l'obliquité de l'écliptique & la durée de l'année tropique ont dû diminuer depuis deux mille ans avant 1760, & doivent diminuer deux mille ans après.

L'obliquité de l'écliptique, déduite des Tables de M. de la Grange, eſt, pour le temps d'Hipparque, plus petite de 7 minutes que celle que donnent les obſervations de cet Aſtronome grec. M. de la Grange penſe que la différence de l'obliquité actuelle & de celle qu'Hipparque a obſervée étant de plus de 21 minutes, elle eſt trop grande pour qu'on ne doive pas conclure que l'obſervation eſt d'accord avec la théorie ſur la diminution de l'obliquité de l'écliptique, mais que la différence de 7 minutes entre l'obſervation d'Hipparque & la théorie peut être attribuée aux obſervations. La diminution de l'obliquité de l'écliptique étoit, ſelon M. de la Grange, d'environ 38 ſecondes par ſiècle il y a deux mille ans; elle eſt maintenant, elle ſera encore dans quatre ſiècles, d'environ 56, & elle ſera de 49 dans vingt.

Quant à l'année tropique, M. de la Grange la trouve de 21 ſecondes plus courte maintenant qu'elle ne l'étoit du temps d'Hipparque, différence trop petite pour que l'on puiſſe rien conclure de la comparaiſon de ce réſultat aux obſervations anciennes; au reſte, dans cette équation de l'année tropique, l'année ſidérale eſt regardée comme conſtante.

M. de la Grange ne prononce point que la diminution ni de l'obliquité de l'écliptique, ni de l'année tropique s'étende fort au-delà des limites où ſes Tables ſe terminent;

en effet, il eſt aiſé de voir que cette diminution ne peut devenir conſidérable ſans que le changement d'inclinaiſon ne le ſoit auſſi; &, comme nous l'avons déjà obſervé, les Méthodes connues ceſſent alors de pouvoir être employées.

OBSERVATIONS

FAITES AU GNOMON DE SAINT-SULPICE.

M. LE MONNIER a continué ſes Obſervations ſur la hauteur du Soleil aux ſolſtices, faites au gnomon de Saint-Sulpice; elles ne lui donnent la diminution de l'obliquité de l'écliptique que de 11 ſecondes depuis plus de trente ans, & d'environ 33 ſecondes par ſiècle; réſultat qui diffère conſidérablement de celui de M. de la Grange.

V. les Mém. p. 252.

Mais il nous paroît, que pour regarder comme certain le réſultat d'obſervations auſſi délicates, il faudroit qu'elles euſſent été continuées durant un plus long temps.

Nous avons examiné la théorie de M. de la Grange avec tout le ſcrupule que peut inſpirer la différence de ſes réſultats avec ceux d'un Aſtronome auſſi célèbre que M. le Monnier: & il ne nous paroît point qu'il puiſſe s'être gliſſé d'erreur dans cette théorie. 1.° Les méthodes d'approximation, pour les problèmes de ce genre, ne deviennent incertaines que dans le cas où l'équation qui détermine les argumens des équations aſtronomiques, a des racines ou imaginaires ou égales entr'elles: mais cette incertitude n'a point lieu, même dans ce cas, tant que la valeur de ces équations eſt très-petite. Or, dans la ſolution de M. de la Grange, on ne trouve ni racines imaginaires ni racines égales: & quand même on auroit dû trouver de ces racines, ſi on avoit eu égard, ſoit aux quantités que M. de la Grange a négligées, ſoit à l'erreur des élémens qu'il a employés; comme les équations qu'il trouve ſont très-petites, ſa ſolution ne ſeroit pas moins bonne pour un certain nombre de ſiècles, & ſur-tout pour

le ſiècle qui a précédé l'époque de 1760 ou celui qui la ſuit. 2.° M. de la Grange, n'a calculé, à la vérité, que le premier terme des valeurs qu'il cherche, & il eſt arrivé quelquefois, dans les queſtions de ce genre, que la valeur du ſecond terme étoit très-comparable à celle du premier, & qu'il étoit néceſſaire d'y avoir égard, mais c'eſt ce qui ne peut arriver ici; en examinant la ſolution de M. de la Grange, on peut voir, ſans calcul, que le ſecond terme ſeroit très-petit. Quant aux quantités qu'il a regardées comme conſtantes & dont il a négligé, dans ſa ſolution, les petites variations, il eſt aiſé de voir que l'effet que peuvent produire les variations de ces quantités, ne peut devenir ſenſible qu'au bout d'un très-long temps. Enfin, ſi les élémens, que M. de la Grange a employés, tels que les maſſes des Planètes, leur poſition & celle de leurs orbites, au midi vrai du 1.er Janvier 1760, ne ſont point rigoureuſement exacts, l'erreur eſt très-petite; & la ſeule qui paroiſſe mériter d'être comptée, celle dans la détermination des maſſes de Vénus, de Mars, & même de la Lune, ne ſemble point devoir produire une différence auſſi grande que celle qui ſe trouve ici entre le calcul & les obſervations faites au gnomon de Saint-Sulpice.

Il faut donc attendre encore de nouvelles obſervations; M. le Monnier ſe propoſe d'en faire, & il faut eſpérer qu'elles termineront une queſtion importante, agitée depuis long-temps, & que, malgré les efforts réunis des Aſtronomes & des Géomètres les plus célèbres, on ne peut regarder encore comme abſolument décidée.

On ne doit point s'étonner de cette incertitude qui reſte encore dans les queſtions les plus délicates de l'Aſtronomie: il n'y a pas deux ſiècles que l'on obſerve avec quelque exactitude, & il s'agit de connoître les loix de phénomènes, dont les révolutions ne peuvent s'accomplir qu'en pluſieurs milliers d'années.

SUR LES LEVERS ANTICIPÉS ET LES COUCHERS DE VÉNUS.

M. LE MONNIER propoſe dans ce Mémoire, d'employer, pour la détermination des réfractions horizontales, les obſervations du lever & du coucher de Vénus, dans les circonſtances où ils précèdent & ſuivent d'une plus grande quantité, le lever ou le coucher du Soleil : ces obſervations ſont préférables à celles du coucher ou du lever du Soleil, qu'il eſt ſi difficile de voir alors abſolument dégagé de vapeurs, & qui, lorſqu'il paroît à l'horizon, produit, dans l'état de l'atmoſphère, des changemens trop ſenſibles pour qu'ils ne nuiſent pas à l'exactitude des obſervations. Les levers des Étoiles n'auroient point cet inconvénient, mais dans les obſervations de ce genre, pour obtenir toute la préciſion qu'elles exigent, il faut ſavoir exactement de combien le point où l'on obſerve l'Aſtre eſt au-deſſous ou au-deſſus de l'horizon de l'Obſervateur, & cette détermination devient difficile ſi on obſerve la nuit & lorſqu'on ne voit point les objets terreſtres; les obſervations des levers anticipés & des couchers de Vénus ne ſont pas ſujettes à ces difficultés, & l'on peut en attendre par conſéquent des réſultats plus exacts que des obſervations du Soleil ou des Étoiles.

V. les Mém. p. 567.

SUR LES RÉFRACTIONS SOUS LA ZONE TORRIDE.

C'EST d'après un grand nombre d'obſervations ſur les hauteurs du Soleil, faites à l'Iſle-de-France, aux Philippines & ſur-tout à Pondichéry, que M. le Gentil ſe propoſe de terminer la quantité de la réfraction ſous la Zone torride, & la loi de cette réfraction.

V. les Mém. p. 330, 382.

Il s'eſt d'abord occupé des réfractions horizontales ſeulement, & elles lui ont donné lieu d'obſerver un phénomène ſingulier; en été le Soleil lui a paru ſe lever à l'horizon, mais en hiver il paroiſſoit ſe lever à un horizon élevé d'environ 5 minutes au-deſſus du véritable : cependant le ciel étoit régulièrement plus pur, plus délivré de vapeurs en hiver qu'en été; & la différence de température entre l'hiver & l'été, n'eſt pour cette heure à Pondichéry, que d'environ 6 degrés du thermomètre de Reaumur. En hiver, on peut ſoutenir la lumière du Soleil, même lorſqu'il a un degré d'élévation, tandis qu'en été on eſt obligé d'employer un verre enfumé, dès qu'il commence à poindre ſur l'horizon. Une augmentation de denſité dans la couche inférieure de l'atmoſphère paroît la cauſe naturelle de ce phénomène; mais ſi l'on fait attention qu'il faut que le Soleil ſoit élevé de la ſixième partie environ de ſon diamètre pour être viſible en hiver, tandis qu'il ſuffit en été qu'il le ſoit d'une quantité inappréciable aux inſtrumens; ſi l'on ſonge que la lumière de cette petite quantité fait ſur l'œil un effet plus grand que celui du Soleil entier en hiver, il paroîtra que la ſimple augmentation de denſité cauſée par la différence de la température ne peut être une cauſe ſuffiſante de tous ces effets : il faudroit donc ſuppoſer que la différence de température a fait ſur la couche de l'atmoſphère, ou du moins ſur la propriété qu'a cette couche de tranſmettre la lumière, un autre effet que celui d'en augmenter la denſité, & il ne feroit pas impoſſible de s'en aſſurer par des expériences & de ſoumettre au calcul les cauſes de ce phénomène.

Le même phénomène doit être plus ſenſible encore vers le Pôle que dans la Zone torride, ainſi le lever du Soleil, en hiver, doit y être retardé, & cet Aſtre doit ſe lever au-deſſus de l'horizon. Les Hollandois enfermés par les glaces, dans la nouvelle Zemble, pendant l'hiver de 1587, ont obſervé que le Soleil ſe levoit au-deſſus de l'horizon : mais ils ont prétendu en même temps que ſon lever étoit accéléré; M. le Gentil regarde cette obſervation comme très-ſuſpecte, & il

& il ſe propoſe de la diſcuter en détail dans l'hiſtoire de ſes Voyages, qu'il doit publier inceſſamment.

M. le Gentil, après avoir débarraſſé avec la plus grande attention ſes obſervations de toutes les erreurs qui pouvoient s'y être gliſſées, trouve, par un milieu entre ſes obſervations corrigées, la réfraction horizontale à Pondichéry, de 32′ 31″, & de 30′ 47″ en hiver: la différence eſt donc de 1′ 44″; mais par des Obſervations faites au même lieu ſur des hauteurs très-voiſines de l'horizon, cette différence s'eſt trouvée preſque nulle; nouvelle preuve de la difficulté de parvenir à une détermination exacte des réfractions par les Obſervations du lever du Soleil.

M. le Gentil, dans un ſecond Mémoire, donne le détail d'un très-grand nombre d'Obſervations faites de demi-degré en demi-degré, pour déterminer les réfractions depuis l'horizon juſqu'à 14 degrés. Il applique enſuite à ces obſervations une loi fort ſimple que Dominique Caſſini avoit établie; il la trouve parfaitement d'accord avec elles, il en conclut qu'il peut l'employer ſans craindre d'erreur, à former une Table des réfractions ſous la Zone torride pour toutes les hauteurs; & il donne cette Table qu'il a encore vérifiée par pluſieurs obſervations faites au-deſſus de 14 degrés, & qui ſe trouvent d'accord avec elle.

La Table de M. le Gentil diffère de celle que M. Bouguer avoit donnée d'après ſes Obſervations faites au Pérou. M. le Gentil, en rendant juſtice aux talens de ce célèbre Aſtronome, obſerve que la Table de M. Bouguer n'a été conſtruite que d'après un nombre plus petit d'obſervations moins exactes; que M. Bouguer a été obligé de corriger les Obſervations par la théorie; & qu'ainſi, quelque juſte reſpect qu'il doive aux talens de M. Bouguer, il croit pouvoir compter davantage ſur l'exactitude des nouvelles Tables.

OCCULTATIONS D'ÉTOILES PAR LA LUNE.

V. les Mém. p. 17, 19, 20, 22, 73 & 522.

CE Volume contient un grand nombre d'obſervations d'occultations d'Étoiles, faites par M.rs le Monnier; Maraldi; Borda, du Séjour, de Saron; Meſſier & Caſſini fils.

On ſait combien il eſt utile de multiplier ces obſervations, elles ſont utiles, non-ſeulement pour vérifier les Tables de la Lune que donne la théorie, mais auſſi pour connoître, d'une manière exacte, la diſtance en longitude de deux lieux où l'on a fait des obſervations correſpondantes.

OBSERVATIONS DE MERCURE ET DE LA LUNE.

V. les Mém. p. 239, 246.

NOUS avons dit dans l'Hiſtoire de l'Académie, pour l'année 1773, en rendant compte d'un Mémoire de M. le Monnier, ſur la théorie de Jupiter, qu'il ſe propoſoit de comparer ſucceſſivement les obſervations des Planètes avec les Tables dreſſées par Halley, d'après les ſeules loix de Képler, & que par ce moyen on pourroit reconnoître quel a été ſur chaque Planète l'effet des perturbations cauſées par les Planètes voiſines. M. le Monnier donne ici la comparaiſon d'obſervations de Mercure, faites par lui à Paris, & à Toulouſe par M. Garipuy, avec les Tables de Halley; cette comparaiſon n'eſt pas ſeulement utile pour reconnoître l'effet des perturbations ſur Mercure, elle peut ſervir auſſi à déterminer, d'une manière plus exacte, les élémens de la théorie de cette Planète, élémens que le peu de diſtance de Mercure de la Terre, la grandeur de l'excentricité de ſon orbite, & la difficulté de l'obſerver avec avantage, n'ont point permis de fixer d'une manière auſſi préciſe que pour les autres Planètes. Il faut obſerver encore que les irrégularités du mouve-

ment de la Terre peuvent produire un effet ſenſible dans les obſervations de Mercure, ce qui rend la connoiſſance des mouvemens de cette Planète beaucoup plus difficile à déduire des obſervations.

OBSERVATIONS DES SATELLITES DE JUPITER.

M. Maraldi, que ſa ſanté a obligé de retourner dans ſa patrie, & de renoncer à réſider à l'Académie, n'a point renoncé à lui être utile; ce Volume contient une ſuite d'obſervations ſur les éclipſes des Satellites de Jupiter, une obſervation de l'éclipſe de Lune du 30 Septembre 1773, & l'obſervation d'une occultation d'*Aldebaran*, par la Lune; la beauté du ciel dans le pays qu'habite M. Maraldi, doit faire regarder le parti qu'il a pris d'y fixer ſon ſéjour, comme un avantage pour l'Aſtronomie: c'eſt une perte pour cette Science, & une cauſe de retardement dans ſes progrès, que cette eſpèce de fatalité qui, depuis la renaiſſance des Lettres, a placé dans le Nord ou du moins dans des Pays nébuleux les obſervatoires des Aſtronomes les plus célèbres.

V. les Mém. p. 10.

OPPOSITIONS DE SATURNE.

M. de la Lande compare dans ce Mémoire les Tables qu'il a publiées pour les mouvemens de Saturne, avec des Obſervations d'oppoſition de cette Planète, qu'il a faites en 1771 & 1773, & d'autres obſervations du même phénomène qui lui ont été communiquées par pluſieurs Obſervateurs; il le termine par une Table qui contient les Obſervations de l'oppoſition de Saturne depuis 1741 juſqu'en 1774, & l'erreur de ſes Tables, pour chaque obſervation, comparée avec les erreurs des Tables de Halley & de Caſſini. Les erreurs des Tables de M. de la Lande ſont beaucoup moins grandes, ce qui devoit être puiſque l'époque des obſervations

V. les Mém. p. 16.

qu'il leur compare eſt moins éloignée de l'époque de celles qui ont ſervi de fondement à la Table.

M. de la Lande ajoute à ſon Mémoire une remarque ſur la manière dont feu M. Lambert, de l'Académie de Berlin, eſt parvenu à rapprocher des obſervations les Tables de Halley pour Saturne, au moyen de trois équations empyriques; nous croyons devoir obſerver ici que la méthode employée par M. Lambert nous paroît pouvoir être défendue contre les remarques de M. de la Lande. M. Lambert emploie trois équations, &, par conſéquent, ſix quantités indéterminées; on peut donc à la vérité, par le moyen de ces équations, faire quadrer ſix obſervations quelconques avec des Tables quelles qu'elles ſoient. Mais ce ſont auſſi ſix obſervations quelconques qui ſervent à déterminer les équations. Si enſuite ces équations s'accordent, à très-peu-près, avec un plus grand nombre d'obſervations, alors il y a quelque probabilité qu'elles peuvent ſervir à repréſenter le vrai mouvement de la Planète & la véritable loi du phénomène auquel on les applique; plus le nombre des obſervations, avec leſquelles elles s'accordent, devient grand, plus cette probabilité eſt forte.

Il ne faut pas abuſer ſans doute de cette méthode, de chercher à repréſenter, par des équations empyriques, les loix des phénomènes, mais il y a une infinité de cas où elle peut être utile & même néceſſaire; on doit obſerver ſeulement, que moins les équations ſont nombreuſes, plus la probabilité augmente, plus elles paroiſſent ſe rapprocher des véritables loix de la Nature. Le point de la perfection eſt celui où il n'y auroit qu'une ſeule équation, où la loi ſeroit exprimée par un ſeul terme, mais la Nature ne le permet point toujours; & alors tout ce qu'on peut exiger des Mathématiciens, c'eſt de donner la formule la moins compliquée qu'il eſt poſſible. Les loix de Képler ne ſont réellement que des équations empyriques, qui à la vérité avoient pour toutes les Planètes, une forme ſemblable, & étoient repréſentées par un ſeul terme ou par une courbe très-ſimple; ſi, dans d'autres cas, il faut un plus grand nombre de termes,

cette complication eſt une ſuite néceſſaire des loix de la Nature, & elle ne peut devenir un reproche pour l'Obſervateur qui cherche à en deviner le ſecret, & à les ſoumettre au calcul.

OBSERVATIONS
DE DISPARITIONS ET DE RÉAPPARITIONS DE L'ANNEAU DE SATURNE.

L'ANNEAU de Saturne a ceſſé deux fois d'être viſible, & a reparu deux fois depuis le mois d'Octobre 1773 juſqu'à celui de Mai 1774. Il diſparoît lorſque le plan de l'anneau paſſe par le Soleil, ou lorſque ce plan prolongé paſſant entre le Soleil & la Terre, nous ne pouvons apercevoir que la partie obſcure de l'anneau; il eſt aiſé de voir combien l'obſervation exacte de ces diſparitions & des réapparitions qui les ſuivent, peut ſervir à déterminer la poſition du plan de l'anneau, à faire connoître ſi cette poſition eſt conſtante, ou à calculer ſes mouvemens. L'anneau diſparoît une fois à peu-près à chaque période de quinze ans; mais une double diſparition, comme celle de 1773 & 1774, eſt un phénomène plus rare & plus digne d'exciter la curioſité des Aſtronomes. Depuis l'établiſſement de l'Académie, les diſparitions de l'anneau de Saturne ont été conſtamment obſervées par quelques-uns de ſes Membres; & c'eſt à tort qu'on leur a reproché quelque négligence à cet égard. On trouvera en effet dans ce volume, outre les Obſervations faites en 1773 & 1774, par M.rs Caſſini fils & le Monnier, des détails ſur les Obſervations faites en 1714 par M. Maraldi, & en 1760 par M. le Monnier; détails qu'il a paru néceſſaire de publier.

V. les Mém. pag. 1, 15 & 16.

Ce ſeroit en vain que l'on eſpéreroit tirer de ces obſervations, quelque nombreuſes qu'elles ſoient, quelque ſoin qu'emploient les Aſtronomes, l'époque préciſe du phénomène qu'on veut connoître; le temps de la diſparition dépend pour chaque Aſtronome de la beauté du ciel pendant

l'obſervation, de la force de ſa vue, de celle de la lunette. Une lunette ne peut tranſmettre à l'œil que la lumière qu'elle reçoit des objets; en augmentant la grandeur de leur image, elle diminue de leur lumière : or l'impreſſion que fait un objet pour être ſenſible, dépend à la fois & de la grandeur de l'image & de la force de la lumière; & comme il y a un tel degré de petiteſſe dans l'image qui empêche de voir un objet même très-éclairé, on peut de même pouſſer le groſſiſſement ſi loin, que l'objet ceſſe de devenir viſible par le défaut de lumière. Il y a donc un certain degré de groſſiſſement pour lequel un objet dont la quantité de lumière eſt donnée, fait ſur l'œil le plus grand effet poſſible; & à meſure que l'objet eſt moins éclairé, ce degré de groſſiſſement doit être moindre. Ce ſeroit donc en vain qu'on chercheroit, en augmentant la force des lunettes, à prolonger le moment où l'anneau de Saturne eſt encore viſible; & c'eſt ce qu'ont prouvé les obſervations de M. Caſſini le fils, à l'Obſervatoire. La raiſon que nous venons de donner de l'inutilité des grandes lunettes dans pluſieurs cas, eſt priſe de la théorie, & ce déſavantage paroîtra encore plus grand ſi l'on ſonge combien il eſt plus difficile dans la pratique de rendre parfaites des lunettes d'une certaine grandeur.

Lorſque la diſparition de l'anneau a pour cauſe le paſſage du plan de l'anneau par le Soleil, on peut, en combinant la théorie avec les obſervations de la diſparition & de la réapparition, faites avec les mêmes inſtrumens par les mêmes Obſervateurs, dans un même lieu & dans des circonſtances ſemblables, fixer le moment où l'anneau & le Soleil ſe ſont trouvés dans le même plan, & l'on verra ſi ce point eſt le même qu'auroit donné la théorie ſeule. Si la cauſe de la diſparition eſt l'obſcurité totale de l'anneau; il faut chercher à connoître le dernier point où il a été viſible, & chercher enſuite par la théorie quelle étoit la quantité de l'anneau qui étoit encore éclairée. Si on obſerve la réapparition dans des circonſtances ſemblables, la quantité éclairée doit être la même; ainſi l'obſervation peut encore ſervir à vérifier la théorie, mais cela exige que les obſervations ſoient ſem-

blables : circonſtance qu'il eſt difficile d'obtenir avec une grande préciſion.

M. de la Lande avoit annoncé, en donnant dans les Mémoires de 1773 des Méthodes pour appliquer à la théorie les obſervations de l'anneau, qu'il publieroit les réſultats de ces méthodes pour les obſervations de 1773 & 1774 : on les trouve dans ce volume. M. de la Lande donne d'abord les époques des deux diſparitions & des deux réapparitions, d'après une grande quantité d'obſervations faites dans toutes les parties de l'Europe, & qu'il a recueillies avec ſoin. Il compare ces époques avec celles qu'il avoit déduites de la théorie. V. les Mém. p. 83.

La diſparition a été obſervée plus tard & la réapparition plus tôt qu'il n'avoit annoncé; ce qui prouve que l'anneau eſt viſible ſous une inclinaiſon beaucoup plus petite qu'on ne l'avoit ſuppoſé.

M. de la Lande détermine d'après les obſervations, l'inclinaiſon où l'anneau devient viſible; & comme on connoît la largeur du ſegment de l'anneau, & la ſurface apparente qu'il préſente ſous chaque inclinaiſon, on peut en déduire les limites au-delà deſquels l'épaiſſeur de l'anneau l'empêcheroit de diſparoître. M. de la Lande conclut que l'épaiſſeur de l'anneau ne peut point ſurpaſſer trois lieues : mais il ne donne cette concluſion que comme une conjecture encore incertaine.

M. de la Lande conclut auſſi des mêmes obſervations, qu'on peut regarder comme fixe l'inclinaiſon du plan de l'anneau, c'eſt-à-dire que le mouvement de ce plan eſt ou très-lent, ou renfermé dans de très-petites oſcillations, concluſion qu'il montre pouvoir s'accorder avec l'effet que produit ſur le plan de l'anneau l'action des Satellites de Saturne; mais les mouvemens de ces Satellites ſont encore trop peu connus pour que l'on puiſſe ſoumettre au calcul avec quelque préciſion l'effet des Satellites ſur l'anneau, de l'anneau ſur les Satellites, & de Jupiter ſur tous ces corps.

Nous avons parlé dans le volume précédent, des points lumineux que M. Meſſier avoit aperçus lors de la réapparition de l'anneau avant de voir les anſes comme un trait lumineux; il donne ici un détail de cette obſervation qu'il a V. les Mém. p. 49.

le premier publiée, & qui a été confirmée par les Obſervations de pluſieurs autres Aſtronomes.

SUR LES

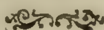
COMÈTES DE *1763* ET *1773.*

V. les Mém. p. 23 & 271.

NOUS avons déjà fait obſerver *(Hiſt. de 1773)* que la manière dont M. Meſſier rédige les Tables des Comètes qu'il a obſervées, a l'avantage de rendre l'exactitude de ces Tables indépendante des erreurs qui ont pu être commiſes dans la détermination de la poſition des Étoiles fixes, & qu'on pourra toujours, à meſure qu'on rectifiera ces erreurs, rectifier auſſi les Tables des obſervations des Comètes, en ayant cependant égard au mouvement propre que ces Étoiles pourroient avoir.

Cette méthode étoit néceſſaire, ſur-tout pour la Comète de 1773, dont M. Meſſier a publié les Obſervations dans ce Volume, puiſqu'elle a paſſé auprès de ſoixante-treize Étoiles nouvelles qu'elle lui a donné lieu de découvrir, & dont il lui a fallu déterminer la poſition en les comparant avec d'autres Étoiles, ou même avec la Comète qu'il comparoit enſuite avec des Étoiles connues, mais plus éloignées; il a ſuivi cette Comète pendant huit mois, circonſtance unique juſqu'ici dans l'hiſtoire de ces Corps céleſtes, mais dont il ne faut pas faire tout l'honneur au haſard, car M. Meſſier eſt le ſeul Aſtronome qui l'ait obſervé ſi long-temps.

M. Pingré a calculé deux fois les élémens de l'orbite de cette Comète, M. Meſſier publie ſes deux réſultats, & y joint ceux du calcul de M.rs Lambert & Schulz; les réſultats de M. Pingré diffèrent peu l'un de l'autre, mais ils s'éloignent beaucoup du calcul de M. Lambert: cependant il paroît qu'on pourroit les employer comme une première valeur approchée, & s'en ſervir pour déterminer avec préciſion les élémens de cette Comète, que la longue durée de ſon apparition rend très-importante.



GÉOGRAPHIE.



GÉOGRAPHIE.

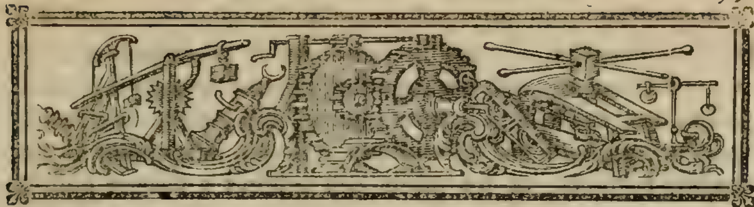
SUR UNE NOUVELLE CARTE DE LA MER CASPIENNE.

M. d'Anville ſe propoſe dans ce Mémoire, de rectifier ſur quelques points cette célèbre Carte de la Mer Caſpienne, envoyée à l'Académie par le créateur de l'empire ou plutôt de la nation Ruſſe. Une telle entrepriſe paroît d'abord téméraire; mais on ſait que les Cartes géographiques ne ſont exactes qu'autant qu'elles ont pour baſe des Obſervations aſtronomiques, & comme nous l'avons obſervé en rendant compte, dans l'*Hiſtoire de 1773*, d'une Carte de la Méſopotamie par M. d'Anville, une ſeule erreur dans la longitude ou la latitude d'un point important, ſuffit pour changer la poſition de tous les autres; c'eſt auſſi principalement en comparant avec la Carte du Czar, ſoit des Obſervations aſtronomiques faites par Oléarius au commencement du XVII.e ſiècle ſur les bords de la mer Caſpienne, ſoit quelques Obſervations des Arabes, que M. d'Anville a cru devoir faire les changemens qu'il propoſe. V. les Mém. p. 386.

M. d'Anville commence ſon Mémoire par rapporter une partie de ce que les Anciens ont dit de la mer Caſpienne; il en réſulte cette remarque ſingulière, qu'Hérodote eſt celui qui en a parlé le premier, & qu'il en a parlé cependant avec plus d'exactitude que ceux qui l'ont ſuivi. Il paroît qu'au

contraire des Nations modernes, plus les Grecs se sont civilisés, moins ils ont voyagé ; c'est qu'en général les Modernes ne voyagent que pour aller chercher les richesses des contrées étrangères, & que les Grecs ne voyageoient que pour étudier les hommes & les Sciences; ils s'occupoient même peu de connoître les productions du reste de la Terre, & ils croyoient n'avoir rien à demander aux autres pays, puisque la Nature leur avoit donné un beau climat, le génie & la liberté.





MÉCANIQUE.

SUR L'ÉQUILIBRE DES VOÛTES.

ON distingue en général deux espèces de voûtes, les voûtes en berceau, & les voûtes en dôme. Le Mémoire de M. l'abbé Bossut a pour objet ces deux espèces de voûtes, & particulièrement la première. Les voûtes en berceau sont celles dont la surface inférieure est composée de courbes égales & semblables, ou, pour employer un langage plus géométrique, dont la surface est telle que toutes les intersections de cette surface, par des plans parallèles entr'eux & perpendiculaires à l'horizon, sont des lignes égales & semblables : il suit de cette définition, que l'on peut les considérer comme une suite de voûtes égales & semblables, d'une largeur infiniment petite, & placées les unes à côté des autres, & que, connoissant la loi de l'équilibre pour une de ces voûtes sans largeur, on connoîtra celle de la voûte totale. V. les Mém. p. 351.

On dit qu'une voûte est en équilibre lorsque sa forme & les forces qui agissent sur chacun de ses points, sont tellement combinées, que la voûte ne changeroit pas de forme même en la supposant composée de voussoirs infiniment petits & infiniment polis. Or une voûte en berceau aura cette propriété si, pour chaque voussoir infiniment petit, les forces qui agissent sur ce voussoir, étant décomposées suivant deux directions perpendiculaires aux deux côtés du voussoir, sont égales aux deux forces en sens contraire qui agissent dans les mêmes directions sur les côtés des deux voussoirs contigus.

Il eſt aiſé de voir que, quelle que ſoit l'épaiſſeur des vouſſoirs infiniment petits, comme ils ſont ſuppoſés ne former chacun qu'un ſeul corps; on peut regarder, comme réunies à un ſeul point, les forces qui, pour chacun des points de chaque vouſſoir, agiſſent ſur le vouſſoir contigu. Regardant donc comme connues, & les forces qui agiſſent à chaque point, & la courbure de la voûte, on aura la valeur des forces perpendiculaires aux joints qu'exercent, en ſens contraire, deux vouſſoirs conſécutifs; & en égalant l'expreſſion de ces deux forces, on aura l'équation de l'équilibre.

On peut maintenant ſe propoſer deux problèmes : *la loi des forces étant donnée, trouver la forme qu'il faut donner à la courbe qui termine la voûte!* ou bien *cette courbe étant donnée, trouver la loi que doivent ſuivre les forces appliquées à chaque point pour qu'il y ait équilibre!*

Comme l'équation commune aux deux problèmes eſt une équation différentielle du troiſième ordre entre les coordonnées de la courbe & la force, mais où les différentielles de la variable qui exprime la force n'entrent pas, on aura immédiatement la valeur de la force égale à une fonction connue des coordonnées & de leurs différences, & la ſolution du ſecond problème n'aura aucune difficulté analytique.

M. l'abbé Boſſut examine ſéparément le cas où les forces ſont perpendiculaires à l'horizon, & celui où elles ſont perpendiculaires à la voûte. Dans le premier cas, ſi la voûte eſt ou à plein ceintre, ou elliptique & ſurbaiſſée, ou elliptique & ſurmontée, la force doit, pour que la voûte ſoit en équilibre, augmenter depuis la clef juſqu'à la naiſſance de la voûte; & même ſi la voûte étoit un demi-cercle ou une demi-ellipſe, la force, à la naiſſance de la voûte, devroit être infinie; ce qui pourroit d'abord paroître un paradoxe : mais il eſt aiſé de voir qu'ici cette force eſt perpendiculaire à l'horizon & qu'elle doit être en équilibre avec une force horizontale. Si les forces ſont perpendiculaires à la voûte, on trouve que dans la courbe circulaire elles doivent être conſtantes, qu'elles doivent augmenter depuis la clef juſqu'aux

impoſtes ſi la voûte eſt ſurbaiſſée, & diminuer ſi la voûte eſt ſurmontée.

Nous obſerverons ici que la Théorie de M. l'abbé Boſſut peut s'appliquer aux voûtes qui ſeroient compoſées de pluſieurs courbes qui ſe touchent, comme l'on en conſtruit ſouvent dans la pratique; mais alors ces courbes ne ſeroient pas abſolument arbitraires. En effet, au point où deux courbes conſécutives ont un côté commun, l'équation d'équilibre donne une valeur de la force pour chaque courbe, & l'équilibre ne peut avoir lieu que lorſque ces deux forces ſont égales; mais cela ne peut arriver, ſans que les rayons oſculateurs des deux courbes ne ſoient égaux: l'équilibre ne peut donc avoir lieu, ſi la voûte eſt compoſée d'arcs de cercles qui ſe touchent. Nous ne pouſſerons pas plus loin cette remarque: toutes les queſtions de ce genre qui pourroient intéreſſer la pratique, ſeront réſolues avec facilité par la formule de M. l'abbé Boſſut.

Si l'on ſuppoſe la loi des forces connue, & que l'on cherche la courbe qui doit terminer la voûte pour qu'elle ſoit en équilibre, le problème eſt plus compliqué; il dépend de la ſolution d'une équation différentielle du troiſième ordre qu'on ne peut intégrer, en ſuppoſant la loi des forces quelconques: il faut donc, pour chaque loi qu'on ſuppoſe aux forces, intégrer l'équation par une méthode particulière.

M. l'abbé Boſſut choiſit les différentes hypothèſes qui peuvent être utiles dans la pratique, & cherche à intégrer pour chacune l'équation générale qu'il a trouvée.

Dans la première, il ſuppoſe que la voûte, par-tout d'une épaiſſeur égale, n'eſt chargée que du poids des vouſſoirs, c'eſt-à-dire, que la force eſt conſtante & perpendiculaire à l'horizon; il réduit alors l'intégration de ſon équation aux quadratures, & trouve que la courbe cherchée eſt une chaînette, ce qu'on ſavoit déjà.

Dans la ſeconde hypothèſe, la force eſt toujours perpendiculaire, mais variable, & elle eſt égale à une fonction donnée de l'abſciſſe de la courbe cherchée: dans ce cas, M. l'abbé Boſſut ſépare les indéterminées, quelle que ſoit cette fonction,

des abſciſſes, & réduit le problème à une double quadrature: ce cas ſe préſente le plus ſouvent dans la pratique, l'uſage auquel la partie ſupérieure des voûtes eſt deſtinée, exigeant qu'elles ne ſoient point chargées également dans toutes leurs parties.

Dans la troiſième hypothèſe, la force, ſuppoſée toujours égale à une fonction des abſciſſes, n'eſt plus perpendiculaire à l'horizon, mais à chaque point de la courbe.

Dans la quatrième enfin, M. l'abbé Boſſut ſuppoſe deux forces, l'une perpendiculaire à l'horizon, l'autre perpendiculaire à la courbe, & toutes deux exprimées par des fonctions données de l'abciſſe.

Dans les deux premiers cas, l'intégration étoit facile; mais les deux derniers, & ſur-tout le quatrième, renfermoient de plus grandes difficultés: M. l'abbé Boſſut réduit l'intégration aux quadratures par une méthode très-élégante & très-ſimple.

Il n'étend pas plus loin ſes recherches: en effet, tous les cas qui ſe préſentent dans la pratique, ſont prévus ici. Dans les deux premières hypothèſes ſe trouvent renfermées toutes les conſtructions où les voûtes ne doivent être chargées que de poids ſolides; la quatrième renferme les conſtructions où les voûtes ſont chargées à la fois de corps ſolides & de fluides.

Lorſque les pieds-droits d'une voûte ſont trop foibles, elle doit ſe rompre, & l'on a obſervé que les points où elle ſe rompt, ſont placés ordinairement au milieu de la diſtance qui ſépare le ſommet & la naiſſance de la voûte: M. de la Hire a calculé quel effort auroit alors la voûte ſur le pied-droit pour le renverſer, & par conſéquent quelle épaiſſeur il falloit lui donner pour réſiſter à cet effort.

M. l'abbé Boſſut donne ici une méthode fort ſimple de réſoudre ce problème: mais il obſerve, avec raiſon, qu'il arrive quelquefois que les pieds-droits ſe rompent au lieu de ſe renverſer en entier; il ſe propoſe donc un problème plus général, & il cherche quelle épaiſſeur il convient de donner au pied-droit à chaque hauteur pour que ſa réſiſtance ſoit en équilibre avec la force qui tend à le renverſer ou à le rompre; il ſuppoſe que toutes les tranches du pied-droit ſont retenues par

des forces verticales qui proviennent du poids des parties supérieures, & qu'elles sont unies entr'elles par une force d'adhérence proportionnelle aux surfaces. L'équation de la courbe, que doit former la face extérieure du pied-droit, est donnée ici par une équation différentielle du second ordre qui paroît très-compliquée, mais que M. l'abbé Bossut parvient à intégrer rigoureusement. Ce problème très-important pour la pratique n'avoit point encore été résolu avec autant de généralité. Il ne l'est ici, à la vérité, que dans une hypothèse particulière pour le point de rupture; mais cette hypothèse est celle que l'expérience a montré être la plus naturelle; d'ailleurs, la méthode de M. l'abbé Bossut est générale, elle s'applique à toutes les hypothèses qu'on peut faire. On aura donc, pour chaque point où l'on supposera que la voûte peut se rompre, l'épaisseur qui convient à chaque point du pied-droit: on aura donc cette épaisseur à un point donné pour toutes les hypothèses possibles, & en donnant au pied-droit, à ce point, l'épaisseur la plus grande qu'exigent ces hypothèses, on sera sûr de lui avoir donné une épaisseur au moins suffisante.

M. l'abbé Bossut résout, pour les voûtes en dôme, le premier problème qu'il a résolu sur la force des pieds-droits dans les voûtes en berceau, & trouve pour le cas de l'équilibre une équation entre l'épaisseur du pied-droit, & les quantités données par la forme & les dimensions du dôme: ce problème n'avoit encore été tenté par aucun Géomètre. Il applique cette théorie aux dômes paraboliques & elliptiques pour lesquels il donne des formules: enfin, il prend pour exemple numérique le dôme de S.te Geneviève. Il trouve que les proportions du dôme étant telles que M. Soufflot les a déterminées, l'épaisseur du pied-droit, pour qu'il y eût équilibre, devoit être de quatre pieds onze pouces, & elle est de plus de cinq pieds huit pouces: cette épaisseur suffiroit encore, quand même on augmenteroit d'un quart l'épaisseur du dôme, & du double le poids de la lanterne qui le surmonte. Il n'y a donc rien à craindre pour la solidité de ce dôme. On doit

ſavoir gré à M. l'abbé Boſſut d'avoir choiſi cet exemple; car on avoit cherché à inſpirer des craintes au Public ſur la durée de cette coupole, & il importoit de les détruire pour la gloire de l'Architecture françoiſe, dont l'égliſe de Sainte-Geneviève eſt un des plus beaux monumens.

Le Mémoire de M. l'abbé Boſſut a l'avantage peu commun de renfermer une analyſe nouvelle, & de donner en même temps des formules applicables à la pratique d'un Art important, où la ſolidité des conſtructions eſt liée à la ſûreté des citoyens. Il n'y a point de queſtions importantes relatives à cette ſolidité qui ne ſe trouvent réſolues par les principes employés dans ce Mémoire.

SECOND MÉMOIRE SUR LA PAPETERIE,

Où l'on traite de la nature & des qualités des Pâtes Hollandoiſes & Françoiſes, &c.

V. les Mém. p. 599. LA Hollande doit ſes fabriques de Papier aux Proteſtans François obligés, lors de la révocation de l'Édit de Nantes, de renoncer à une patrie que, malgré la liberté dont ils jouiſſent ſous un ciel étranger, leurs deſcendans regrettent encore. Depuis ce temps la papeterie s'eſt perfectionnée en Hollande au point de produire des papiers qui, pour la ſolidité & la beauté de leurs étoffes, ſont ſupérieurs aux nôtres, & qui ont ſur eux de grands avantages, du moins pour pluſieurs uſages importans.

M. Deſmareſt avoit déjà expoſé, dans un premier Mémoire, pluſieurs procédés des fabriques Hollandoiſes, qu'il vouloit faire adopter aux nôtres, & que les Manufacturiers les plus éclairés ont depuis employé avec ſuccès : mais il ne ſuffiſoit pas de ſuivre & de comparer dans tous leurs détails les procédés des deux méthodes; il falloit chercher les raiſons de leurs différences, & ſur-tout leurs effets ſur les produits des deux fabriques.

Un

Un ſeul principe donne la ſolution de toutes ces queſtions. L'uſage, en France, étoit & eſt encore de faire pourrir, c'eſt-à-dire, de ſoumettre à une fermentation plus ou moins longue les chiffons deſtinés à former le papier : les ouvriers François auroient voulu ſans doute établir cet uſage en Hollande lorſqu'ils y portèrent leur induſtrie; mais, placés dans une province où ils étoient obligés de ſubſtituer des machines mues par le vent aux machines mues par un courant d'eau, ils trouvèrent ſouvent que le vent manquoit lorſque les chiffons étoient parvenus au point de fermentation qu'ils croyoient néceſſaire; ils étoient expoſés à voir périr leurs matières : ils ſe virent donc obligés de faire le papier avec des chiffons non pourris.

Cette différence eſſentielle obligeoit à de nouvelles manipulations, & changeoit la nature des pâtes employées à faire le papier, & du papier formé de ces pâtes.

M. Deſmareſt a fait une longue ſuite d'expériences pour conſtater les effets du pourriſſage, & il a trouvé que le pourriſſage donnoit aux chiffons une teinte rougeâtre, que la pâte & le papier qui en réſultoient, étoient d'une moindre blancheur.

Le chiffon pourri n'eſt plus qu'une étoffe molle, dont les fibres ſe ſéparent aiſément; la pâte qu'ils forment, s'imbibe d'eau facilement; ſi on la délaie dans une cuve, elle ſe précipite au fond : ſes parties ne s'uniſſant pas également, & ne formant un enſemble qu'avec peine, le papier qui en réſulte, eſt d'une ſubſtance moins égale & moins forte; il s'imbibe de colle, la perd facilement ſous la preſſe, la retient inégalement à ſa ſurface; ſoumis à l'action de la liſſe, il ne la reçoit que difficilement & d'une manière inégale.

Les chiffons ſimplement leſſivés, ont conſervé toute leur conſiſtance, leur pâte prend l'eau difficilement; délayée dans une cuve, elle s'y répand uniformément, & ſe ſoutient long-temps dans la partie ſupérieure; les molécules de la pâte ſe rapprochent également, s'uniſſent fortement : leur papier eſt donc plus ſolide, plus égal; il s'imbibe difficilement de

colle, la retient avec force, & se lisse avec plus de facilité & d'une manière plus parfaite.

Toutes ces différences en ont dû occasionner de très-grandes dans la suite des procédés de l'Art.

La première est dans la manière de produire la feuille de papier sur la forme. Avec les pâtes pourries dont les parties séparées entr'elles se précipitent dans l'eau promptement & la laissent écouler, il faut agiter la forme assez vîte pour que, dans un très-court intervalle de temps, la pâte ait formé sur la forme une étoffe la moins inégale qu'il est possible. Avec les pâtes non pourries, dont les parties suspendues dans l'eau forment déjà comme une masse continue, se précipitent lentement & ont peine à laisser échapper l'eau, les mouvemens brusques, nécessaires dans les fabriques Françoises, nuiroient au travail. L'ouvrier Hollandois doit donc opérer avec plus de lenteur: cette lenteur, qui n'a pour cause que la nature des matières qu'il emploie, avoit été attribuée jusqu'ici à des causes morales, genre d'explications dont il faut se défier d'autant plus dans les procédés des Arts, qu'elles satisfont la paresse, & dispensent d'essayer les réformes : cette lenteur diminue sensiblement le produit du travail, mais c'est par elle que le papier Hollandois obtient l'égalité de son grain, & sur-tout la force de son étoffe, qui le rend propre à recevoir les préparations auxquelles il doit sa supériorité.

Le papier de chiffons non fermentés, retient fortement l'eau qui reste unie à sa pâte, & il faut le soumettre à l'action d'une presse très-forte ; cette action contribue encore à augmenter sa solidité, & le papier de pâtes pourries n'auroit pu la supporter.

Cette solidité que l'étoffe du papier acquiert sous une première presse, permet de lui faire subir des apprêts auxquels une étoffe moins solide ne résisteroit pas : ces apprêts consistent à presser long-temps & avec force les surfaces de chaque feuille de papier les unes contre les autres, & à répéter cette opération, en changeant les surfaces qui se touchent : ces opérations ainsi répétées, en aplatissant les grains qui se

trouvent ſur les ſurfaces, rendent ces ſurfaces égales & polies.

Des papiers de pâte non pourrie, reçoivent difficilement la colle, & ſi cette colle eſt altérée par le mélange des matières étrangères, elle réuſſit mal. Le Hollandois a donc été obligé de purifier ſa colle, & il en vient à bout, en ne l'employant qu'après lui avoir fait ſubir un refroidiſſement lent & total. Cette colle, ainſi purifiée, s'étend plus régulièrement ſur la ſurface du papier, n'y produit aucune tache, au lieu qu'avec une colle moins pure, la ſurface reſte parſemée de points non collés.

Les papiers ſont, après le collage, ſoumis à des opérations ſemblables à celles qui l'ont précédé : ces opérations ont été multipliées dans les pratiques Hollandoiſes, à cauſe de la difficulté plus grande d'y dégager le papier de l'humidité ou de la colle, mais elles ſont néceſſaires pour donner aux papiers une ſurface uniforme, égale, ſans rides & ſans taches, & le papier n'auroit pu ſubir ces opérations ſi ſon étoffe n'avoit eu cette ſolidité qu'il doit à la nature de la pâte.

Outre la ſupériorité que la méthode des Hollandois donne à leurs papiers, cette méthode a des avantages importans pour le commerce; la même quantité de chiffons produit une beaucoup plus grande maſſe de pâte, ſi on les emploie avant la fermentation : les bordures qui, dans les papiers François, ſont irrégulières & inégales, deviennent une perte de matières qu'on évite dans les fabriques Hollandoiſes : enfin les feuilles ſont bien moins expoſées à ſe caſſer, à ſe déchirer, à être chargées de taches qui doivent les faire rebuter.

Les papiers deſtinés à des uſages où l'on a beſoin d'une étoffe forte, ſolide, qui cède difficilement à l'action des corps qu'on emploie pour la charger de caractères & de deſſins, ou contre leſquels elle doit exercer une forte preſſion, doivent être faits de pâtes non pourries; il faut au contraire employer les pâtes pourries pour les papiers deſtinés à des uſages qui demandent une étoffe plus molle, & qui cède à l'action des corps qui agiſſent ſur elle.

Ainſi les papiers de Hollande ſont préférables pour l'écriture, le deſſin, les papiers peints, les papiers d'emballage, les cartons employés dans les manufactures de draps. Les papiers de France, au contraire, valent mieux pour l'impreſſion, la gravure, les manufactures de cartes, &c.

Il faut donc, pour obtenir de véritables ſuccès, varier les méthodes ſuivant l'eſpèce de papier que l'on veut faire, ménager, pour les papiers où l'on veut une étoffe un peu molle, le degré du pourriſſage, afin d'allier, autant qu'il eſt poſſible, la flexibilité & la ſolidité: il faut ne jamais perdre de vue que les différences, dans les pratiques comme dans les produits, tiennent principalement à la nature des chiffons ou fermentés ou dans leur état naturel; qu'ainſi on ne doit pas appliquer à une pâte très-pourrie, les opérations qui conviennent à la pâte non pourrie, tandis qu'une pâte très-peu fermentée en ſeroit ſuſceptible juſqu'à un certain point; que de même on ne doit pas employer, pour la pâte non pourrie, les procédés de la méthode Françoiſe. Par exemple, en employant ſur des chiffons neufs les maillets qui ſuffiſent pour réduire en pâte les chiffons fermentés, on n'auroit aucun ſuccès, tandis que l'on n'aura que peu d'avantage à employer ſur des chiffons pourris les cylindres Hollandois.

En examinant les travaux de nos Manufactures, d'après les principes de M. Deſmareſt, on ſe tromperoit, ſi on n'obſervoit pas que, depuis les fabriques Hollandoiſes qui emploient le chiffon naturel, juſqu'à celles qui lui donnent un degré de fermentation conſidérable, il y a des fabriques où le chiffon eſt employé dans tous les degrés intermédiaires de fermentation : c'eſt à ce degré différent qu'il faut attribuer le plus ou le moins de reſſemblance de leurs papiers avec le papier de Hollande, le plus ou le moins de ſuccès de l'application qu'on y a tentée des méthodes Hollandoiſes.

Une réflexion qu'a faite M. Deſmareſt, & qui frappe tous ceux qui voyagent en Hollande, c'eſt l'uſage heureux que fait des machines cette Nation induſtrieuſe & patiente : l'eau ou le vent fourniſſent les puiſſances employées à preſque tous

ſes travaux, on ne laiſſe aux mains des hommes que ce que l'Art n'a pu leur enlever. On a dit ſouvent que cette manière de ſuppléer aux hommes par des machines, nuiſoit à la proſpérité du peuple, le rendoit inutile aux beſoins des riches, & diminuoit la population : cette idée eſt fauſſe; les hommes manquent plus à la Nature, que les reſſources de la Nature ne manquent aux hommes : il s'en faut de beaucoup encore qu'ils approchent de tirer de la terre tout ce qu'elle peut donner à l'induſtrie. Que l'homme déploie donc toutes ſes forces, qu'il s'arme de toutes les machines que ſon génie peut inventer, & il ſera encore trop foible ; il trouvera la Nature par-tout inépuiſable, & lui préſentant par-tout des obſtacles inſurmontables. D'ailleurs n'eſt-on pas bien aſſuré que les beſoins de l'homme augmenteront avec ſon induſtrie, & que le riche en inventera de nouveaux tant qu'il trouvera des bras à employer pour les ſatisfaire? La Hollande eſt une preuve frappante de la fauſſeté de ce préjugé : nul peuple n'a pouſſé plus loin la Mécanique-pratique, & ſur-tout ſon application aux Arts, & on trouveroit difficilement un pays plus peuplé, une Nation plus laborieuſe, un peuple plus heureux.





OUVRAGES
PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE,
EN 1774.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour le ſujet du Prix de 1774, les deux queſtions ſuivantes:

1.° *Par quel moyen peut-on s'aſſurer qu'il ne réſulte aucune erreur ſenſible des quantités qu'on aura négligées dans le calcul des mouvemens de la Lune!*

2.° *En ayant égard non-ſeulement à l'action du Soleil & de la Terre ſur la Lune, mais encore s'il eſt néceſſaire à l'action des autres Planètes ſur ce Satellite, & même à la figure non ſphérique de la Lune & de la Terre; peut-on expliquer, par la ſeule théorie de la gravitation, pourquoi la Lune paroît avoir une équation ſéculaire ſans que la Terre en ait une ſenſible!*

L'Auteur de la Pièce *n.° 1*, qui a pour deviſe, *Nec cùm fiduciâ inveniendi nec ſine ſpe*, s'eſt appliqué à traiter principalement la ſeconde de ces deux queſtions, & l'a traitée avec tant de ſagacité & de profondeur, que l'Académie a cru devoir adjuger le Prix à l'auteur de cette Pièce. Elle eſt de M. de la Grange, Aſſocié-Étranger de l'Académie, Directeur de la claſſe Mathématique de l'Académie royale des Sciences & des Belles-Lettres de Pruſſe, & Membre de la Société royale des Sciences de Turin.

Cette Pièce renferme ſur l'équation ſéculaire des aſſertions qui pourroient n'être pas également admiſes par tous les Aſtronomes. L'Académie, en couronnant l'Ouvrage, n'a prétendu porter aucun jugement ſur ces queſtions.

Elle propoſe pour le ſujet du Prix de 1776, *La théorie des perturbations que les Comètes peuvent éprouver par l'action des Planètes.*

Comme elle deſire ſur-tout que les Savans s'appliquent à perfectionner les ſolutions analytiques déjà connues de ce problème, ou qu'ils en cherchent de nouvelles, elle n'exige pas, du moins en ce moment, l'application de la théorie de ces perturbations à celle d'aucune Comète en particulier.

PRIX EXTRAORDINAIRE.

L'ACADÉMIE avoit propoſé dès 1766, pour le ſujet d'un Prix extraordinaire, *les Moyens de faire le criſtal propre aux Lunettes achromatiques connu ſous le nom de* flint-glaſſ, *exempt des filandres & du coup-d'œil gélatineux auxquels ce criſtal eſt très-ſujet:* elle a adjugé ce Prix qu'elle avoit remis plus d'une fois, à la pièce *n.° 3,* qui a pour deviſe,

Nec eſt alia materia ſequacior;

dont l'auteur eſt M. Libaude, à la Verrerie Allemande du Val-d'Anoy, près Blangi.

M. LAVOISIER a publié au commencement de 1774, un Ouvrage intitulé, *Opuſcules phyſiques & chimiques;* l'objet de cet Ouvrage étoit d'examiner la nature & les propriétés de ces fluides aëri-formes qui ſe dégagent des corps ou ſe combinent avec eux, & qui, à peine aperçus par les Savans juſqu'à ces derniers temps, ſont devenus depuis quelques années un des principaux objets de leurs recherches.

M. Lavoiſier commence par donner un précis des travaux de ceux qui l'ont précédé dans cette carrière.

M.rs Black, Macbride & preſque tous les Phyſiciens Anglois regardoient la pierre ou terre calcaire comme une eſpèce de ſubſtance neutre réſultant de la combinaiſon d'un fluide élaſtique, qu'ils nommoient *air fixé*, avec une terre alkaline : par ce mot d'*air fixé*, M. Black & ſes partiſans

entendoient désigner un fluide élastique essentiellement différent de l'air que nous respirons, répandu cependant en assez grande abondance dans l'atmosphère, & qui a la propriété de s'unir aux substances alkalines & terreuses, & de les neutraliser.

C'est ce fluide élastique, cet air fixé que la pierre calcaire perd, suivant M. Black, par l'action du feu lorsqu'on la calcine; alors dépouillée de la substance qui la neutralisoit, la partie alkaline reste à nu, & cette partie alkaline est ce que nous nommons *chaux*.

Non-seulement on peut toujours, dans l'opinion de M. Black, chasser par la violence du feu l'air fixé contenu dans la terre calcaire, on peut encore opérer le même effet par la dissolution dans les acides, & c'est l'air qui, en passant de l'état de fixité, où il étoit dans la terre calcaire, à celui de fluide élastique, occasionne l'effet auquel nous donnons le nom d'*effervescence*.

M. Black, après avoir prouvé l'existence de ce fluide élastique fixé dans la terre calcaire, faisoit voir que le même principe étoit susceptible de s'unir aux alkalis, soit fixes, soit volatils, qu'il les neutralisoit en quelque façon, qu'il leur donnoit la propriété de faire effervescence avec les acides, de cristalliser, &c. enfin que dépouillés de ce principe, les alkalis devenoient incristallisables, acquéroient une causticité plus grande, s'unissoient paisiblement & sans effervescence avec les acides; c'est dans cet état qu'on les emploie comme caustiques, & qu'ils sont connus sous le nom d'*alkalis caustiques*.

M. Black faisoit passer ce même air fixé d'une combinaison dans une autre; il faisoit voir que cette substance avoit plus d'affinité avec l'alkali fixe qu'avec l'alkali volatil, avec la chaux qu'avec l'alkali fixe. Quoique toute cette doctrine se trouvât déjà très-solidement établie par les expériences de M. Black, on ne peut nier cependant qu'elle n'ait acquis beaucoup plus de consistance & de clarté entre les mains

mains de quelques-uns de ſes diſciples, & ſur-tout dans celles de M. Jacquin.

M. Macbride, Chirurgien de Dublin qui écrivit peu de temps après M. Black, adopta ſes idées preſque en entier, mais il y donna plus d'étendue; il fit voir que cet air fixé, dont M. Black avoit prouvé l'exiſtence dans la terre calcaire & dans les alkalis, étoit le même que celui qui ſe dégageoit des matières végétales en fermentation, des matières animales qui ſe putréfient.

Tandis que cette doctrine s'établiſſoit en Angleterre, ſans contradiction, elle étoit combattue en Allemagne par un adverſaire redoutable. M. Fréderic Meyer, Apothicaire à Oſnabruck, dans un Ouvrage allemand, ſur la chaux vive, ſur la matière élaſtique & électrique, ſur le feu & l'acide univerſel primitif, entreprit de donner une théorie abſolument différente de la cauſticité de la chaux, & d'un grand nombre de phénomènes chimiques : quoique le ſyſtème de M. Meyer roule entièrement ſur un principe dont il ſuppoſe plutôt qu'il ne prouve l'exiſtence, quoique ſouvent il ſe trouve en contradiction avec les faits, & qu'il ſoit en conſéquence abandonné aujourd'hui par la plupart des Chimiſtes; cependant, comme il a eu en Allemagne & en France un grand nombre de partiſans, il ne ſera pas inutile d'en donner une idée.

M. Meyer obſerve d'abord ce qui arrive à la pierre calcaire lorſqu'on la combine avec les acides, elle s'y diſſout avec effervеſcence, elle forme en ſe combinant avec eux, des ſubſtances ſalines, des ſels neutres ſolubles dans l'eau : enfin, une fois neutraliſée, elle perd la propriété qu'elle avoit de faire effervеſcence avec les acides. M. Meyer applique ces obſervations à la pierre calcaire qui a été expoſée à la violence du feu, & qui a été convertie en chaux vive : il remarque qu'elle a tous les caractères d'une terre calcaire neutraliſée par les acides, qu'elle ne fait plus d'effervеſcence, qu'elle eſt devenue ſoluble dans l'eau, &c. d'où il conclud que la terre calcaire

a acquis, en paſſant par le feu, un acide qui s'eſt combiné avec elle, & qui l'a neutraliſée.

M. Meyer ne ſe contente pas d'établir l'exiſtence d'un acide dans la chaux vive, il ſuit le paſſage de cet acide dans différentes combinaiſons : ſi l'on verſe, par exemple, goutte à goutte, de l'alkali fixe ordinaire en liqueur ſur de l'eau de chaux, c'eſt-à-dire, ſur une diſſolution de chaux par l'eau, auſſitôt elle ſe trouble, & la terre ſe précipite, non pas dans l'état de chaux vive, mais dans l'état de terre calcaire, c'eſt-à-dire de terre inſoluble dans l'eau & ſuſceptible de faire efferveſcence avec les acides : l'alkali d'un autre côté, a acquis la cauſticité de la chaux & une partie de ſes propriétés; d'où M. Meyer conclut que l'acide qui s'étoit uni à la terre calcaire pendant la calcination, qui la rendoit ſoluble dans l'eau & qui la conſtituoit chaux vive, a plus d'affinité avec l'alkali fixe qu'avec la chaux, & qu'il abandonne cette dernière pour s'unir à l'alkali fixe.

La même choſe arrive, ſuivant M. Meyer, lorſqu'on précipite l'eau de chaux par un alkali volatil, ou qu'on dégage par la chaux l'alkali volatil du ſel ammoniac : dans tous ces cas, l'acide qui étoit uni à la chaux, la quitte pour s'unir à l'alkali & pour le neutraliſer; il le rend cauſtique, incriſtalliſable & lui ôte la propriété de faire efferveſcence avec les acides. La ſubſtance qui s'unit ainſi à la pierre calcaire pendant ſa calcination & qui la conſtitue chaux vive, a été nommé *acidum pingue* par M. Meyer, & il prétend que c'eſt une matière très-analogue à celle du feu & de la lumière.

M. Meyer admet l'exiſtence de ce même acide dans un grand nombre de combinaiſons : il prétend que c'eſt lui qui ſe combine avec les chaux métalliques pendant la calcination, & qui en augmente le poids, qui leur donne la propriété de décompoſer le ſel ammoniac & d'en dégager de l'alkali volatil cauſtique; enfin il cherche à expliquer, à l'aide de l'*acidum pingue*, les phénomènes les plus obſcurs de la Chimie.

Après cet expoſé hiſtorique, dont nous avons cru devoir

placer ici les faits principaux, M. Lavoisier rend compte de ses propres travaux.

Il examine d'abord s'il existe dans la craie un fluide aëriforme, & quels phénomènes produit la présence ou l'absence de ce fluide, & il prouve, par une suite d'expériences convaincantes, qu'il existe réellement dans la terre calcaire un fluide élastique fixé, une espèce d'air sous forme fixe, comme l'a avancé M. Black.

Un quintal de craie contient environ 525128 pouces cubiques de ce fluide élastique; ce volume de fluide pèse 31 livres 15 onces; un quintal de craie contient de plus 15 livres 7 onces d'eau, & par conséquent il ne reste qu'environ 52 livres 10 onces de terre alkaline.

La terre alkaline peut exister dans trois états différens, 1.° saturée de fluide élastique & d'eau, telle est la craie; 2.° privée de fluide élastique & saturée d'eau, telle est la chaux éteinte; 3.° privée de fluide élastique & d'eau, telle est la chaux vive.

Ce n'est point à la combinaison de la matière du feu ni d'aucune autre matière avec la craie, qu'est dûe la causticité de la chaux, mais cette propriété est une suite de la grande tendance qu'a la chaux vive à la combinaison.

Il suffit de rendre à la chaux, par quelque moyen que ce soit, le fluide élastique qu'on en a chassé pour la rendre douce, insoluble dans l'eau, susceptible de faire effervescence avec les acides, en un mot pour la rétablir dans l'état de terre calcaire ou de craie.

M. Lavoisier traite ensuite des alkalis fixes & volatils; il prouve qu'il existe dans ces substances salines un fluide élastique, un air fixé semblable à celui qui existe dans les terres & pierres calcaires; que ce fluide peut en être chassé par la dissolution dans les acides, & que l'effervescence qui a lieu dans le moment de la combinaison, n'est autre chose que le dégagement même de ce fluide; enfin il fait voir que ce fluide a plus d'affinité avec la terre calcaire qu'avec les alaklis salins: si on mêle de la chaux dans une liqueur alkaline, elle

s'empare du fluide élaſtique qui étoit uni à l'alkali, ſe l'approprie, ſe convertit en terre calcaire, & réduit l'alkali à l'état de cauſticité : cette dernière vérité eſt prouvée d'une manière inconteſtable par les expériences de M. Lavoiſier. En effet, la chaux dans ces expériences augmente de poids en proportion du fluide élaſtique qu'elle abſorbe, & la liqueur alkaline au contraire diminue de peſanteur à proportion de la quantité de chaux qu'on y ajoute.

C'eſt un fait reconnu depuis long-temps, comme nous l'avons dit ci-deſſus en rendant compte d'un Mémoire de M. Lavoiſier, que les ſubſtances métalliques expoſées au feu, acquièrent une augmentation conſidérable de poids en ſe convertiſſant en chaux ; & nous avons montré comment M. Lavoiſier étoit parvenu à prouver que cette augmentation avoit pour cauſe l'air qui ſe combine pendant la calcination avec la terre métallique : ſes *Opuſcules chimiques* contiennent ſes premières expériences ſur cet objet.

De ce que les métaux abſorbent de l'air en ſe calcinant, c'eſt-à-dire, en paſſant de l'état de métal à celui de chaux, il en réſultoit, par une ſuite néceſſaire, qu'il devoit s'opérer un dégagement d'air ou de fluide élaſtique, lors de la réduction des chaux métalliques, c'eſt-à-dire, lors de leur paſſage de l'état de chaux à celui de métal ; & c'eſt en effet ce qu'a auſſi prouvé M. Lavoiſier : il a mêlé exactement enſemble ſix onces de minium & ſix gros de charbon en poudre, il les a mis dans une cornue, & y a adapté un appareil propre à meſurer la quantité d'air qui ſe dégageroit. A un degré de chaleur modéré, il a obtenu 560 pouces cubiques d'un fluide élaſtique qui éteignoit les lumières, qui faiſoit périr les animaux qui le reſpiroient, qui étoit ſuſceptible de ſe combiner avec la chaux, avec les alkalis fixe & volatil, de leur donner la propriété de faire effervefcence avec les acides, & de criſtalliſer; en un mot, qui ne différoit en rien du fluide élaſtique dégagé de la terre calcaire ou des alkalis par leur combinaiſon avec les acides : mais tout fluide aëriforme n'eſt pas de l'air ; celui-ci pouvoit être fourni en partie par

le charbon, ou plutôt il étoit le mélange du fluide ſéparé de la chaux métallique & de celui qui ſe dégage du charbon. Auſſi M. Lavoiſier a fait voir dans des Mémoires lûs depuis à l'Académie, qu'on pouvoit avoir à volonté le fluide élaſtique dégagé des chaux métalliques, ou dans l'état d'air fixé, ou dans celui d'air reſpirable, ſuivant qu'on employoit ou qu'on n'employoit pas de poudre de charbon pour la réduction.

Ces expériences, ſur la calcination des métaux, ont conduit M. Lavoiſier à d'autres expériences de même genre ſur la combuſtion : ſi on allume, à l'aide d'un verre ardent, du phoſphore de Kunckel ſous une cloche de verre plongée dans du mercure, on obſerve d'abord qu'on ne peut brûler qu'une quantité limitée de phoſphore dans une quantité donnée d'air; cette quantité eſt d'un grain environ pour 16 à 18 pouces cubiques d'air.

Cette partie du phoſphore une fois brûlée, le reſte s'éteint ſans qu'il ſoit poſſible de le rallumer par aucun moyen, ſi ce n'eſt en lui rendant le contact de nouvel air.

De nouveau phoſphore introduit ſous la même cloche & ſans y faire rentrer d'air, n'y brûle pas mieux que ce qui reſte du premier.

Pendant que le phoſphore brûle, il ſe forme une très-grande abondance de fleurs ou de flocons blancs qui s'attachent de toutes parts aux parois intérieures de la cloche, & qui ne ſont autre choſe que de l'acide phoſphorique concret.

Ces fleurs ou cet acide phoſphorique concret pèſent une fois & demie plus que le phoſphore qui a ſervi à les former, c'eſt-à-dire, qu'en brûlant un grain de phoſphore, on obtient deux grains & demi d'acide phoſphorique concret.

L'humidité de l'air contenu ſous la cloche, ne contribue pas ſenſiblement à cette augmentation de poids : mais comme, pendant la combuſtion du phoſphore & la formation de l'acide phoſphórique concret, il s'opère une diminution d'un cinquième dans le volume de l'air, & que cette abſorption de l'air eſt à-peu-près proportionnelle à l'augmentation de poids obſervée dans les fleurs d'acide phoſphorique concret, il faut

en conclure que, dans l'opération, cette partie d'air ſe combine avec l'acide phoſphorique, & en augmente le poids. A la vérité, comme les moyens ordinaires qu'on emploie pour meſurer la diminution de l'air, indiqueroient également ou une diminution réelle, ou ſeulement une diminution de force élaſtique dans l'air, M. Lavoiſier s'eſt aſſuré par des expériences directes, que l'air qui a ainſi ſervi à la combuſtion du phoſphore, n'eſt pas plus denſe que l'air de l'atmoſphère; ſa peſanteur ſpécifique même ſe trouve plutôt diminuée qu'augmentée : ainſi on ne peut pas ſuppoſer, comme le célèbre Halès, que l'air ait ſeulement perdu une partie de ſon élaſticité, & la diminution a été réelle.

Telles ſont les principales expériences contenues dans l'ouvrage de M. Lavoiſier : il y applique à la Chimie, non-ſeulement les appareils & la méthode de la Phyſique expérimentale, mais cet eſprit d'exactitude & de calcul qui caractériſe cette Science ; l'union qui paroît prête à ſe faire entre ces deux branches de nos connoiſſances, ſera une époque brillante pour les progrès de toutes deux, & M. Lavoiſier eſt un de ceux qui juſqu'ici ont le plus contribué à cette réunion vainement deſirée depuis long-temps.

LES terreurs qu'avoit excitées l'opinion qu'il n'eſt pas abſolument impoſſible qu'une Comète vienne ou choquer la Terre, ou y produire de grandes révolutions, ont inſpiré à M. du Séjour le deſir d'examiner dans un ouvrage particulier ſur cet objet, juſqu'à quel point ce danger étoit à craindre. On ſavoit bien en gros que la probabilité de cet évènement étoit très-petite; mais on ne l'avoit pas encore calculée exactement.

M. du Séjour cherche d'abord pour toutes les Comètes connues le point où elles paſſent le plus près de l'orbite de la Terre, & le temps où elles ne ſont éloignées de cette orbite que d'une quantité où leur influence ſur la Terre ſeroit encore dangereuſe : cette première recherche donne le moyen de diſtinguer les Comètes dont on peut redouter l'approche,

de celles dont l'éloignement nous rend leur influence toujours indifférente, & celles-ci sont le plus grand nombre. Après avoir exclu ainsi les Comètes dont nous n'avons absolument rien à craindre, M. du Séjour examine celles qui restent : nous ne connoissons ni le retour de la plupart des Comètes, ni si elles reviendront jamais; il se présente donc deux cas différens, le premier où l'on ne connoît pas même à peu-près l'époque du retour d'une Comète; le second où on le connoît à peu-près. Dans le premier cas, il est clair que l'on a d'abord pour un temps donné une probabilité presque infinie que la Comète ne reviendra point ; mais ce n'est pas assez, & il faut voir si en se supposant au moment où la Comète approchera de la Terre, il y aura quelque danger. Comme le retour des Comètes dont on connoît la période ne peut être prédit qu'à peu-près, il reste toujours une incertitude presqu'entière sur le point de l'orbite terrestre où sera la Terre lorsque la Comète approchera de son orbite : ainsi l'on peut supposer en général que l'on ignore le lieu où se trouve la Terre ; d'ailleurs l'orbite de la Comète n'est connue qu'à certaines erreurs près, & si elle approche de la Terre, l'attraction mutuelle de ces deux corps dérange leurs mouvemens. Le problème se réduit donc à ceci : *Ignorant à quel point de son orbite se trouve la Terre lorsqu'une Comète passe à son périhélie ; trouver le rapport de la partie de l'orbite de la Terre où la Comète peut influer sur elle, au reste de l'orbite terrestre, en ayant égard à l'incertitude de l'orbite de la Comète, & à l'effet de l'attraction réciproque de la Terre & de la Comète.*

Ce problème, ainsi présenté, exige que l'on puisse calculer les perturbations de la Comète causées par la Terre, & M. du Séjour donne, pour ce cas particulier, une méthode facile de résoudre ce problème, qui, pris dans toute sa généralité, n'a point encore cédé aux efforts des Géomètres.

M. du Séjour trouve que pour les Comètes connues, la probabilité qu'elles ne choqueront point la Terre, est presque égale à la certitude; mais on peut craindre que sans choquer la Terre, elles n'agissent sur la mer, & ne produisent des marées capables

d'inonder une grande partie du Globe. M. du Séjour obſerve que la vîteſſe des Comètes eſt telle que le temps pendant lequel elles exerceroient leur action ſur la mer, ne ſuffiroit pas pour produire ces effets terribles. Enfin, la queue des Comètes pourroit nous inonder; mais M. du Séjour prouve qu'il n'y a aucune des Comètes connues qui puiſſe nous expoſer à ce nouveau Déluge. Les Comètes ne ſont donc pas à craindre, & les révolutions qu'elles pourroient cauſer ſont ſi peu probables qu'elles n'augmentent point d'une quantité ſenſible, le danger que court, à chaque inſtant, l'homme qui ſe trouve dans la ſécurité la plus parfaite.

M. du Séjour a cru devoir appliquer à d'autres opinions les Calculs qu'il avoit été obligé de faire ſur la théorie des Comètes : cette manière d'éprouver les hypothèſes, en les ſoumettant au calcul, eſt dangereuſe pour elles, & il y en a peu qui y réſiſtent. On connoît l'inſcription que Platon avoit fait mettre ſur la porte de ſon École, les Philoſophes qui ſe plaiſent à imaginer des hypothèſes, devroient y ſubſtituer l'inſcription contraire : *Que nul Géomètre n'entre ici.*

M. du Séjour examine d'abord l'opinion de Whiſton. Ce Philoſophe attribuoit le Déluge univerſel à la queue de la Comète de 1680, qui, ſelon lui, avoit inondé la Terre. L'on ſait que les queues des Comètes n'ont une grande étendue qu'après leur paſſage au périhélie : or cette Comète de 1680, dans ſa plus petite diſtance de la Terre après ſon périhélie en étoit à neuf millions de lieues ; & l'on ne peut ſuppoſer que la queue d'une Comète produiſe à neuf millions de lieues de l'Aſtre qu'elle accompagne, l'effet terrible que Whiſton lui attribuoit.

On a de la peine, en général, à ſuppoſer qu'une opinion fort ancienne ne ſoit qu'une abſurdité, & l'on veut que les fables antiques aient pour origine une vérité oubliée, comme on ſe plaît à donner pour tige aux Maiſons dont la ſource eſt inconnue, un Héros des temps reculés. Les Arcadiens croyoient ſe ſouvenir que la Terre avoit exiſté long-temps ſans avoir de Lune, & ils tiroient une grande vanité d'être plus anciens que cette Planète. M. du Séjour examine ſi la Lune a pu

être une Comète qui ſoit devenue ſatellite de la Terre, & il trouve que cela eſt impoſſible.

Il prouve de même, que des maſſes détachées du Soleil par le choc d'une Comète, n'auroient pu former des corps qui décriviſſent autour de cet Aſtre des orbites fort approchantes d'un cercle.

Il étoit difficile que M. du Séjour, occupé depuis long-temps d'introduire dans l'Aſtronomie l'uſage des Méthodes analytiques; travaillât ſur les Comètes ſans être tenté d'y appliquer ces mêmes méthodes. Il donne, dans cet Ouvrage, des moyens de trouver avec exactitude les élémens des orbites des Comètes, lorſqu'on connoît déjà ces élémens d'une manière approchée; & les formules toutes calculées qu'on y trouve, ſont faciles à appliquer. M. du Séjour joint à ces formules une notice des élémens de toutes les Comètes calculées juſqu'ici, en ſorte que l'on peut, à l'aide des obſervations de ces Comètes, s'aſſurer aiſément ſi ces élémens ſont exacts; & ſi leurs erreurs ne ſont pas très-grandes, approcher, par la même méthode, très-près de leur valeur.

Tels ſont les principaux objets traités dans cet Ouvrage; il fera diſparoître, ſans doute, la dernière & la moins abſurde des terreurs qu'aient inſpirées ces Comètes qui, depuis que les hommes les ont aperçues, étoient en poſſeſſion d'effrayer la Terre.

ARTS.

LES Arts, dont l'Académie a publié la deſcription depuis Pâques 1773, ſont au nombre de quatre.

Le premier eſt l'art du *Fabricant d'étoffes de Soie*, troiſième & quatrième Sections, par M. Paulet: on y verra le détail de l'ourdiſſage qui conſiſte dans l'arrangement des fils qui doivent compoſer la chaîne d'une étoffe, arrangement qui en détermine néceſſairement la rayure, ſi elle doit en avoir

une. L'auteur y joint la manière de faire les canettes, qui ſont les petites bobines qui ſe logent dans la navette pour faire la trame, & les eſpolins qui ſont deſtinés à brocher les étoffes qui le doivent être : il y décrit toutes les machines qui ont été inventées pour exécuter ou pour abréger ces opérations, & cette Partie eſt bien propre à faire deſirer la ſuite de la deſcription de ce bel Art.

Le ſecond eſt l'art du *Potier de terre*, par M. Duhamel: il commence cet Ouvrage par la manière de connoître & de tirer de terre les argiles qui ſervent de matières à la Poterie; il indique la proportion dans laquelle elles doivent être mêlées avec le ſable, la manière de les préparer tant pour le carreau que pour la poterie, les différentes façons de les cuire, & le ſyſtème, s'il m'eſt permis d'uſer de ce terme, ſuivant lequel les différens fours doivent être conſtruits; il ne néglige pas même la Poterie blanche d'Angleterre, dont nous avons en France quelques Manufactures, celle qu'on appelle Grès, ni même l'art du *Potier fournaliſte ;* on y trouvera toutes les manipulations de cet Art ſi néceſſaire à une partie du genre humain, à la plus digne d'intéreſſer un Philoſophe, aux gens du peuple.

Le troiſième eſt l'art de la *Diſtillation des Eaux fortes*, ou plutôt l'art de la *Diſtillation en grand*, par M. de Machy, Apothicaire de Paris, des Académies des Sciences de Berlin, de Rouen & des Curieux de la Nature : cette deſcription eſt diviſée en trois parties.

Dans la première, il eſt queſtion de la préparation des eaux fortes & autres acides; M. de Machy y décrit les différens mélanges des matières, les fourneaux, les vaiſſeaux & tout ce qui eſt néceſſaire pour ſe procurer en grand les eaux fortes, les acides vitrioliques, & même le vinaigre.

Dans la ſeconde, qu'il intitule *Préparation des produits chimiques fluides*, il donne la manière de convertir les eaux-de-vie en eſprit-de-vin, & de préparer les eſprits & les eaux aromatiques; il y ajoute pluſieurs méthodes ſingulières & peu connues pour l'extraction de certaines huiles, & ſur-

tout pour le raffinage du camphre dont les Hollandois font un ſecret. Comme toutes ces opérations peuvent être ſujettes à des accidens, il n'oublie ni d'en avertir, ni de donner les moyens de les prévenir ou d'y remédier.

La troiſième partie, que M. de Machy nomme *Préparation des produits chimiques ſolides*, contenant une grande quantité de travaux de nature très-différente, ſe trouve diviſée en pluſieurs ſections. Dans la première, il s'agit des ſubſtances ſalines que les Diſtillateurs d'eau-forte, ou retirent de leurs premiers travaux, ou ſont dans l'uſage de préparer en grand, ſoit que ces ſubſtances ſoient neutres ou alkalines : les produits terreux de ces mêmes Artiſtes, tels que le ciment, la terre à polir, &c. occupent la ſeconde ſection. Les ſuivantes ſont employées à décrire les travaux en grand ſur l'antimoine, le mercure, le plomb, le cuivre, &c. on voit aiſément combien cette deſcription contient d'opérations également utiles & curieuſes.

Le quatrième & dernier eſt l'art du *Houilleur* ou *Tireur de charbon de terre*, ſeconde Partie, par M. Morand : il s'agit dans cette partie de l'art du Houilleur, proprement dit, c'eſt-à-dire, de celui d'extraire le charbon des entrailles de la terre, & d'en tirer parti par un commerce éclairé. M. Morand n'a rien négligé pour mettre tous ces objets dans le plus grand jour : outils, machines, opérations, tout y eſt décrit dans le plus grand détail ; il enſeigne à reconnoître la préſence de la Houille, la direction de ſes filons, à les attaquer par l'endroit le plus avantageux, à faciliter l'écoulement des eaux dans des endroits bas, d'où on les enlève au moyen des machines, à rendre le tranſport du charbon facile juſqu'au puits par où on l'enlève, à ſe garantir des vapeurs meurtrières que ces mines ne renferment que trop ſouvent ; enfin, rien n'y eſt omis de ce qui peut favoriſer l'extraction de cette matière. Les uſages du charbon, ſoit en l'employant en nature, ſoit en le préparant de différentes manières, le commerce qu'on en peut faire, ſes avantages, les profits qui en peuvent réſulter, les fraudes & les malverſations qu'on peut avoir à craindre dans des entrepriſes de cette eſpèce,

les loix qui ont été faites pour les prévenir, tout eſt rapporté avec la plus grande exactitude dans l'Ouvrage de M. Morand, & ce dernier article étoit d'autant plus néceſſaire, que dans de pareilles entrepriſes, les dangers phyſiques qu'on a à courir ne ſont peut-être pas ceux qui ſont toujours le plus à craindre.

LES Mémoires préſentés à l'Académie, & deſtinés à paroître dans ſes Recueils, ſont au nombre de ſix.

Examen chimique du Marbre de Campan : Par M. Bayen.

Obſervation d'une conjonction de Mercure avec la Lune : Par M. Garipuy.

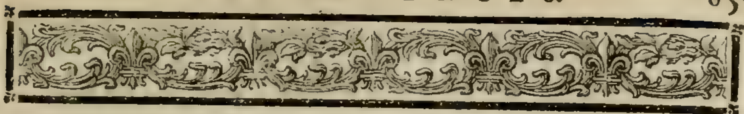
Sur une mine de Fer ſpathique : Par M. Bayen.

Sur la décompoſition de pluſieurs Sels vitrioliques par l'acide marin : Par M. Cornet.

Sur une éclipſe d'*Aldebaran* par la Lune : par M. Méchain.

Comparaiſon de la Méthode des Forges Catalanes & de celle des autres Forges : Par M. Tronſon du Coudrai.





ÉLOGE
DE M. DE LA CONDAMINE.

CHARLES-MARIE DE LA CONDAMINE, Pensionnaire-Chimiste de cette Académie; l'un des Quarante de l'Académie Françoise, de la Société royale de Londres; & des Académies de Berlin, de Péterſbourg & de Cortone, naquit à Paris, le 28 Janvier 1701, de Charles de la Condamine, Receveur général des finances du Bourbonnois, & de Marguerite-Louiſe de Chources.

Ce qu'une vie auſſi variée & auſſi agitée que la ſienne a dû lui faire éprouver d'émotions vives & profondes, n'avoit point affoibli en lui le ſouvenir, toujours ſi doux, des impreſſions de l'enfance. A l'âge de ſoixante-huit ans, il s'eſt plu à raſſembler les particularités de cette époque de ſa vie, dans un Écrit fait uniquement pour Mme de la Condamine: il y entre dans les plus petits détails; bien ſûr que rien de ce qui l'avoit intéreſſé ne pouvoit paroître, ni indifférent ni trop petit à celle pour qui ce récit étoit deſtiné.

La pratique de l'Éducation feroit peut-être des progrès que nous n'oſons eſpérer, ſi chaque homme en état de faire de pareilles obſervations, donnoit, comme M. de la Condamine, un détail des effets de l'éducation ſur ſon ame, neuve encore & ouverte à toutes les impreſſions.

Le jeune la Condamine fut mis d'abord dans une penſion, où on lui fit apprendre par cœur le Rudiment & les Fables de la Fontaine: mais il n'entendoit guère plus ces Fables que ſon Rudiment; & lorſqu'il vint à ſe les rappeler dans la ſuite, il fut tout étonné de trouver qu'elles avoient un ſens. L'éducation s'eſt long-temps bornée à enſeigner aux Enfans ce qu'ils ne pouvoient comprendre, & il ſembloit qu'un génie

malfaiſant en eût formé le plan pour éterniſer l'enfance de l'eſpèce humaine.

De ſa Penſion, M. de la Condamine paſſa au Collége de Louis-le-Grand; le P. Porée fut un de ſes Maîtres : cet Inſtituteur célèbre doit à ſes Élèves bien plus qu'à ſes Ouvrages la réputation qu'il conſerve encore. Auſſi ſimple dans ſes mœurs qu'il l'étoit peu dans ſon ſtyle, heureux par l'étude & par l'exercice de ſes devoirs, le ſpectacle d'un bonheur ſi pur & ſi doux agiſſoit ſur l'ame de ſes Diſciples plus puiſſamment que tous les préceptes, il leur inſpiroit le goût des Lettres & de la Vertu.

M. de la Condamine fit ſa Philoſophie ſous le P. Briſſon. Il y avoit plus de trente ans que le livre des *Principes* de Newton avoit paru, & le Cartéſianiſme, que cet ouvrage avoit détruit, ne s'étoit pas même encore introduit chez les Jéſuites : mais cette prétendue ſageſſe qui rend certains Corps ſi lents à adopter des nouveautés, ne leur fait éviter aucune erreur : toujours ſe traînant à la ſuite de leur ſiècle, ils finiſſent par adopter tous les ſyſtèmes, & long-temps après que le reſte des hommes en eſt détrompé. Ce fut en 1717 que le P. Briſſon enſeigna, le premier chez les Jéſuites, la Philoſophie de Deſcartes : il avoit choiſi M. de la Condamine pour ſoutenir une Thèſe publique, dédiée à l'Académie des Sciences, & la Thèſe étoit en françois; cette nouveauté n'eut pas de ſuite. Il eſt ſingulier peut-être qu'on ait continué d'enſeigner en Latin des Sciences ſur leſquelles on n'écrit plus qu'en françois, & il ſemble que le contraire ſeroit beaucoup plus raiſonnable; mais, en ſuivant l'ancien uſage, ſi on a le malheur de dire quelquefois des abſurdités, on a du moins le triſte avantage de n'être qu'obſcurément ridicule.

M. de la Condamine raconte que, rencontrant aux Eaux de Plombières un de ſes anciens Maîtres, il ſentit qu'il ne lui avoit point encore pardonné un châtiment injuſte qu'il en avoit éprouvé cinquante ans auparavant. L'ame des enfans que la triſte habitude de l'oppreſſion n'a point encore flétrie, eſt profondément bleſſée de l'injuſtice : ce n'eſt qu'à force

de leur faire essuyer des caprices, qu'on peut parvenir à étouffer en eux cette sensibilité si naturelle & si vive dans l'homme abandonné à lui-même. Si l'on prodiguoit moins aux enfans l'humiliation & les châtimens arbitraires, on ne se plaindroit plus de trouver tant d'hommes dégradés au point de ne plus sentir de la servitude que les tristes avantages qu'elle procure: heureusement il y a des ames d'une trempe assez forte pour qu'une telle éducation ne puisse les abattre; nous verrons que celle de M. de la Condamine étoit de ce nombre.

En sortant du Collége, il suivit en qualité de Volontaire au siége de Roses, le Chevalier de Chources son oncle, Capitaine au régiment Dauphin, Cavalerie; pendant le siége, le jeune Volontaire eut la curiosité de monter sur une hauteur afin de mieux voir la Place; il l'examinoit avec une lunette, & s'amusoit à voir mettre le feu à une batterie dont les boulets tomboient autour de lui, lorsqu'il reçut ordre de descendre; on lui apprit qu'un manteau d'écarlate qu'il avoit sur son habit, l'avoit rendu le but de cette batterie. Il n'avoit pas eu besoin de prendre l'esprit militaire pour donner des preuves de son courage: à l'âge de douze ans, il étoit allé passer les vacances dans une maison où l'on disoit qu'on voyoit des Revenans dans un endroit du Parc; il propose à deux Domestiques de l'y conduire; à peine y est-il arrivé, qu'à un coup de sifflet les guides s'enfuient avec terreur, & qu'un fantôme vêtu de blanc s'avance vers lui; M. de la Condamine avoit caché son épée sous son habit; il marche au Revenant, le frappe, l'épée se brise. *Le fantôme est un corps,* s'écrie-t-il en riant, *il a cassé mon épée:* un Cocher s'étoit ainsi déguisé pour éprouver jusqu'où iroit le courage du jeune Écolier. De pareilles épreuves tentées sur des enfans d'une imagination vive & d'un caractère timide, ont eu quelquefois des suites funestes.

En revenant du siége de Roses, M. de la Condamine avoit encore la plus grande innocence de mœurs, malgré les efforts de ses camarades de Collége & de garnison : il devoit une partie de cette innocence aux ravages de la petite vérole; le

changement qu'elle avoit fait ſur ſa figure, le frappa tellement qu'il n'oſoit ſe flatter de plaire, & il avoit encore le bonheur d'ignorer qu'on pût ſe paſſer d'être aimé. C'eſt peut-être à cette circonſtance de ſa vie, qu'il dut la force de ſa conſtitution: les jeunes gens ne ſavent pas aſſez tout ce qu'un peu de modération leur peut aſſurer, pour la vie entière, d'avantages & même de plaiſirs.

Voilà où ſe termine l'hiſtoire privée de M. de la Condamine, & le manuſcrit de ſes Mémoires ; le reſte de ſa vie appartient à l'hiſtoire des Sciences.

Le ſyſtème de Law avoit conſidérablement diminué la fortune de M. de la Condamine, il avoit beſoin d'un état où il pût développer ſon courage, l'activité de ſon ame & ſon infatigable curioſité: ne pouvant prétendre, dans le Service, à cet avancement rapide, réſervé aux grands noms ou aux grandes richeſſes, enchaîné par une longue paix, il ne put ſe réſoudre à ſe renfermer dans les fonctions monotones d'Officier ſubalterne; il quitta l'état Militaire pour ſe livrer aux Sciences, ſe flattant, avec raiſon, de l'eſpérance d'être plus utile à ſon pays dans cette nouvelle carrière, & ſûr du moins que ſes ſuccès ne coûteroient de larmes qu'aux ennemis de l'humanité & des talens.

En 1730, il entra à l'Académie en qualité d'Adjoint-Chimiſte : il avoit également étudié toutes les Sciences dont l'Académie s'occupe, & il n'y en a pas une ſeule ſur laquelle il n'ait donné des Mémoires ou des Obſervations. Une curioſité qui portoit ſur tout & que tout réveilloit, un beſoin d'action qui lui rendoit toute longue méditation impoſſible, l'empêchèrent d'approfondir aſſez aucune Science pour parvenir à des découvertes nouvelles ; mais de tous les Savans qui n'ont pas mérité d'être placés au rang des Inventeurs, aucun n'a contribué autant que lui aux progrès des Sciences, & n'a rendu des ſervices auſſi importans & d'une utilité auſſi durable.

Peu de temps après ſon entrée à l'Académie, il s'embarqua ſur l'eſcadre de M. du Guay-Trouin, & parcourut ſur la Méditerranée,

Méditerranée, les côtes de l'Afrique & de l'Asie; il savoit qu'il rapporteroit de son Voyage, de quoi se faire pardonner son absence.

Il alloit voir des Pays où les productions de la Nature & les monumens de l'antiquité sont également inconnus aux peuples qui les habitent; les restes des antiques habitans de cet Empire immense, y gémissent sous le joug d'une peuplade Scythe, amollie par le plaisir, avilie par l'esclavage, sans avoir presque rien perdu de sa férocité naturelle. Là, tandis que le Despote fait trembler ses esclaves & tremble devant eux, le peuple, également foulé par le Maître & par ses satellites, exposé à toutes les violences des particuliers, à toutes les injustices du Gouvernement, sans arts, sans agriculture, sans lumières, sans courage, sans activité, sans vertus & sans mœurs, n'offre aux regards du Voyageur indigné qu'une espèce à la fois sauvage & dégénérée. M. de la Condamine détourna les yeux d'un spectacle qui lui auroit fait haïr les hommes; il ne s'occupa que des Monumens anciens & des Observations de toute espèce qui pourroient intéresser l'Académie, & dont il rapporta une moisson abondante.

Il voulut voir ces lieux que la naissance du Christianisme a rendus célèbres, dont la conquête nous a coûté tant de sang, & que maintenant les Turcs, devenus moins intolérans, & sur-tout plus avides, laissent paisiblement visiter, contens de soumettre à un léger tribut la piété des Voyageurs.

En allant de Jérusalem à Constantinople, M. de la Condamine s'arrêta à Bassa: c'est l'ancienne Paphos, célèbre autrefois par le culte que, dans une contrée délicieuse, un peuple voluptueux rendoit à Vénus, & qui n'est plus qu'une triste bourgade où quelques brigands, érigés en Magistrats, pillent impunément les habitans & rançonnent les étrangers. Un Grec qui étoit sur le vaisseau de M. de la Condamine tomba malade, se fit porter à terre, & le chargea de rendre à ses parens cinquante piastres qui faisoient tout son bien; le Cadi voulut s'en emparer suivant l'usage, M. de la Condamine

les refusa avec fermeté, lui protesta qu'il ne les remettroit qu'aux parens du Grec, & partit pour regagner le Vaisseau. Un Titafa, espèce d'Officier de Police, avoit déjà l'ordre de l'arrêter ; M. de la Condamine, seul avec un domestique, fait tête, pendant quelque temps, à un détachement nombreux envoyé contre lui : lorsqu'enfin ils ne peuvent plus résister, ils se jettent tous deux dans une chaloupe à la faveur de l'obscurité, mais n'ayant pu regagner leur Vaisseau avant le jour, ils essuient le feu du rempart & des Vaisseaux turcs ; enfin, on les arrête, on les lie malgré leur résistance, on les traîne demi-nus chez l'Officier de Police qui redemande les cinquante piastres, M. de la Condamine refuse de les remettre, se plaint du traitement barbare qu'il a reçu, invoque les Traités faits entre la Porte & la France, menace de la vengeance du Divan ; le Titafa, étonné de cette fermeté, n'ose pousser plus loin sa vexation ; il ordonne de relâcher M. de la Condamine, qui part en lui donnant sa parole qu'il va demander justice à Constantinople : il la demande en effet & l'obtient. En lisant ce trait de l'histoire de M. de la Condamine, on se rappelle involontairement César chez les Pirates, Charles XII à Bender, & Pelopidas chez le tyran de Phères.

Il passa cinq mois à Constantinople, on lui fit connoître le Philosophe, alors le plus célèbre de l'Empire : c'étoit un Astrologue qui savoit à peine les élémens de Géométrie. Il y avoit cependant une imprimerie à Constantinople, que le fils de l'Ambassadeur envoyé en France avoit établie après son retour ; M. de la Condamine la trouva presque abandonnée : depuis on en a détruit tous les instrumens. Mais les Turcs ont éprouvé dans ces derniers temps qu'il n'est pas toujours avantageux à un Despote de n'avoir à commander qu'à des hommes avilis par la servitude & par l'ignorance.

M. de la Condamine ne voulut point quitter le Levant sans avoir vu les restes d'une ville, que les exploits des Héros grecs, & sur-tout les vers d'Homère, ont rendue immortelle, mais il ne trouva que les campagnes où Troie avoit existé, quelques masures, un petit ruisseau qui couloit

à travers des brouſſailles & ſe perdoit dans des ſables arides; c'étoit ce Simoïs jadis teint du ſang des Dieux.

De retour à Paris, à peine eut-il donné à l'Académie les Obſervations recueillies dans ſon Voyage du Levant, qu'il obtint l'avantage de concourir à l'exécution de l'entrepriſe la plus grande que les Sciences euſſent jamais tentée : celle de meſurer ſous la Ligne un Degré du Méridien & un Degré de l'Équateur.

Les Anciens n'avoient pas ignoré la ſphéricité de la Terre: mais il vint un temps où l'on ne connut des Anciens que leurs erreurs : le peu de vérités qu'ils avoient enſeignées furent oubliées. Dès le v.e ſiècle de notre Ere, l'opinion que la Terre étoit un globe, paroiſſoit aux plus grands Philoſophes une abſurdité palpable : dans le XIII.e ſiècle, ce fut une impiété; cependant Copernic, Képler & Galilée, prouvèrent ce que Pythagore avoit deviné, & tous les phénomènes ſembloient indiquer que la Terre étoit une ſphère parfaite.

Huyghens avoit prouvé que, même en ſuppoſant la Terre ſphérique, la force centrifuge, néceſſairement plus grande à l'Équateur, devoit y diminuer l'effet de la peſanteur & retarder le mouvement du Pendule; mais ce retardement, obſervé d'abord par des Aſtronomes françois, étoit plus grand qu'il n'auroit dû l'être ſi la Terre avoit été ſphérique. Newton en conclud qu'elle étoit donc aplatie par les Pôles; en effet, la force centrifuge doit alors augmenter à l'Équateur, & celle de la peſanteur y doit être moindre: cette figure aplatie eſt d'ailleurs celle que les loix de l'équilibre auroient fait prendre à la Terre, ſi elle avoit été fluide, celle qu'elle doit avoir pour que la direction de la peſanteur ſoit perpendiculaire à ſa ſurface, & que, par conſéquent, les corps y ſoient en équilibre. Mais dans un temps où quelques eſprits conſervoient encore des doutes ſur le ſyſtème de la gravitation univerſelle, la comparaiſon de la grandeur d'arcs égaux du Méridien ou du parallèle à l'Équateur, meſurés près des Pôles & ſous la Ligne, paroiſſoit la ſeule preuve directe & certaine de l'aplatiſſement de la Terre : & cette vérité, une fois établie, devenoit une preuve nouvelle

du ſyſtème de la gravitation. Ce ſyſtème, fondé ſur la Géométrie la plus ſublime, n'avoit pu d'abord être entendu que d'un petit nombre de Savans, & quelques-uns de ces Savans avoient eu la foibleſſe de craindre de n'être plus que les diſciples de Newton. Ainſi Jean Bernoulli s'occupa toute ſa vie à combiner de vaines hypothèſes ſur le ſyſtème du monde, tandis, qu'en perfectionnant la théorie de Newton, il eût pu, comme dans la ſcience des nouveaux Calculs, mériter une gloire égale à celle du premier Inventeur. La France eſt la première nation du Continent chez qui le Newtonianiſme ait fait des progrès. Tandis que dans les Colléges on réfutoit Newton, ſans l'entendre, tout ce que l'Académie des Sciences avoit de jeunes Géomètres, ſe livroit à ce ſyſtème avec cette ardeur qu'inſpire une nouveauté ſublime & conteſtée. Un homme illuſtre, dont nous aurons occaſion de parler encore, parce que ſon nom ſe trouve lié à tout ce qui a été fait de grand dans ce ſiècle (M. de Voltaire) avoit rendu les découvertes de Newton, pour ainſi dire, populaires, & avoit oppoſé au livre de la *Pluralité des Mondes*, un Ouvrage fondé ſur une Phyſique plus vraie.

Cependant, pour que le ſyſtème de Newton s'établît en France ſans contradiction, il falloit qu'une opération d'éclat vînt le confirmer, il falloit ſur-tout que des François en euſſent l'honneur. On regardoit comme une humiliation pour la France, d'être obligée d'abandonner Deſcartes pour Newton, comme ſi la gloire d'un peuple pouvoit dépendre du haſard qui avoit fait naître Deſcartes en Touraine, & Newton dans le comté de Lincoln. Ce qui honore une Nation, c'eſt le reſpect qu'elle a pour ſes grands Hommes, & il faut avouer avec regret que tout l'avantage étoit alors pour la Nation Angloiſe. En exécutant la Meſure d'un Degré du Méridien, les François alloient mériter à leur Patrie un honneur dont elle pourroit ſe glorifier à plus juſte titre que l'Angleterre ne s'enorgueillit des découvertes de Newton; car une découverte eſt l'ouvrage d'un homme dont le ſort place la naiſſance où il lui plaît : mais une entrepriſe comme celle de la Meſure

du Degré, qui demande la protection du Gouvernement & l'approbation du Public, doit être regardée comme l'ouvrage de toute une Nation. Ainsi, tandis que les faiseurs de *brochures* accusoient sérieusement les Newtoniens d'être de mauvais citoyens, ces Newtoniens s'occupoient de la gloire de la France : l'Académie approuva leurs vues; elle n'eut pas de peine à obtenir de M. le comte de Maurepas les secours nécessaires pour un si grand projet : ce Ministre, petit-fils du Restaurateur de l'Académie, & né, pour ainsi dire, avec elle, avoit toujours regardé le soin d'encourager les Savans & de concourir aux progrès des Sciences, comme le devoir de sa place le plus agréable à remplir, & le plus propre à le consoler des soins pénibles du Gouvernement.*

M.rs de la Condamine, Bouguer & Godin furent donc chargés, par l'Académie, de faire à l'Équateur les observations nécessaires pour déterminer la Figure de la Terre, & ils partirent pour le Pérou. Dès l'instant où il avoit été question de ces travaux, M. de la Condamine avoit tourné toutes ses vues vers cet objet : le desir de faire un voyage si pénible, si dangereux, l'avoit rendu Astronome; de la classe de Chimie, il étoit passé dans celle d'Astronomie; & l'Académie avoit senti combien le zèle & le courage de M. de la Condamine pouvoient servir au succès de l'entreprise. M. Bouguer, Géomètre assez habile pour qu'aucune des questions dépendantes de la théorie ne pût l'arrêter, avoit approfondi avec une sagacité rare la plupart des branches de la Physique, & sur-tout l'Optique dont l'Astronomie ne peut se passer; il possédoit encore ce genre d'esprit qui fait démêler les petites causes qui s'opposent à l'exactitude d'une opération pratique, & trouver les moyens d'y remédier : il réunissoit enfin toutes les qualités qu'on pouvoit desirer pour le succès de l'opération : mais cette entreprise avoit des difficultés étrangères aux Sciences; elle demandoit, dans les hommes qui en seroient chargés d'autres ressources que celles qu'on pouvoit attendre

* Lorsque cet Éloge a été lû à l'Académie, M. de Maurepas n'étoit pas rentré dans le Ministère.

de M. Bouguer. La Mesure du Degré du Méridien devoit se faire au Pérou : le roi d'Espagne y avoit consenti, & même avoit chargé deux Officiers de ses Vaisseaux, d'accompagner les Académiciens; mais il falloit opérer dans un pays peu habité, où les communications sont difficiles, où l'on ignore les Arts de l'Europe, au milieu d'une Nation étrangère nouvellement soumise à un Prince de la Maison de France, & chez qui toute faveur accordée à des François réveilloit la jalousie nationale : d'ailleurs, dans toute contrée éloignée de deux mille lieues de son Souverain, la facilité de le tromper & d'éluder ses ordres, produit nécessairement une sorte d'anarchie. Pour vaincre les difficultés que de telles circonstances devoient faire naître à chaque pas, il falloit un homme dont l'activité crût avec les obstacles, qui fût également prêt à sacrifier au succès de son entreprise, sa fortune, sa santé & sa vie; qui, tirant sa force de la vigueur naturelle de son ame, réunît toutes les espèces de courage; qui, pénétré de la grandeur de son objet, & du respect que doivent toutes les Nations à un homme chargé des intérêts de l'humanité entière, sût en réclamer hautement les droits, sans que rien pût ou l'intimider ou le rebuter; il falloit encore que cet homme joignît à ces grandes qualités, cette universalité de connoissances qui seule peut attirer à un Savant l'estime de l'ignorance; qu'il eût dans l'esprit un naturel piquant, une singularité même propre à frapper les hommes de tous les pays & de tous les états; qu'il mît dans ses discours cette chaleur qui entraîne, qui force l'opinion & la volonté : il falloit donc choisir M. de la Condamine.

Il partit de la Rochelle le 16 Mai 1735 : arrivé à la Martinique après trente-sept jours de navigation, il fut attaqué d'une fièvre violente la veille du jour marqué pour le départ; il ne put consentir à le retarder, & pour me servir de ses expressions, *il fut malade, saigné, purgé, guéri & embarqué en vingt-quatre heures.*

De la Martinique, les Voyageurs François allèrent à Porto-bello, traversèrent l'isthme de Panama, s'embarquèrent dans

cette ville, & arrivèrent enfin à Guayaquil. Il falloit aller à Quito par terre, M. de la Condamine se sépara de ses confrères, afin d'embrasser dans leurs observations une plus grande étendue de pays, & on croira sans peine qu'il choisit le chemin le plus difficile : obligé de traverser des forêts où il falloit s'ouvrir un passage avec la hache, il marchoit à pied, sa boussole à la main & faisant toujours des observations de Botanique; ses guides l'abandonnèrent, il erra huit jours dans ces déserts, sans autre nourriture que des fruits sauvages, & tourmenté par une fièvre dont heureusement cette diète forcée le guérit : cependant il s'avançoit dans les Cordillères, gravissant entre des fentes de rochers, traversant des torrens sur d'immenses claies de lianes qui servent de pont, & qui, attachées aux deux rochers opposés, se courbent sous le poids du Voyageur, & le balancent au gré des vents.

Arrivé enfin au sommet d'une de ces chaînes de montagnes, qui forment les Cordillères, il entra dans une vallée riante où tous les arbres étoient couverts à la fois de fleurs & de fruits, où les travaux des semailles étoient réunis à ceux de la récolte : c'est au fond de cette vallée qu'est située la ville de Quito, où les Académiciens se trouvèrent réunis après treize mois de voyage. Les fonds apportés de France, les Lettres que le roi d'Espagne avoit données sur les Caisses royales étoient déjà épuisés, M. de la Condamine avoit pris des Lettres particulières de créance; mais Quito n'a aucune relation directe avec l'Europe : il falloit aller à Lima, M. de la Condamine entreprit ce voyage de quatre cents lieues dans un pays où l'on est obligé de porter son lit, & après un séjour de trois mois, il revint à Quito avec soixante mille livres, pour lesquelles il s'étoit engagé personnellement, & vingt mille livres que le Conseil & le Vice-roi lui avoient assignées. Il avoit encore eu le temps de faire un Mémoire sur l'arbre qui donne le *Quinquina*, & de rassembler un grand nombre d'observations de toutes espèces.

Cependant on lui avoit suscité un procès criminel durant son absence : le Président de Quito, irrité contre les deux

Officiers eſpagnols qui accompagnoient les Académiciens, avoit voulu les faire arrêter; le couvent des Jéſuites leur avoit ſervi d'aſyle. Les Académiciens françois ſe plaignirent d'une violence contraire au paſſeport accordé par le roi d'Eſpagne; & le Préſident, pour récriminer, les accuſa d'avoir fait un commerce prohibé; ils ſe défendirent aiſément, mais M. de la Condamine étoit abſent, & d'ailleurs le plus coupable, car il étoit convaincu d'avoir vendu ſes bijoux, ſa croix de S.t Lazare, ſes chemiſes, pour fournir à la dépenſe de ſes confrères & à la ſienne.

Des montagnes dont le ſommet, quoique ſitué ſous l'Équateur, eſt couvert de glaces éternelles, & qui, depuis la mer juſqu'à ces glaces, offrent toutes les diverſes températures, étoient le terrein où les Académiciens devoient ſuivre leurs opérations. Ce pays inhabité ne leur offroit aucun objet qui pût leur ſervir à marquer les points de leurs triangles : ils étoient forcés d'y ſuppléer par des ſignaux, & après avoir paſſé pluſieurs jours à parvenir au ſommet des montagnes eſcarpées où il les falloit placer, ſouvent il arrivoit que les Indiens venoient les renverſer pendant la nuit; M. de la Condamine ne put en garantir un, qu'on avoit déjà enlevé pluſieurs fois, qu'en lui donnant la forme d'une croix; enfin, ils furent obligés de ſubſtituer à ces ſignaux des tentes où un homme reſtoit perpétuellement pour les garder: mais les hommes à qui on pouvoit accorder cette confiance étoient fort rares, & ces petites difficultés retardèrent conſidérablement les progrès du travail. Dans un de ces voyages entrepris pour établir un ſignal, M. de la Condamine, abandonné par ſon guide, reſta deux jours dans ſa tente, enſéveli ſous la neige, ſans nourriture, ſans eau même, & obligé, pour s'en procurer, d'attendre un moment de Soleil où il pût fondre la neige avec le verre de ſa lunette.

La meſure géométrique de l'arc du Méridien fut cependant terminée dans le mois d'Août 1739; après deux ans de travaux aſſidus, ſouvent interrompus, mais dont chaque Académicien rempliſſoit les intervalles, par des obſervations de

quelqu'autre

quelqu'autre genre ; il reſtoit encore à prendre la Meſure aſtronomique de cet arc, & les Académiciens s'y diſpoſoient dans la ville de Cuença, lorſqu'un évènement funeſte vint leur préparer, & ſur-tout à M. de la Condamine, d'autres occupations & d'autres dangers.

Seniergues, qui accompagnoit les Académiciens en qualité de Chirurgien, avoit eu un démêlé perſonnel avec le gendre de l'Alcade de Cuença, & ce démêlé paroiſſoit appaiſé lorſqu'à une courſe de taureaux, l'Alcade, ſes amis, & ſingulièrement le Grand-vicaire de Cuença, ſoulevèrent la populace contre les François; le Grand-vicaire affectoit des mœurs auſtères; c'étoit un de ces hommes qui ſemblent n'avoir renoncé aux foibleſſes des ames tendres, que pour ſe livrer avec plus de liberté à tous les vices des cœurs endurcis: la ſévérité de ſes principes & de ſa vie, lui avoit acquis un empire abſolu ſur l'eſprit du peuple, & il s'en étoit ſervi pour lui perſuader que les François étoient hérétiques. Seniergues fut aſſaſſiné en conſéquence, & les efforts de tout ce qu'il y avoit à Cuença de Citoyens honnêtes, ſuffirent à peine pour arracher les autres Voyageurs des mains d'une populace effrénée, excitée par ceux même qui auroient dû la contenir ou la réprimer. Seniergues avoit nommé M. de la Condamine ſon Exécuteur-teſtamentaire, & comme, au lieu de venger le crime, il s'aperçut que l'on n'étoit occupé qu'à ramaſſer contre Seniergues & contre tous les François en général des calomnies qui puſſent ſervir d'excuſes, il crut que ſon honneur & ſon devoir l'obligeoient à demander juſtice : au bout de trois ans de ſollicitations, dont rien ne le rebutoit, les ordres du Vice-roi purent à peine arracher un Jugement du Tribunal de Quito; & ce Jugement condamnoit à l'amende & à un banniſſement limité un homme public, convaincu d'avoir excité le peuple à commettre le plus lâche des aſſaſſinats contre un Étranger que le paſſeport du Souverain auroit dû faire reſpecter. Les coupables craignirent que le Conſeil d'Eſpagne ne réformât un Jugement ſi abſurde, & pour ſe mettre à couvert, le gendre de l'Alcade imagina de ſe faire

déclarer fou, & l'Alcade, joignant le ſcandale au crime, oſa chercher dans les Ordres ſacrés l'impunité d'un forfait qui devoit l'en rendre à jamais indigne; il ſe fit ordonner Prêtre: ce titre aſſuroit la même impunité au Grand-vicaire de Cuença, le plus criminel de tous, puiſqu'il avoit abuſé d'une autorité encore plus ſacrée. Ainſi la Religion, ce frein des crimes ſecrets, devenoit chez ces malheureux peuples, l'aſyle des crimes publics; mais c'étoit l'ignorance des vrais principes de la Religion qui ſeule y produiſoit ces ſcandales, maintenant à peine croyables en Europe; & ſi l'on y confondoit avec le reſpect dû aux Miniſtres de l'Égliſe, l'impunité de ces Miniſtres lorſqu'ils déshonorent leur caractère par des actions criminelles, c'eſt que les véritables maximes de l'Égliſe y étoient inconnues.

M. de la Condamine ſe procura une copie légale de toute cette procédure; elle étoit néceſſaire à l'honneur de la mémoire de Seniergues qu'on avoit calomnié: elle l'étoit à la juſtification de tous les Aſtronomes François ou Eſpagnols, qu'on avoit voulu envelopper dans les mêmes accuſations; & ces accuſations auroient été appuyées en Europe par ces hommes qu'offenſe le ſpectacle du génie & de la vertu réunies, qui voudroient ſe diſpenſer du moins de reſpecter l'homme dans celui dont ils ſont forcés d'admirer le talent, & qui cherchent à avilir la perſonne quand ils ne peuvent détruire les Ouvrages: cette copie enfin pouvoit être envoyée au Conſeil d'Eſpagne, & l'éclairer ſur la corruption des Tribunaux, le plus terrible peut-être des fléaux politiques.

Cette corruption étoit alors au comble dans le Pérou; car, dans une Colonie lointaine & qui a peu de liaiſon avec la Métropole, des Adminiſtrateurs qui vont chercher la fortune en Amérique, & dont l'honneur ne dépend que des jugemens de l'Europe, ont peu de motifs pour s'oppoſer à ces abus, & peuvent en avoir beaucoup pour les protéger. M. de la Condamine avoit ſuivi cette affaire pendant plus de trois années: obligé, pour ſes opérations, d'errer ſeul dans des déſerts, de paſſer les nuits ſur les montagnes inhabitées,

entouré de gens contre qui il demandoit justice, & qui avoient prouvé que l'idée d'un assassinat ne les effrayoit pas; il courut encore de plus grands risques à son départ du Pérou; un hasard heureux l'empêcha de passer sur les terres de l'Alcade de Cuença: c'étoit le chemin que naturellement il auroit dû prendre, & le traitement qu'on lui préparoit n'étoit pas un secret dans le pays.

La mort de Seniergues étoit arrivée au mois d'Août 1739, l'année 1740 fut employée en entier par M. de la Condamine & par M. Bouguer à faire les Observations astronomiques, nécessaires pour mesurer l'arc du Méridien; leur travail étoit fini, mais celui de M. Godin ne l'étoit pas encore; il fallut attendre qu'il l'eût achevé. Tandis qu'il observoit au nord la Méridienne, M. Bouguer répétoit au sud les Observations qu'il y avoit faites: il remarqua alors qu'il avoit commis dans les premières une erreur de près de 30 secondes; il trouva la cause de cette erreur, & les moyens de s'en garantir. Cet évènement du Voyage, fut dans la suite un sujet de dispute entre M. de la Condamine & M. Bouguer; celui-ci vouloit que l'erreur & l'art avec lequel il avoit su la découvrir & la réparer, appartinssent à lui seul, & M. de la Condamine s'étoit intéressé trop vivement à toutes les operations du Voyage, pour croire qu'il pût s'être fait quelque chose sans lui.

Les Observations que cette remarque de M. Bouguer rendit nécessaires, le desir que M. de la Condamine avoit aussi de répéter les secondes observations de M. Bouguer, puisqu'il avoit partagé le travail des premières, la difficulté que fit M. Godin de communiquer à ses Confrères le résultat de son travail, tout cela occupa les Académiciens jusqu'en 1743. On voit dans l'Histoire de l'Académie, dans les Mémoires & les Ouvrages que M.rs de la Condamine & Bouguer ont publiés, combien il y eut de momens vides dans le long intervalle de temps qui leur fut nécessaire pour ne laisser aucune incertitude sur l'objet principal de leur Voyage; mais chacun d'eux sut remplir ces momens d'une manière

avantageuſe pour les Sciences, & intéreſſante pour l'Académie.

Les Aſtronomes françois devoient laiſſer au Pérou des monumens durables de leurs opérations : le ſoin d'ériger ces monumens ne pouvoit regarder que M. de la Condamine; il fit placer ſur le mur de l'égliſe des Jéſuites de Quito, un marbre dans lequel on incruſta la meſure de la longueur du Pendule ſous l'Équateur, on y grava la longitude & la latitude du lieu de l'inſcription, la hauteur des principales montagnes meſurées géométriquement, & l'élévation du baromètre à leur ſommet, la déclinaiſon & l'inclinaiſon de l'Aiguille aimantée, l'obſervation de l'obliquité de l'Écliptique, la Meſure de la Réfraction horizontale à différentes élévations au-deſſus de la mer, la Meſure enfin du Degré du Méridien. Cette Table contenoit un précis des travaux de ſept années ; M. de la Condamine eut la modeſtie de laiſſer en blanc les nombres qui devoient exprimer les réſultats, & de réſerver à M. Bouguer le ſoin de les remplir. Occupé uniquement du plus grand bien des Sciences, il eut le courage de rendre cet hommage au nom que M. Bouguer s'étoit fait parmi les Mathématiciens, & de prouver, qu'incapable d'abandonner ſes droits, il ſavoit cependant les ſacrifier à l'utilité publique.

Un autre monument, non moins néceſſaire, occupa long-temps M. de la Condamine : quelque juſte confiance que puiſſe avoir un Aſtronome ſur l'exactitude de ſes opérations, quelques précautions qu'il ait priſes, il peut ſe faire que quelque choſe lui ait échappé; au bout d'une longue ſuite de ſiècles, la grandeur des meſures peut avoir varié, & leur dénomination être reſtée la même : il étoit donc important que les deux points extrêmes de la baſe, qui étoit le fondement des opérations trigonométriques, fuſſent fixés par des monumens ſolides: M. de la Condamine les marqua, par deux pyramides, où il devoit placer une inſcription; l'Académie des Belles-Lettres de Paris, conſultée avant le départ, en avoit preſcrit la forme: mais pour obtenir que cette Inſcription fût gravée, & qu'on laiſsât ſubſiſter une fleur-de-lis au haut de la pyramide,

il fallut ſoutenir un long procès à l'audience de Quito. Une opération ſi utile aux Sciences, fut ſur le point d'être détruite, parce qu'on n'entendoit pas à Quito le latin du ſtyle lapidaire. M. de la Condamine gagna pourtant ſa cauſe, & en fut quitte pour placer une couronne fermée ſur la fleur-de-lis.

Les Officiers de Marine eſpagnols, bleſſés de ne paroître dans l'Inſcription qu'à la ſuite des Académiciens, avoient ſuſcité ce procès; mais il faut leur rendre la juſtice, que cette diſcuſſion n'altéra point leur union avec nos Académiciens, & que, lorſqu'après le départ des François, on ſurprit à la Cour d'Eſpagne, un ordre de détruire les pyramides, ils employèrent leur crédit pour le faire révoquer; ce n'étoit donc pas l'intérêt de leur gloire qui avoit excité les deux Savans eſpagnols à ſe plaindre de l'Inſcription des pyramides. C'étoit l'orgueil national, ſentiment reſpectable, lorſqu'au lieu de s'applaudir d'une ſupériorité vraie ou prétendue, il s'occupe de l'acquérir ou de la conſerver; c'eſt par un effet de ce même ſentiment, pour cette fois bien entendu, que les deux Savans eſpagnols réclamèrent contre l'ordre de la démolition des pyramides, & qu'ils oublièrent le petit intérêt d'une Inſcription plus ou moins glorieuſe, pour ne plus ſentir que le reproche qu'alloit attirer ſur leur Patrie, la deſtruction d'un monument élevé aux Sciences.

Je n'ai point interrompu le récit des opérations des Académiciens, par le détail de quelques faits perſonnels à M. de la Condamine; la généroſité qu'il avoit montrée à ſon arrivée ne ſe démentit pas : la franchiſe & la nobleſſe de ſon caractère lui avoient fait des amis; il employa ſouvent leur crédit d'une manière utile pour ſes Confrères, & il quitta le Pérou après avoir emprunté, en ſon nom, plus de quarante mille écus, pour les dépenſes communes. Ce fut dans ce Voyage qu'il contracta cette ſurdité qui n'a fait qu'augmenter le reſte de ſa vie; privé preſque abſolument d'un des deux ſens qui lui ſervoient à ſatisfaire ſa curioſité, il ſembloit que cette paſſion, réduite à un ſeul ſens, n'en étoit devenue que plus active & plus indiſcrète : ſon tempérament avoit réſiſté à

tant de fatigues incroyables; mais il rapporta du Pérou le germe de cette paralyſie ſingulière qui l'a condamné, dans les dernières années de ſa vie, à une inaction ſi pénible pour lui.

Le Grand-vicaire de Cuença regardoit les François comme des hérétiques, mais l'opinion générale du peuple vouloit qu'ils fuſſent ſorciers, les gens plus éclairés les croyoient envoyés pour chercher des mines d'or dans les Cordelières. Dans un des Voyages qu'ils firent ſur ces montagnes, tantôt pour eſſayer de parvenir juſqu'à la bouche d'un volcan, tantôt pour faire des obſervations ſur la longueur du Pendule, un Moine Franciſcain révéla, à M. de la Condamine, le ſecret d'une mine d'or qui y étoit cachée; il ſe propoſoit de faire de cette découverte, un uſage bien utile aux malheureux Indiens, & qu'il croyoit, ſans doute, bien propre à intéreſſer M. de la Condamine à la recherche de ces mines; le projet du bon Père, étoit d'en conſacrer le produit à l'établiſſement d'un tribunal d'inquiſition au Pérou : à la vérité, il y avoit déjà dans le Pays un Vicaire de l'inquiſition d'Eſpagne, mais le zèle des Moines de Quito ne trouvoit pas que ce fût encore aſſez.

Un petit nombre de Créoles qui cultivent au milieu de la barbarie générale les Arts & les Sciences de l'Europe, conſoloient nos Académiciens de tout ce qu'il y avoit de fatigant & de dangereux à être l'objet de la curioſité inquiète d'un peuple ignorant & à demi-barbare.

M. de la Condamine décrit quelques-unes des fêtes qu'on leur donna : c'étoient des eſpèces de Comédies jouées par de jeunes Métis, & des danſes pantomimes où nos Voyageurs furent étonnés de voir des enfans répéter tous les mouvemens d'un Aſtronome qui obſerve, & contrefaire d'une manière comique les geſtes de chacun d'eux. L'honneur le plus remarquable qu'ils reçurent fut une Thèſe de Théologie, dédiée à l'Académie des Sciences de Paris; cette Thèſe avoit pour objet la nature des actes de la Divinité : le Jéſuite qui l'avoit compoſée, ignoroit ſans doute avec quelle ſage modeſtie l'Académie s'eſt interdit tout ce qui peut avoir le moindre rapport avec des connoiſſances ſi ſublimes. Un frère

Jésuite avoit dessiné & gravé une jolie vignette, qui sert de frontispice à la Thèse, & qui donne des talens des Péruviens pour les Arts, une meilleure idée que la Thèse elle-même n'en donne de leurs lumières *.

M. de la Condamine partit de Quito le 4 Septembre 1742. Peu de jours avant son départ, on lui vola ses papiers, le fruit de huit années de travaux & de dangers, & le seul prix de la perte de sa santé: la cassette où ils étoient renfermoit de l'or & des bijoux; il fit publier un Monitoire, mais il eut la précaution de déclarer qu'il ne redemandoit que ses papiers, & qu'il abandonnoit le reste; le Monitoire eut tout l'effet qu'on en devoit attendre; on rendit les papiers, à l'exception de deux paquets; ils avoient pour objet le voyage dans les montagnes où le peuple suppose des mines d'or; on crut qu'ils renfermoient le secret de trouver ces mines, & qu'ainsi on pouvoit se les approprier en sûreté de conscience.

M. de la Condamine quitta le Pérou le 11 Mai 1743, après huit ans de fatigues incroyables; il nous a laissé l'histoire de son voyage. C'est-là que dans un style souvent élégant, mais toujours plein de chaleur, de naturel & même de naïveté, on le voit parler des dangers qu'il a courus, sans se douter qu'il eût eu besoin de courage, ne montrer, en parlant d'un accident qui le fit tomber deux fois sans connoissance au pied de son secteur, que sa curiosité d'en pénétrer la cause, ne sentir, en descendant des bords de la bouche d'un volcan, que le chagrin d'avoir un compagnon qui l'avoit empêché de s'avancer plus avant, & emporter enfin du Pérou le regret de n'avoir pas eu de plus un arc de l'équateur à mesurer. La noblesse & la fierté du caractère de M. de la Condamine lui avoit mérité la bienveillance des Gouverneurs de l'Amérique méridionale, & l'amitié de plusieurs Créoles. De toutes les Nations de l'Europe, l'Espagnole est celle qui a conservé le

* Cette Thèse solennelle ne renferme qu'une seule proposition de Théologie purement scolastique.

plus long temps le goût de l'héroïſme, & M. de la Condamine lui montroit un Héros d'une eſpèce nouvelle, qui déployoit, pour éclairer & perfectionner le genre humain, une intrépidité qu'on n'a preſque jamais employée que pour l'aſſervir ou l'exterminer.

Pendant le ſéjour de M. de la Condamine au Pérou, ce malheureux pays fut expoſé à deux fléaux de plus, la guerre & l'éruption d'un nouveau volcan.

Un évènement de cette guerre montra à M. de la Condamine, combien dans cette carrière la gloire dépend du ſuccès, & que le ſuccès n'eſt ſouvent que l'ouvrage du haſard. Un Général Eſpagnol attendoit dans la mer du Sud, & près de l'île de Fernandez, l'Eſcadre de l'Amiral Anſon: las d'une longue croiſière, qui devenoit périlleuſe pour ſon Eſcadre, il la ramène dans les ports du Pérou; deux jours après Anſon arrive: ſes Vaiſſeaux n'étoient chargés que de mourans; ils relâchent à l'île Fernandez; on y trouve des vivres; les malades ſe rétabliſſent, & l'Amiral Anglois, à peine échappé au ſcorbut & à la faim, court piller & brûler Païta. Il faut bien le regarder comme un grand homme; mais deux jours plus tôt, Anſon, hors d'état de ſe défendre, ſeroit tombé au pouvoir des Eſpagnols: il n'auroit été qu'un téméraire, & le Général Eſpagnol, qui mourut de douleur de ne l'avoir pas attendu, auroit été un Héros.

L'éruption du volcan de Cotopaxi fut preſque auſſi funeſte que la guerre: cette montagne n'avoit point jeté de flammes depuis deux ſiècles, lorſqu'en 1742 elle s'ouvrit de nouveau; des tourbillons de fumée & de flamme s'élevoient du milieu de ces neiges éternelles qui couvrent la cime du volcan; des ruiſſeaux de lave enflammée rouloient ſur des maſſes de glaces, tandis que les torrens, formés par les neiges fondues, ſe précipitoient dans la campagne, & ſubmergeoient tout ce que les laves avoient épargné.

Pour revenir en Europe, M. de la Condamine avoit à choiſir entre deux chemins: l'un, ſûr & bien connu, mais plus long: l'autre, plus court, mais dangereux & que preſque perſonne

n'avoit encore tenté, c'étoit celui de la rivière des Amazones; M. de la Condamine le préféra. Suivi d'un ſeul domeſtique Métis, il ſe rendit à Borja en deſcendant le Pongo; c'eſt le nom d'un détroit où ce fleuve immenſe, reſſerré par une chaînes de montagnes, ſe précipite entre deux rochers coupés à pic. Il faut s'abandonner, ſans gouvernail, à la rapidité du courant, ſur un radeau flexible formé par des claies de lianes, & qui a l'avantage de pouvoir être entraîné contre les rochers ſans ſe briſer. L'habitude n'a point encore familiariſé les Indiens avec les dangers de ce paſſage. Ceux qui accompagnoient M. de la Condamine, prirent leur route par terre: il reſta ſeul avec ſon domeſtique; heureuſement, c'eſt ſon expreſſion, il paſſa ſur ſon radeau la nuit qui précéda ſon paſſage; il s'aperçut tout d'un coup, que tandis que la rivière baiſſoit, ſon radeau arrêté par une branche, alloit demeurer ſuſpendu; il eut le temps de couper la branche, ſans cela, dit-il, *ſes Journaux, ſes Obſervations, ſes Calculs, les fruits de neuf années de travaux, étoient perdus*, il ne ſongea pas ſeulement au danger de ſa vie; le lendemain il paſſa le Pongo, & parcourut cette galerie tortueuſe, bordée de rochers qui ſemblent ſe réunir à leur ſommet, où l'on ne reçoit la lumière que d'en-haut, à travers les branches entrelacées des arbres qui pendent ſur le torrent & forment un berceau ſur la tête du Voyageur étonné. Malgré la rapidité extrême du courant, M. de la Condamine obſervoit la largeur du paſſage, ſon étendue, ſa direction, la vîteſſe de l'eau & la hauteur des rochers contre leſquels le torrent emportoit ſon radeau.

En partant de Borja, il deſcendit le fleuve dans un eſpace de quatre ou cinq cents lieues, à travers des forêts impraticables où l'on a peine à apercevoir la terre cachée ſous un amas immenſe de plantes & de débris de végétaux qui la couvrent; on ne pourroit trouver une pierre dans tout cet eſpace. Depuis la formation de ce continent, la Nature abandonnée à elle-même, y a préparé une couche épaiſſe de terre végétale, tréſor qu'elle deſtine à l'homme, lorſque bien convaincu enfin que l'or de l'Amérique n'a pas rendu l'Europe plus heureuſe,

il n'ira plus y chercher que le repos, le bonheur, un beau ciel & une terre fertile.

Quelques peuplades ſauvages errent ſur les bords du fleuve; mais depuis que les Européens y ont paru, ils ſe ſont enfoncés dans les terres. Ces hommes ont peu d'idées, parce qu'ils ont peu de beſoins; leurs Langues ſont pauvres; les objets de leurs deſirs ſont en petit nombre, mais leur indolence, que nous appelons *ſtupidité*, prouve que leur état ne leur eſt point inſupportable, tandis que cet excès d'activité dont nous ſommes ſi vains, ne prouve peut-être autre choſe que l'excès de nos misères. Les noms qui déſignent des idées abſtraites leur ſont même inconnus, ils n'ont point de termes pour nommer la vertu; mais ces Sauvages ſans morale, & même ſans Religion, ſe ſervent, pour la chaſſe, de flèches empoiſonnées dont la moindre bleſſure donne une mort ſûre & prompte, & cette arme terrible, jamais ils ne l'ont employée, même contre leurs ennemis.

Parmi ces Peuples, il en eſt un qui a la ſingulière coutume d'aplatir entre deux ais la tête des enfans nouveaux-nés: ce n'eſt pas qu'en les condamnant, par cette opération, à une imbécillité incurable, ils aient cru rendre leur bonheur aſſuré, comme l'ont imaginé quelques Philoſophes, qui ſuppoſent que ce ſont la prévoyance & la réflexion qui rendent nos maux ſi amers; ces Peuples ne veulent que procurer à leurs enfans l'avantage de reſſembler à la pleine Lune.

M. de la Condamine arriva enfin à Cayenne: il avoit levé une Carte exacte du cours de la rivière des Amazones; il avoit recueilli des Obſervations ſur tous les objets qui peuvent intéreſſer un Philoſophe; mais il y avoit en vain cherché ce peuple de femmes armées, qu'une tradition ancienne plaçoit ſur les bords du Maragnon. On y avoit vu, diſoit-on, des troupes de femmes guerrières; le reſte n'étoit, ſelon toute apparence, qu'un roman que les Européens avoient imaginé d'après les anciennes fables Grecques: les hommes ſont tellement nés pour l'erreur, qu'une fable une fois introduite, ſe reproduit ſous toutes les formes poſſibles; il ſemble qu'ils

ne la laissent échapper qu'à regret. Pour établir une république d'Amazones & la perpétuer, il faudroit un système de législation si compliqué, que ce n'est pas chez des Sauvages que l'on pourroit trouver un peuple de femmes.

Tel fut ce Voyage où M. de la Condamine déploya, pendant dix ans, un courage d'autant plus rare qu'il n'avoit point de spectateurs, que la crainte de l'opprobre ne le forçoit pas d'être brave ; qu'il falloit affronter des dangers qui se présentoient sous une forme effrayante & nouvelle : il n'étoit pas même soutenu par l'idée d'une mort glorieuse ; il savoit trop bien que les hommes ne jugent que par l'évènement, & que sa mort, cachée dans des déserts, ne pourroit qu'attirer à sa mémoire le reproche d'une témérité insensée.

M. de la Condamine attendit à Cayenne un vaisseau de France, pendant cinq mois entiers : il ne lui restoit plus rien à faire, & son courage l'abandonna : il avoit résisté à dix ans de fatigues & de dangers, il ne put résister à cinq mois de repos. Cette ame active, que l'espérance d'être utile, & le plaisir d'agir avoient soutenue jusque-là, ne sentit plus que la douleur d'exister seule ; il tomba dans cet état d'angoisse, où l'homme, éprouvant le besoin de sentir, interroge tout ce qui l'entoure & où rien ne lui répond ; alors, n'existant plus que par ses souvenirs, & rempli de l'idée des lieux où il a commencé à vivre & à aimer, il sent avec amertume qu'il n'y a que ce seul endroit où il puisse espérer d'être encore heureux, & que des obstacles insurmontables l'en séparent. La santé de M. de la Condamine fut altérée par la mélancolie, & une maladie lente le consumoit lorsqu'il reçut des lettres du Gouverneur de Surinam, qui lui offroit les moyens de revenir en Europe, il accepta ses offres, & s'embarqua pour Amsterdam.

A son retour en France, il trouva l'Académie occupée de comparer les Mesures du Degré de latitude, prises à l'Équateur & au Pôle avec celles du Degré de France, & d'en déduire la véritable Figure de la Terre ; mais les conséquences qui résultoient de cette comparaison, prouvèrent que le

problème n'étoit pas auſſi ſimple qu'on l'avoit ſuppoſé d'abord; c'eſt ce qu'ont depuis confirmé les ſavantes recherches d'un grand Géomètre qui a réuni au génie le plus brillant cet eſprit de doute & de réſerve, malheureuſement ſi rare & cependant ſi néceſſaire dans les applications du Calcul aux phénomènes de la Nature. Mais ſi la Meſure d'un Degré n'a pas ſuffi pour déterminer la Figure de notre Globe, elle a prouvé du moins que la Terre eſt un ſphéroïde aplati par les Pôles; vérité que la préceſſion des équinoxes & le retardement du Pendule ſous l'Équateur confirment également.

Tel fut le principal fruit que les Sciences retirèrent du Voyage de M. de la Condamine, & quel en fut le prix? Un peu de gloire, des querelles, & une ſurdité incurable. On demandera peut-être quels ont été les objets de la diſpute qui s'éleva alors entre M.rs Bouguer & de la Condamine, entre deux hommes qui, pendant pluſieurs années, avoient couché dans la même chambre, ſous la même tente, & ſouvent à plate-terre, enveloppés dans le même manteau; qui s'étoient donné, pendant tout ce temps, des marques publiques d'une eſtime réciproque, & qui ne pouvoient ſe diviſer ſans perdre de leur conſidération, & ſans nuire à la gloire de leur entrepriſe? nous ſommes affligés d'être forcés de répondre, qu'à peine peut-on apercevoir l'objet réel de cette diſpute, mais il eſt plus aiſé d'en deviner les cauſes morales.

M. Bouguer ne pouvoit ſe diſſimuler la ſupériorité qu'il avoit ſur M. de la Condamine comme Mathématicien; tout ce qui, dans la Meſure du Méridien, exigeoit des connoiſſances profondes, de l'invention, de la ſagacité, il le regardoit comme ſon ouvrage: ſelon lui, M. de la Condamine n'y avoit mis que du zèle, de la généroſité, une application infatigable & du courage. M. Bouguer croyoit donc, & ſans doute avec juſtice, devoir être le premier objet de l'attention publique: il voyoit cependant que M. de la Condamine, répandu dans toutes les ſociétés, poſſédant l'art de perſuader aux ignorans qu'ils l'avoient entendu, rapportant des obſervations ſingulières & propres à amuſer la

curioſité frivole des gens du monde, écrivant avec aſſez d'agrément pour ſe faire lire, avec trop de négligence & un ton trop ſimple pour bleſſer l'amour-propre ou exciter l'envie, intéreſſant par ſon courage & piquant même par ſes défauts, avoit entièrement fait oublier les ſavantes recherches de ſon Collègue, qui ſembloit, comme on le lui dit un jour à lui-même, n'avoir été au Pérou qu'à la ſuite de M. de la Condamine.

M. Bouguer pouvoit donc regarder M. de la Condamine comme un ennemi de ſa gloire, du ſeul bien dont il fût jaloux. Déjà aſſez âgé lorſque ſes talens le firent appeler dans la capitale, & préférant, par goût comme par habitude, le travail à la ſociété, il n'avoit pu acquérir cette connoiſſance des hommes qui apprend à apprécier leurs injuſtices & à les ſupporter : il n'eut pas la patience d'attendre du Public & de M. de la Condamine lui-même la juſtice qui étoit dûe à ſes talens; il ne ſentit pas aſſez que le bruit que l'on fait à Paris, ne dure qu'un moment, & que la gloire attachée à des ouvrages de génie eſt éternelle comme eux : la relation de ſon Voyage fut pleine d'humeur contre M. de la Condamine qui n'y répondit qu'avec gaieté, & le Public qui ne pouvoit juger du fond de cette diſcuſſion, fut pour celui qui ſavoit l'amuſer.

A peine M. de la Condamine fut-il débarraſſé de cette diſpute, qu'il ſe livra à un projet dont les Sciences & le Commerce devoient retirer un égal avantage, dont l'exécution étoit ſimple & facile, & qui n'a été abandonné que par l'indifférence générale des hommes pour ce qui n'eſt utile qu'au Public : c'eſt l'établiſſement d'une Meſure univerſelle. Il propoſoit de choiſir pour unité la longueur du Pendule ſous l'Équateur, longueur vérifiée par cinq habiles Obſervateurs d'après une longue ſuite d'expériences; & cette Meſure, qu'aucune idée de vanité nationale n'auroit fait rejeter par aucun peuple, ne pouvoit changer qu'avec une révolution dans le globe. Il y avoit long-temps que ce projet occupoit M. de la Condamine, & c'eſt en partie dans cette vue que

ſes Recherches ſur la longueur du Pendule, tiennent une place ſi conſidérable parmi les travaux de ſon Voyage.

Nous voici arrivés à l'époque la plus glorieuſe pour lui; au moment d'une vie toujours ſi bien employée, où peut-être il a été le plus utile : je veux parler de ſes Ouvrages en faveur de l'Inoculation. Parmi les maux que les conquêtes ont faits à l'eſpèce humaine, un des plus cruels, du moins par ſa durée, eſt d'avoir répandu ſur la ſurface de la Terre entière les vices, les erreurs & les maladies de chaque climat. C'eſt ainſi que les conquêtes des Arabes, les Croiſades & les brigandages des Dévaſtateurs de l'Amérique ont porté dans tout le globe des maux que la Nature avoit cachés dans les déſerts de l'Arabie & dans les forêts des Caraïbes. Peu d'hommes évitent la petite vérole; environ un quatorzième de l'eſpèce humaine en eſt la victime; & parmi ceux dont elle épargne la vie, combien n'y en a-t-il pas qui reſtent ou défigurés ou condamnés à des infirmités qui rendent la vie amère, & ne finiſſent qu'avec elle? On obſerva bientôt que cette maladie n'attaque qu'une ſeule fois chaque individu, ou du moins que les rechutes en ſont trop rares pour qu'un homme ſenſé puiſſe les craindre, ou ſe précautionner contre elles : on vit enſuite qu'il y a des circonſtances où cette maladie eſt plus bénigne, & qu'on éviteroit une partie du danger, ſi on pouvoit choiſir le temps où on l'éprouveroit: on ſavoit enfin qu'elle ſe communique, ſoit par l'attouchement, ſoit en reſpirant le même air : de-là vint l'idée d'une ſorte d'Inoculation qu'on a trouvée preſque par-tout établie de temps immémorial. On voit, dans nos villages, des parens expoſer leurs enfans à la contagion de la petite vérole, parce que cette maladie eſt regardée comme moins dangéreuſe à cet âge. Il y a loin de cet uſage à la pratique de l'inſertion, à une méthode par laquelle on peut non-ſeulement choiſir le temps de la maladie, mais encore en diminuer les dangers au point de la réduire à une incommodité légère. Cependant l'Inoculation que des peuples ſi éclairés n'ont adoptée qu'après tant de réſiſtance, s'étoit établie ſans peine chez une Nation à demi

barbare. Cette pratique, si salutaire pour conserver la vie des hommes, & ce qui n'est pas moins important peut-être, la beauté des femmes, tire son origine de la Circassie, d'un pays où cette beauté est un objet de commerce. Un médecin Grec la répandit parmi les chrétiens de Constantinople; Miladi Montaigu l'apporta en Angleterre, d'où il sembloit qu'elle dût se répandre en peu de temps dans le reste de l'Europe: mais il suffit qu'une nouveauté soit utile pour éprouver de grandes contradictions; elle a pour ennemis tous ceux à qui elle nuit; & il est difficile de faire le bien du grand nombre des hommes, sans faire le mal de quelques-uns: or ce petit nombre est plus éclairé, plus uni, plus ardent pour ses intérêts, & c'est-là sur-tout ce qui rend le bien presque toujours impossible. D'ailleurs les erreurs & les abus se tiennent par une chaîne d'autant plus forte, qu'elle est souvent imperceptible: ceux qui ont intérêt à perpétuer ces erreurs ou ces abus, font cause commune, & forment entr'eux une ligue nombreuse & puissante contre laquelle tous les efforts de la raison n'ont que trop souvent échoué.

L'Inoculation ne pouvoit donc manquer d'exciter des clameurs, & il étoit à craindre qu'elles ne l'empêchassent de s'introduire en France, chez une Nation aussi opiniâtre dans ses préjugés, qu'inconstante dans ses modes, où la maxime, *qu'il faut faire comme les autres*, est celle qu'on répète le plus à la Jeunesse, & presque la seule dont elle se souvienne. M. le Régent avoit songé à faire essayer l'Inoculation sur des criminels & dans les hôpitaux, il mourut lorsque son courage & ses lumières alloient le rendre utile à son pays. Des Médecins éclairés * avoient élevé la voix & on ne les avoit pas écoutés; enfin, un grand Poëte, dont nous admirons les talens, & dont la postérité sentira les bienfaits, fit le premier entendre au Public les avantages de cette méthode. Cependant l'Inoculation se pratiquoit en Angleterre, presque sans contradiction: la Hollande, Genève l'avoient adoptée, & la pratique en

* M. Noguez, dans un Ouvrage imprimé en 1725.

étoit encore inconnue en France, lorſque M. de la Condamine s'en déclara l'Apôtre; il avoit été témoin en Amérique des ſuccès de l'Inoculation; un Miſſionnaire qui la connoiſſoit l'avoit employée dans une épidémie, & il avoit ſauvé la peuplade qu'il dirigeoit, d'une deſtruction totale: car la chaleur du climat, & peut-être la dureté de la peau des Sauvages toujours expoſés à l'air & enduite de vernis, rendent mortel, dans l'Amérique, ce funeſte préſent que les Européens lui ont fait & dont elle s'eſt ſi cruellement vengée. Bien convaincu de l'utilité d'une méthode ſi importante, M. de la Condamine regarda comme un devoir d'employer toutes ſes forces pour la ſoutenir & la répandre: ce n'eſt point aux Savans qu'il s'adreſſa dans ſes Ouvrages; ou les Savans n'ont point de préjugés, ou rien ne les peut détruire; c'eſt pour les gens du monde, pour les mères tendres, & dont le courage avoit beſoin d'un appui, qu'il écrivit ſes Mémoires ſur l'Inoculation. Il les écrivit avec agrément pour qu'ils fuſſent lûs, & il y mit moins de raiſonnement que d'expériences; il cherchoit à raſſembler des faits avec une activité infatigable. Les ennemis de l'Inoculation avoient trouvé plus commode d'en inventer de faux, il falloit les détruire; & ce n'eſt pas ce qui a le moins coûté à M. de la Condamine, ni peut-être ce qui a le moins ſervi à ſa cauſe. Son premier Mémoire eſt de l'année 1754; & c'eſt en 1755 que M. Tenon, de cette Académie, eut le courage de faire, en France, les premières inoculations. Il n'en falloit plus pour s'y ſoumettre, mais il en falloit encore pour les tenter, & de ce courage d'eſprit qui brave les erreurs de la multitude, qui fait que l'on règle ſa conduite ſur ſa propre raiſon, & non ſur l'opinion que les autres hommes formeront d'après l'évènement.

L'Inoculation toujours combattue, faiſoit toujours des progrès. On eſſaya d'effrayer le Gouvernement; on oſa même invoquer le nom de la Religion. Enfin, à force de cris & de faits, ou exagérés ou faux, on obtint du Parlement un arrêt qui, dans la vue ſans doute très-ſage de prévenir les épidémies que l'uſage imprudent de l'Inoculation pouvoit multiplier dans les

villes,

villes, mit des entraves à la liberté d'inoculer; mais cet arrêt, en rendant l'inoculation impraticable, excepté aux riches, privoit de ſes avantages le plus grand nombre des citoyens. La Faculté de Médecine, & même la Faculté de Théologie, furent conſultées : celle de Théologie répondit prudemment, que tout ce qui étoit ſalutaire aux hommes, étoit agréable à Dieu, & qu'il n'appartenoit qu'aux Médecins de juger de l'utilité des remèdes. La Faculté de Médecine donna deux rapports contraires, & chacun fut ſigné par un égal nombre de Médecins. Lorſqu'enfin cette querelle eut occupé le Public preſque auſſi long-temps que ſi elle eût été frivole, il l'oublia : les Anti-Inoculateurs ceſsèrent de crier, ou l'on ceſſa de les entendre, & heureuſement l'Inoculation continua d'être pratiquée. Pendant toute cette diſpute, M. de la Condamine n'avoit ceſſé de la défendre par des raiſonnemens, par des faits, & même par des plaiſanteries : c'eſt par-tout l'arme la plus ſûre, & même, dans les pays où l'on ne parle point au Peuple aſſemblé, la ſeule qu'on puiſſe employer avec ſuccès contre les opinions populaires; très-peu d'hommes ſont en état de ſuivre les preuves d'une vérité, mais tous rejettent une opinion qui eſt devenue un ridicule, & cette manière de penſer n'eſt point particulière aux François; chaque Nation a ſes plaiſanteries, bonnes ou mauvaiſes, triſtes ou gaies, dont ceux qui veulent dominer ſur les eſprits ſont un uſage également heureux.

M. de la Condamine vécut aſſez pour jouir du triomphe de l'Inoculation, pratiquée en Angleterre, en France, en Allemagne, dans le Nord, en Suiſſe, en Hollande, en Italie; l'Europe entière retentiſſoit des ſuccès des Inoculateurs : les Rois, en ſe ſoumettant à l'Inoculation, avoient entraîné une foule de particuliers, & ſes adverſaires n'oſoient plus l'appeler *abſurde* ou *impie*. Ce n'étoit plus à la voix de la raiſon que l'on cédoit, mais à celle de l'exemple, qui eſt faite pour être entendue par un plus grand nombre d'hommes.

M. de la Condamine eut même la conſolation de voir ſa famille donner cet exemple dans la Province. Sans ceſſe expoſant au Public les ſuccès de l'Inoculation, & lui en préparant

de nouveaux, parlant toujours avec une candeur qui perſuadoit, avec une chaleur qu'il devoit à une conviction intime, ſans jamais laiſſer au Public le temps d'oublier l'Inoculation, ni d'être la dupe des faits allégués contre elle ; ſi, par l'effet d'un uſage général de l'Inoculation, le fléau terrible de la petite vérole diſparoît un jour de la terre (comme il y a peut-être lieu de l'eſpérer), lorſque ſes ravages ne ſeront plus connus que par les deſcriptions effrayantes de nos livres, le nom de M. de la Condamine ſera prononcé avec attendriſſement par quiconque attachera quelque prix à la vie ou ſentira celui de la beauté.

En 1757, M. de la Condamine fit un Voyage en Italie: comme il n'avoit pour objet qu'une diſſipation utile à ſa ſanté, il évita de porter avec lui des inſtrumens; il vouloit qu'il lui fût impoſſible de faire des obſervations : heureuſement ſon projet étoit incompatible avec la curioſité toujours agiſſante, qui étoit le caractère de ſon eſprit. A ſon retour, il lut à l'Académie un Mémoire rempli d'obſervations ſur l'Italie; ſes recherches ſur les Meſures anciennes en ſont la partie la plus curieuſe : comme on connoît à peu-près les limites de ces Meſures, il imagina de les déterminer avec plus d'exactitude, d'après cette idée ingénieuſe que chaque partie principale des Édifices anciens a dû contenir un nombre rond de Meſures. M. de la Condamine meſura donc avec la plus grande exactitude les dimenſions des Édifices de Rome les mieux conſervés; & ſuppoſant qu'elles étoient d'un nombre rond de pieds romains, qu'il ſavoit être d'environ 11 pouces, il trouva des valeurs de ce pied aſſez d'accord entr'elles, & il en déduiſit une valeur moyenne. En parcourant l'Italie, M. de la Condamine la trouva couverte de débris de volcans; l'Auvergne, le Languedoc, l'Iſlande, les îles du nord de l'Écoſſe, une partie de l'Irlande & de l'Allemagne, offrent les mêmes objets, & tout ſur la ſurface du globe annonce de grandes révolutions antérieures à nos hiſtoires.

M. de la Condamine vit à Naples le Véſuve & les antiquités qu'on retiroit en foule d'une ville enſévelie il y a plus de

ſeize ſiècles ſous les laves de ce volcan, & ſur les débris de laquelle on conſtruiſoit de nouvelles habitations; tant l'habitude a le pouvoir de familiariſer les hommes avec les dangers les plus effrayans! il ſeroit plus aiſé qu'on ne croit de les guérir de la peur, & par conſéquent de la plupart de leurs erreurs & de leurs maux.

M. de la Condamine avoit vu à Gènes ce vaſe d'émeraude que le Peuple regarde comme une relique, & les gens plus éclairés comme une antique très-précieuſe; il y avoit obſervé des bulles d'air & d'autres marques qui ſemblent prouver que ce vaſe ſi vanté, ce gage ſur lequel les Génois ont jadis emprunté des ſommes ſi conſidérables, n'eſt qu'un plat de verre coloré: M. de la Condamine eût voulu le ſoumettre à une épreuve plus ſûre, & en examiner la dureté. Les idées religieuſes qu'on a eu ſoin d'attacher à ce monument, les précautions avec leſquelles on le montre, & qui prouvent combien les poſſeſſeurs du vaſe craignent ces épreuves, les rendent difficiles & même dangereuſes; on prétend néanmoins que M. de la Condamine eut l'audace de les tenter, qu'en faiſant ſemblant d'examiner le vaſe avec une attention ſcrupuleuſe; il alloit en eſſayer la dureté avec la pointe d'un burin, lorſqu'heureuſement pour la réputation du vaſe, le Prêtre, chargé de ce dépôt ſacré, lui arrêta la main; peut-être eût-il été plus ſage, & ſûrement il eût été plus prudent de reſpecter l'erreur populaire. Un Philoſophe qui s'expoſe à un danger pour s'aſſurer d'une vérité ſi indifférente, pourra paroître ridicule à bien des gens; cependant cette imprudence ne peut être commiſe que par un homme, en qui l'amour de la vérité eſt une véritable paſſion; & ne pourroit-on pas dire qu'il n'y a point d'erreur indifférente du moment où elle eſt adoptée par une Nation entière?

De tout ce que M. de la Condamine rapporta d'Italie, ce qui devoit lui être plus cher, étoit une diſpenſe qui lui permettoit d'épouſer ſa nièce. M. de la Condamine, âgé alors de cinquante-cinq ans, avoit beſoin d'une compagne: mais il ne vouloit ni ſe rendre ridicule ni faire le malheur

de perſonne ; il trouvoit dans ſa nièce une jeune femme accoutumée à l'aimer comme un père, à reſpecter en lui ſa gloire, ſes talens & juſqu'à des infirmités qui n'étoient, à ſes yeux, que les marques honorables de ſes travaux pour les Sciences ; il crut qu'une femme raiſonnable, ſenſible, & qui ſavoit combien il eſt rare que les convenances de fortune & de naiſſance, plus écoutées que celles d'où dépend le bonheur, permettent d'épouſer celui que le cœur auroit choiſi, pourroit ne pas regarder comme un malheur de s'unir à un oncle en qui elle étoit aſſurée de trouver un ami. Cette union fut heureuſe : ſûre de la confiance & de la tendreſſe de ſon mari, les mouvemens d'humeur, inévitables dans un homme dont l'activité prodigieuſe étoit contrariée ſans ceſſe par ſes infirmités, ne paroiſſoient à Mme de la Condamine qu'un malheur de plus dont elle devoit le conſoler. Quelque longue, quelqu'infirme qu'ait été la vieilleſſe de ſon mari, jamais elle n'a ceſſé de lui prodiguer les ſoins les plus tendres qui ne lui coûtoient rien ; l'idée qu'elle rempliſſoit un devoir ſacré à plus d'un titre, ſoutint ſon courage, & il lui ſembloit, que ſoigner la vieilleſſe de M. de la Condamine, c'étoit acquitter les dettes de l'humanité : lorſqu'enfin elle a eu le malheur de le perdre, elle l'a pleuré, comme une jeune épouſe pleure celui qu'une mort prématurée lui enlève, comme on pleure une perte irréparable.

Le Voyage d'Italie ne fut pas le dernier qu'entreprit M. de la Condamine : il alla en Angleterre dans l'année 1763. Juſque-là, il n'avoit voyagé que pour faire des obſervations ſur la Nature ; alors il voyagea pour voir des hommes. Le pays qui a été le berceau de l'Inoculation devoit exciter ſa curioſité ; & quel homme n'eſt pas avide de connoître une Nation à qui le genre humain doit Bacon, Locke & Newton?

A peine arrivé à Londres, M. de la Condamine y eſſuya une légère injuſtice ; il invoqua le ſecours des loix Angloiſes ſi juſtement admirées de l'Europe entière, & ſi peu imitées ; mais il apprit avec étonnement que ces loix ne lui aſſuroient aucune réparation. Il en appela à la nation Angloiſe qui ne ſe

trouva point bleſſée du reproche de manquer de police, & qui n'eut garde de ſe corriger : jalouſe à l'excès de ſes droits, elle croit que, dans une conſtitution telle que la ſienne, plus on multiplie les fonctions du Gouvernement, plus la liberté eſt en danger.

Peu de temps après ſon retour d'Angleterre, M. de la Condamine fut attaqué d'une inſenſibilité preſque totale dans les extrémités; il ſentit alors que le temps du travail étoit paſſé, & qu'il ne devoit plus ſonger qu'à dérober à l'ennui ce qui lui reſtoit encore de temps à vivre & à ſouffrir. Le talent de la Poëſie qu'il avoit négligé depuis ſon enfance, devint alors ſa reſſource : il réuſſit ſouvent dans les petites Pièces où il ne faut que de l'eſprit, du naturel & des tournures piquantes. L'Art d'écrire en vers eſt le fruit d'une longue étude, à moins que le génie n'y ſupplée : il n'eſt donc jamais le partage de ceux pour qui la Poëſie n'eſt qu'un délaſſement, mais ſeulement du petit nombre d'hommes dont elle eſt la première occupation ou le premier plaiſir. Cependant on lira toujours les vers de M. de la Condamine ſur l'Inoculation, & ſes chanſons ſur des infirmités dont lui ſeul pouvoit avoir le courage de plaiſanter.

Quoiqu'incapable, par ſa ſituation, de rien faire pour les Sciences, il aimoit à s'occuper de ce que les autres faiſoient pour elles; lorſqu'il ne fut plus en état de venir à l'Académie, il voulut du moins en parcourir les regiſtres, & lire ceux des Mémoires dont l'objet lui paroiſſoit intéreſſant; il eſſaya même de rendre utiles au Public ces mêmes maladies qui l'empêchoient de le ſervir d'une autre manière : il propoſa un Prix ſur la nature de l'eſpèce de paralyſie dont il étoit attaqué, l'Académie de Berlin conſentit à en être Juge : il ſe ſoumit à de longues expériences d'électricité qui malheureuſement ne le ſoulagèrent pas; enfin, lorſqu'il n'eut plus rien à donner à l'humanité, il lui fit le ſacrifice de ſa vie : ayant lû la deſcription d'une opération peu connue encore, & qu'on propoſoit comme utile pour guérir une des maladies dont il étoit attaqué, il voulut conſacrer le peu qui lui reſtoit de

jours à une épreuve utile; il se soumit à cette opération, instruisit le Chirurgien qui devoit la lui faire, en discuta avec lui tous les détails; l'opération fut secrette, & aucun mot, aucun signe de douleur ne trahit ce mystère, même aux yeux de sa femme que sa tendresse devoit rendre si clairvoyante.

Il mourut des suites de cette opération, sans que son courage, sa gaieté ou son activité se soient démentis un seul instant. Quelque temps après l'avoir soufferte, il dressa un Mémoire de réponses à des questions sur les mœurs des Américains qu'un Savant étranger lui avoit proposées. Peu de jours avant sa mort, il voulut faire confidence de son état à un ami, & le premier mot de cette confidence fut un couplet plaisant sur les suites de l'opération qui le conduisoit au tombeau. Son ami étonné de ce début, le fut encore davantage lorsqu'après lui avoir achevé le détail de ses maux, *il faut nous quitter*, dit le mourant, *j'ai deux réponses à faire en Espagne; c'est le jour de la poste, le Courrier prochain, peut-être, il ne sera plus temps.* Dans ses derniers jours où ses douleurs lui laissoient à peine une heure de relâche, il fit encore des vers; toujours semblable à lui-même, il fut sans faste comme sans foiblesse, & vit s'approcher la mort du même œil dont il l'avoit bravée tant de fois : les Lettres, les Sciences & l'Humanité le perdirent le 4 Février 1774.

Cette simple exposition de la vie de M. de la Condamine le peint mieux que tout ce que je pourrois ajouter. Incapable de jalousie, puisqu'il n'en eut pas même contre M. Bouguer; il n'eut point d'ennemis, ou du moins il ne crut pas en avoir. Son amitié étoit courageuse & constante : zélé pour le service de ses amis, capable de leur faire des sacrifices, il se livroit aux soins de l'amitié avec cette activité, cette ardeur qu'on n'a que pour les plaisirs: il sembloit qu'agir étoit son premier besoin; cependant on voit qu'il soupiroit après le repos; il le regardoit comme le seul bien réel de la vie, qu'il est insensé de sacrifier à l'amour de la gloire : mais le repos qu'il regrettoit, lui eût été insupportable. Tel est le sort de tous les hommes : l'action nous épuise, le repos nous

tourmente, & il ſemble que la Nature ne nous laiſſe que le choix de la fatigue ou de l'ennui ; mais l'exemple de M. de la Condamine prouve du moins que l'activité eſt un grand bien : toujours occupé, toujours agiſſant, il n'eut jamais le temps de ſentir ſes maux, & malgré tant de ſouffrances, il ne fut point malheureux.

On n'a point de grandes qualités à un degré ſi élevé, ſans avoir auſſi les défauts qui en ſont l'excès. L'activité de M. de la Condamine alloit juſqu'à l'inquiétude, & le rendoit ſouvent importun à ceux qui ne pouvoient prendre le même intérêt que lui aux choſes qui l'occupoient : ſon zèle extrême pour tout ce qui eſt utile, ne lui permettoit pas de croire qu'il y eût rien d'indifférent ; il entrevoyoit dans tout une utilité au moins éloignée, & ſouvent il mettoit aux petites choſes une importance fatigante pour les autres. Sa curioſité devoit le rendre indiſcret ; elle étoit en lui une véritable paſſion à laquelle il ſacrifioit, ſans même s'en apercevoir, ces bienſéances d'uſage qu'il eſt bon ſans doute de reſpecter toujours ; mais auxquelles nous attachons peut-être trop d'importance : il étoit avide de réputation ; mais il ſembloit en aimer par préférence ce qu'elle a d'incommode pour la plupart des hommes, ces détails de correſpondances & de viſites qu'elle entraîne : il entretenoit un commerce de Lettres immenſe & ſur toute ſorte d'objets avec les Savans de toutes les Nations, & dans tous les genres. C'étoit un moyen de ſatisfaire à la fois & ſa curioſité & ſon amour pour la célébrité : car le Savant dont les Étrangers parlent le plus, n'eſt pas toujours celui qui fait les meilleurs Ouvrages, mais celui qui écrit le plus de Lettres. Il entendoit, il écrivoit même la plupart des Langues vivantes ; il liſoit tous les livres : on auroit peine à citer une ſeule choſe dont on ait parlé de ſon temps, & ſur laquelle il n'ait pas écrit, un homme célèbre avec qui il n'ait pas eu des liaiſons ou des diſputes, un Journal où il n'ait pas inſéré quelque Pièce. Il avoit beſoin de répandre au dehors ſes idées, ſes opinions, ſes projets ; peut-être même auroit-il été fâché que le Public fût long-temps ſans s'occuper

de lui. Répondant à toutes les critiques, & flatté de toutes les louanges, il ne méprisoit aucun suffrage, pas même ceux des gens méprisables : c'est une foiblesse qu'ont eue beaucoup de grands Hommes, & dont l'amour de la gloire ne peut les excuser.

Avec une ame ardente & une constitution forte, il dut être entraîné vers le plaisir; mais il eut le courage d'y renoncer pour aller passer dix ans dans les déserts du Pérou, ce qui prouve du moins que sa première passion étoit le plus noble de tous les sentimens, le desir de mériter un nom illustre par des services rendus à l'humanité.

M. de la Condamine eut donc des défauts & des foiblesses; mais il eut cet avantage, que ses défauts tenoient à des qualités respectables, & que ses foiblesses furent plus que compensées par des vertus vraiment utiles : ses défauts & ses foiblesses seront bientôt oubliés, & il ne restera plus de lui que le souvenir du bien qu'il a fait aux hommes.

Quelques mois avant sa mort, il revit un de ses anciens compagnons de Voyage, M. Godin des Ordonnais, parent de l'Académicien de ce nom, qui vient de revenir en France, après quarante ans d'absence & des malheurs inouïs: M. de la Condamine écrivit, à cette occasion, une petite lettre sur le sort de ceux qui avoient eu part à la Mesure du Méridien, il y parle de ses maux avec gaieté, & avec sensibilité de ceux des autres; enfin, il eut l'avantage d'intéresser, aux malheurs de M. Godin, le Public & le Gouvernement, & le dernier Écrit qu'il ait publié a été une action de bienfaisance.

La plupart des Ouvrages de M. de la Condamine, traitent d'objets utiles ou intéressans: le style en est simple, naturel, un peu négligé, mais élégant & noble, rempli de traits d'une naïveté piquante ; on sent qu'aucune de ses pensées ou de ses expressions ne lui a coûté, qu'il n'en a cherché aucune, & que jamais il n'a songé à la manière dont il écrivoit: ses Ouvrages sont animés d'une chaleur qui passe dans l'ame des Lecteurs, parce qu'elle n'est ni exagérée ni

ni factice. Ce n'est pas un Auteur qui parle avec enthousiasme de ce qui est indifférent à tout le monde, & peut-être à lui-même, qui peint la Nature au lieu de la décrire, & prodigue les images où il faudroit des preuves, mais c'est un Philosophe plein d'amour pour ses semblables, de zèle pour la vérité, & qui parle de ce qu'il aime.

L'Académie Françoise élut M. de la Condamine en 1760: cette Compagnie célèbre, que le petit nombre de ses Membres, l'égalité parfaite qui règne entr'eux, les grands noms qui décorent sa Liste, les grands hommes qu'elle renferme dans son sein, rendent l'objet des desirs ou de l'envie de tous ceux qui cultivent les Lettres, sent tout le prix du talent d'écrire sur des matières scientifiques avec agrément ou avec éloquence; elle sait que ce talent a le double avantage d'inspirer au Public le goût des Sciences, en même temps qu'il en rend l'étude moins rebutante pour les Savans. Elle le récompensa dans M. de la Condamine: un tel suffrage me dispense de parler plus long-temps de son mérite littéraire.

En remplissant envers sa mémoire, le devoir que je lui rends aujourd'hui, j'ai senti plus d'une fois qu'il méritoit un Panégyriste plus éloquent; mais le choix que l'Académie Françoise a fait de M. l'abbé de Lille, pour le remplacer, ne me laisse plus rien à regretter, & M. de la Condamine aura un Éloge digne de lui.

Il avoit été fait Pensionnaire-Vétéran en 1772, & M. Macquer lui avoit succédé.





ÉLOGE
DE M. QUESNAY.

FRANÇOIS QUESNAY, Écuyer, Conſeiller du Roi, Premier Médecin ordinaire, & Premier Médecin-conſultant de Sa Majeſté; des Académies royales des Sciences de France & d'Angleterre, de celle de Lyon; & ancien Secrétaire perpétuel de l'Académie royale de Chirurgie, naquit à Mérey près Montfort-l'Amaury, le 4 Juin 1694, de Nicolas Queſnay, Avocat en Parlement, qui exerçoit ſa profeſſion à Montfort, & de Louiſe Giroux.

Quoique M.r & M.me Queſnay vécuſſent dans la plus grande union, leurs goûts étoient cependant bien différens: le père, homme de Loi, ſe livroit tout entier à ſa profeſſion, mais il l'exerçoit d'une façon bien ſingulière: lui & le Procureur du Roi de Montfort, avec lequel il étoit lié d'amitié, étoient à l'affût, pour ainſi dire, de toutes les affaires ſuſceptibles d'accommodement, & pour peu qu'ils trouvaſſent des parties raiſonnables, ils ne manquoient pas de les arranger à l'amiable; on juge bien que leur but n'étoit pas l'intérêt. A la honte de l'humanité, il y a communément bien plus à exiger de la paſſion qu'à eſpérer de la reconnoiſſance.

Ces occupations généreuſes abſorboient M. Queſnay le père tout entier, & il ne ſe mêloit preſque point du gouvernement de ſa maiſon, ni de l'éducation de ſes enfans, dont il ſe repoſoit abſolument ſur ſon épouſe.

Celle-ci étoit au contraire vive, agiſſante, ne perdant pas de vue, un ſeul inſtant, l'intérieur de ſon ménage & l'adminiſtration d'un bien de campagne qui leur appartenoit, & où une ſage économie avoit fixé leur demeure. Les premiers objets qui ſe préſentèrent aux yeux du jeune Queſnay, furent donc

les travaux de l'Agriculture, les premiers mots qu'il entendit prononcer furent des termes de cet Art, dans les fonctions duquel il employa ses premières années; sa mère croyant ne pouvoir rien faire de mieux que d'élever son fils dans ses principes, le destinant uniquement à la remplacer quand elle seroit hors d'état de tenir les rènes de sa maison : quel tort elle auroit fait à son fils & à ses concitoyens, si la mauvaise éducation pouvoit étouffer absolument le génie !

Heureusement la Nature y avoit pourvu : l'esprit actif & perçant du jeune Quesnay le mettoit en état d'analyser tout ce qu'il voyoit : il observoit les faits, il en-pénétroit les rapports, il savoit en tirer des règles sûres, & s'étoit, sans aucun secours, mis en état de commencer à lire dans le grand livre de la Nature.

C'étoit en effet le seul dans lequel il pût s'instruire, car la vérité de l'Histoire ne nous permet pas de dissimuler, qu'à onze ans il ne savoit pas encore lire ; le premier livre qui lui tomba sous la main, fut la *Maison rustique* de Liébaut, l'envie d'y puiser des connoissances fut presque son seul maître, & il parvint à le lire couramment, avec le peu de secours qu'il put tirer du Jardinier de la maison.

Cette première lecture ne pouvoit manquer de faire sentir à un esprit aussi droit que le sien, quel fruit il pouvoit tirer des Ouvrages de ceux qui l'avoient précédé, & l'envie de s'instruire, lui fit, non-seulement, dévorer les livres écrits en sa langue, qui se trouvèrent à sa portée, mais encore elle lui fit affronter toutes les épines de la Grammaire : & il apprit, presque sans maître, le Latin & le Grec, qui lui devenoient nécessaires pour puiser dans les trésors de l'Antiquité.

On auroit peine à imaginer jusqu'où alloit son ardeur : on l'a vu quelquefois partir de Merey, au lever du Soleil, dans les grands jours d'été, venir à Paris acheter un livre, retourner à Merey en le lisant, & y arriver le soir, ayant fait vingt lieues à pied & lû le livre qu'il étoit allé chercher ; l'extrême envie de s'éclairer faisoit disparoître à ses yeux les fatigues & les désagrémens d'un voyage de cette espèce.

Il eſt aiſé de juger combien des diſpoſitions ſi heureuſes devoient être agréables à ſon père, qui voyoit alors en lui tout l'eſpoir de ſa famille, auſſi ne ceſſoit-il de l'animer : *le temple de la Vertu eſt*, lui diſoit-il, *appuyé ſur quatre colonnes, l'honneur & la récompenſe, la honte & la punition :* il n'étoit pas difficile de deviner celle que le jeune Queſnay choiſiroit pour s'appuyer, & ſa conduite n'a laiſſé aucun doute ſur ce chapitre.

Malgré les progrès rapides qu'il faiſoit dans la vaſte carrière des Sciences, il avoit l'eſprit déjà trop mûr pour ne pas apercevoir qu'il étoit impoſſible qu'un ſeul homme pût, s'il m'eſt permis de parler ainſi, mener de front toutes les connoiſſances humaines, & qu'il falloit abſolument faire choix d'une ſeule Science à l'étude de laquelle il ſe pût conſacrer entièrement. Le deſir d'être utile à ſes compatriotes le détermina en faveur de l'art de guérir, qui lui offroit à la fois un vaſte champ pour acquérir des connoiſſances utiles & ſatisfaiſantes, & ce qui touchoit encore plus vivement ſon cœur vraiment ami de l'humanité, lui procuroit des occaſions ſans nombre de rendre ces connoiſſances utiles à ſes concitoyens.

Ce projet ſi louable éprouva cependant des difficultés de la part de ſa mère; elle voyoit avec peine tout ſon ſyſtème renverſé, & l'amour maternel lui peignoit avec les couleurs les plus vives les dangers qu'avoit à courir un jeune homme de ſeize ans hors de la maiſon paternelle : cette crainte cependant qui n'eût été que trop juſte avec beaucoup d'autres, ne devoit pas l'alarmer pour ſon fils; l'ardeur du jeune homme pour acquérir les connoiſſances qui lui manquoient, étoit devenue chez lui une paſſion violente qui exigeoit impérieuſement le ſacrifice de toutes les autres: il fallut donc ſe rendre à laiſſer partir le jeune Queſnay.

Comme il s'étoit déterminé à commencer par l'état de la Chirurgie, il ſe mit pour en apprendre les premiers élémens chez un Chirurgien établi dans ſon voiſinage, & qu'il crut en état de les lui enſeigner; il ſe trompoit, il ne put en tirer

que d'apprendre à ſaigner. Mais s'il ne fut pas d'un grand ſecours au jeune Queſnay, celui-ci lui fut en récompenſe très-utile; cette eſpèce de Maître n'étoit pas même reçu à Paris, d'où reſſortiſſoit le lieu de ſa réſidence, &, ce qui eſt bien pis, il n'étoit nullement en état de l'être. Le jeune Queſnay lui vint fort à propos; il trouva moyen de s'emparer pendant l'abſence du jeune homme, des cahiers que celui-ci écrivoit pour ſa propre inſtruction, il les vint préſenter à Paris au Lieutenant du premier Chirurgien du Roi, comme des leçons qu'il donnoit à ſon Élève: celui-ci les trouva excellentes, & ſans autre examen, lui délivra ſes Lettres de Maîtriſe: c'étoit Queſnay qu'il recevoit, ſans le ſavoir, ſous le nom de l'autre.

Quoique M. Queſnay ignorât cette ſupercherie, il s'aperçut bientôt du peu de fonds qu'il pouvoit faire ſur les connoiſſances de ce prétendu Maître, & il le quitta pour venir à Paris profiter de tous les ſecours qui y ſont répandus avec tant d'abondance.

Ce fut-là qu'il ne mit plus de bornes à ſon ardeur, & qu'il ſuivit à la fois la théorie & la pratique de la Médecine & de la Chirurgie. Non-content d'aſſiſter aſſiduement aux Leçons des Écoles de la Faculté & de celles de S.t Côme, il ſuivoit en même temps les cours d'Anatomie, de Chimie & de Botanique; il ne manquoit aucune viſite ni aucun panſement dans les Hôpitaux, & ſur-tout à l'Hôtel-Dieu où il fut bientôt admis à travailler lui-même, & malgré ce grand nombre d'occupations ſuivies, il trouvoit encore le temps de parcourir toutes les parties de la Philoſophie; il avoit même effleuré les Mathématiques, mais il avoit fait ſur-tout une étude ſuivie de la Métaphyſique, pour laquelle le Livre de la *Recherche de la Vérité* du P. Malebranche, lui avoit inſpiré le goût le plus vif & le plus décidé.

Au milieu de tant d'occupations ſérieuſes, il ſavoit cependant dérober des momens pour ſon plaiſir: un heureux haſard l'avoit placé chez le célèbre M. Cochin, de l'Académie Royale de Peinture; il en profita pour employer le peu de momens

qui lui restoient libres, à apprendre le Dessin & la Gravure. Ce nouveau travail lui servoit de délassement, & il y avoit fait de tels progrès qu'on a vu des portraits de sa main très-ressemblans, & qu'il avoit dessiné & gravé la plupart des os de l'homme d'une manière assez parfaite pour que ces ouvrages pussent être avoués par les plus habiles en ce genre.

Ses cours étant absolument finis, il n'étoit plus question pour lui que de faire servir, au bien de ses concitoyens, les lumières qu'il venoit d'acquérir: dans cette vue, il forma le projet de s'établir à Mantes, & pour y parvenir, il se présenta aux Chirurgiens de cette ville pour être admis aux épreuves ordinaires; sa réputation, qui l'y avoit devancée, devoit lui aplanir toutes les difficultés; elle fit un effet tout contraire; les Chirurgiens de Mantes crurent voir dans ce candidat un concurrent dangereux, & le refusèrent absolument; muni de l'acte authentique de leur refus, M. Quesnay vint à Paris se faire recevoir pour la ville de Mantes, il fut reçu avec les plus grands éloges, & eut ses Lettres le 9 Août 1718. Ce fut aussi dans le même temps qu'il se maria avec Jeanne-Catherine Dauphin, fille d'un Marchand des six Corps de Paris.

La jalousie des Chirurgiens de Mantes, qui les avoit détourné de s'associer un homme qui leur faisoit tant d'honneur, ne put empêcher sa réputation de s'étendre, il étoit principalement appelé pour le traitement des grandes blessures, & ses succès lui firent donner la place de Chirurgien-major de l'Hôtel-Dieu, place alors d'autant plus importante, que cet Hôpital servit, pendant plusieurs années, d'asyle à un très-grand nombre de blessés du Régiment du Roi, employé, dans ce temps, aux travaux publics de la reconstruction d'une partie du vieux pont, nommé *pont Fayol,* lequel a été depuis remplacé par le magnifique Pont qui y a été construit sous les ordres de M. Perronet, de cette Académie. Il s'étoit fait aussi un nom dans la pratique des accouchemens, & il étoit habituellement desiré & reçu avec distinction chez tous les Seigneurs voisins; ce fut-là que feu M. le Maréchal de

Noailles eut occasion de le connoître, &, ce qui en étoit une suite presque nécessaire, de l'estimer & l'aimer; le témoignage avantageux que ce Seigneur rendit de lui à la feue Reine, détermina cette Princesse à ne point faire venir ses Médecins, dans le séjour qu'elle fit à Maintenon, en allant à Chartres, & en revenant de cette ville, après la naissance de feu M.gr le Dauphin : elle osa confier le soin de sa santé, à ce même Chirurgien que ceux de Mantes avoient refusé peu d'années auparavant, d'admettre parmi eux, & sa confiance ne fut point trompée.

Jusqu'ici, nous n'avons vu M. Quesnay lutter que contre la fortune & contre des concurrens peu dignes de lui : nous allons bientôt le voir, sur un plus grand théâtre, aux prises avec un adversaire redoutable, & remporter sur lui la victoire la plus complète.

Le célèbre M. Silva publia en 1727, un livre sur la saignée, ce livre fut reçu avec tout l'applaudissement dû à la réputation de l'auteur; M. Quesnay osa y remarquer des fautes, & en fit une critique, fondée sur les loix de l'Hydrostatique; plusieurs de ses amis, auxquels il confia le projet qu'il avoit formé de la publier, & entr'autres le célèbre P. Bougeant, firent leur possible pour l'en détourner: ce dernier-ci, nommément ami de l'un & de l'autre, représentoit à M. Quesnay, avec combien de désavantage un simple Chirurgien de Province alloit lutter contre un des Coryphées de la Médecine de Paris, reconnu presque unanimement pour Législateur en cette partie, M. Quesnay ne répondit à cet imposant tableau qu'en priant le P. Bougeant de vouloir bien lire son manuscrit, il le lut, & bientôt il ne craignit plus pour M. Quesnay: mais effrayé de l'orage qui menaçoit le livre de M. Silva, il vint à Paris, lui présenta le manuscrit, & tenta de l'engager à voir M. Quesnay, & à s'arranger avec lui pour que sa Critique ne fût pas publiée.

M. Silva, comptant peut-être un peu trop sur la supériorité de ses lumières, se contenta de rendre le manuscrit avec une espèce de dédain; cependant à peine le P. Bougeant fut-il

parti, qu'il voulut renouer la négociation, mais il n'étoit plus temps, le manuſcrit avoit été remis à M. Queſnay: cependant M. Silva trouva moyen d'engager M. le Maréchal de Noailles à faire trouver chez lui les deux Contendans en préſence de pluſieurs perſonnes en état de connoître de ce différend. M. Silva, toujours guindé ſur ſa réputation & ſur ſa prétendue ſupériorité, crut en impoſer à M. Queſnay par un ton magiſtral & une eſpèce de perſiflage ironique: mais le Chirurgien de Mantes ne ſe payoit pas de penſées brillantes, il réunit bientôt en ſa faveur les ſuffrages de tous les aſſiſtans, & il fallut laiſſer à M. Queſnay la liberté de publier ſon Ouvrage. Nous paſſerons ici ſous ſilence le retardement qu'y apporta le Cenſeur royal, ami de M. Silva, qui retint le manuſcrit près d'un an: mais enfin M. Queſnay obtint des ordres exprès de M. le Chancelier Daguetſeau, le manuſcrit fut enfin retrouvé, approuvé & imprimé.

M. Silva, irrité de cette publication qu'il regardoit comme une eſpèce d'attentat, voulut accabler ſon adverſaire d'une réponſe foudroyante: il raſſembla, dans cette vue, pluſieurs fois chez lui les plus fameux Géomètres de cette Académie qui l'avoient aidé dans les calculs ſur leſquels étoit fondé ſon premier Ouvrage; mais après avoir bien lû & examiné la Critique de M. Queſnay, il fut décidé qu'elle reſteroit ſans réponſe, apparemment M. Silva adopta de bonne foi cette déciſion, car à ſa mort arrivée bien des années après cet évènement, on ne trouva dans ſes papiers aucun veſtige de réponſe projetée. Ce fut à peu-près vers ce même temps qu'il fut admis dans la Société des Arts, qui ſubſiſtoit alors à Paris, avec la permiſſion du Roi, & ſous la protection de feu Mgr le comte de Clermont, Prince du Sang.

Nous avons dit dans l'Éloge de M. de la Peyronie *, qu'en 1731 il obtint du Roi l'établiſſement de l'Académie de Chirurgie; on peut juger combien il étoit occupé de ce projet, il en conféroit ſouvent avec M. Queſnay qu'il rencontroit chez M. le Maréchal de Noailles: il ne fut pas long-temps ſans s'apercevoir qu'il avoit trouvé en lui un homme

* V. Hiſt. de l'Ac. 1747, p. 137.

homme tel qu'il le pouvoit desirer pour en faire, en qualité de Secrétaire perpétuel, l'interprète de cette Compagnie auprès du Public.

Pour y parvenir, M. de la Peyronie avoit deux choses à faire, & ni l'une ni l'autre n'étoient sans difficulté; il falloit premièrement déterminer M. Quesnay à venir s'établir à Paris, & il y avoit la plus grande répugnance; il étoit très-aimé à Mantes, & y jouissoit de la plus grande considération: il pensoit très-philosophiquement, & l'ambition n'avoit aucune prise sur lui; & si l'adroit Premier Chirurgien n'eût su mettre en jeu l'amour du bien public, il ne seroit jamais parvenu à le déterminer, mais ce motif triompha de sa résistance: il quitta Mantes & vint s'établir à Paris, où il entra chez M. le Duc de Villeroy, comme son Médecin & son Chirurgien, & bien plus encore, comme son ami: ce Seigneur le gratifia quelque temps après d'une place de Commissaire des guerres à Lyon, dont il avoit droit de disposer en qualité de Gouverneur de cette ville.

Il restoit encore une difficulté à vaincre à M. de la Peyronie, M. Quesnay, quelque digne qu'il en fût, n'étoit pas Membre du collége de Chirurgie de Paris, il ne pouvoit pas honnêtement lui proposer d'y entrer par la voie ordinaire: pour lever ce dernier obstacle, il le fit revêtir, le 3 Août 1737, d'une charge de Chirurgien Ordinaire du Roi, en la Prévôté de l'Hôtel, qui lui donna de droit l'agrégation au collége de Chirurgie, & lui fit peu après obtenir le brevet de Professeur royal des Écoles, pour la partie des médicamens chirurgicaux.

Les desirs du Premier Chirurgien furent donc satisfaits: M. Quesnay fut nommé Secrétaire de l'Académie de Chirurgie, & il ne tarda pas à justifier le choix qu'on avoit fait de lui, en publiant le premier volume des Mémoires de cette Compagnie, à la tête duquel il mit une Préface qui a été universellement regardée comme un chef-d'œuvre; un Journaliste célèbre la compare à celle que feu M. de Fontenelle mit à la tête du premier volume de cette Académie:

c'étoit en faire le plus grand éloge possible : nous pouvons même assurer que l'utilité de cet Ouvrage n'est pas bornée à instruire ceux qui se destinent à la Chirurgie ; il n'est aucun des amateurs de toutes les autres Sciences qui ne puisse trouver à y profiter.

Après quelques réflexions générales sur les obstacles qui semblent s'opposer le plus à l'avancement des Sciences, il entre plus particulièrement en matière, & développe les règles principales qui doivent diriger ceux qui s'appliquent à l'art de guérir. L'observation & l'expérience sont les deux guides qu'il leur offre ; par l'une, on démêle la marche souvent obscure de la Nature ; par l'autre, on l'interroge & on parvient à lui arracher ses secrets ; l'une & l'autre ne doivent jamais se séparer. L'observation sans l'expérience ne peut produire qu'une théorie incertaine ; l'expérience sans l'observation ne donne qu'un amas confus de faits sans liaison, & plus propres à jeter dans l'erreur qu'à conduire à la vérité : jointes ensemble, elles y mènent sûrement, & sans elles il n'y a ni Science ni Art ; appliquant ensuite ce principe à la Chirurgie, il en écarte avec soin les opinions arbitraires & peu fondées, les simples vraisemblances & les possibilités ; il n'admet que les connoissances appuyées sur les causes & sur les signes qui les font reconnoître ; en un mot, il trace dans cet Ouvrage, le plan d'une théorie lumineuse & d'une pratique sûre & éclairée : il y relève le mérite des grands hommes qui se sont distingués dans cette utile & brillante carrière, & dans le nombre desquels il seroit trop injuste de lui refuser, après sa mort, une place distinguée. Les bornes prescrites à nos Éloges, nous ont forcé d'abréger extrêmement la notice que nous venons de donner de cette pièce intéressante pour tous ceux qui aiment ou qui cultivent les Sciences.

Ce même Volume contient, outre plusieurs Observations détachées, quatre Mémoires de M. Quesnay.

Le premier est un précis de diverses Observations sur le trépan dans des cas douteux, où il cherche les raisons qui peuvent en pareil cas déterminer à recourir au trépan ou à

éviter cette opération; on y trouve auſſi des remarques ſur l'uſage qu'on doit faire des Obſervations en général.

Dans un ſecond Mémoire, il recherche, d'après ſes Obſervations, les différens cas dans leſquels il eſt néceſſaire de multiplier les couronnes de trépan, & fait voir, par des exemples remarquables, que le crâne peut être ouvert avec ſuccès dans une grande étendue dès que le cas le demande.

Le troiſième contient des Obſervations ſur les exfoliations des os du crâne, & ſur les moyens dont on ſe ſert pour accélérer cette exfoliation.

Enfin le quatrième contient des remarques ſur les plaies du cerveau, deſquelles il réſulte qu'il eſt ſuſceptible de pluſieurs opérations qui peuvent, dans bien des cas, ſauver la vie aux malades; il y examine encore quels ſont les remèdes qui conviennent le mieux pour la cure des plaies de ce viſcère, & quelle eſt la manière la plus avantageuſe de les employer. Ces quatre Mémoires ſont, comme on le voit, une Diſſertation ſuivie ſur les plaies de la tête: on diroit que M. Queſnay avoit voulu donner dans ce même Volume un exemple de l'application des règles qu'il avoit données dans ſa Préface.

Le procès qui s'éleva preſque auſſitôt après la publication de ce Volume, entre la Faculté de Médecine & le Collége des Chirurgiens, mit la capacité de M. Queſnay à une nouvelle épreuve : ceux-ci crurent avoir une reſſource aſſurée dans ſes talens, & ils ne ſe trompèrent pas; il eut la plus grande part non-ſeulement aux Ouvrages polémiques, mais encore aux Mémoires juridiques qui parurent pendant l'intervalle de ſept ans que dura cette grande affaire: le Chirurgien devint Antiquaire, Juriſconſulte, Hiſtorien, & rendit en toutes ces qualités les ſervices les plus eſſentiels à ſa Compagnie. Mais parmi tous les Ouvrages que ces circonſtances exigèrent de lui, celui qu'il affectionnoit le plus étoit l'Écrit intitulé, *Examen impartial des conteſtations, &c.* ce n'étoit ſûrement pas le temps qu'il y avoit employé qui lui inſpiroit cette affection; car il fut conçu & exécuté en dix à douze jours; ce qu'il y a de plus ſingulier, c'eſt que lorſqu'il le

composa, il étoit déjà Docteur en Médecine. Ce changement d'état qu'on lui a souvent reproché, mérite bien que pour sa gloire nous en rapportions les motifs.

Tous ceux qui ont connu M. Quesnay, savent combien son envie de servir ses compatriotes étoit vive & désintéressée: dès l'âge de vingt ans, il avoit été attaqué de la goutte, qui se portoit par préférence sur ses mains & sur ses yeux; les attaques devinrent plus fortes & plus fréquentes, & il les regarda comme un ordre de la Providence qui lui interdisoit les opérations manuelles de Chirurgie, & il crut devoir se mettre en état de rendre ses connoissances utiles dans la Médecine proprement dite; il prit donc le bonnet de Docteur dans l'Université de Pont-à-Mousson pendant la campagne de 1744, où il avoit suivi le feu Roi à Metz; & pour se mettre en état d'exercer la Médecine sans inquiétude, il acheta peu après de M. Marcot la survivance de la charge de Premier Médecin ordinaire du Roi & de Médecin du grand Commun, & il obtint par la suite la place de Médecin-consultant de Sa Majesté, vacante par la mort de M. Terray.

Cette dernière grâce du Roi avoit été précédée par une autre d'un genre tout différent: le Roi lui avoit accordé des Lettres de Noblesse, & ce Prince, qui l'appeloit souvent *le penseur,* lui donna lui-même pour armes trois fleurs de pensée, avec cette devise: *Propter cogitationem mentis.*

Un homme tel que M. Quesnay, étoit fait pour être desiré dans toutes les Compagnies littéraires: il étoit dès 1735 de l'Académie Royale des Sciences, Belles-Lettres & Beaux-Arts de Lyon; la Société Royale de Londres l'avoit depuis long-temps admis au nombre de ses Membres; l'Académie desiroit aussi de se l'acquérir, elle profita de la première occasion qui se présenta, & il y obtint le 12 Mai 1751, la place d'Associé-Libre, vacante par la mort de M. le Marquis d'Albert. Il y avoit long-temps que M. Quesnay avoit fait ses preuves par les excellens Ouvrages qu'il avoit publiés: indépendamment du Livre qu'il publia en 1730, relativement à sa dispute avec M. Silva, sous le titre d'*Observations sur*

les effets de la Saignée, il avoit publié dès 1736 son *Essai physique sur l'Économie animale*, auquel il joignit un autre petit Ouvrage intitulé, l'*Art de guérir par la Saignée*. Il est étonnant de voir avec combien de précision & de brièveté il avoit su traiter ces deux importans objets, en approfondissant néanmoins tout ce qu'il y a de plus intéressant sur ces matières; car l'ensemble des deux Ouvrages ne compose qu'un seul volume *in-12*: les faits y forment par-tout les principes & les preuves qui lui servent de base; ils sont exposés avec une telle brièveté & mis dans un si beau jour, que quoiqu'ils ne fassent pour ainsi dire que passer rapidement sous les yeux, ils n'en sont pas moins frappans: de plus, l'ordre dans lequel ils sont présentés est si naturel, qu'il en résulte un système rempli de nouveautés sans être nouveau. Ce ne sont que les vrais principes de cette partie de la Médecine, appuyés d'Observations plus décisives qu'on n'en avoit employé jusqu'alors, & desquelles il résulte une pleine conviction: les raisonnemens tiennent peu de place dans cet Ouvrage; on n'y trouve que ceux qui sont nécessaires pour exposer & pour prouver avec précision la doctrine qui doit naître des expériences & des observations énoncées par l'Auteur; & il est si persuadé qu'au-delà des faits il n'y a plus rien de sûr, que les premières causes qu'il admet ne sont ordinairement que de premiers effets généraux qu'il n'entreprend point d'expliquer, mais qui lui servent à en expliquer une infinité d'autres. Il donna par la suite une seconde édition de son *Économie animale*, considérablement augmentée, & sur tout de beaucoup de Tables; elle parut en 1747 en trois volumes *in-12*: la seconde édition du *Traité des effets & de l'usage de la Saignée* parut aussi en 1750 avec des additions; elle avoit été précédée en 1749 par deux Traités, l'un sur *la suppuration*, & l'autre sur la *gangrène*.

En 1753, M. Quesnay publia son *Traité des fièvres continues*, dans lequel il a rassemblé & examiné les principales connoissances que les Anciens avoient acquises sur cet objet par l'observation & par la pratique, & particulièrement sur

les pronoſtics, la coction, les criſes & la cure de ces maladies. Nous ne répéterons point ici ce que nous avons dit alors * dans l'Hiſtoire de l'Académie; mais nous ne pouvons nous diſpenſer d'ajouter une anecdote ſingulière: cet Ouvrage, le plus intéreſſant peut-être qui ſoit ſorti de ſa plume a été compoſé entièrement à l'armée, au milieu du tumulte d'un camp & dans une grange qui ſervoit de logement à lui & à tout ſon monde, & où il s'étoit retranché ſur un tas de paille. On peut juger par-là de la facilité avec laquelle il travailloit & de la fidélité de ſa mémoire: on ne doit pas au reſte en être ſurpris; celui qui ſavoit lire & méditer ſur un grand chemin pendant les ardeurs de la canicule, devoit être fort à ſon aiſe pour compoſer un Livre dans la grange & ſur le tas de paille où nous venons de le repréſenter.

* V. Hiſt. de l'Ac. 1753, p. 143.

Les derniers Ouvrages de M. Queſnay furent imprimés à Verſailles, par ordre exprès du feu Roi, qui en tira lui-même quelques épreuves: ils conſiſtoient en des obſervations ſur la conſervation de la vue, *in-4.°*; en un ouvrage ſur la pſychologie ou ſcience de l'ame, même format, & en un extrait aſſez étendu des économies royales de M. de Sully. Ces Ouvrages ont été ſi ſoigneuſement ſéqueſtrés, qu'il n'en eſt pas même demeuré un ſeul exemplaire à ſa famille.

Le dernier étoit le commencement du travail qui a occupé M. Queſnay, pendant la plus grande partie de ſes dernières années; il avoit, au ſuprême degré, l'eſprit de patriotiſme; il connoiſſoit parfaitement le détail & la théorie de l'Agriculture, qu'il avoit étudiée en Phyſicien & pratiquée autrefois en Agriculteur. Il étoit à portée de voir, de plus près qu'un autre, les reſſorts du Gouvernement: il ſe livra tout entier au ſyſtème économique; il compoſa ſur ce ſujet un Traité intitulé *la Phyſiocratie* ou *Conſtitution naturelle du Gouvernement*, & ce livre fut publié en 1768, par les ſoins de M. Dupont, Inſpecteur général du Commerce: il donna ſur ce ſujet un très-grand nombre de Mémoires intéreſſans qui ſe trouvent répandus dans les Journaux d'Agriculture & dans les Éphémérides du Citoyen; il favoriſoit, de tout ſon

pouvoir, ceux qui s'appliquoient à ce travail, & leur communiquoit, ſans réſerve, les lumières qu'il y avoit acquiſes. Ce goût s'eſt conſervé chez lui juſqu'au dernier moment, & dans le mois qui précéda ſa mort, il compoſa encore ſur cet objet trois Mémoires qui firent dire à un homme en place, *que M. Queſnay avoit une tête de trente ans ſur un corps de quatre-vingts.*

Nous ne le ſuivrons pas plus loin dans cette nouvelle carrière, elle eſt trop éloignée des occupations de l'Académie qui paſſeroit témérairement ſes bornes, en traitant ici des matières qui ne ſont point de ſon objet, qui n'ont point été ſoumiſes à ſon examen, & deſquelles elle n'ignore pas que le Gouvernement s'occupe eſſentiellement; mais ce qu'il nous eſt permis de relever, c'eſt l'amour de M. Queſnay pour ſes concitoyens, cet amour ſi pur & ſi détaché de tout intérêt: c'eſt la multitude de travaux ſur cette matière qui l'avoit mis en quelque ſorte à la tête, & rendu comme l'Oracle de tous ceux qui couroient la même carrière. Il eſt beau d'être en quelque ſorte Légiſlateur de ceux-même qui travaillent à impoſer des loix aux autres hommes.

Les calculs inſéparables des combinaiſons néceſſaires à cet Ouvrage, lui firent ſouvent regretter d'avoir négligé l'étude des Mathématiques, & comme il ne connoiſſoit les difficultés que pour les vaincre, il crut pouvoir ſurmonter celles-ci en ſe livrant à cette étude: mais il oublioit ſon âge; la vigueur de ſes organes ne répondoit plus à l'activité de ſon ame, & ſa tête n'étoit plus en état de ſoutenir, comme autrefois, un travail long & pénible ſur des matières abſtraites; il s'égara & crut avoir réſolu le fameux problème de la Quadrature du cercle; ſes amis firent ce qu'ils purent pour l'empêcher de publier cette prétendue découverte; il fut toujours inflexible, & la fit imprimer: nous ne pouvons nous diſpenſer d'avouer que ce fut une faute, & pourquoi ne l'avouerions-nous pas? nos Éloges ne ſont pas des Panégyriques, & une faute de cette eſpèce, qui ne peut être attribuée qu'à l'affoibliſſement de génie, qu'amènent néceſſairement le grand âge & les

longs travaux, trouve ſon excuſe dans ſa propre cauſe, & n'intéreſſe que bien peu ſa gloire.

L'âge, cependant, de M. Queſnay s'avançoit toujours, & ſon corps s'affoibliſſoit viſiblement, les douleurs de la goutte qui le tourmentoit depuis ſa jeuneſſe, devinrent plus aiguës & preſque continuelles, il les ſouffrit avec une patience héroïque, & lorſque ſes amis lui témoignoient combien ils en étoient touchés, il répondoit naïvement, « il ſaut bien » avoir quelques maux à mon âge, les autres ont la pierre, » ſont paralytiques, aveugles, ſourds, cacochymes; eh bien, moi j'ai la goutte! je ne ſuis pas plus à plaindre qu'eux: » il changoit alors de propos, & la converſation devenoit très-vive, & ſouvent même très-gaie & très-amuſante. Cet homme cependant ſi dur pour lui-même, étoit d'une ſenſibilité rare pour les ſouffrances des autres; il ne pouvoit même voir ſouffrir un animal ſans éprouver la plus vive émotion.

Malgré la multiplicité des connoiſſances de M. Queſnay & la vivacité de ſon eſprit, il avoit ſenti que la liberté de penſer devoit avoir des bornes; il avoit fait une étude ſuivie des matières de la Religion, & tous ſes Écrits portent l'empreinte du reſpect qu'il avoit pour elle; on lui a toujours rendu juſtice ſur cet article: ſes mœurs & ſa conduite étoient pour ainſi dire l'image & l'expreſſion vivante de ſes ſentimens à cet égard. Il en a recueilli le fruit par la tranquillité qui accompagna ſes derniers momens: il eſt mort le 16 Décembre 1774, ayant vu approcher la mort avec la même ſérénité qu'il auroit contemplé la fin d'un beau jour, calme précieux qui n'accompagne que la mort des gens de bien, & qui fuit alors loin de ceux qui ſe ſont égarés hors des ſentiers de la Vertu.

M. Queſnay n'étoit ni d'une taille, ni d'une figure avantageuſe; il avoit cependant une phyſionomie ſpirituelle, & ſa converſation ne démentoit pas ce coup-d'œil; elle étoit également inſtructive & amuſante; il poſſédoit l'art précieux de ſe mettre à la portée de tous ceux avec leſquels il avoit à traiter, & de ne laiſſer paroître de ſa capacité que ce qui étoit

étoit nécessaire pour les instruire sans choquer leur amour-propre, en leur faisant sentir une supériorité inutile.

Il possédoit au suprême degré l'art de connoître les hommes; il les forçoit pour ainsi dire sans qu'ils s'en aperçussent, à se montrer à ses yeux tels qu'ils étoient; aussi accordoit-il sa confiance sans réserve à ceux qui la méritoient, & le long usage de la Cour l'avoit mis à portée de parler sans rien dire aux autres; il ne les ménageoit cependant à ce point que lorsqu'ils ne s'étoient pas trop démasqués: ceux qui lui montroient à découvert une ame vile & corrompue, pouvoient être sûrs, de quelque qualité qu'ils fussent, d'être traités comme ils le méritoient.

La quantité de connoissances en tout genre qu'il avoit amassée étoit immense & paroît incroyable, si on remarque le peu de temps qu'une vie toujours très-active lui avoit laissé, mais il savoit en mettre à profit jusqu'aux moindres instans; une heureuse mémoire & une tête excellente lui donnoient le moyen de rejoindre si parfaitement ces morceaux détachés, qu'ils formoient chez lui un tout continu: il eût presque trouvé les élémens d'une Science dans un Dictionnaire. Cette érudition au reste n'étoit chez lui qu'en dépôt pour le besoin; elle ne lui servoit qu'à être toujours au pair de la conversation; toutes les Sciences & tous les Arts lui étoient familiers; il étoit bien éloigné de se servir de tout ce savoir pour s'épargner des recherches; les opinions des plus grands hommes ne devenoient pour lui des autorités qu'après qu'il les avoit soumis à l'examen & à l'expérience; & en ce sens, on peut dire que les idées même qu'il avoit empruntées des autres étoient à lui, & que ses Ouvrages étoient absolument neufs. Toutes ces qualités étoient couronnées chez lui par une simplicité naïve, qui rendoit son commerce extrêmement agréable, même dans la société domestique où on le trouvoit toujours égal, & où la sérénité de son ame se peignoit jusque dans ses moindres actions.

Quoiqu'il fut depuis long-temps à la Cour, & qu'il y jouit d'un crédit considérable, il n'a jamais eu même la pensée

de l'employer pour lui ni pour les ſiens, & s'il en a quelque-ſois fait uſage, ce n'a jamais été qu'en faveur de ceux qu'il croyoit pouvoir mettre en état de ſervir le Public; la Nation françoiſe étoit ſa famille, & il ſe croyoit débiteur de quiconque la pouvoit ſervir : en un mot, on peut dire que ſi l'enthouſiaſme du patriotiſme, une très-longue carrière & les talens les plus précieux, employés ſans relâche & dans toute leur étendue au bien de la Société, donne quelque droit à la reconnoiſſance des hommes, perſonne n'y en a jamais eu plus que M. Queſnay.

Il n'a laiſſé de ſon mariage qu'un fils & une fille; cette dernière avoit été mariée à M. Hérin, premier Chirurgien de Madame, auquel en mourant elle a laiſſé quatre enfans.

La place d'Aſſocié-Libre qu'occupoit M. Queſnay dans cette Académie, a été remplie par M. Menard de Chouſy, Conſeiller d'État, Contrôleur général de la Maiſon du Roi, Chevalier des Ordres royaux, militaires & hoſpitaliers de Notre-Dame du Mont-Carmel & de Saint-Lazare de Jéruſalem, déjà ſurnuméraire dans cette Claſſe.



MÉMOIRES

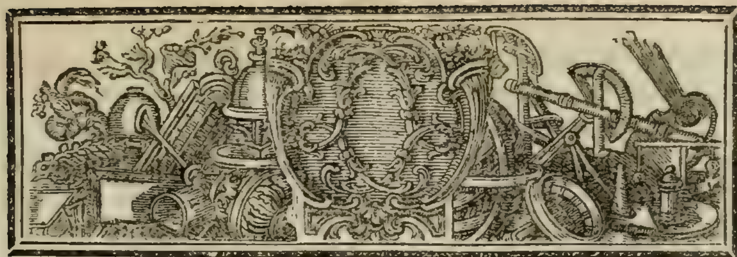
DE

MATHÉMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE.

MÉMOIRES



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.
Année M. DCCLXXIV.

OBSERVATIONS DE LA DISPARITION DE L'ANNEAU DE SATURNE,
Faites à l'Observatoire Royal, au mois d'Octobre 1773.

Par M. CASSINI le Fils.

L'INSTANT précis où Saturne devoit prendre sa phase ronde, ne pouvant être prédit que très-vaguement, il étoit essentiel de s'y prendre de bonne heure, afin de pouvoir suivre par degrés, l'affoiblissement & la diminution de l'anneau,

12 Janvier 1774.

jusqu'à sa disparition totale; mais une circonstance apportoit quelqu'obstacle à cet empressement des Observateurs.

La conjonction de Saturne avec le Soleil, devoit avoir lieu le 8 de Septembre, il falloit nécessairement laisser écouler quelques jours, pour donner le temps à Saturne de sortir des rayons du Soleil.

Dès le 16 de Septembre, j'essayai de découvrir Saturne dans le crépuscule, mais il étoit encore trop proche du Soleil, ne se levant que 40 minutes plus tôt que lui; je présumai dès-lors que pour faire avec fruit l'observation que je me proposois, il falloit que Saturne fût au moins de 8 à 10 degrés au-dessus de l'horizon, & que l'heure de l'observation précédât le lever du Soleil d'environ une heure; ces circonstances devoient avoir lieu vers le 25, néanmoins je ne négligeai point de me lever les 19, 20 & 22 Septembre, mais inutilement: ce ne fut que le 25 Septembre que je découvris Saturne pour la première fois; je l'observai conjointement avec M.rs le Gentil, l'abbé Rochon & du Vaucel: je vais rapporter nos observations avec les détails que je crois les plus intéressans.

Il est bon de prévenir que ces observations ont été faites avec une lunette achromatique de Dollond, de la longueur de trois pieds, la même qui a appartenu à M. le Duc de Chaulnes; elle est actuellement à S. A. S. M.gr le Prince de Conti qui me l'a prêtée pour mon usage particulier, je la préfère, par sa commodité, aux plus longues lunettes qui sont à l'Observatoire, & que la difficulté de les mouvoir rend presque inutiles. Je n'ai point voulu cependant avoir à me reprocher de rien négliger, & je résolus de tenter l'usage de ces grandes lunettes, pour l'observation de Saturne. Je commençai en conséquence à en monter une pour un très-bon objectif de 23 pieds, j'en attendois un excellent effet, & me hâtai d'en faire la comparaison, avec la lunette achromatique, sur Jupiter; mais l'avantage fut absolument pour cette dernière: je ne retirai d'autre fruit de mon épreuve, que de me convaincre qu'il étoit inutile d'essayer de plus

longues lunettes, la poſition de Saturne, relativement aux lieux d'où nous pouvions l'obſerver, rendant impoſſible l'uſage des verres à long foyer.

Je paſſe à nos obſervations.

Le 25 Septembre, à 4^h $15'$ du matin, nous nous levames M. du Vaucel & moi; M. l'abbé Briquet, Prêtre habitué de S.[t] Jacques du Haut-pas, s'étoit joint à nous, il y avoit à l'horizon un bandeau de nuages, qui nous fit long-temps déſeſpérer de pouvoir découvrir Saturne; enfin vers 5^h $15'$, j'aperçus Mercure ſe lever au-deſſus du nuage: j'y dirigeai ma lunette & ſachant que Saturne devoit en être fort proche, je l'eus bientôt trouvé. A la première inſpection, je trouvai Saturne mal terminé, plongé encore dans des vapeurs, il me parut ſans anſe, mais cependant un peu ovale dans un plan environ parallèle à celui de l'équateur. M. l'abbé Briquet, le regarda après moi. Saturne qui ſe dégageoit de plus en plus des vapeurs, lui parut *bien terminé* & *parfaitement rond.* M. du Vaucel ſuccéda, & jugea la même choſe. Je laiſſai écouler encore quelques minutes, & jugeant le ciel bien pur, je me remis à la lunette, j'aperçus Saturne *très-bien terminé* & *parfaitement rond,* il étoit alors 5^h $40'$. Saturne étoit élevé de 10 degrés ſur l'horizon; il y avoit encore 20 minutes de temps juſqu'au lever du Soleil. Nous regardames à pluſieurs repriſes, alternativement tous les trois, aucun de nous n'aperçut la moindre apparence d'anſe, M. l'abbé Briquet, ſeulement, crut apercevoir un petit point de lumière, infiniment proche du bord occidental de Saturne; M. du Vaucel & moi, n'avons pu rien apercevoir de ſemblable.

D'après cette obſervation bien conſtatée, on pouvoit juger que les anſes avoient diſparu & que Saturne avoit déjà atteint ſa phaſe ronde, mais comme une obſervation iſolée ne doit jamais paroître ſuffiſante dans un cas ſur-tout où les apparences dépendent de tant de circonſtances & ſont ſujettes à tant d'illuſion, j'attendis au lendemain à prononcer ſur ce fait.

Le 26 au matin, Saturne ne ſurmonta un bandeau de nuages qui étoit à l'horizon que vers 5^h $15'$, nous attendimes

qu'il fût un peu plus élevé, & à $5^h\ 25'$ le voyant parfaitement dégagé de toute vapeur, j'y dirigeai ma lunette, *j'aperçus dès-lors deux anſes ou lignes de lumière, parfaitement diſtinctes, l'anſe orientale étoit plus continue que l'occidentale qui paroiſſoit comme ſéparée du corps de Saturne. De plus, je vis diſtinctement ſur le diſque de Saturne, une bande noire dans la direction des anſes.* Je ne fis aucune part de mes remarques, à M. du Vaucel, qui n'eut pas plutôt l'œil à la lunette, qu'il aperçut parfaitement les anſes : quelques momens après, M. le Gentil & l'abbé Rochon, vinrent ſe joindre à nous, & remarquèrent les mêmes choſes que moi, à l'exception que comme le crépuſcule étoit plus fort lorſqu'ils arrivèrent, ils ne purent apercevoir la bande noire ſur le diſque de Saturne, laquelle bande, comme l'on ſait, étoit produite en partie par l'anneau obſcur projeté ſur le globe de Saturne, & en partie par l'ombre de l'anneau. Nous continuames d'obſerver & de diſtinguer les anſes juſqu'à $5^h\ 40'$, qu'un nuage nous obligea d'abandonner la lunette; je rapportai ſur le champ cette obſervation ſur le regiſtre, chacun communiquant ſes remarques, & ſignant au bas de cette eſpèce de procès-verbal. C'eſt ainſi que nous en avons uſé pendant tout le cours de ces obſervations.

Le 28 au matin, il y avoit beaucoup de vapeurs. M.rs le Gentil, l'Abbé Rochon & du Vaucel, obſervèrent Saturne depuis 5 heures juſqu'à $5^h\ 40'$, *les anſes leur parurent affoiblies ;* cela pouvoit être attribué aux vapeurs; car pendant l'obſervation, on fut obligé d'eſſuyer une fois l'objectif, & à la fin de l'obſervation, en retirant la lunette, on trouva l'objectif couvert d'humidité.

Le 29 au matin, temps parfaitement ſerein : j'ai vu Saturne très-bien terminé, ſes anſes parfaitement diſtinctes. *L'anſe orientale étoit continue, & l'occidentale interrompue auprès du diſque de Saturne; de plus, l'anſe orientale avoit à ſon extrémité un point brillant & l'anſe occidentale en avoit deux, l'un à ſon extrémité, & l'autre un peu plus proche de Saturne.* Je vis parfaitement la bande noire ſur le diſque. M.rs le Gentil,

l'Abbé Rochon & du Vaucel ont trouvé aujourd'hui les anses beaucoup plus belles qu'hier, sans doute, parce que le temps étoit plus favorable. J'ai voulu voir jusqu'à quelle heure je pourrois distinguer les anses malgré le crépuscule, & je ne les ai perdu de vue que 13 minutes seulement avant le lever du Soleil.

Le 30 au matin, il s'élevoit de la Terre un brouillard & des vapeurs assez considérables, qui nous ont obligé d'essuyer plusieurs fois l'objectif; nous vimes parfaitement *les anses ayant chacune à leur extrémité un petit point brillant; celui de l'anse occidentale étoit le plus brillant.* M. le Gentil & moi jugeames quelque *diminution dans la longueur de l'anse orientale.*

Le 2 Octobre au matin, le ciel étoit rempli de filets ou de nuages fouettés, dans les intervalles desquels on a quelquefois aperçu Saturne assez bien terminé; *les anses ont paru foibles, l'orientale raccourcie.* M.rs le Gentil & du Vaucel, qui ont fait cette observation, ne jugèrent pas que le temps fût assez beau pour décider s'il y avoit eu une diminution sensible depuis hier.

Le 5 au matin, l'orient chargé de nuages: dans quelques intervalles, nous avons observé Saturne, mais il n'étoit nullement terminé; M. l'Abbé Rochon crut un moment apercevoir les anses.

Le 6 au matin, quoiqu'il fît parfaitement beau, il y avoit du brouillard; nous suivimes Saturne depuis 5 heures jusqu'à 6 heures, & nous l'avons vu *rarement terminé.* Les avis furent partagés dans cette observation, chacun écrivoit à part, en voici l'extrait:

À M. le Gentil, *Saturne parut très-rond & sans anses.*

M. l'Abbé Rochon crut apercevoir l'*anneau de Saturne très-foible*, à la vérité, *& comme un filet de lumière presque imperceptible, plus alongé vers l'orient que vers l'occident.*

Il a semblé à M. du Vaucel voir *un petit point lumineux extrêmement foible à l'orient du disque;* M. du Vaucel s'étant ensuite servi de sa petite lunette achromatique, qui a moitié moins d'ouverture, & qui grossit moitié moins que la

mienne, il crut apercevoir des deux côtés de Saturne *un reste de lumière.*

Quant à moi, dans certains momens où Saturne paroissoit mieux terminé, il m'a semblé voir à l'orient du disque de Saturne *un reste d'anse ou alongement adhérent au disque, & quelquefois je croyois voir à l'occident un petit point de lumière, foible, à la vérité;* j'ai remarqué que la petite lunette de M. du Vaucel étoit plus favorable dans cette occasion, & que je distinguois mieux qu'avec ma lunette de Dollond cet alongement & ce petit point lumineux dont je viens de parler. En général, lorsque le ciel est chargé de vapeurs, les lunettes qui grossissent moins sont les plus avantageuses : en voici une expérience que nous eumes lieu de faire dans le cours de ces observations. M. de Létang apporta à l'Observatoire une lunette achromatique de 12 pieds, qu'il venoit d'achever pour M. Maraldi ; cette lunette comparée avec la mienne sur Jupiter, nous a paru grossir quatre-vingts fois de plus, & fit d'ailleurs un excellent effet ; en conséquence, le 30 au matin, nous voulumes observer Saturne avec cette lunette en même temps qu'avec la mienne ; il y avoit malheureusement des vapeurs, à peine pumes-nous distinguer les anses dans la lunette de 12 pieds, tandis que dans celle de trois pieds elles paroissoient assez distinctes. Revenons à nos observations de Saturne.

Les anses s'étant trouvées affoiblies, le 6 au matin, au point que l'un de nous les jugea disparues, il eût été à desirer que le temps nous permît le lendemain d'observer Saturne, mais le 7, le 8 & le 9 Octobre, l'orient se trouva toujours chargé de nuages.

Le 10, il fit assez beau, non sans quelques vapeurs; je me trouvai absolument hors d'état d'observer, ayant la vue extrêmement fatiguée d'un grand nombre d'observations que j'avois faites depuis un mois; M.rs du Vaucel, le Gentil & l'Abbé Rochon voulurent bien y suppléer; les deux premiers virent Saturne parfaitement rond, & jugèrent les anses absolument disparues, ils distinguèrent fort bien la bande noire

ſur le diſque de Saturne; M. l'Abbé Rochon crut voir encore un reſte de l'anneau très-rétréci, très-court, mais il n'oſe rien aſſurer à cet égard.

Nous nous réuniſſons donc tous à préſumer de nos obſervations, que vu la foibleſſe des anſes obſervées le 6 au matin, leur diſparition totale pour nous avec la lunette que nous avons employée n'a pu avoir lieu plus tard que du 7 au 8 Octobre.

Il eſt à remarquer que cette diſparition de l'anneau de Saturne, a eu lieu dans les mêmes circonſtances que celles que M. Maraldi a obſervées en 1714. Dans cette année & dans celle-ci, la conjonction de Saturne a eu lieu le même jour 8 Septembre, Saturne s'eſt trouvé à peu-près dans la même poſition, par rapport au Soleil & à Mercure qui nous a ſervi, ainſi qu'à M. Maraldi, à le découvrir plus facilement; enfin, le temps où Saturne a commencé à être viſible, a été le même; peut-être euſſions-nous obſervé auſſi tard que lui la phaſe ronde, ſi nous euſſions eu la même lunette. On va voir cependant qu'il eſt difficile de rien affirmer là-deſſus, & à cette occaſion j'ai jugé qu'il étoit aſſez intéreſſant de rapporter ici le relevé du Regiſtre de 1714, pour ſuppléer aux détails que M. Maraldi a omis dans ſon Mémoire, lû à l'Académie en 1715. De pareils détails ſont cependant intéreſſans; on ſera plus en état de faire la comparaiſon de cette obſervation avec la nôtre.

Je copie mot pour mot les Obſervations écrites ſur le Regiſtre, de la main même de M. Maraldi.

OBSERVATIONS de la diſparition de l'Anneau de Saturne, en 1714; par M. Maraldi.

« Le 25 Septembre 1714 au matin, on voyoit Saturne « avec la lunette de 34 pieds dans le crépuſcule, avec les anſes « aſſez étroites, mais claires. «

Le 26, les anſes de Saturne m'ont paru plus étroites « qu'hier, principalement vers les extrémités. «

» Le 27, les anses de Saturne m'ont paru plus courtes » que les autres jours précédens.

» Le 1.er Octobre au matin, on voyoit l'anneau de Saturne » sensiblement plus étroit que les jours précédens.

» Le 5, Saturne avec ses deux anses qui sont foibles.

» Le 7, on voyoit Saturne avec ses anses fort petites.

» Le 9, on voit les anses de Saturne encore assez distinc- » tement; quoique très-mince, l'anse à droite paroît un peu » ouverte.

» Le 12, Saturne, avec la lunette de 34 pieds, paroissoit » avec une seule anse à gauche. Sorel a cru voir encore à droite, » un peu d'anse fort foible.

» L'anse à droite, ou l'orientale que j'avois observée le 5, » les 7 & 9 Octobre, plus large que l'occidentale, étoit disparue » ce matin; ces observations furent faites à Châtenay, avec » une lunette de 16 pieds.

» Le 13, depuis 5^h jusqu'à $5^h \frac{1}{4}$, on voyoit Saturne de » temps en temps, parmi quelques ouvertures de nuages; les » anses étoient presque invisibles.

» Le 14, Saturne ayant paru pendant une demi-heure dans » une ouverture de nuages bien clairs, je n'ai pas pu distinguer » d'anse; on voyoit le quatrième Satellite.

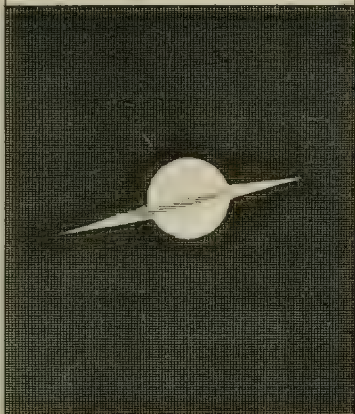
» Le 16, Saturne, avec la grande lunette de 34 pieds, » paroissoit parfaitement rond à droite; à gauche il sembloit y avoir un reste d'anse fort courte ».

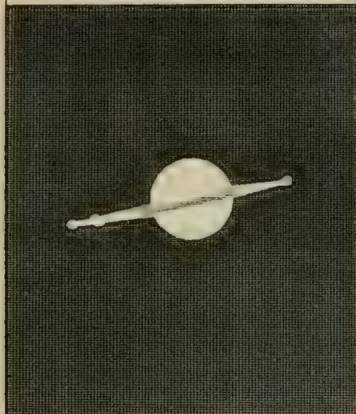
Voilà où se terminent les observations rapportées sur le Registre original; elles nous fournissent une réflexion.

Dans le Mémoire lû à l'Académie le 16 Mars 1715, M. Maraldi dit:

« Depuis le 9 Octobre, nous ne pumes voir Saturne que » le 12, à cause des nuages; ce jour-là il parut avec une seule » anse qui étoit du côté de l'occident . . . Le 13, le ciel ayant » été couvert, on ne put observer Saturne que le 14, auquel » jour on ne vit plus aucune anse, & Saturne parut entièrement » rond, comme on a continué de l'observer depuis ce temps-là, jusqu'au 1.er de Février . . . . . &c. »

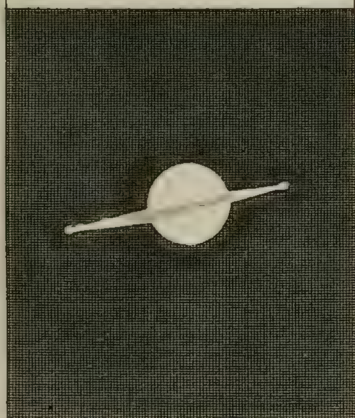
De ce

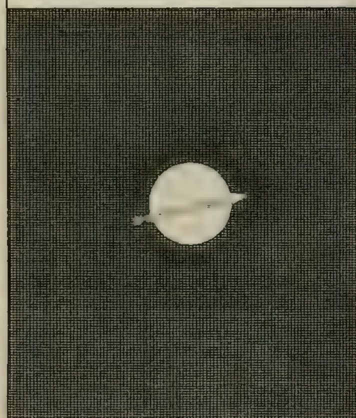




Occident

Orient





Y. le Gouaz Sculp.



De ce paſſage, on doit conclure que la diſparition de l'anneau a dû avoir lieu du 12 au 13 ou du 13 au 14 au plus tard; cependant on voit clairement, par le relevé du regiſtre, que le 13 au matin, *parmi quelques ouvertures de nuages, les anſes paroiſſoient preſque inviſibles*, à la vérité, mais enfin elles paroiſſoient; de plus, le 14 on n'a pu diſtinguer aucune trace d'anſe, mais le 16, *il ſembloit y avoir à gauche* (ou à l'occident) *un reſte d'anſe fort courte*, ce qui recule le moment de la diſparition de l'anneau, au plus tôt du 16 au 17, c'eſt-à-dire, trois à quatre jours plus tard qu'elle n'eſt indiquée par le Mémoire.

Quoique l'obſervation du 16 ſoit énoncée d'une manière aſſez affirmative, M. Maraldi, dira-t-on, n'en a pas été apparemment aſſez ſûr pour en faire mention; cela eſt probable, mais cela nous prouve en même temps combien une pareille obſervation eſt délicate, puiſqu'un excellent Obſervateur employant toujours la même lunette, peut être en doute de trois ou quatre jours ſur l'inſtant précis du phénomène qu'il obſerve.

Nous voici parvenus à avoir pluſieurs obſervations complètes de la diſparition de l'anneau de Saturne. Dans ces mêmes circonſtances, la Théorie ne peut manquer d'en être perfectionnée, mais il eſt des bornes qu'il faut avoir la bonne foi de reconnoître, ce n'eſt pas encore pour la prochaine diſparition de l'anneau de Saturne, que nous aurons la prétention de fixer au jour nommé ce phénomène.



OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

Faites en 1773, à Pér inaldo dans le Comté de Nice.

Par M. MARALDI.

12 Janvier 1774.

Mois & Jours.	Temps vrai.	
Mai.... 29	15^h 18. 46	Immerſion du premier Satellite; il y a du brouillard dans l'air; j'ai été obligé d'eſſuyer trois fois l'objectif à cauſe de la grande humidité: cependant les bandes de Jupiter paroiſſent diſtinctement avec une lunette achromatique de trois pieds, qui groſſit ſoixante-cinq fois.
Juin.... 26	14. 45. 30	Emerſion du troiſième Satellite; il fait beau
28	13. 34. 0	Immerſion du ſecond Satellite; il fait beau.
Juillet... 7	13. 35. 59	Immerſion du premier Satellite; il fait beau, mais la lumière de la Lune qui eſt proche me donne dans les yeux.
14	13. 21. 27	Immerſion du quatrième Satellite; il fait beau, le Satellite a diminué pendant ſix à ſept minutes.
Le même jour.	15. 28. 55	Immerſion du premier Satellite; il fait beau, mais il commence à faire jour.
23	11. 50. 22	Immerſion du premier Satellite; Jupiter eſt bien terminé, mais je ne vois pas les bandes.
30	13. 20. 12	Immerſion du ſecond Satellite, douteuſe à cauſe de la proximité du premier Satellite; on diſtinguoit à peine que ces Satellites étoient ſéparés.
Le même jour.	13. 44. 28	Immerſion du premier Satellite; il fait beau; & on voit diſtinctement les bandes.
Août.... 1	10. 40. 51	Immerſion du troiſième Satellite; il fait beau, & on voit parfaitement les bandes quoique Jupiter ſoit fort près de l'horizon.

Mois & Jours.	*Temps vrai.*	
Août..... 6	15h 38′ 6″	Immersion du premier Satellite, brouillard; cependant Jupiter est bien terminé, & on voit bien les bandes; il n'est éloigné de la Lune que d'un diamètre & demi.
Le même jour.	15. 57. 14	Immersion du second Satellite, mêmes circonstances; cependant je ne suis pas si content de cette observation que de la précédente.
8	10. 7. 15	Immersion du premier Satellite; il n'y avoit que 8 ou 10 minutes que Jupiter étoit levé; je l'ai vu sortir de l'horizon, ou pour mieux dire, des montagnes, très-net & très-bien terminé, les bandes étoient aussi distinctes, comme s'il avoit été à 30 degrés au-dessus de l'horizon.
Le même jour.	12. 1. 17	Immersion du troisième Satellite; il fait parfaitement beau. Observation excellente.
Le même jour.	14. 41. 6	Émersion du troisième Satellite; mêmes circonstances; observation excellente.
15	16. 3. 53	Immersion du troisième Satellite; il fait beau; on voit distinctement les bandes.
22	13. 57. 16	On voit encore le premier Satellite; Jupiter est couvert dans ce moment par les nuages.
Le même jour.	13. 59. 10	Jupiter est découvert; on ne voit plus le Satellite.
24	10. 35. 31	Immersion du second Satellite; il fait parfaitement beau.
29	15. 53. 49	Immersion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
31	10. 22. 16	Immersion du premier Satellite; il y a un peu de brouillard: cependant Jupiter est bien terminé, & on voit parfaitement les bandes.
Le même jour.	13. 14. 32	Immersion du second Satellite au travers de nuages rares; j'avois vu le Satellite extrêmement foible quelques secondes auparavant que Jupiter fut fort net & les bandes fort distinctes.
Septembre... 7	12. 18. 35	Immersion du premier Satellite; il fait beau; on voit distinctement les bandes.

Mois & Jours.	*Temps vrai.*	
Septembre.. 7	$15^h\ 55'\ 27''$	Immersion du second Satellite, il fait beau; on voit distinctement les bandes, mais la lumière de la Lune m'incommode.
13	8. 17. 48	Immersion du troisième Satellite; il fait parfaitement beau.
20	12. 19. 32	Immersion du troisième Satellite; il fait parfaitement beau, & on voit très-distinctement les bandes. Le Satellite touchoit presque le bord de Jupiter.
21	16. 11. 42	Immersion du premier Satellite; il fait parfaitement beau; le bord de Jupiter & le Satellite bien terminés; je crois cette observation excellente. Il m'a paru que pour faire ces observations proche de l'opposition il faut tâcher d'ôter une partie de la lumière de Jupiter, & que pour cela il suffit de tenir Jupiter à la circonférence du verre, & mieux en haut ou en bas que sur les côtés.
Octobre... 2	9. 20. 14	Émersion du premier Satellite; je l'ai aperçu comme une aspérité au disque de Jupiter; à $9^h\ 23'$ il paroissoit détaché & il étoit gros.
Le même jour.	15. 52. 20	J'aperçois le second Satellite qui sort de l'ombre; le ciel est chargé de vapeurs, cependant Jupiter est bien terminé & on voit parfaitement les bandes.
6	11. 25. 54	Émersion du quatrième Satellite; il fait parfaitement beau; à $11^h\ 35'$ il n'a pas encore toute sa lumière ni sa grosseur.
7	16. 48. 22	Émersion du premier Satellite; observation douteuse; Jupiter est très-proche de l'horizon, mal terminé & ondoyant: on ne distingue pas les bandes.
9	11. 16. 27	Émersion du premier Satellite; il fait parfaitement beau, & on voit très-distinctement les bandes.
13	7. 51. 48	Je crois apercevoir le second Satellite qui sort de l'ombre; Jupiter est sombre & il entre dans un nuage.

Mois & Jours.	*Temps vrai.*	
Octobre.. 13	7h 53′ 46″	Jupiter sort du nuage, il est clair; le second est sorti de l'ombre.
16	13. 12. 37	Émersion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
18	7. 41. 33	Émersion du premier Satellite, *idem.*
19	7. 4. 30	Émersion du troisième Satellite; il fait parfaitement beau.
20	10. 20. 33	Émersion du second Satellite, *idem.*
25	9. 37. 1	Émersion du premier Satellite douteuse; Jupiter est dans le brouillard, cependant il est bien terminé, mais on ne voit pas les bandes.
26	11. 6. 44	Émersion du troisième Satellite; il fait parfaitement beau, mais j'ai les yeux un peu fatigués, & la Lune est très-proche de Jupiter.
27	13. 6. 56	Émersion du second Satellite; il fait parfaitement beau; la Lune n'est éloignée que de 7 à 8 degrés.
Novembre 1	11. 33. 24	Émersion du premier Satellite; il fait parfaitement beau.
2	12. 43. 42	Immersion du troisième Satellite; il fait parfaitement beau, & on voit très-distinctement les bandes.
Le même jour.	15. 8. 15	Jupiter se couche, & le Satellite n'est pas encore sorti de l'ombre; les trois autres Satellites qui sont à gauche paroissent parfaitement.
14	7. 39. 50	Émersion du second Satellite; il fait parfaitement beau.
24	11. 45. 35	Émersion du premier Satellite; Jupiter n'est pas bien terminé, & on ne voit pas les bandes.
26	6. 12. 30	Émersion du premier Satellite; Jupiter est dans des nuages rares; il est bien terminé & on voit distinctement les bandes, mais les Satellites ne paroissent pas brillans.
Décembre. 1	7. 6. 1	Émersion du troisième Satellite; il fait parfaitement beau.

Pendant tout le mois de Décembre, le ciel a été couvert, & il a fait des temps affreux.

Toutes ces obſervations des Écliples de Satellites ont été faites avec une lunette achromatique de trois pieds, qui groſſit ſoixante-cinq fois.

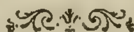
Obſervation de l'Écliple de Lune du 30 Septembre 1773.

A 6 heures du ſoir, le ciel eſt couvert & on n'a pu voir la Lune que vers 7 heures un quart.

Mois & Jours.	*Temps vrai.*	
Septembre. 30	7h 26′ 34″	La partie claire de la Lune me paroît de cinq parties, dont le diamètre en comprend douze; mais il eſt difficile de la meſurer à cauſe des nuages, de l'ombre & du vent. Lunette de ſix pieds.
	7. 34. 55	*Timocharis* hors de l'ombre.
	7. 40. 45	*Menelaüs* hors de l'ombre.
	7. 50. 20	*Mare tranquillitatis* hors de l'ombre.
	8. 3. 16	Fin douteuſe de l'Écliple.
	8. 4. 26	Fin certaine.

*Obſervation de l'Écliple d'*Aldebaran *par la Lune, du 1.er Novembre 1773.*

Novembre. 1	9h 46′ 29″	Immerſion d'Aldebaran avec la lunette de trois pieds de la machine parallactique. Cette obſervation n'eſt pas trop bonne, parce que la lunette ne groſſiſſoit pas beaucoup; Aldebaran m'a paru long-temps appliqué au bord de la Lune, de ſorte que j'avois les yeux fatigués lorſqu'il a diſparu: L'immerſion s'eſt faite vis-à-vis *Schichardus;* je n'étois pas préparé à cette obſervation, j'ai pris la première lunette qui m'eſt tombée ſous les mains.
	10. 24. 1	Aldebaran eſt déjà ſorti; je n'étois pas à la lunette lorſqu'il a paru; il paroît qu'il eſt ſorti dans la ligne tirée de *Schichardus* à *Tycho.*



OBSERVATIONS DE LA DISPARITION DE L'ANNEAU DE SATURNE, *En 1760.*

Par M. LE MONNIER.

MON Journal donne, les 3 & 4 Février, ce qui suit..... Les anses de Saturne encore sensibles & parfaitement égales: le 8 au soir à 5^h 50′, on voyoit encore les anses. Lû en 1760, & relû le 12 Juin 1773.

La conjonction de Saturne au Soleil a dû se faire le 8 Mars 1760, selon l'almanach en ♓ $18^d \frac{3}{4}$ ou un degré moins vers l'Orient que le lieu du Nœud, si on suppose ces Nœuds en ♓ & ♍ $19^d \frac{3}{4}$ sur l'orbite de Saturne, selon les observations de 1715: la latitude méridionale géocentrique, le 8 Mars, 1^d 55′.

La planète de Vénus m'aida à retrouver Saturne qui sortoit des rayons du Soleil le 15 Avril au matin, & il m'a paru rond & sans anses, quoique le crépuscule fût déjà bien sensible; il s'ensuit de-là que les Nœuds sont rétrogrades, entre 18^d & 20^d des Poissons.

Enfin, le 12 Mai, j'ai vu Saturne avec des anses si obscures & si foibles, que j'ai hésité à les supposer évidentes & telles sans illusion; mais le 19 Mai, à 3^h 30′ du matin, j'en ai distingué les extrémités comme de petits points ronds & colorés: l'anse occidentale paroissoit mieux décidée que l'autre.

Le 23 Mai 1760, on voyoit parfaitement bien les anses, à 3^h 25′ du matin: celle qui étoit à l'Occident paroissoit toujours plus vive ou plus élevée que l'autre; leur plan apparent ne paroissoit pas passer par le centre de Saturne, ainsi qu'il m'avoit paru aux 12 & 19 Mai. Ces anses étoient fort minces & leurs extrémités plus grosses & semblables à des points lumineux.



EXTRAIT
DU REGISTRE ASTRONOMIQUE
Des Obſervations de l'Anneau de Saturne & de ſes Satellites.

Par M. LE MONNIER.

LE 8 Novembre 1760 *, avec mon grand téleſcope, qui groſſiſſoit avec ſon équipage moyen, cent quatre-vingt-quatorze fois, à 8 heures & demie du ſoir, le ciel étant fort ſerein. . . . . On voyoit fort bien l'anneau ou bande lumineuſe en ligne droite ſur Saturne: le IV.ᵉ Satellite à l'Occident a deux fois environ la longueur de l'anſe, à compter de ſon extrémité occidentale.

Le 18 Novembre, à 9 heures du ſoir, le ciel étant parfaitement ſerein, l'anneau paroiſſoit en ligne droite parfaitement bien terminée: le IV.ᵉ Satellite étoit o $\frac{1}{2}$ ou moitié du diamètre de Saturne, au-deſſous de la ligne des anſes prolongée vers l'Orient, & à trois ou quatre diamètres de l'anneau, loin du coin de ce même anneau ou ligne droite; mais le III.ᵉ Satellite étoit à l'Occident à une fois & demie le diamètre tranſverſe ou longueur de l'anneau en ligne droite, loin du coin de l'anſe. Quant au V.ᵉ Satellite, il paroiſſoit fort à l'Occident au-deſſous de la ligne ou anneau prolongé, d'environ une fois ou une fois & demi, la longueur de cette ligne repréſentant l'anneau.

Le 23 Novembre, à 9 heures & demie du ſoir, l'anneau fort mince & en ligne droite, &c.

Le 10 Décembre au ſoir, à $7^h\ 15'$, le grand axe de l'anneau paroiſſoit comme une ligne droite, &c.

Le 11 Décembre, à $6^h\ 40'$ du ſoir, le ciel parfaitement ſerein, l'anneau paroiſſoit comme une ligne ou barre épaiſſe, ou bien comme un rectangle ayant quelqu'épaiſſeur, &c.

Le 18 Décembre à $6^h\ 40'$ du ſoir, l'anneau s'épaiſſit, mais paroît conſtamment en ligne droite, &c.

Le IV.ᵉ Satellite étoit au-deſſous de la ligne des anſes d'environ le demi-diamètre de Saturne & à deux fois & demie le grand axe loin de l'anſe orientale: un autre Satellite fort vif étoit préciſément dans la ligne des anſes vers l'Orient, & éloigné du coin de l'anſe de o $\frac{1}{2}$ ou o $\frac{1}{3}$ de l'axe tranſverſe de l'anneau.

* Cet Écrit a été lû en 1774, pour prouver qu'on n'avoit pas négligé d'obſerver Saturne & ſon Anneau, vers le 20 Novembre 1760.



COMPARAISONS

COMPARAISON
DE
L'ÉTOILE α DU TAUREAU
AVEC LA LUNE,

Avant & après l'Éclipse ou Occultation du 14 Avril 1774.

Par M. LE MONNIER.

LE 14 Avril, au soir; 20 Avril 1774.

Temps vrai.		
A $2^h\ 45'\ 4''\frac{1}{2}$.	Passage du premier bord de la Lune au mural & à la pendule de Graham.	$4^h\ 23'\ 45''\frac{1}{4}$
2. 51. $42\frac{2}{3}$.	Passage d'Aldebaran..........	4 31. $24\frac{2}{3}$
2. 45. 10.	Distance au zénith du bord supérieur.	$32^d\ 48'\ 45''$
2. 51. 45.	Distance d'Aldebaran..........	32. 49. 20

Le midi vrai à $1^h\ 39'\ 19''\frac{1}{4}$, selon les hauteurs correspondantes à la pendule, qui avançoit de $3'\ 51''\frac{1}{2}$ par jour, ou de $9''\frac{2}{3}$ par heure sur le temps vrai. Les cornes de la Lune étoient alors si foibles, qu'il falloit estimer les bords de la Lune, & le bord inférieur a paru à $33^d\ 19'\ 30''$ du zénith.

A $9^h\ 16'$ 40 à 44 secondes de la pendule, émersion; ce qui répond à $7^h\ 36'\ 12''\frac{1}{2}$ de temps vrai : l'Étoile alors sur la circonférence vis-à-vis la pointe australe du *Palus Mæotis*.

Les Tables Newtoniennes donnent à $2^h\ 44'\ 14''\frac{1}{2}$ de temps moyen, la longitude de la Lune plus petite de $3'\ 16''\frac{1}{2}$ que selon l'observation; & si l'on avance l'époque à cause de l'accélération du mouvement de la Lune, on la réduira à $2'\frac{1}{2}$ tout au plus. On donnera bientôt l'époque qui doit convenir aux nouvelles Tables de la Lune de M. Euler, qui se persuade d'ailleurs que les occultations sont préférables aux observations de la Lune faites au Méridien, comme si l'on devoit supposer

des distractions involontaires, & que les passages de la Lune & de l'Étoile ne soient vus qu'au fil central de la lunette.

*Suite des Immersions d'*Aldebaran.

23 Novemb. 1774. Le 19 Novembre au matin, à $3^h\ 35'\ 32''\frac{1}{4}$, l'Étoile disparoît sur le disque éclairé, vis-à-vis le *Palus Maræotis*. Le Soleil n'a été vu au Méridien, que le 17 & le 19; mais j'ai encore observé le 20, son passage par le Méridien. Je n'ai pu voir l'émersion à cause du mauvais temps qui a succédé à un ciel fort serein, tel qu'il a paru long-temps après, pendant l'immersion d'Aldebaran sous la Lune.



OBSERVATION
DE L'OCCULTATION D'ALDEBARAN PAR LA LUNE,
Du 14 Avril 1774;
Faite rue de l'Université, 2 secondes de temps à l'occident du méridien de Paris.

Par M.rs DE SARON, BORDA & DU SÉJOUR.

M. LE PRÉSIDENT DE SARON a employé à cette Observation, un télescope d'un pied de foyer, monté sur une machine parallactique, mené par un mouvement de pendule. M. Borda observoit avec une lunette achromatique à trois verres, de 21 lignes d'ouverture & de 16 pouces de foyer. Quant à moi, j'observois avec une lunette achromatique de Dollond, à trois verres, de 10 lignes $\frac{1}{2}$ d'ouverture & de 7 pouces de foyer. Nous n'avons pas vu l'immersion d'Aldebaran sous la Lune. Quant à l'émersion, nous l'avons vue tous trois à la même seconde; à $7^h\ 35'\ 53''$ temps vrai. Le temps étoit parfaitement beau, & la pendule bien réglée. 20 Avril 1774.



OBSERVATION
DE L'OCCULTATION D'ALDÉBARAN
PAR LA LUNE,
Du 14 Avril 1774 au soir.

Par M. MESSIER.

20 Avril 1774. CETTE obſervation étoit annoncée dans la *Connoiſſance des Temps*, l'immerſion au bord obſcur de la Lune à 6^h 32', & l'émerſion à 7^h 41'. Le ciel étoit beau : pour cette obſervation, j'avois monté la lunette achromatique de 3 pieds ½ de M. le Pr. de S** ſur une machine parallactique, pour pouvoir trouver Aldebaran en plein-jour, ce qui m'a réuſſi, je trouvai l'Étoile deux heures avant ſon émerſion. J'avois adapté à la lunette, un micromètre à fils pour indiquer le point du bord éclairé de la Lune, où l'Étoile devoit reparoître ; cet inſtrument n'a ſervi qu'à cet uſage. J'ai employé pour l'obſervation, un téleſcope grégorien de 30 pouces de foyer, qui groſſiſſoit cent quatre fois le diamètre de l'objet : j'ai préféré cet inſtrument à cauſe de ſa ſolidité.

Comme je n'attendois pas ſitôt l'Émerſion dans la partie obſcure du bord de la Lune, qui n'étoit pas viſible à cauſe du grand jour qui régnoit alors, le Soleil étant encore ſur l'horizon ; j'ai été ſurpris de la voir diſparoître, de ſorte que dans l'obſervation il peut y avoir une incertitude de 2 ſecondes.

Comme le micromètre adapté à la lunette montée ſur la machine parallactique m'avoit indiqué le point du limbe de la ſortie de l'Étoile : au téleſcope, je fixois exactement ce point, & je vis l'Étoile encore ſur le bord de la Lune, prête à ſortir ; ſa lumière ſe diſtinguoit de celle de la Lune par un rouge pâle ; elle employa deux ſecondes & demie à ſe détacher

du bord éclairé, & sa lumière parut alors d'un rouge plus vif: ces observations sont de la plus grande précision; les temps vrais ont été déduits de quatorze hauteurs correspondantes du Soleil, qui s'accordoient à la même seconde.

Temps vrai.	
6h 26′ 0″	Immersion; douteuse à deux secondes.
7. 35. 59	Émersion; l'Étoile encore sur le bord éclairé de la Lune.
7. 36. 1 ½	l'Étoile se détache du bord de la Lune, vis-à-vis la partie inférieure de *Mare crisium*.
6. 25. 46	Selon M. Mechain, à Versailles.
7. 35. 42 ½	



OBSERVATION
L'OCCULTATION DE α DU TAUREAU PAR LA LUNE.
Faite à l'Obſervatoire Royal.

Par M. CASSINI fils.

23 Avril 1774. LA *Connoiſſance des Temps* nous ayant annoncé, pour le 14 Avril, une occultation de α du Taureau par la Lune, je me ſuis préparé à faire cette obſervation avec ma lunette achromatique ordinaire de trois pieds.

	Temps de l'Obſervation.
L'immerſion à	6^h 8′ 45″
L'émerſion à	7. 18. 40.
Le 14 le Soleil a paſſé au Méridien à	11. 42. 51,7.
Le 15, il paſſa à	11. 42. 33,7.
Je ſuppoſe la déviation du mural de	4 ſouſtr.

On voit donc que le retard de la pendule à l'heure de l'immerſion étoit de . . . . 17′ 17″,1.

A l'heure de l'émerſion il étoit de 17. 17,8.

Ce qui donne

L'heure vraie de l'immerſion à 6^h 26′ 2″,1 dans la partie obſc. de la Lune.

de l'émerſion à 7. 35. 57,8.

Et la durée de . . . . 1. 9. 55,7.

L'immerſion eſt arrivée 6 minutes plus tôt qu'elle n'étoit prédite par la *Connoiſſance des Temps;* en conſéquence l'Étoile a diſparu avant que j'euſſe fait commencer à compter; j'ai donc été obligé de compter tout ſeul & d'aſſez loin de la pendule, ce qui peut mettre une incertitude d'environ une ſeconde dans l'heure de cette immerſion.



MÉMOIRE

CONTENANT

Les Observations de la Comète qui a paru en 1763, qui est la LIII.e dont l'orbite a été calculée.

Observée de l'Observatoire de la Marine à Paris, depuis le 28 Septembre jusqu'au 25 Novembre au matin.

Par M. MESSIER.

LE 28 Septembre 1763, le ciel ayant été serein toute la journée, entre six & sept heures du soir, avant que la Lune parût sous l'horizon, je parcourus le ciel du côté du midi avec une lunette d'un pied, qui étoit fort claire, la même qui avoit déjà servi à découvrir les précédentes Comètes: j'aperçus par le secours de cette lunette, sur les sept heures du soir, vers le Nord-ouest, une nébulosité qui avoit peu d'étendue, & qui n'étoit pas visible à la simple vue; je doutai si cette lumière n'étoit pas une étoile nébuleuse; je dessinai, le même soir, sa configuration à l'égard des deux étoiles ε & δ de la constellation d'*Ophiucus*, & de cinq autres étoiles dont les lieux n'étoient pas encore déterminés. J'examinai ensuite cette nébulosité avec un télescope Newtonien de quatre pieds & demi de longueur, & je ne vis au centre de cette nébulosité, qu'une lumière plus vive qui formoit le noyau sans être terminée. Je mesurai par le moyen d'un micromètre à fil de soie, qui étoit adapté à cet instrument, le diamètre de la nébulosité, que je trouvai de 8 à 9 minutes. La Comète avoit ce même soir, par l'estime qui en fut faite à l'égard des deux étoiles ε & δ d'*Ophiucus*, & les cinq étoiles citées ci-dessus, 243^d 40′ d'ascension droite, & 4^d 42′ de déclinaison australe *.

7 & 14 Mai 1774.

* En observant ce soir la Comète, j'ai remarqué que l'étoile υ, cinquième grandeur d'*Ophiucus*, suivant Flamsteed, seconde édition, n'existoit plus,

Le 29 Septembre, par un ciel entièrement ſerein & avant le lever de la Lune, je recherchai avec le même téleſcope Newtonien, de quatre pieds & demi, la nébuloſité que j'avois remarquée la veille; je reconnus qu'elle avoit changé de place, & que ſon mouvement ſe dirigeoit du Midi au Nord : il ne fut pas poſſible de la comparer ce même ſoir à aucune étoile; j'en eſtimai, comme le jour précédent, la poſition à l'égard des deux étoiles ε & δ du Serpentaire. A 7^h $30'$ temps vrai, l'aſcenſion droite de la Comète fut eſtimée de 241^d $40'$, & ſa déclinaiſon de 1^d $10'$ auſtrale.

Le 30, par un ciel aſſez ſerein, je revis la Comète, & je comparai le noyau à l'étoile σ du Serpent, ſixième grandeur; ſuivant Flamſtéed, l'aſcenſion droite de cette étoile réduite au temps de cette obſervation, étoit de 242^d $32'$ $10''$, & ſa déclinaiſon de 1^d $35'$ $8''$ boréale. A 7^h $52'$ $7''$, temps vrai, la Comète précédoit cette étoile au fil horaire du micromètre de 2^d $24'$ $50''$; elle étoit ſupérieure à l'étoile, de $34'$ $57''$. De ces différences il réſulte que la poſition du noyau de la Comète en aſcenſion droite étoit de 240^d $7'$ $20''$, & ſa déclinaiſon, 2^d $5'$ boréale; cette détermination fut douteuſe à cauſe de la difficulté d'apercevoir les fils du micromètre. Par les précédentes obſervations, je reconnus que la Comète avoit traverſé l'Équateur la nuit du 29 au 30 Septembre.

Le 1er Octobre, le ciel fut couvert le ſoir, ce qui empêcha de revoir la Comète; mais le 2, le temps étant devenu paſſablement ſerein, je la revis : elle paroiſſoit, à peu de choſe près, ſur le parallèle de α du Serpent; j'avois commencé à la comparer à cette étoile, lorſque des nuages vinrent la couvrir; je la vis encore dans l'intervalle des nuages, & j'eſtimai

du moins à l'endroit du ciel où le Catalogue Britannique la ſuppoſe. Je trouvai à plus d'un degré de diſtance une étoile de même grandeur. J'en déterminai le lieu pour le 28 Septembre 1763, en l'obſervant au méridien avec ε d'*Ophiucus* : c'eſt l'étoile n.° 34 de la ſeconde Table de ce Mémoire. L'étoile qu'on trouve ſur les Cartes de Flamſtéed, dans le Serpent, à 239^d $40'$ d'aſcenſion dr. & 87^d $30'$ de diſtance au pôle, quatrième grandeur, eſt dans le même cas que la précédente.

ſa poſition

ſa poſition à l'égard de deux étoiles, qui étoient la quarante-troiſième du Serpent & la troiſième d'Hercule, ſuivant l'ordre du Catalogue de Flamſtéed; ſon aſcenſion droite étoit de 237^d 9′ 50″, & ſa déclinaiſon boréale de 6^d 51′ 10″. Cette eſtime fut faite vers les ſept heures du ſoir.

Le 3 Octobre, vers les ſept heures du ſoir, le ciel devint ſerein; je recherchai la Comète, que je trouvai plus apparente que les jours précédens, ſans aucune apparence de queue: elle ne préſentoit qu'une nébuloſité au centre de laquelle étoit un point lumineux ſans être terminé: la Comète étoit près de l'étoile λ du Serpent, que Flamſtéed dans ſon Catalogue, marque de quatrième grandeur. La poſition de cette étoile réduite au temps de cette obſervation, étoit de 233^d 45′ 18″ d'aſcenſion droite, & ſa déclinaiſon de 8^d 6′ 34″ boréale. Je comparai deux fois le noyau de la Comète à cette étoile. A 7^h 26′ 48″ de temps vrai, la Comète ſuivoit l'étoile au fil horaire de 2^d 27′ 15″: elle étoit ſupérieure à la même étoile, de 27′ 46″. De ces différences il réſulte, pour la poſition du noyau de la Comète en aſcenſion droite, 236^d 12′ 33″, & pour ſa déclinaiſon, 8^d 34′ 20″ boréale. La ſeconde détermination de la Comète eſt rapportée dans la première Table, qui eſt à la ſuite du Mémoire.

Le 4, auſſitôt que les étoiles purent s'apercevoir, je revis la Comète, elle paroiſſoit plus brillante que les jours précédens, ſans que je puſſe cependant aſſurer qu'elle augmentoit en lumière, étant près de l'horizon où il y a toujours beaucoup de vapeurs qui ſont plus ou moins légères, ſuivant que le ciel eſt plus ou moins ſerein; la nébuloſité de la Comète paroiſſoit avoir 7 à 8 minutes de diamètre, le noyau mal terminé. Je comparai la Comète, le même ſoir, deux fois avec l'étoile, qui eſt la quarantième du Serpent, ſeptième grandeur, ſuivant Flamſtéed; ſon aſcenſion droite, réduite au temps de ces obſervations, étoit de 235^d 50′ 16″, & ſa déclinaiſon de 9^d 16′ 59″. A 6^h 53′ 14″, temps vrai, la Comète précédoit cette étoile, au fil horaire, de 30′ 0″, elle étoit ſupérieure à l'étoile de 40′ 27″: de ces différences & de

la position de l'étoile, il résulte, pour l'ascension droite de la Comète, 235^d 20′ 16″, & pour sa déclinaison, 9^d 57′ 26″. L'autre position de la Comète, déterminée à 7^h 0′ 16″, suit la précédente dans la première Table.

Le 5 & le 6 Octobre, le ciel fut entièrement couvert le soir: mais le 7, étant devenu parfaitement serein, je comparai cinq fois le noyau de la Comète, à l'étoile χ du Serpent, que Flamstéed, dans son Catalogue, marque de sixième grandeur: l'ascension droite de cette étoile, réduite au temps de ces observations, étoit de 232^d 40′ 22″, & sa déclinaison 13^d 35′ 29″ boréale. A 6^h 56′ 48″ de temps vrai, la Comète suivoit l'étoile χ au fil horaire de 29′ 7″: elle étoit inférieure à l'étoile de 26′ 19″: de ces différences, il résulte que la position de la Comète en ascension droite, étoit de 233^d 9′ 29″, avec 13^d 9′ 10″ pour sa déclinaison boréale. Les quatre autres déterminations de la Comète, sont rapportées dans la Table du Mémoire.

Le 8, ciel couvert, mais le 9, étant devenu parfaitement serein, je revis la Comète vers les sept heures du soir, je l'observai jusqu'à son coucher: pendant ce temps, je la comparai deux fois à l'étoile υ du Serpent, sixième grandeur: la position de cette étoile, réduite au temps de ces observations, étoit de 234^d 6′ 7″ d'ascension droite, & 14^d 50′ 14″ de déclinaison. La Comète fut ensuite comparée deux fois à une étoile de septième grandeur, dont le lieu n'étoit pas encore connu, j'en déterminai la position en la comparant à l'étoile ci-dessus υ du Serpent. A 7^h 17′ 21″, de temps vrai, la Comète précédoit l'étoile υ du Serpent, au fil horaire, de 2^d 6′ 30″: elle étoit inférieure à l'étoile de 13′ 34″. De ces observations, j'ai déduit la position de la Comète, son ascension droite 231^d 59′ 37″, & sa déclinaison 14^d 36′ 40″: les trois autres positions de la Comète sont rapportées dans la première Table.

Le 10 Octobre, le ciel parfaitement serein le soir, je commençai à revoir la Comète: aussitôt que les étoiles parurent, je comparai le noyau trois fois à la même étoile que la veille,

υ du Serpent, & enſuite à une étoile de ſeptième grandeur, dont le lieu n'étoit pas encore connu : j'en déterminai la poſition en la comparant à pluſieurs étoiles du Catalogue de Flamſtéed. A $7^h\ 1'\ 39''$, de temps vrai, la Comète précédoit l'étoile υ au fil horaire de $2^d\ 39'\ 45''$: elle étoit ſupérieure à l'étoile de $20'\ 48''$; il en réſulte que l'aſcenſion droite de la Comète étoit de $231^d\ 26'\ 22''$, & ſa déclinaiſon, $15^d\ 11'\ 2''$. Les trois autres déterminations de la Comète, ſont rapportées dans la Table.

Le 11, par un ciel également ſerein, je revis la Comète, que je comparai à la dix-ſeptième étoile du Serpent, ſeptième grandeur, ſuivant Flamſtéed, & deux fois avec β de la même conſtellation. A $7^h\ 26'\ 36''$ de temps vrai, la Comète précédoit l'étoile dix-ſeptième du Serpent, au fil horaire, de $29'\ 15''$: elle étoit inférieure à la même étoile de $11'\ 25''$; de ces différences, il réſulte la poſition de la Comète en aſcenſion droite de $230^d\ 55'\ 22''$, & ſa déclinaiſon de $15^d\ 41'\ 54''$ boréale. Ayant ſuppoſé l'étoile pour le temps de l'obſervation, à $231^d\ 24'\ 37''$ d'aſcenſion droite, avec une déclinaiſon de $15^d\ 53'\ 19''$. Les déterminations de la Comète par β du Serpent, ſont rapportées dans la Table.

Le 12 Octobre, ciel couvert le ſoir, mais le 13, étant devenu ſerein, auſſitôt la nuit cloſe, je revis la Comète qui paroiſſoit aſſez belle, quoique la Lune fût ſur l'horizon. Je comparai le noyau de la Comète aux étoiles τ^2 & τ^3 du Serpent, & trois fois à β de la même conſtellation. A $6^h\ 58'\ 48''$ de temps vrai, la Comète précédoit, au fil horaire, l'étoile τ^2 de $1^d\ 30'\ 15''$: elle étoit au midi de l'étoile de $36'\ 8''$; il en réſulte, pour l'aſcenſion droite de la Comète, $229^d\ 55'\ 52''$, & pour ſa déclinaiſon, $16^d\ 28'\ 1''$. La poſition de l'étoile, étant réduite au temps de cette obſervation, on a $231^d\ 26'\ 7''$ pour ſon aſcenſion droite, & $17^d\ 4'\ 9''$ pour ſa déclinaiſon.

Le 14 Octobre, vers les ſept heures du ſoir, je revis la Comète, & ce ne fut pas ſans peine, le ciel étoit chargé de beaucoup de vapeurs & de brouillard. Je comparai le noyau à l'étoile τ^1 du Serpent, ſeptième grandeur, ſuivant

le Catalogue de Flamſtéed, & à une étoile de huitième claſſe, dont le lieu n'étoit pas encore connu, j'en déterminai la poſition en la comparant à pluſieurs étoiles du Serpent, & à β de cette conſtellation. A 7^h 12′ 44″ de temps vrai, la Comète précédoit l'étoile τ^1 au fil horaire, de 56′ 0″: elle étoit inférieure à l'étoile, de 5′ 9″; l'aſcenſion droite de l'étoile, réduite au temps de cette obſervation, étoit de 230^d 20′ 59″, & ſa déclinaiſon, 16^d 52′ 3″. De la poſition de l'étoile & des différences ci-deſſus, il réſulte pour l'aſcenſion droite de la Comète, 229^d 24′ 59″, & pour ſa déclinaiſon, 16^d 46′ 54″.

Le 15 Octobre, ciel ſerein toute la journée, le ſoir, vers les ſept heures, je revis la Comète, aſſez lumineuſe, quoiqu'il y eût un grand clair de Lune, je comparai le noyau à trois Étoiles, dont les lieux n'étoient pas encore connus: je déterminai leurs poſitions, en les comparant à des étoiles du Catalogue de Flamſtéed, & pluſieurs fois avec τ^1 du Serpent. A 6^h 49′ 48″ de temps vrai, le noyau de la Comète précédoit une de ces étoiles de ſeptième grandeur, *n.° 21* de la Table des étoiles qui eſt rapportée à la ſuite du Mémoire, de 40′ 15″, elle étoit inférieure à la même étoile de 11′ 54″. Par ces différences & la poſition de l'étoile, on a celle de la Comète en aſcenſion droite de 228^d 56′ 12″, & pour ſa déclinaiſon, 17^d 1′ 6″; la poſition de l'étoile *n.° 21*, pour le temps de cette obſervation, étoit de 229^d 36′ 27″ d'aſcenſion droite, & 17^d 13′ de déclinaiſon; les ſept autres déterminations de la Comète ſont rapportées dans la première Table du Mémoire. Dans l'intervalle de ces obſervations, je dirigeai à la Comète un excellent téleſcope grégorien de 30 pouces de foyer, le grand miroir ayant ſix pouces de diamètre, & qui groſſiſſoit cent quatre fois: la Comète paroiſſoit très-belle à cet inſtrument, le noyau moins mal terminé que les jours précédens.

Le 16 Octobre, par un ciel entièrement ſerein, je comparai le noyau à deux étoiles de la veille, & trois fois à l'étoile τ^1 du Serpent: la première obſervation fut faite à

6^h 41′ 16″ de temps vrai, la Comète précédoit au fil horaire l'étoile *n.° 21* de la seconde Table de 1^d 8′ 45″, la Comète avoit la même déclinaison que l'étoile : j'ai déduit de ces observations l'ascension droite de la Comète de 228^d 27′ 42″, & sa déclinaison de 17^d 13′ : les autres déterminations de la Comète sont rapportées dans la première Table.

Le 17, je comparai deux fois le noyau de la Comète à une étoile des jours précédens, *n.° 21* de la seconde Table, & deux fois avec τ^1 du Serpent. A 6^h 36′ 41″, la Comète précédoit au fil horaire, l'étoile *n.° 21*, de 1^d 38′; elle étoit supérieure à l'étoile, de 8′ 6″: de ces différences & de la position de l'étoile rapportée dans la seconde Table, j'ai déduit l'ascension droite de la Comète, 227^d 58′ 27″, & sa déclinaison, 17^d 21′ 6″.

Le 18 Octobre, ciel couvert, mais le 19, le ciel étant devenu serein, je revis la Comète qui ne paroissoit pas encore avoir perdu beaucoup de sa lumière, le noyau étoit plus brillant que les jours précédens, toujours mal terminé, je le comparai à trois étoiles dont les lieux n'étoient pas encore connus, & avec l'étoile τ^1 du Serpent. La première de ces observations fut faite à 6^h 26′ 18″ de temps vrai; la Comète précédoit au fil horaire une de ces étoiles *(n.° 18 de la seconde Table du Mémoire)*, de 15 minutes; elle étoit supérieure à la même étoile, de 10′ 13″. De ces observations & de la position de l'étoile rapportée dans la Table, j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de 227^d 0′ 40″, & sa déclinaison de 17^d 30′ 34″.

Le 20, ciel serein, mais la grande lumière de la Lune qui approchoit de son plein, diminuoit sensiblement les apparences de la Comète, je comparai plusieurs fois le noyau à deux étoiles de la veille, qui sont la dix-huitième & la vingt-unième de la seconde Table, & à τ^1 du Serpent; à 6^h 31′ 47″ temps vrai, la Comète précédoit au fil horaire l'étoile *n.° 18*, de 43′ 30″; elle étoit supérieure à la même étoile, de 11′ 12″; de ces différences & de la position de l'étoile rapportée dans la seconde Table, il résulte, pour

l'aſcenſion droite de la Comète, 226^d 32′ 10″, & pour ſa déclinaiſon, 17^d 31′ 33″ boréale.

Le 21, la grande lumière de la Lune diminuoit encore les apparences de la Comète, je comparai le noyau à l'étoile *n.° 21* de la ſeconde Table, & enſuite à l'étoile τ^1 du Serpent, à 6^h 24′ 23″ de temps vrai, la Comète précédoit l'étoile *n.° 21* au fil horaire du micromètre de 3^d 33′ 15″, elle étoit ſupérieure de 15′ 33″; de ces différences & de la poſition de l'étoile rapportée dans la ſeconde Table pour le temps de cette obſervation, j'ai déduit la poſition de la Comète; ſavoir, ſon aſcenſion droite de 226^d 3′ 12″, & ſa déclinaiſon boréale, 17^d 28′ 33″.

Le 22 Octobre, la lumière de la Lune empêchoit de reconnoître ſi la Comète augmentoit ou diminuoit de grandeur; je comparai le noyau à la même étoile que la veille, *n.° 21*, & à τ^1 du Serpent: à 6^h 19′ 25″ de temps vrai, la Comète précédoit l'étoile *n.° 21* au fil horaire de 4^d 2′ 15″; elle étoit ſupérieure à l'étoile de 11′ 4″: de ces différences il en réſulte que l'aſcenſion droite de la Comète étoit de 225^d 34′ 12″, & ſa déclinaiſon, 17^d 24′ 4″. La détermination du lieu de la Comète par τ^1 du Serpent eſt rapportée dans la première Table.

Le 23, il ſe leva un brouillard épais le ſoir, & ce ne fut pas ſans peine que je parvins à revoir la Comète; je comparai le noyau aux mêmes étoiles que la veille; la première obſervation fut faite à 6^h 20′ 2″; la Comète précédoit l'étoile *n.° 21* au fil horaire, de 4^d 31′ 30″; elle étoit ſupérieure à l'étoile de 3′ 42″; de ces différences il réſulte pour l'aſcenſion droite de la Comète, 225^d 4′ 57″; & pour ſa déclinaiſon, 17^d 16′ 42″. Les déterminations de la Comète, qui furent faites enſuite, ſont rapportées dans la Table.

Le 24, le ciel parfaitement ſerein le ſoir, la Lune étoit très-éloignée de la Comète, le noyau étoit brillant, blanchâtre & aſſez bien terminé pour en pouvoir meſurer la grandeur, ce que je fis au moyen du micromètre à fils qui étoit adapté au téleſcope newtonien de 4 pieds $\frac{1}{2}$, je trouvai

que ſon diamètre égaloit la moitié de l'épaiſſeur d'un des fils de ce micromètre, qui répondoit à 11 ſecondes de degré. Le diamètre de la chevelure qui environnoit le noyau, fut eſtimé de ſix minutes. Je comparai enſuite la Comète à la même étoile des jours précédens, *n.° 21* de la ſeconde Table, & à τ' du Serpent. A $6^h\ 8'\ 29''$ de temps vrai, la Comète précédoit l'étoile *n.° 21*, au fil horaire de $5^d\ 0'\ 30''$: elle étoit inférieure à l'étoile, de $5'\ 21''$. De ces différences on tire la poſition de la Comète en aſcenſion droite, de $224^d\ 35'\ 57''$, & ſa déclinaiſon de $17^d\ 7'\ 39''$.

Le 25 Octobre, ciel couvert en grande partie le ſoir. Je recherchai la Comète entre les intervalles des nuages où le ciel étoit ſerein; je la revis très-brillante, toujours ſans aucune apparence de queue; le noyau égaloit en lumière une étoile de ſixième ou ſeptième grandeur ſans être terminé; il exiſtoit peu de nébuloſité autour. Je comparai la Comète avec bien de la peine, à cauſe des nuages, à une étoile dont le lieu n'étoit pas encore connu, c'eſt l'étoile *n.° 16* de la ſeconde Table. A $6^h\ 42'\ 12''$ de temps vrai, je comparai de nouveau la Comète à τ' du Serpent; la Comète précédoit cette étoile au fil horaire de $6^d\ 15'\ 15''$: elle étoit ſupérieure à l'étoile de $3'\ 20''$. De ces différences j'ai conclu l'aſcenſion droite la Comète de $224^d\ 5'\ 44''$, & ſa déclinaiſon de $16^d\ 55'\ 23''$; la ſeconde détermination eſt rapportée dans la Table.

Le 26, le ciel étant en partie couvert le ſoir, ce ne fut pas ſans peine que je pus revoir la Comète; je comparai le noyau aux mêmes étoiles que la veille. A $6^h\ 59'\ 24''$ de temps vrai, la Comète précédoit τ' du Serpent au fil horaire, de $6^d\ 45'\ 30''$; elle étoit inférieure à l'étoile de $13'\ 32''$; ainſi l'aſcenſion droite étoit de $223^d\ 35'\ 29''$, & la déclinaiſon boréale, $16^d\ 38'\ 31''$. Après ces obſervations le ciel ſe couvrit & reſta couvert les ſoirs juſqu'au 1.er de Novembre. Le 1.er de Novembre, le ciel en partie couvert le ſoir, je recherchai la Comète entre les intervalles des nuages, par le moyen du téleſcope Newtonien de quatre pieds & demi; je la revis, elle étoit ſur le parallèle de l'étoile ζ du Bouvier.

J'avois commencé à la comparer à cette étoile, lorſque des nuages vinrent la couvrir; je la revis encore de temps à autre; mais ſans pouvoir en déterminer le lieu. Le ciel continua d'être couvert les ſoirs & les matins, dans le temps où la Comète devoit paroître ſur l'horizon. Le 12 Novembre, il devint ſerein le matin; je recherchai la Comète au-deſſous d'Arcturus où elle devoit être, ſuivant les précédentes obſervations, & je la revis; ſes apparences étoient diminuées, ſa chevelure rétrécie, n'avoit que 2 à 3 minutes de diamètre; le noyau étoit encore brillant, mais auſſi diminué de grandeur ſans paroître terminé; je comparai la Comète à pluſieurs étoiles dont les lieux n'étoient pas encore connus, j'en déterminai les poſitions, en les comparant à l'étoile trente-unième du Bouvier, de cinquième grandeur, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed. A $6^h\ 3'$ la Comète précédoit une de ces étoiles au fil horaire de $34'$, elle étoit inférieure à la même étoile de $2'\ 26''$. Par ces différences & la poſition de l'étoile rapportée dans la ſeconde Table ſous le *n.° 13*, j'ai déduit l'aſcenſion droite du noyau de la Comète de $217^d\ 14'\ 11''$, & ſa déclinaiſon de $7^d\ 34'\ 15''$ boréale.

Le 13 Novembre, le ciel entièrement couvert le matin, mais le 14 étant devenu parfaitement ſerein, je revis la Comète vers les 5 heures un quart du matin; je comparai le noyau à deux étoiles de ſeptième & de huitième grandeur, dont les lieux n'étoient pas encore connus; je déterminai leurs poſitions, ce ſont les étoiles *n.os 4 & 10* de la ſeconde Table. A $5^h\ 31'\ 25''$ du matin, la Comète ſuivoit l'étoile *n.° 4*, au fil horaire de $2^d\ 2'\ 15''$; elle étoit ſupérieure à la même étoile de $13'\ 50''$. De ces différences & de la poſition de l'étoile conclue de $214^d\ 42'\ 21''$ pour ſon aſcenſion droite, & $5^d\ 42'\ 43''$ pour ſa déclinaiſon, il réſulte que l'aſcenſion droite de la Comète étoit de $216^d\ 44'\ 36''$, & ſa déclinaiſon $5^d\ 56'\ 33''$ boréale.

Le 15 Novembre matin, le ciel entièrement ſerein, la Comète fut aperçue dès les 5 heures, & je continuai de la voir juſqu'à 6 heures & demie, que le crépuſcule la fit diſparoître,

disparoître. Je comparai le noyau à l'étoile de la veille *n.° 4* de la seconde Table. A $5^h\ 35'\ 37''$ la Comète suivoit l'étoile au fil horaire de $1^d\ 49'\ 45''$, elle étoit inférieure à l'étoile de $30'\ 2''$. De ces observations & de la position de l'étoile, l'ascension droite de la Comète a été déduite de $216^d\ 32'\ 6''$, & sa déclinaison de $5^d\ 12'\ 41''$ boréale.

Le 16 au matin, je revis la Comète, qui avoit les mêmes apparences que les deux jours précédens; je comparai le noyau à deux étoiles, l'une & l'autre estimée de huitième grandeur, dont les lieux n'étoient pas encore déterminés, ce sont les étoiles *n.os 5* & *7* de la seconde Table. A $5^h\ 32'\ 48''$ du matin, la Comète suivoit l'étoile *n.° 7*, au fil horaire de $28'\ 15''$, elle étoit supérieure de $2'\ 30''$. De ces différences & de la position de l'étoile rapportée dans la seconde Table, j'ai déduit celle de la Comète de $216^d\ 22'\ 51''$ pour son ascension droite, & $4^d\ 27'\ 42''$ pour sa déclinaison boréale.

Le 17 Novembre au matin, le ciel fut totalement couvert; mais étant devenu serein le 18, je revis la Comète n'ayant que $5^d\frac{1}{2}$ environ de hauteur au-dessus de l'horizon : je comparai le noyau à une étoile de septième grandeur, dont le lieu n'étoit pas encore connu; j'en déterminai la position en la comparant à des étoiles déja déterminées, c'est l'étoile *n.° 8* de la seconde Table. Après avoir comparé la Comète trois fois à cette étoile, la Comète se cacha ensuite derrière le clocher de l'église des Mathurins, qui est placé au levant de l'Observatoire de la Marine : trois quarts-d'heure après elle reparut, & je la comparai de nouveau à la cent neuvième étoile de la Vierge, suivant l'ordre du Catalogue de Flamstéed. La position de cette étoile déduite de ce Catalogue, & réduite au temps de cette observation, étoit de $218^d\ 36'\ 6''$ en ascension droite, & $2^d\ 53'\ 2''$ en déclinaison boréale. A $5^h\ 54'\ 23''$ de temps vrai, la Comète précédoit cette étoile au fil horaire de $2^d\ 29'\ 45''$, elle étoit supérieure à l'étoile de $8'\ 22''$. De ces différences il résulte que l'ascension droite de la Comète étoit de $216^d\ 4'\ 21''$, & sa déclinaison $3^d\ 1'\ 24''$ boréale. La lumière de la Comète ne paroissoit pas avoir

ſenſiblement diminuée depuis le 12 du mois, & il étoit à préſumer qu'on pourroit encore l'obſerver pendant pluſieurs jours.

Depuis le 18 juſqu'au 25 Novembre au matin, le ciel fut couvert; le 25, le ciel parfaitement ſerein : la Lune ſur l'horizon, diminuoit les apparences de la Comète, qui paroiſſoit avoir perdu beaucoup de ſa lumière; on ne pouvoit l'apercevoir qu'avec beaucoup de difficulté; le noyau avoit auſſi moins de lumière que le 18, la nébuloſité qui étoit autour étoit auſſi rétrécie : je comparai le noyau de la Comète à une étoile de huitième grandeur, dont le lieu n'étoit pas dans le catalogue; j'en déterminai la poſition en la comparant directement à φ de la Vierge, c'eſt l'étoile *n.° 3* de la Table. A $6^h\ 17'\ 25''$ du matin, temps vrai, la Comète ſuivoit cette étoile *n.° 3*, au fil horaire de $1^d\ 26'$, elle étoit inférieure à l'étoile, de $14'\ 29''$. De ces différences il réſulte que l'aſcenſion droite de la Comète étoit de $215^d\ 26'\ 30''$, & ſa déclinaiſon, $2^d\ 9'\ 37''$ auſtrale. J'abandonnai, les jours ſuivans, mes obſervations ſur cette Comète, ne pouvant l'apercevoir de l'Obſervatoire de la Marine à cauſe de l'égliſe des Mathurins, derrière laquelle la Comète ſe levoit : ainſi le terme de mes obſervations a été le 25 Novembre au matin. La durée de l'apparition de cette Comète, ſuivant mes obſervations, a été de cinquante-huit jours, à compter du 28 Septembre, jour auquel elle fut découverte.

Les obſervations de cette Comète ont été faites à un téleſcope Newtonien de quatre pieds & demi de longueur, qui groſſiſſoit environ ſoixante-ſix fois, auquel étoit adapté un micromètre à fils de ſoie, qui s'inclinoit dans tous les ſens : le champ de cet inſtrument comprenoit environ 53 minutes de degré de grand cercle.

Explication des deux Tables qui ſont à la ſuite de ce Mémoire, & de la Carte de la route apparente de la Comète.

La première de ces Tables contient les lieux de la Comète en aſcenſion droite & en déclinaiſon, conclus de ſa ſituation

obſervée, tant à l'égard des étoiles dont les lieux n'étoient pas encore déterminés que de celles qui étoient déjà connues. Voici ce que contient chaque colonne de cette Table; la première, les jours du mois; la ſeconde, les temps vrais de chaque obſervation; la troiſième, les aſcenſions droites de la Comète obſervée; la quatrième, les déclinaiſons de la Comète; la cinquième, les différences de paſſage en aſcenſion droite entre la Comète & les Étoiles marquées du ſigne — ſi la Comète précédoit ou ſi elle étoit à l'occident de l'étoile, & du ſigne + ſi elle ſuivoit l'étoile ou ſi elle étoit à l'orient, cette différence étant ajoutée à l'aſcenſion droite de l'étoile à laquelle la Comète aura été comparée (& qui ſe trouve rapportée dans la ſeconde Table), ou en étant ſouſtraite ſuivant le ſigne qui l'affecte on en déduit l'aſcenſion droite de la Comète. La ſixième colonne contient les différences en déclinaiſon entre la Comète & les Étoiles: ces différences ſont, de même que les précédentes, marquées des ſignes + & — pour qu'en les ajoutant ou les ſouſtrayant (ſuivant le ſigne) de la déclinaiſon de l'étoile avec laquelle la Comète aura été comparée, on ait la déclinaiſon de la Comète. Je n'ai rapporté ces deux dernières colonnes qu'à deſſein de rendre les lieux de la Comète plus certains, ſi dans la ſuite des temps l'on détermine avec plus de préciſion, la poſition des étoiles qui ont ſervi à conclure celle de la Comète. La ſeptième colonne détermine la grandeur des étoiles; la huitième contient les letttres grecques de Bayer & les numéros qui diſtinguent tant les étoiles dont le lieu n'étoit pas encore connu, que celles du Catalogue de Flamſtéed. La dernière colonne fait connoître les conſtellations auxquelles appartiennent ces différentes étoiles.

La ſeconde Table contient les aſcenſions droites & déclinaiſons des Étoiles pour le temps des obſervations de la Comète. Je n'ai pas fait d'autre réduction à l'aſcenſion droite & à la déclinaiſon de ces Étoiles que celles qu'on trouve dans les Catalogues, ſous le titre de *variation annuelle:* l'on voit par cette dernière Table, que le cours de la Comète

m'a donné occasion de déterminer les positions de trente-huit Étoiles dont les lieux n'étoient pas encore dans nos Catalogues, & dont plusieurs ont servi à déterminer la position du noyau de la Comète.

Je joins à ce Mémoire une carte céleste, qui représente la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes, suivant mes observations: cette Carte est divisée en degrés d'ascension droite & de déclinaison, avec les longitudes & latitudes correspondantes, de sorte qu'il sera aisé de juger, à l'inspection de cette Carte, de la position de la Comète observée, & de celles des Étoiles auprès desquelles elle a passé: on pourra juger encore non-seulement de la position des étoiles, mais encore de leur grandeur, en consultant le modèle que j'ai rapporté au bas de la Carte: on y voit la nébuleuse que j'ai découverte, en 1764, dans la Balance.

Ayant communiqué à M. Pingré les observations de cette Comète, il en a déduit les élémens de son orbite, de la manière suivante.

Lieu du nœud ascendant	$11^{s}\ 26^{d}\ 29'\ 29''$
Lieu du périhélie	2. 25. 0. 48
Inclinaison de l'orbite	72. 39. 29
Logarithme de la distance périhélie	9,697597

Passage au périhélie le 1.er Novembre 1763, à $21^{h}\ 6'\ 29''$, temps vrai au Méridien de Paris.

Son mouvement étoit direct, c'est-à-dire, suivant l'ordre des signes.

Il est étonnant que cette Comète ait paru si petite, vu qu'elle a passé très-près de la Terre; le 28 Septembre, jour de ma première observation, elle n'en étoit qu'à un sixième de la distance moyenne de la Terre au Soleil. Le 25, en passant par son nœud ascendant, elle en étoit encore plus près; mais sa proximité au Soleil devoit empêcher de la voir: quelques jours auparavant, elle étoit presque au pôle austral de l'Écliptique. Il faut que cette Comète soit réellement très-petite.

TABLE I. *Des positions apparentes de la Comète observée en 1763, comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 28 Septembre, jour où elle fut découverte, jusqu'au 25 Novembre matin.*

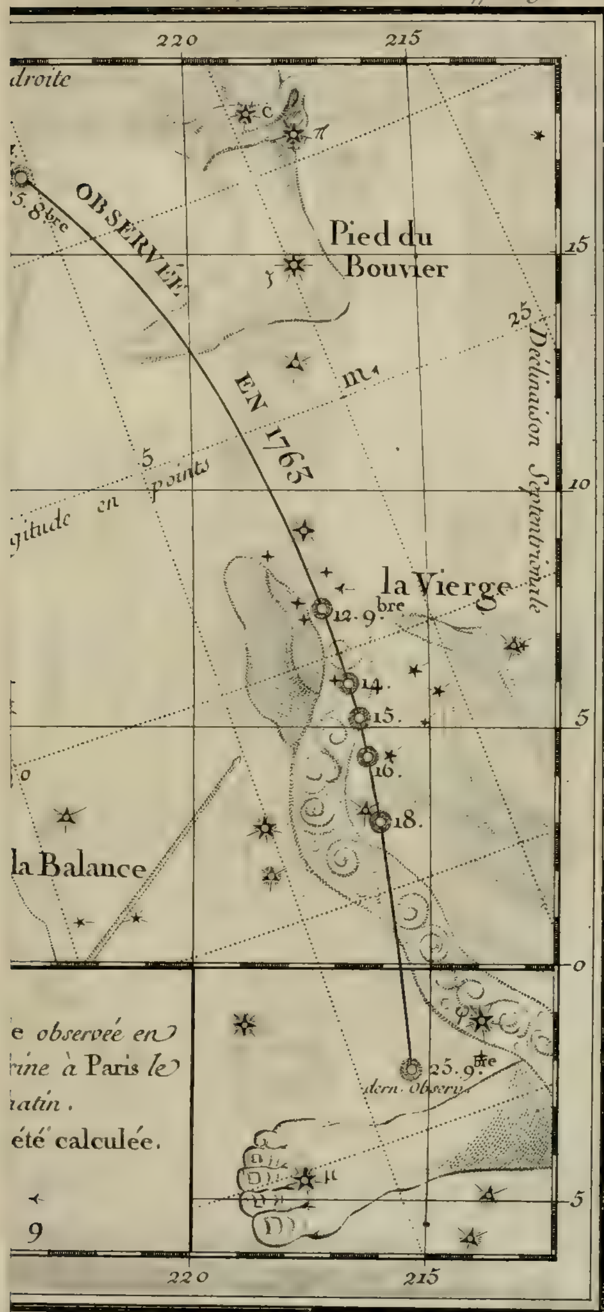
1763.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DECLINAISON Australe observée.	DIFFÉRENCE en ascension droite avec les Étoiles	DIFFÉRENCE en déclinaison avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettr. de Bayer & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S	*D M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*			
Sept. 28	7. 30. 0	243. 40. 0	4. 42. 0	....	....	......	......	posit. de la Com. est.
29	7. 30. 0	241. 40. 0	1. 10. 0 Boréale.	....	....	......	......	posit. de la Com. est.
30	7. 57. 2	240. 7. 20	2. 10. 5	2. 24. 50 —	0. 34. 57 +	5	σ	du Serpent.
Octob. 2	7. 4. 0	237. 9. 50	6. 51. 10	....	....	......	......	posit. de la Com. est.
3	7. 26. 48	236. 12. 33	8. 34. 20	2. 27. 15 +	0. 27. 46 +	4	λ	du Serpent.
	7. 50. 55	236. 11. 3	8. 34 32	2. 25. 45 +	0. 27. 58 +	4	λ	la même.
4	6. 53. 14	235. 20. 33	9. 57. 25	0. 29. 43 —	0. 40. 26 +	7	40	du Serpent.
	7. 0. 16	235. 20. 16	9. 57. 26	0. 30. 0 —	0. 40. 27 +	7	40	la même.
7	6. 56. 48	233. 9. 29	13. 9. 10	0. 29. 7 +	0. 26. 19 —	6	χ	du Serpent.
	7. 0. 15	233. 9. 52	13. 9. 5	0. 29. 30 +	0. 26. 24 —	6	χ	la même.
	7. 3. 15	233. 9. 37	13. 9. 10	0. 29. 15 +	0. 26. 19 —	6	χ	la même.
	8. 18. 46	233. 7. 22	13. 11. 57	0. 27. 0 +	0. 23. 32 —	6	χ	la même.
	8. 21. 33	233. 7. 7	13. 12. 9	0. 26. 45 +	0. 23. 20 —	6	χ	la même.
9	7. 17. 21	231. 59. 37	14. 36. 40	2. 6. 30 —	0. 13. 34 —	6	υ	du Serpent.
	7. 17. 21	231. 59. 56	14. 36. 39	2. 19. 45 —	0. 5. 35 +	7	28	déterminée.
	7. 31. 40	231. 59. 22	14. 36. 46	2. 6. 45 —	0. 13. 28 —	6	υ	du Serpent.
	7. 31. 40	231. 59. 41	14. 36. 35	2. 20. 0 —	0. 5. 31 +	7	28	la même que ci-dess.
10	7. 1. 39	231. 26. 22	15. 11. 2	2. 39. 45 —	0. 20. 48 +	6	υ	du Serpent.
	7. 23. 28	231. 26. 15	15. 11. 12	2. 39. 52 —	0. 20. 58 +	6	υ	la même.
	7. 45. 10	231. 26. 37	15. 11. 17	2. 39. 30 —	0. 21. 2 +	6	υ	la même.
	8. 5. 38	231. 26. 37	15. 12. 10	0. 1. 45 —	0. 30. 28 —	7	27	déterminée.
11	7. 26. 36	230. 55. 22	15. 41. 54	0. 29. 15 —	0. 11. 25 —	7	17	du Serp. cat. Flamst.
	7. 53. 7	230. 54. 52	15. 42. 15	2. 54. 58 —	0. 28. 24 —	3	β	du Serpent.
	8. 10. 27	230. 55. 37	15. 42. 13	2. 54. 13 —	0. 28. 26 —	3	β	la même.
13	6. 58. 48	229. 55. 52	16. 28. 1	1. 30. 15 —	0. 36. 8 —	6	τ^2	du Serpent.
	6. 58. 48	229. 55. 52	16. 28. 36	2. 37. 35 —	0. 19. 13 —	6	τ^3	du Serpent.
	7. 19. 3	229. 54. 22	16. 27. 56	3. 55. 28 —	0. 17. 17 +	3	β	du Serpent.
	7. 45. 33	229. 54. 7	16. 28. 11	3. 55. 43 —	0. 17. 32 +	3	β	la même.
	8. 10. 10	229. 53. 37	16. 27. 35	3. 56. 13 —	0. 16. 56 +	3	β	la même.
14	7. 12. 44	229. 24. 59	16. 46. 54	0. 56. 0 —	0. 5. 9 —	7	τ^1	du Serpent.
	7. 12. 44	229. 25. 9	16. 46. 55	1. 9. 30 —	0. 2. 19 —	8	25	déterminée.
	7. 22. 36	229. 25. 22	16. 46. 49	4. 24. 28 —	0. 36. 10 +	3	β	du Serpent.
15	6. 49. 48	228. 56. 12	17. 1. 6	0. 40. 15 —	0. 11. 54 —	7	21	déterminée.

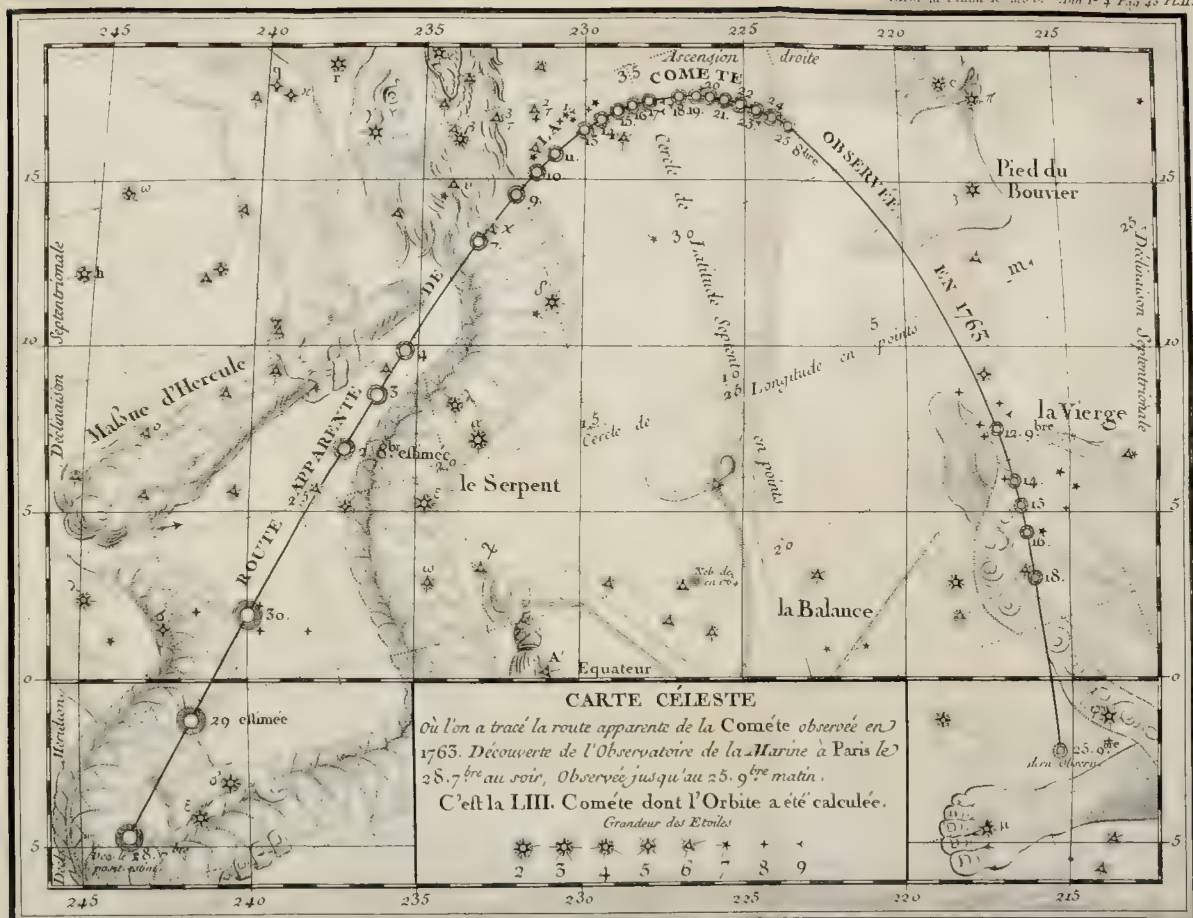
1763.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite obfervée.	DÉCLINAISON Boréale obfervée.	DIFFÉRENCE en afcenfion droite avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinaifon avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lefquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Oct. 15	6. 49. 48	228. 56. 33	19. 1. 6	0. 48. 0 —	0. 0. 0	8	22	déterminée.
	6. 49. 48	228. 56. 29	17. 1. 12	1. 24. 30 —	0. 9. 9 +	7	τ^1	du Serpent.
	7. 8. 38	228. 55. 7	17. 0. 25	0. 11. 0 +	0. 44. 16 +	6	9	du Serp. cat. Flamft.
	7. 12. 45	228. 55. 22	17. 1. 25	0. 11. 15 +	0. 44. 16 +	6	9	la même.
	7. 17. 4	228. 55. 44	17. 1. 12	1. 25. 15 —	0. 9. 9 +	7	τ^1	du Serpent.
	7. 17. 4	228. 55. 44	17. 1. 9	1. 20. 0 —	0. 7. 28 +	7	24	déterminée.
	7. 40. 13	228. 55. 44	17. 1. 12	1. 25. 15 —	0. 9. 9 +	7	τ^1	du Serpent.
16	6. 41. 16	228. 27. 42	17. 13. 0	1. 8. 45 —	0. 0. 0	7	21	déterm. celle ci-deff.
	6. 41. 16	228. 27. 48	17. 13. 0	1. 16. 45 —	0. 11. 54 +	8	22	la même que ci-deff.
	6. 41. 16	228. 27. 52	17. 12. 54	1. 53. 7 —	0. 20. 51 +	7	τ^1	du Serpent.
	6. 51. 32	228. 27. 44	17. 12. 55	1. 53. 15 —	0. 20. 52 +	7	τ^1	la même.
	7. 11. 56	228. 26. 59	17. 13. 2	1. 54. 0 —	0. 20. 59 +	7	τ^1	la même.
17	6. 36. 41	227. 58. 27	17. 21. 6	1. 38. 0 —	0. 8. 6 +	7	21	la même que ci-deff.
	6. 36. 41	227. 58. 29	17. 21. 3	2. 22. 30 —	0. 29. 0 +	7	τ^1	du Serpent.
	6. 57. 16	227. 58. 27	17. 21. 10	1. 38. 0 —	0. 8. 10 +	7	21	la même que ci-deff.
	6. 57. 16	227. 58. 29	17. 20. 59	2. 22. 30 —	0. 28. 56 +	7	τ^1	du Serpent.
19	6. 26. 18	227. 0. 40	17. 30. 34	0. 15. 0 —	0. 10. 13 +	9	18	déterminée.
	6. 26. 18	227. 0. 59	17. 30. 41	0. 18. 45 —	0. 27. 23 +	9	19	déterminée.
	6. 26. 18	227. 0. 2	17. 30. 41	0. 23. 30 —	0. 5. 24 +	9	20	déterminée.
	6. 26. 18	227. 1. 12	17. 30. 25	2. 35. 15 —	0. 17. 25 +	7	21	déterminée.
	6. 26. 18	227. 0. 59	17. 30. 32	3. 20. 0 —	0. 38. 29 +	7	τ^1	du Serpent.
	6. 44. 8	227. 0. 40	17. 30. 34	0. 15. 0 —	0. 10. 13 +	9	18	la même que ci-deff.
	6. 44. 8	227. 0. 29	17. 30. 41	0. 19. 15 —	0. 27. 23 +	9	19	la même que ci-deff.
	6. 44. 8	227. 0. 17	17. 30. 41	0. 23. 15 —	0. 5. 24 +	9	20	la même que ci-deff.
	6. 44. 8	227. 0. 57	17. 30. 32	2. 35. 30 —	0. 17. 32 +	7	21	la même que ci-deff.
	6. 44. 8	227. 0. 29	17. 30. 45	3. 20. 30 —	0. 38. 42 +	7	τ^1	du Serpent.
	7. 1. 10	227. 0. 25	17. 30. 34	0. 15. 15 —	0. 10. 13 +	9	18	la même que ci-deff.
	7. 1. 10	227. 0. 14	17. 30. 41	0. 19. 30 —	0. 27. 23 +	9	19	la même que ci-deff.
	7. 1. 10	226. 59. 47	17. 30. 41	0. 23. 45 —	0. 5. 24 +	9	20	la même que ci-deff.
	7. 1. 10	227. 0. 27	17. 30. 48	2. 36. 0 —	0. 17. 48 +	7	21	la même que ci-deff.
	7. 1. 10	227. 0. 14	17. 30. 45	3. 20. 45 —	0. 38. 42 +	7	τ^1	du Serpent.
20	6. 31. 47	226. 32. 10	17. 31. 33	0. 43. 30 —	0. 11. 12 +	9	18	la même que ci-deff.
	6. 31. 47	226. 32. 20	17. 31. 9	3. 4. 7 —	0. 18. 9 +	7	21	la même que ci-deff.
	6. 31. 47	226. 32. 14	17. 31. 12	3. 48. 45 —	0. 39. 9 +	7	τ^1	du Serpent.
	6. 51. 23	226. 31. 57	17. 31. 13	3. 4. 30 —	0. 18. 13 +	7	21	la même que ci-deff.
	6. 51. 23	226. 31. 59	17. 31. 9	3. 49. 0 —	0. 39. 6 +	7	τ^1	du Serpent.
21	6. 24. 23	226. 3. 12	17. 28. 33	3. 33. 15 —	0. 15. 33 +	7	21	déterminée.

1763.	Temps vrai.	Ascension droite obſervée.	Déclinaison Boréale obſervée.	Différence en aſcenſion droite avec les Étoiles.	Différence en déclinaiſon avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	Étoiles avec leſquelles la Comète a été obſervée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Oct. 21	6. 24. 23	226. 3. 29	17. 28. 48	4. 17. 30 —	0. 36. 45 +	7	τ^1	du Serpent.
	6. 46. 17	226. 3. 27	17. 28. 33	3. 33. 0 —	0. 15. 33 +	7	21	la même que ci-deſſ.
	6. 46. 17	226. 3. 44	17. 28. 39	4. 17. 15 —	0. 36. 36 +	7	τ^1	du Serpent.
22	6. 19. 25	225. 34. 12	17. 24. 4	4. 2. 15 —	0. 11. 4 +	7	21	la même que ci-deſſ.
	6. 19. 25	225. 39. 29	17. 23. 52	4. 46. 30 —	0. 31. 49 +	7	τ^1	du Serpent.
23	6. 20. 2	225. 4. 57	17. 16. 42	4. 31. 30 —	0. 3. 42 +	7	21	la même que ci-deſſ.
	6. 20. 2	225. 5. 14	17. 16. 39	5. 15. 45 —	0. 24. 36 +	7	τ^1	du Serpent.
	6. 44. 20	225. 4. 27	17. 16. 24	4. 32. 0 —	0. 3. 24 +	7	21	la même que ci-deſſ.
	6. 44. 20	225. 4. 44	17. 16. 28	5. 16. 15 —	0. 24. 25 +	7	τ^1	du Serpent.
24	6. 8. 29	224. 35. 57	17. 7. 39	5. 0. 30 —	0. 5. 21 —	7	21	la même que ci-deſſ.
	6. 8. 29	224. 36. 14	17. 7. 21	5. 44. 45 —	0. 15. 18 +	7	τ^1	du Serpent.
	6. 37. 49	224. 35. 42	17. 7. 17	5. 0, 45 —	0. 5. 43 —	7	21	la même que ci deſſ.
	6. 37. 49	224. 35. 59	17. 7. 9	5. 45. 0 —	0. 15. 6 +	7	τ^1	du Serpent.
25	6. 42. 12	224. 5. 44	16. 55. 23	0. 21. 0 —	0. 1. 27 +	9	16	déterminée.
	6. 42. 12	224. 5. 44	16. 55. 23	6. 15. 15 —	0. 3. 20 +	7	τ^1	du Serpent.
26	6. 59. 24	223. 35. 59	16. 39. 20	0. 50. 45 —	0. 14. 36 —	9	16	la même que ci-deſſ.
	6. 59. 24	223. 35. 59	16. 38. 31	6. 45. 30 —	0. 13. 32 —	7	τ^1	du Serpent.
Nov. 11	17. 39. 56	217. 14. 41	7. 33. 49	0. 27. 30 +	0. 27. 51 —	9	9	déterminée.
	18. 3. 0	217. 14. 11	7. 34. 15	0. 34. 0 —	0. 2. 26 —	8	13	déterminée.
13	17. 31. 25	216. 44. 36	5. 56. 33	2. 2. 15 +	0. 13. 50 +	7	4	déterminée.
	17. 31. 25	216. 44. 36	5. 56. 33	0. 18. 0 —	0. 1. 36 —	8	10	déterminée.
	17. 43. 5	216. 44. 36	5. 56. 39	2. 2. 15 +	0. 13. 56 +	7	4	la même que ci-deſſ.
	17. 43. 5	216. 44. 36	5. 56. 32	0. 18. 0 —	0. 1. 37 —	8	10	la même que ci-deſſ.
14	17. 35. 37	216. 32. 6	5. 12. 41	1. 49. 45 +	0. 30. 2 —	7	4	la même que ci-deſſ.
	17. 44. 51	216. 31. 51	5. 12. 59	1. 49. 30 +	0. 29. 44 —	7	4	la même.
	18. 21. 32	216. 32. 51	5. 11. 27	1. 50. 30 +	0. 31. 16 —	7	4	la même.
15	17. 32. 48	216. 22. 51	4. 27. 42	0. 28. 15 +	0. 2. 30 +	8	7	déterminée.
	18. 3. 30	216. 22. 6	4. 27. 50	1. 18. 0 +	0. 37. 53 —	8	5	déterminée.
	18. 3. 30	216. 22. 6	4. 27. 50	0. 27. 30 +	0. 2. 38 +	8	7	la même que ci-deſſ.
	18. 7. 18	216. 22. 21	4. 27. 44	0. 27. 45 +	0. 12. 32 +	8	7	la même.
17	17. 4. 12	216. 4. 6	3. 3. 22	0. 18. 0 —	0. 14. 3 —	7	8	déterminée.
	17. 46. 32	216. 3. 51	3. 1. 42	0. 18. 15 —	0. 15. 43 —	7	8	la même.
	17. 48. 49	216. 3. 51	3. 1. 37	0. 18. 15 —	0. 15. 48 —	7	8	la même.
	17. 54. 23	216. 4. 21	3. 1. 24	2. 29. 45 —	0. 8. 22 +	4	109	la Vierge cat. Flamſt.
	18. 5. 12	216. 3. 51	3. 0. 57	2. 30. 15 —	0. 7. 55 +	4	109	la même.
	18. 5. 12	216. 3. 51	3. 0. 55	0. 18. 15 —	0. 16. 30 —	7	8	la même que ci-deſſ.
24	18. 17. 25	215. 26. 30	Auſtrale. 2. 9. 37	1. 26. 0 +	0. 14. 29 +	8	3	déterminée.

TABLE II. *Des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles avec lesquelles la Comète, observée en 1763, a été comparée, depuis le 28 Septembre jusqu'au 25 de Novembre; leurs positions sont réduites au temps des observations.*

ASCENSION droite.	DÉCLINAISON	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
213. 1. 19	6. 49. 3 B.	7	1	déterminée par observation.
213. 5. 55	6. 49. 3	6	2	déterminée de même.
214. 0. 30	1. 55. 8 A.	8	3	déterminée. Comète comparée le 25 Nov. matin.
214. 1. 0	1. 9. 20	4	φ	de la Vierge.
214. 42. 21	5. 42. 43 B.	7	4	déterm. Comète comp. les 14 & 15 Nov. matin.
215. 4. 6	5. 5. 43	8	5	déterm. Comète comparée le 16 Novembre matin.
215. 17. 19	6. 13. 59	7	6	déterminée.
215. 54. 36	4. 25. 12	8	7	déterm. Comète comparée le 16 Novembre matin.
216. 22. 6	3. 17. 25	7	8	déterm. Comète comparée le 18 Novembre matin.
216. 47. 11	8. 1. 40	9	9	déterm. Comète comparée le 12 Novembre matin.
217. 2. 36	5. 58. 9	8	10	déterm. Comète comparée le 14 Novembre matin.
217. 7. 11	8. 22. 54	8	11	déterminée.
217. 30. 41	9. 10. 22	5	31	du Bouvier, déduite du catalogue de Flamstéed.
217. 36. 26	7. 15. 20	8	12	déterminée.
217. 48. 11	7. 36. 41	8	13	déterm. Comète comparée le 12 Novembre matin.
218. 18. 26	8. 42. 52	8	14	déterminée.
218. 34. 6	2. 53. 2	4	109	la Vierge, catal. de Flamst. Com. comp. 18 Nov. mat.
223. 52. 44	16. 57. 40	8	15	déterminée.
224. 26. 44	16. 53. 56	9	16	déterm. Comète comp. les 25 & 26 Octobre soir.
226. 24. 35	17. 41. 18	9	17	déterminée.
227. 15. 40	17. 10. 21	9	18	déterm. Comète comp. les 19 & 20 Octobre soir.
227. 19. 44	17. 3. 18	9	19	déterminée, Comète comparée le 19 Octobre soir.
227. 23. 32	17. 25. 17	9	20	déterminée, Comète comparée le 19 Octobre soir.
228. 44. 7	16. 17. 9	6	9	du Serp. suiv. Flamst. Com. comp. le 15 Octob. soir.
229. 36. 27	17. 13. 0	7	21	déterminée Com. comp. les 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 & 24 Octobre au soir.
229. 44. 33	17. 1. 6	8	22	déterminée Com. comp. les 15 & 16 Octobre soir.
230. 15. 37	17. 3. 14	9	23	déterminée.
230. 15. 44	16. 53. 41	7	24	déterminée, Comète comparée le 15 Octobre soir.


220
215
droite
Pied du
Bouvier
OBSERVÉE
EN 1763
5. 8.bre
15
25
Déclinaison Septentrionale
5
points
gitude en
10
la Vierge
12. 9.bre
14.
15.
16.
18.
5
la Balance
0
e observée en
rine à Paris le
iatin.
été calculée.
25. 9.bre
dern. observ.
9
5
220
215



Gravé d'après le Dessin de M. Messier par Y. le Gouaz

Ascension droite.	Déclinaison	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	Noms des Étoiles qui ont ſervi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
230. 20. 59	16. 52. 3 B	7	τ^1	du Serpent, Comète comparée les 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 & 26 Octobre ſoir.
230. 34. 39	16. 49. 14	8	25	déterminée, Comète comparée le 14 Octobre ſoir.
231. 24. 37	15. 53. 19	6	17	du Serp. ſuiv. Flamſt. Com. comp. le 11 Oct. ſoir.
231. 24. 58	16. 54. 43	8	26	déterminée.
231. 26. 7	17. 4. 9	6	τ^2	du Serp. ſuiv. Flamſt. Com. comp. le 13 Oct. ſoir.
231. 28. 22	15. 42. 38	7	27	déterminée, Comète comparée le 10 Octobre ſoir.
232. 33. 27	16. 47. 49	6	τ^3	du Serp. ſuiv. Flamſt. Com. comp. le 13 Oct. ſoir.
232. 40. 22	13. 35. 29	6	χ	du Serp. ſuiv. Flamſt. Com. comp. le 7 Oct. ſoir.
233. 9. 48	7. 11. 9	3	α	du Serpent, ſuivant le catalogue de Flamſteed.
233. 45. 18	8. 6. 34	4	λ	du Serpent, Com. comparée le 3 Octobre ſoir.
233. 49. 50	16. 10. 39	2	β	du Serp. Com. comp. les 11, 13 & 14 Oct. ſoir.
234. 6. 7	14. 50. 14	6	υ	du Serp. Flamſt. Com. comp. les 9 & 10 Oct. ſoir.
234. 19. 41	14. 31. 4	7	28	déterminée, Comète comparée le 9 Octobre ſoir.
235. 50. 16	9. 16. 59	7	40	du Serp. ſuiv. Flamſt. Com. comp. le 4 Oct. ſoir.
238. 15. 23	1. 18. 41	8	29	déterminée.
239. 33. 23	1. 24. 59	8	30	déterminée.
239. 40. 53	2. 10. 51	8	31	déterminée.
241. 27. 42	4. 5. 51 A	3	ε	d'Ophiucus, Comète eſtimée avec δ le 28 Sept. ſoir.
241. 29. 57	2. 4. 42 B	8	32	déterminée.
242. 32. 10	1. 35. 8	5	σ	du Serp. ſuiv. Flamſt. Com. comp. le 30 Sept. ſoir.
243. 43. 48	7. 3. 16 A	7	33	déterminée. } Ces cinq Étoiles, avec ε & δ du Serpentaire, ont ſervi à eſtimer la poſition de la Comète, le 28 Sept. ſoir, jour où elle fut découverte. *Voyez la Carte.*
243. 45. 49	7. 49. 22	5	34	déterminée.
244. 0. 48	7. 34. 51	8	35	déterminée.
244. 25. 33	6. 59. 42	8	36	déterminée.
244. 37. 33	7. 24. 42	9	37	déterminée.
244. 8. 57	1. 12. 30 B	7	38	déterminée.



EXPÉRIENCES
SUR UNE
SOUDE TIRÉE D'UN KALI,
Qui avoit été cultivé par M. du Hamel à sa Terre de Denainvilliers.

Par M. CADET.

11 Juin 1774.

M. DU HAMEL, ayant eu occasion de remarquer que des plantes de certains Pays, dégénéroient sensiblement dans d'autres, suivant le sol où elles pouvoient être exposées ou cultivées, étant curieux de tenter des expériences à ce sujet; le kali d'Espagne est la plante qu'il a choisie de préférence, pour parvenir à l'objet de ses recherches.

M. Trudaine, toujours empressé à seconder les vues de l'Académie, a bien voulu lui procurer de la graine de cette plante.

M. du Hamel, en fit semer à sa terre de Denainvilliers, à Vrigny, sur la rive de la forêt d'Orléans, & dans un potager, au bord de la rivière d'Essone, enfin dans celui de M. Lamoignon de Malesherbes, à Malesherbes; après avoir fait la récolte dans les différens terreins où il avoit semé cette plante, il les mêla toutes ensemble, & les fit sècher & incinérer; M. du Hamel en a obtenu une soude qu'il a soumise à l'analyse *(Mémoires de l'Académie, année 1767)*, il a retiré de cette soude une matière blanche, brillante & feuilletée, qu'il a jugée être une espèce de sélénite: il en a aussi séparé du sel marin, un peu de sel de Glauber, du sel alkali de soude, & enfin beaucoup d'alkali fixe végétal.

M. Fontanne, Inspecteur des manufactures du Poitou, avoit aussi cultivé, au bord des marais salans, un kali produit

de la même graine : cette plante a donné à la calcination, une ſoude que M. du Hamel a jugée être auſſi parfaite que la pure ſoude d'Alicante ; elle n'a pas donné de ſel alkali de la nature du ſel fixe du tartre, ainſi qu'en avoit fourni celle de M. du Hamel.

Cet Académicien, deſirant s'aſſurer ſi la graine, provenue des kalis qu'il avoit fait cultiver dans différens jardins, en la ſemant, ne lui donneroit pas un kali, dont la ſoude offriroit des réſultats différens de ceux dont on vient de parler, me remit à cet effet, en 1767, huit onces d'une liqueur concentrée, produite de la leſſive d'une telle ſoude : cette liqueur a donné environ un gros de tartre vitriolé, une once de ſel de ſoude, & deux gros de ſel marin : la liqueur reſtante, qui a refuſé de fournir des criſtaux, n'étoit que de l'alkali ſixe végétal, de la nature du ſel fixe du tartre.

M. du Hamel, ayant à cœur de porter ſes recherches plus loin, fit ſemer de la graine de kali qui lui avoit fourni les derniers produits dont on vient de rendre compte ; lorſque le kali fut venu en maturité, il le fit couper & ſécher, & puis brûler. M. du Hamel m'envoya ſix pintes de leſſive tirée des cendres produites par cette dernière incinération ; elles ont donné à l'évaporation trois gros trente grains de tartre vitriolé, & deux onces & demie d'autres criſtaux qui m'en imposèrent d'abord, je les pris pour des criſtaux de ſoude, mais en les ſoumettant à l'analyſe, je reconnus que ce ſel n'étoit qu'une eſpèce de ſel fébrifuge de Silvius ; je retirai enſuite trois onces trois gros d'un ſel alkali de la nature du ſel fixe de tartre, il s'étoit criſtalliſé ; j'ai obſervé que la criſtalliſation ne s'étoit faite qu'à la faveur d'un peu de ſel fébrifuge de Silvius, dont une portion y étoit intimément unie. En continuant l'évaporation, j'ai obtenu trois onces trois gros de ſel marin ; le reſtant de la liqueur ayant refuſé de donner des criſtaux, j'ai évaporé à ſiccité, j'ai obtenu deux onces cinq gros d'alkali fixe végétal, & point d'alkali marin : j'ai eu la preuve que ces ſels alkalis ne contenoient point d'alkali marin, en ce qu'après avoir été ſaturés par l'acide vitriolique, je n'ai

obtenu que des criſtaux de tartre vitriolé, & point de ſel de Glauber. Par les derniers réſultats, il eſt aiſé de voir combien le kali de M. du Hamel a changé de nature pour avoir été ſemé & cultivé dans des terreins fort éloignés de la mer, puiſque la ſoude de M. Fontanne a donné autant d'alkali marin que la ſoude d'Alicante, & qu'elle n'a produit aucun veſtige d'alkali végétal, tandis que la ſoude du kali de la dernière culture de M. du Hamel, a fourni du tartre vitriolé, une eſpèce de ſel fébrifuge de Silvius, du ſel marin & beaucoup d'alkali fixe de la nature du ſel fixe de tartre. Ce qu'il y a de plus étonnant dans ces derniers réſultats, & qui appuye entièrement le ſentiment de M. du Hamel, ſur la dégénération des plantes maritimes, cultivées dans les terreins qui ſont éloignés de la mer, c'eſt que la ſoude du dernier kali, cultivé par M. du Hamel, n'a point donné de cet alkali marin qui fait entièrement la baſe de la ſoude d'Alicante, & de celle que M. Fontanne a cultivée au bord de la mer.



MÉMOIRE
SUR LES
HAUTEURS SOLSTICIALES
EN ÉTÉ.

Par M. LE MONNIER.

J'AI lû, l'année dernière, les obſervations faites au gnomon de Saint-Sulpice, avec le verre objectif de 80 pieds de foyer, les ayant comparées à celles des années 1745 & 1764, & j'ai fait voir que pendant la première période de la nutation, l'image du Soleil avoit repréſenté les effets de cette nutation, laquelle eſt de 18 ſecondes, ſans erreur de plus d'une à deux ſecondes; mais que dans la deuxième période qui s'écoule depuis 1764, il n'avoit été poſſible de repréſenter qu'à 3 ſecondes la moitié de la période & l'effet de cette nutation. 27 Juillet 1774.

Je n'ai rien détaillé juſqu'ici des dernières obſervations ſolſticiales, faites avec mon quart-de-cercle mobile, dont j'ai une ſuite de trente-ſix ans, parce qu'il falloit révéler la correction dûe à ces hauteurs, ſoit que la lunette de ce quart-de-cercle fût parallèle au limbe, ſoit qu'elle ne le fût pas. Or, je viens d'avertir dans la deſcription déjà publiée des principaux Inſtrumens d'Aſtronomie, qu'il falloit toujours obſerver au centre ou à la croiſée des fils, les hauteurs méridiennes, marquant à la pendule l'inſtant de l'obſervation, parce qu'il eſt très-rare aux quarts-de-cercle mobiles que les fils horizontaux ſoient confondus avec la tangente d'un parallèle à l'Équateur, & que faute d'une attention toute particulière à cet égard, on riſque de trouver dans ces hauteurs méridiennes apparentes des variations qui n'ont pas lieu dans les hauteurs méridiennes abſolues.

J'avertirai d'ailleurs qu'il y a plus de ſûreté à n'employer, lorſqu'on compare des hauteurs ſolſticiales éloignées, que la

ſeule vérification faite au Zénith; car ſi l'inſtrument, quelque ſolide qu'il ſoit, a dû changer de forme après une longue ſuite d'années, parce qu'il eſt mobile & qu'il n'eſt ſuſpendu que par ſon centre de gravité; l'erreur, s'il y en a, doit bien moins influer ſur un arc de 25 degrés, que ſur le complément de cet arc, au cas qu'il faille s'attacher aux vérifications faites à l'horizon, ſi par haſard on avoit négligé celles du Zénith.

Ce dernier cas n'avoit pas tout-à-fait lieu autrefois, parce que le bâtiment de l'Obſervatoire n'étoit pas, comme on l'a publié, favorable aux vérifications du Zénith; quoique la choſe mieux examinée en 1740 m'ait paru ſans fondement, puiſque la tour découverte, & le trou de la voûte dans la grande ſalle, y facilitent également l'obſervation, lorſqu'il s'agit d'y vérifier les quarts-de-cercle mobiles au Zénith.

En 1738, je n'ai point négligé les vérifications du Zénith, puiſqu'avant & après le ſolſtice d'été, j'ai comparé les réſultats de ce que donnoit mon quart-de-cercle mobile ſur les Étoiles de la grande Ourſe, du Bouvier & de la Chèvre, & α de Perſée, avec ce qui avoit été déterminé à l'aide du ſecteur, dont les obſervations furent ſoigneuſement recueillies & publiées en ces temps-là: j'ai donc établi la correction au Zénith de 45 ſecondes pour lors.

Le même quart-de-cercle mobile m'a donné la hauteur ſolſticiale du bord ſupérieur du Soleil, $64^d\ 54'\ 18''$, ſans aucune correction: la nutation, dans le cercle, donne $7''\frac{1}{4}$ additive, & pour réduire au parallèle de l'Obſervatoire royal, il faut ajouter $47''\frac{1}{2}$; on aura le bord ſupérieur, $64^d\ 54'\ 27''\frac{3}{4}$, plus grande de 9 ſecondes que la hauteur ſolſticiale actuelle du même bord du Soleil, réduite au même parallèle, ainſi qu'à ſa hauteur moyenne, à cauſe de la nutation, comme on le verra ci-après.

Voilà donc 9 ſecondes ſeulement en trente-ſix ans dont le Soleil a paru moins élevé à un ſeul & même quart-de-cercle vérifié ſoigneuſement au Zénith, & dont la vis du micromètre eſt bonne, outre qu'elle a parcouru très-peu de chemin à chacune des obſervations multipliées avant & après le ſolſtice d'Été.

On ne peut alléguer ici, contre la foi des obſervations, le défaut des planchers vulgaires qui plient & qu'on a ſu éviter ſoigneuſement en pareilles circonſtances : cela n'étoit pas jadis auſſi facile au ſolſtice d'hiver, parce qu'il falloit ſe déplacer pour y conſulter alternativement le fil-à-plomb & le curſeur du micromètre ; on n'objectera pas non plus la variation des réfractions qui n'a pas lieu à de ſi grandes hauteurs, ni le défaut dans la poſition du plan du limbe, puiſqu'en 1738, j'ai vu le bord du Soleil à chaque fois au centre de la lunette à midi : ainſi l'objection ne peut tomber que ſur les vérifications du Zénith faites en ces dernières années, & ſur les changemens poſſibles dans la figure de l'inſtrument; mais comme ce quart-de-cercle eſt forgé en fer épais, & qu'il eſt très-ſolide, j'ai du moins évité ſur un arc de 25 degrés ſeulement, la plus grande partie de ces prétendues variations, & les vérifications au Zénith ont été multipliées à tel degré de préciſion ſur diverſes Étoiles, qu'elles m'ont fait connoître à la fin le mouvement réel qui convient à la brillante de la Chèvre *, que j'avois le plus grand intérêt de découvrir; j'en ai rendu compte en partie dans l'Hiſtoire Céleſte, & dans l'Aſtronomie Nautique, *en 1771*. L'Étoile α de la Chèvre varie moins en déclinaiſon d'une ſeconde, au moins chaque année, que ſelon les loix de la préceſſion des Équinoxes; mais ceci ſoit dit par occaſion, venons à d'autres hauteurs méridiennes.

Dans les Mémoires de l'Académie de l'*année 1741, pages 121 & 146*, on trouve qu'avec un nouveau ſecteur de 6 pieds de rayon, M.rs Caſſini ont déterminé la hauteur ſolſticiale du bord ſupérieur du Soleil,

En 1740	64d 54′ 24″
Et en 1741	64. 54. 31.

L'Étoile η de la grande Ourſe a ſervi chaque fois à vérifier le ſecteur au Zénith, par le retournement, & les détails y ſont rapportés. Je vais réduire à la hauteur moyenne les

* L'Étoile varie moins, & c'eſt la différence & non la ſomme, &c.

hauteurs ſolſticiales, à cauſe que la nutation, calculée dans le cercle, étoit 2″ $\frac{1}{3}$, au Sud dans le premier cas, & dans le deuxième cas 1″,1, au Nord; on aura donc la moyenne

En 1740.......................... 64ᵈ 54′ 26″ $\frac{1}{3}$.
Et en 1741.......................... 64. 54. 30,

avec une différence de 3″ $\frac{2}{3}$ ſeulement, entre les obſervations de chaque année.

La même année, avec mon quart-de-cercle mobile, placé dans la tour occidentale de l'Obſervatoire royal, la hauteur ſolſticiale m'a paru de 64ᵈ 55′ 20″, ou 22″ $\frac{1}{2}$: il faut en ôter 55 ſecondes pour la vérification au Zénith de mon inſtrument, parce qu'elle avoit augmenté après le tranſport, de 10 ſecondes: or, corrigeant auſſi par la nutation, on aura la moyenne, 64ᵈ 54′ 24″ ou 26″ $\frac{1}{2}$; ce qui fait voir qu'avant qu'on eût pratiqué comme à Londres la méthode de diviſer chez les Artiſtes par la biſſection; laquelle méthode entraîne, il eſt vrai, une certitude abſolue, nos Artiſtes néanmoins diviſoient ici, avec le plus grand ſoin, nos quarts-de-cercle, pourvu qu'il n'y eût pas d'erreur ſur l'arc total tracé ſur leurs limbes, vu la flexion de leur compas d'acier & à verges.

Au reſte, en 1669 & 1670, lorſque la nutation étoit de 5″ $\frac{1}{2}$ & 2″ $\frac{3}{4}$ au Nord, la hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil, au Jardin de la Bibliothèque du Roi, & réduite au parallèle de l'Obſervatoire étoit 64ᵈ 54′ 48″ & 46″; il en faut ôter la nutation, & la moyenne ſera 64ᵈ 54′ 42″ $\frac{1}{2}$ & 43″ $\frac{1}{2}$: or, ce quart-de-cercle avoit été bien vérifié ſur le tour de l'horizon, ce qui en aſſuroit la diviſion qui fut faite pour lors avec le plus grand ſoin: on ne l'avoit rectifié, il eſt vrai, qu'à l'horizon; mais ſur un auſſi grand intervalle de temps de cent cinq ans ou environ, nous ne trouvons qu'à peine 22 à 23″ de diminution dans les hauteurs ſolſticiales moyennes; ce qui eſt fort éloigné, comme je l'ai fait voir amplement dans nos Mémoires de *1738*, & dans la Préface du Livre des Inſtitutions, de l'hypothèſe du Ch.ᵉʳ de Louville.



OBSERVATION

OBSERVATION
SUR DES
POINTS DE LUMIÈRE
Qui s'observent présentement sur les Anses de l'anneau de Saturne, dans ses réapparitions en 1774.

Par M. MESSIER.

JE ferai part à l'Académie, d'une observation importante, qui n'avoit pas encore été faite dans aucune circonstance. Le phénomène de la disparition & réapparition des anses de l'anneau de Saturne, en 1773 & 1774, m'a procuré de faire avec les meilleurs instrumens, l'observation que je vais rapporter. J'observe depuis un grand nombre de jours des points lumineux parsemés sur les anses de l'Anneau, d'une lumière vive, blanchâtre & scintillante, semblable à celles des plus petites Étoiles, vues aux meilleurs instrumens; j'en ai observé qui rendoient plus ou moins de lumière, & plusieurs me paroissoient séparés les uns des autres. Ces effets ne peuvent pas être attribués à la rencontre de quelques satellites de Saturne placés sur les anses; ces lumières m'ont paru, jusqu'à présent, trop constantes, vues trop fréquemment & en trop grande quantité, pour ne pas être adhérentes à l'anneau même de Saturne.

27 Juillet 1774.

La grande obliquité de l'anneau, dans la circonstance présente, est la position la plus favorable pour des observations aussi délicates, qu'on pourra dans la suite vérifier en pareille circonstance, en employant les meilleurs instrumens.

Cette obſervation ne décideroit-elle pas que l'anneau de Saturne, eſt un corps opaque, dont la ſurface ſeroit inégale, ſemblable à celle de la Lune, qui produit dans ſes quadratures les mêmes effets?

Nota. On trouvera, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, le détail de ces obſervations, rapportées dans mon Mémoire ſur la diſparition & réapparition des anſes de l'anneau de Saturne, avec une Carte qui repréſente les obſervations de ce phénomène.



MÉMOIRE
SUR
L'INÉGALE CAPACITÉ
DES
CAVITÉS DU CŒUR
ET DES
VAISSEAUX PULMONAIRES.

Par M. SABATIER.

L'INÉGALE capacité des cavités du cœur & des vaiſſeaux pulmonaires eſt un phénomène ſi connu & ſi généralement avoué des Anatomiſtes, qu'il ſeroit inutile d'en donner de nouvelles preuves. Auſſi le but que je me propoſe dans ce Mémoire n'eſt-il pas de rendre compte à l'Académie des obſervations nombreuſes que j'ai faites, pour m'aſſurer par moi-même de ſa réalité. Je me contenterai d'en rechercher les cauſes & de remonter au principe duquel il dépend. Mes raiſonnemens appuyés ſur des faits & ſur des expériences que je crois inconteſtables, feront diſparoître ce qu'il préſente d'extraordinaire, & montreront que la Nature a ſuivi, dans la conſtruction du cœur & des vaiſſeaux du poumon, les loix qu'elle s'eſt preſcrites ailleurs. Ce ſujet, quoique purement phyſiologique, appartient à l'Anatomie, puiſque cette ſcience ne s'occupe de la diſpoſition des parties dont les corps des animaux ſont formés, que pour en connoître le mécaniſme. 6 Septembre 1774.

Quoique les Anciens ſe fuſſent aperçus que l'oreillette & le ventricule droit du cœur ont plus de capacité que l'oreillette & le ventricule du côté oppoſé, ils n'avoient point cherché les cauſes de cette différence. Ce fut M. Helvétius qui ayant découvert que les rameaux de l'artère pulmonaire ſont plus amples que ceux des veines du même nom, au

contraire de ce qui ſe paſſe dans les autres parties du corps où les veines ſont plus nombreuſes & plus groſſes que les artères, crut la trouver dans l'effet que l'air qui entre à chaque inſtant dans les poumons, produit ſur le ſang que renferment les vaiſſeaux de ce viſcère. Il penſa que ce fluide échauffé & raréfié par les frottemens qu'il eſſuie dans les canaux qu'il parcourt, en étoit rafraîchi & condenſé, de ſorte que ſe trouvant réduit à un plus petit volume après avoir traverſé les poumons, il n'avoit pas beſoin d'être contenu dans des vaiſſeaux auſſi grands que ceux qui l'y avoient conduit. Cette idée ſéduiſante ne rendoit pas ſeulement raiſon de l'inégale capacité des oreillettes & des ventricules du cœur & des vaiſſeaux du poumon, elle expliquoit auſſi la néceſſité où preſque tous les animaux ſont d'attirer à chaque inſtant une nouvelle quantité d'air, pour rafraîchir le ſang qui va d'un des ventricules à l'autre, & montroit en quoi conſiſte le rapport qui ſe trouve entre la reſpiration & la circulation. Elle fut bien-tôt combattue avec force. M. Michelotti Médecin de Veniſe, aſſura que le ſang que les veines-caves ramènent au cœur, n'étoit pas plus raréfié que celui qui a paſſé à travers les poumons, & qu'il n'en différoit ni par la couleur, ni par la fluidité. Il ajouta que ſi les veines pulmonaires ſont plus petites que les artères qu'elles accompagnent, cette diſpoſition n'avoit d'autre cauſe que la vîteſſe avec laquelle le ſang y coule, vîteſſe qui vient de leur moindre largeur, de la force de leurs tuniques qui ſurpaſſe celle des autres veines, & de l'élaſticité de l'air contenu dans les véſicules bronchiques, lequel preſſe les artères & les veines du poumon vers la fin de l'inſpiration, & force le ſang à ſéjourner dans les premières & à ſe précipiter dans les ſecondes, pour être verſé dans l'oreillette & dans le ventricule gauche.

M. Helvétius crut devoir repouſſer cette attaque. Il fit obſerver que la preſſion de l'air ſur les vaiſſeaux répandus dans l'intérieur du poumon, s'exerce également ſur les artères & ſur les veines de ce viſcère, & qu'en ſuppoſant que le ſang contenu dans les veines y ſoit le plus expoſé, l'excès de

vîteſſe que cette preſſion peut lui communiquer eſt ſuffiſamment compenſé par celle que la force du cœur imprime au ſang contenu dans les artères. La capacité de l'oreillette droite, plus grande que celle du ventricule du même côté, & celle du ventricule plus conſidérable que celle de l'artère pulmonaire, lui parut une nouvelle preuve que la petiteſſe des veines pulmonaires n'eſt point occaſionnée par la promptitude avec laquelle le ſang les parcourt, puiſque nulle cauſe connue ne peut faire couler le ſang dans l'artère pulmonaire plus vîte que dans le ventricule qui lui donne naiſſance, & dans ce ventricule que dans ſon oreillette. Ses autres réponſes furent également ingénieuſes; mais quoiqu'elles renverſaſſent l'opinion que M. Michelotti vouloit ſubſtituer à la ſienne, elles ne purent détruire la force des objections de ce Médecin; car il eſt certain que le ſang que les veines-caves rapportent au cœur, n'eſt pas condenſé dans les vaiſſeaux du poumon; & quand cet effet auroit lieu, tout le monde convient qu'il ne pourroit produire une différence auſſi ſenſible que celle qui ſe remarque entre les cavités du cœur & ſes gros vaiſſeaux.

Cette différence étoit un phénomène ſuſceptible de diverſes explications, & Santorini ne tarda pas à en propoſer une autre. Le ſang que le ventricule droit du cœur pouſſe dans les vaiſſeaux pulmonaires, ne les traverſe pas avec une égale facilité dans tous les temps de la reſpiration. Lorſque cette fonction eſt ſuſpendue, ou que l'on fait le mouvement d'inſpiration, ce fluide eſt obligé de ſéjourner, ou du moins, de ralentir ſa marche dans les ramifications de l'artère pulmonaire, qui décroiſſant toujours, & ſe trouvant affaiſſées & repliées de mille manières différentes, lui préſentent par-tout des obſtacles qu'il ne peut ſurmonter, & il reflue en conſéquence vers le ventricule droit, l'oreillette voiſine, & juſque vers les deux veines-caves. Cependant le ſang qui marche le long des veines pulmonaires dont les rameaux s'élargiſſent de plus en plus, à meſure qu'elles s'éloignent du ventricule droit du cœur, & qui trouve dans l'oreillette gauche une ample cavité dans laquelle il eſt facilement reçu, n'éprouve aucun

retardement. Il ſe porte dans l'oreillette & dans le ventricule gauche, & de-là dans l'aorte qui le conduit aux parties du corps les plus éloignées. Il ne faut donc pas s'étonner que la Nature ait diſpoſé les cavités droites du cœur & les artères pulmonaires, de façon qu'elles ſoient plus amples que les veines & les cavités qui leur correſpondent, puiſqu'il y a beaucoup de circonſtances où elles doivent contenir une plus grande quantité de fluide. Mais ſi la Nature avoit mis quelque différence entre les unes & les autres, de quelle utilité cette différence pourroit-elle être pour prévenir les engorgemens du poumon? Les cavités droites du cœur dont on ſuppoſe la capacité plus grande qu'en celles du côté oppoſé, ne ſeroient-elles pas toujours pleines de ſang, & par conſéquent hors d'état d'en recevoir davantage, lorſque la circulation ſeroit moins libre qu'à l'ordinaire dans les artères pulmonaires, à moins que ces artères & les cavités d'où elles partent ne fuſſent dilatées de nouveau, ce que Santorini ne paroît pas avoir penſé? M. de Haller, qui a adopté le ſentiment de cet Anatomiſte, en donne pour preuve la diſpoſition des parties du cœur du fœtus, chez qui les cavités & les gros vaiſſeaux de cet organe préſentent, ſelon lui, la même inégalité que dans l'âge adulte, quoique le ſang n'éprouve dans les vaiſſeaux pulmonaires, ni condenſation, ni accélération dans ſon mouvement, par l'action de l'air extérieur. La confiance que méritent les obſervations d'un Auteur auſſi célèbre, ne m'a pas empêché de vérifier celle-ci, & je l'ai fait avec d'autant plus de ſoin, que j'avois remarqué que M. Meckel avoit dit le le contraire dans une Diſſertation ſur quelques maladies du cœur, inſérée dans le *XIIe vol.* des Mémoires de l'Académie de Berlin. J'ai vu qu'effectivement l'oreillette droite étoit un peu plus dilatée que la gauche, mais les ventricules m'ont paru parfaitement égaux, & les branches de l'artère pulmonaire au-delà du canal artériel étoient beaucoup plus petites que les veines pulmonaires. Cette conformation ne répond, comme on voit, en aucune manière à la deſcription que M. de Haller en a donnée, & ne peut par conſéquent venir

à l'appui du ſentiment que je viens d'expoſer & de combattre : elle diffère auſſi beaucoup de celle que M. Meckel dit avoir aperçue, & s'éloigne encore plus de ce qui ſe remarque dans les adultes & même dans les ſujets de tout âge, depuis le moment où le trou ovale & le canal artériel ſont bouchés. J'en rendrai raiſon à la fin de ce Mémoire.

Depuis Santorini, M. Senac, au lieu de regarder l'inégale capacité des cavités du cœur & des vaiſſeaux du poumon comme une diſpoſition naturelle, a dit qu'elle étoit purement accidentelle, & que l'action du ſang pouſſé dans les veines-caves, dans l'oreillette, dans le ventricule droit & dans l'artère pulmonaire, où il trouve ſouvent des obſtacles à ſon cours, en étoit l'unique cauſe. Ce qui arrive dans certaines maladies où les cavités droites du cœur ſe dilatent au point que leur volume devient monſtrueux, parce que le ſang ne trouve pas autant de facilité qu'à l'ordinaire à traverſer les vaiſſeaux du poumon, lui a paru devoir également arriver dans l'état de ſanté. Ce mécaniſme eſt ſimple, & même aſſez vraiſemblable ; mais lorſqu'on y réfléchit, on le trouve ſujet à de grandes difficultés. Si l'artère pulmonaire & les cavités droites du cœur ſont dilatées d'une manière permanente par le ſang qui s'y accumule, dans les efforts qui exigent que la reſpiration ſoit ſuſpendue pour quelque temps, & dans les maladies du poumon qui rendent cette fonction laborieuſe, elles ne tranſmettent donc pas aux veines pulmonaires & aux cavités correſpondantes, tout celui qu'elles contiennent. Il y en reſte une certaine quantité à chaque pulſation du cœur, & quelque petite qu'on la ſuppoſe, cette quantité doit détruire en peu de temps tout équilibre entre les parties qui ſervent à la circulation. Les cavités droites ſeront bientôt ſurchargées d'une abondance exceſſive de ſang, pendant que les veines pulmores, les cavités gauches du cœur & l'aorte elle-même reſteront parfaitement vides. D'ailleurs il faudroit, ce me ſemble, pour que cette explication pût être admiſe, que la diſproportion qui ſe remarque entre les vaiſſeaux pulmonaires & entre les cavités du cœur, fût plus grande chez les vieillards que chez

les jeunes gens & chez les enfans; chez les hommes qui ont été éxercés à des travaux pénibles, que chez les femmes qui ont mené une vie sédentaire; chez les animaux dont la marche est vive & légère, & dont le sang coule avec plus de rapidité, que chez ceux qui sont lourds & pesans; & c'est ce que personne n'a jamais avancé.

Ces raisons, dont il est facile de sentir toute la force, m'avoient fait soupçonner, il y a déjà long-temps, que l'inégale capacité des cavités du cœur & des vaisseaux pulmonaires, ne dépendoit d'aucune des causes auxquelles on l'avoit attribuée, lorsque j'eus occasion d'examiner les corps de plusieurs personnes mortes de coups d'épée qui avoient traversé l'une des deux veines-caves ou l'artère pulmonaire. Je trouvai la partie droite du cœur plus ou moins vide & rétrécie, suivant la grandeur de la plaie & la facilité que le sang avoit eue d'en sortir, & la différence qu'on y rencontre ordinairement lorsqu'on la compare avec la partie gauche, étoit à peine sensible. Je ne pouvois attribuer cet effet qu'à l'effusion subite du sang qui avoit précédé la mort de ces blessés, & qui avoit permis aux veines-caves, à l'oreillette, au ventricule droit du cœur & à l'artère pulmonaire de se contracter avec la force qui leur est propre. Ces observations furent confirmées peu de temps après par l'inspection du cœur de quelques-uns de ces animaux que l'on tue dans les boucheries pour l'usage de nos tables, & qui, comme on sait, périssent par la section de tous les vaisseaux du cou, & par l'hémorragie qui en est la suite. Je vis que l'oreillette & le ventricule droit n'avoient pas plus de largeur que l'oreillette & le ventricule gauche. Les artères & les veines pulmonaires me parurent avoir des dimensions égales, & le resserrement des deux ventricules étoit à peu-près le même, quoique dans les cadavres humains le droit paroisse fort lâche, pendant que les parois du gauche sont plus fermes & plus rapprochées. Je pensai dès-lors que la différence que présentent les cavités du cœur & les vaisseaux du poumon, pourroit bien n'être qu'apparente, & venir de ce que le sang s'accumule dans les unes pendant les derniers instans

instans de la vie, au lieu qu'il s'échappe des autres avec facilité, de sorte que les premières se distendent, & que les secondes se rétrécissent. En effet, lorsque les mouvemens de la respiration commencent à se ralentir, le sang poussé dans l'artère pulmonaire, y trouve des obstacles qui retardent son cours, & qui l'obligent à la fin d'y rester. Les efforts réitérés du ventricule droit y en introduisent une nouvelle quantité. Cette artère se dilate jusqu'à ce qu'elle ne puisse plus en recevoir davantage. Le ventricule se remplit à son tour, en vertu de la contraction de l'oreillette droite. Celle-ci est distendue par les veines-caves qui reçoivent de même le fluide que les autres veines du corps viennent y déposer. Au contraire, l'aorte dont les ramifications continuent de reverser le sang qu'elles contiennent dans les extrémités veineuses, le ventricule, l'oreillette gauche & les veines pulmonaires se vident presque en entier, & perdent peu-à-peu leur capacité par le resserrement qu'elles éprouvent.

L'observation que M. Veiss, Professeur d'Anatomie & de Chirurgie, à Altorf, avoit publiée dans le Programme par lequel il invitoit les Savans à ses démonstrations publiques, en 1745, m'étant tombée entre les mains, je me confirmai dans mon opinion. Ce Médecin dit avoir trouvé les cavités droite & gauche du cœur parfaitement égales sur un homme décapité pour avoir tué un de ses enfans. La conséquence qu'il en tire, est que le sujet étant mort par la perte de son sang qui s'est échappé en même temps par les artères & par les veines du cou, les parties droites du cœur n'ont pu se remplir comme à l'ordinaire. Il croit, comme moi, que les cavités du cœur sont parfaitement égales dans l'état de santé, & que la différence qui se trouve entre elles, est l'effet des mouvemens qui s'exécutent dans les organes de la circulation, lorsque la mort est prochaine. Ce fait avoit beaucoup de ressemblance avec ceux que j'ai exposés précédemment, mais il ne me suffisoit pas encore, & je m'en procurai d'autres en faisant égorger quelques chiens que je disséquai ensuite, &

chez qui je rencontrai la même diſpoſition. Ce ne fut qu'après avoir répété pluſieurs fois la même choſe, que j'avançai dans la nouvelle édition de l'Anatomie de M. Verdier, que j'ai donnée au commencement de 1769, que l'inégalité dont il eſt queſtion dans ce Mémoire, n'eſt qu'apparente, & qu'elle n'a pas lieu pendant la vie.

La crainte que j'ai eu depuis, de m'être déterminé trop légèrement ſur cet objet, m'a engagé à reprendre mes expériences & à en tenter de nouvelles. J'ai commencé par examiner avec beaucoup d'attention, l'état où ſe trouvoient les cavités & les gros vaiſſeaux du cœur, ſur des chiens que j'avois fait périr d'une manière lente & ſans aucune effuſion de ſang. J'ai trouvé entre ces parties la même diſproportion que l'on rencontre ordinairement ſur les hommes. Les deux veines-caves, l'oreillette droite & le ventricule voiſin étoient pleins de ſang & fort dilatés, les veines plus que l'oreillette, & celle-ci plus que le ventricule. La capacité de l'artère pulmonaire étoit fort grande relativement à celle des veines du même nom. Cette artère contenoit quelques caillots, au lieu que les veines étoient vides. L'oreillette gauche étoit aſſez reſſerrée; on y voyoit une médiocre quantité de ſang. La contraction du ventricule gauche ſur lui-même, étoit beaucoup plus forte, eu égard à l'épaiſſeur de ſes parois & à la multiplicité des fibres charnues qui le compoſent. Enfin l'aorte renfermoit quelques caillots, mais beaucoup moins remarquables que ceux de l'artère pulmonaire. Le but de ces premières recherches, étoit de me procurer un terme de comparaiſon, auquel je puſſe rapporter celles que je méditois. Je continuai par l'inſpection des mêmes parties ſur des chiens égorgés & morts par la perte ſubite de leur ſang. Ceux-ci me firent apercevoir une diſpoſition toute ſemblable à celle que j'avois déjà obſervée ſur le cœur de ces perſonnes qui avoient eu quelqu'un des gros vaiſſeaux de cet organe ouvert par des coups d'épée, & ſur celui des animaux qui ſont partie de notre nourriture & dont j'ai rendu compte plus haut. Quoique les cavités

droites du cœur continssent plus de sang que celles du côté opposé, ce fluide y étoit en beaucoup moindre quantité qu'à l'ordinaire. La dilatation des deux veines-caves étoit encore assez grande, & l'oreillette droite se trouvoit plus ample que la gauche, sans doute parce que malgré la facilité que le sang avoit eue à s'écouler par les vaisseaux du cou, celui qui étoit revenu des parties inférieures du corps avoit été retenu en partie, soit par l'extinction prompte & totale des mouvemens vitaux, soit par l'action des valvules placées au bas des veines jugulaires & autres, & qui ont l'usage particulier de s'opposer au reflux que diverses causes opéreroient dans ces veines pendant la vie. L'inégalité des ventricules du cœur & des vaisseaux pulmonaires, si frappante dans les premiers chiens, ne pouvoit être aperçue dans ceux-ci : au contraire, ces parties n'avoient pas plus de capacité les unes que les autres, au moins autant qu'il étoit possible d'en juger à la vue, car les injections & les autres moyens employés pour mesurer les cavités du cœur & les vaisseaux du poumon, présentent tant de difficultés & sont en même temps si peu sûrs, que je n'ai pas cru devoir m'en servir.

Le résultat de ces expériences ne montre-t-il pas clairement que si les deux veines-caves, les cavités droites du cœur & l'artère pulmonaire, étoient moins dilatées qu'elles n'ont coutume de l'être; si le ventricule droit & l'artère pulmonaire n'étoient pas plus amples que le ventricule gauche & les veines qui communiquent avec lui ; si celles de ces cavités qu'on trouve ordinairement pleines de sang, en contenoient moins, c'est que la voie ouverte à la sortie de ce fluide, l'avoit empêché de s'y amasser en aussi grande quantité, & par conséquent que l'état contraire vient uniquement de ce qu'il afflue dans les unes & de ce qu'il est obligé de s'y arrêter, au lieu qu'il s'échappe aisément des autres, & qu'il en est chassé par la contraction de leurs fibres qui sont beaucoup plus nombreuses & plus fortes que chez les premieres? Cependant pour n'avoir rien à desirer, j'ai eu recours à d'autres procédés.

Des chiens auxquels j'avois fait ouvrir la poitrine avec toute la promptitude poſſible, ont eu l'aorte liée à un pouce ou un pouce & demi au-deſſus du ventricule gauche. Je n'ignorois pas que diverſes maladies de cette artère peuvent produire une dilatation lente dans les cavités gauches du cœur & dans les veines pulmonaires, en mettant obſtacle à la ſortie du ſang qu'elles contiennent. Le Mémoire de M. Meckel, cité plus haut, en donne pluſieurs exemples; mais je voulois voir ſi la ligature de l'aorte, à laquelle les animaux que je mettois en expérience ne pouvoient ſurvivre que très-peu d'inſtans, pourroit en occaſionner une. L'évènement a été tel que je l'avois prévu. Les cavités gauches du cœur & les veines pulmonaires ſont reſtées gorgées d'autant de ſang & auſſi dilatées que les cavités droites & l'artère pulmonaire, & il n'y avoit aucune différence entre elles pour la grandeur & pour la capacité. Il ne reſtoit plus qu'une choſe à éprouver, c'étoit de lier l'aorte, comme j'avois déjà fait, & d'ouvrir en même temps une des veines-caves près l'oreillette droite, pour retenir le ſang dans les cavités gauches du cœur & dans les veines pulmonaires, & vider les parties droites de cet organe & les artères qui en partent. Les premières ſont effectivement reſtées amples & dilatées, & les ſecondes au contraire ſe ſont contractées & affaiſſées ſur elles-mêmes.

Il me ſemble pouvoir conclure de tout ceci, que je ne me ſuis pas trompé, lorſque j'ai regardé l'inégale capacité qu'offrent les cavités du cœur & les vaiſſeaux du poumon, comme un effet des derniers mouvemens qui s'exercent dans les organes de la circulation, & lorſque j'ai dit que cette inégalité n'exiſtoit pas pendant la vie. Ce ſentiment paroît d'autant plus vraiſemblable, qu'il répond à l'état dans lequel on trouve les parties du cœur du fœtus. La différence qui ſe remarque entre les oreillettes n'y eſt pas auſſi grande que dans l'adulte, parce qu'une partie du ſang, verſée dans la veine-cave inférieure, paſſe dans l'oreillette gauche au moyen du trou ovale. Les ventricules ſont de même grandeur parce

qu'ils communiquent, pour ainſi dire, enſemble par le canal artériel. Enfin, les veines pulmonaires ſont plus amples & plus dilatées que les artères du même nom, parce que l'oreillette gauche, dans laquelle ces veines viennent ſe rendre, étant pleine de ſang, ne leur permet pas de ſe vider, au lieu que les artères, dont les contractions ſont plus fortes, chaſſent une partie du ſang qu'elles contiennent dans les veines qui leur répondent, & ſe débarraſſent de l'autre en le repouſſant vers le canal artériel & vers l'artère-aorte, où il trouve des cavités dont les dimenſions ſont plus grandes, & lui offrent moins de réſiſtance.



PREMIER ESSAI DU GRAND VERRE ARDENT DE M. TRUDAINE,

Établi au Jardin de l'Infante, au commencement du mois d'Octobre de l'année 1774.

Par M.rs TRUDAINE DE MONTIGNY, MACQUER, CADET, LAVOISIER & BRISSON.

Lû à la rentrée publique le 12 Novemb. 1774.

QUOIQUE la saison trop avancée ne nous ait pas permis d'entreprendre les suites d'expériences intéressantes que nous nous proposons de faire avec cet instrument; nous croyons cependant devoir satisfaire, dès aujourd'hui, la curiosité du Public, sur sa construction, sur les motifs qui l'ont fait entreprendre, & sur les avantages qu'on peut retirer d'une lentille beaucoup plus grande & beaucoup plus active que celles qui ont été faites jusqu'à présent.

Depuis que les Physiciens se sont appliqués à connoître, à gouverner & sur-tout à augmenter l'action du feu dans les fourneaux, de nouvelles connoissances se sont introduites dans l'Histoire Naturelle & dans la Chimie; des corps que l'on croyoit réfractaires se sont trouvés fusibles, d'autres qui paroissoient très-fixes se sont trouvés volatils.

Mais le feu des fourneaux paroissant moins pur que celui du Soleil, eu égard au mélange des substances étrangères qu'il peut entraîner du sein des matières inflammables; plusieurs Physiciens ont cru devoir comparer les produits obtenus dans les fourneaux à ceux des mêmes corps exposés au feu du Soleil.

M.rs Macquer, Cadet, Lavoisier & Brisson, ont rendu compte, l'année dernière, des recherches qu'ils avoient faites, en exposant différens corps au foyer du verre ardent

de M. le Comte de la Tour-d'Auvergne, & de celui de l'Académie, connu anciennement ſous le nom de *verre ardent du Palais-royal*, exécuté par les ſoins de M. Tchirnhauſen, & rendu célèbre par les expériences de M.rs Homberg & Geoffroy.

Le diamètre de ces verres eſt de 33 pouces, la courbure de l'un eſt de 7 pieds de rayon, & celle de l'autre eſt de 12 pieds: & leur foyer rétréci par une ſeconde lentille, n'a que 5 à 6 lignes de diamètre.

Le peu d'étendue de ce foyer, fait que l'on ne peut éprouver l'action du Soleil que ſur de très-petites quantités de matières. Il étoit à deſirer, pour pouſſer plus loin les recherches, qu'on pût ſe procurer une lentille d'un plus grand diamètre, & dont le foyer eût plus de largeur & en même temps plus d'activité: mais il paroiſſoit preſque impoſſible de couler une aſſez grande quantité de matière pour faire une bonne lentille de verre, beaucoup plus grande que celle de l'Académie, & d'ailleurs les ondes, les ſtries & les bouillons, dont l'épaiſſeur du verre eſt ordinairement remplie, lorſqu'on le coule en grande maſſe, ſont autant de cauſes qui diminuent beaucoup l'action du Soleil, en éparpillant ſes rayons.

Nous avons penſé, d'après M.rs Newton, Euler & de Buffon*, qu'un verre lenticulaire formé de deux grandes glaces, courbées en portion de ſphère, & réunies par leurs bords, pour contenir de l'eau ou de l'eſprit-de-vin, ſeroit plus homogène & plus actif que le verre de M. Tchirnhauſen, & rempliroit mieux les vues de l'Académie.

* *Voy. Mém. année 1748, p. 308.*

M. Trudaine, l'un des Honoraires de cette Compagnie, qui lui donne en toute occaſion des marques d'un véritable zèle pour le progrès des Sciences qu'il a toujours cultivées, s'eſt déterminé à faire conſtruire à ſes frais cette lentille, ſous la direction de pluſieurs Commiſſaires nommés par l'Académie, ſans craindre les dépenſes qu'elle pourroit occaſionner, & les difficultés qu'il falloit vaincre.

M. Bernières, Contrôleur des Ponts & Chauſſées, avoit déjà fait quelques tentatives heureuſes en ce genre; ſon mérite & ſes talens, connus de l'Académie, inſpiroient la plus

grande confiance; mais il n'avoit jamais courbé ni travaillé d'aussi grandes glaces: il a fallu même faire couler exprès, à Saint-Gobin, celles qui y ont été employées*; il a fallu construire de nouveaux fours à Paris, & prendre des précautions délicates pour donner à ces glaces courbées une épaisseur par-tout égale, & une courbure exactement sphérique. Ces conditions ont été remplies, & la nouvelle lentille a été exécutée par M. Bernières, sans accident, avec toute la perfection dont elle est susceptible.

Les deux glaces courbées forment deux portions de sphère de 8 pieds de rayon sur 8 lignes d'épaisseur, laissant entr'elles un vide lenticulaire de 4 pieds de diamètre, ayant au centre 6 pouces 5 lignes d'épaisseur: elles se joignent par leurs biseaux, & sont embrassées par des cercles de cuivre.

Cette lentille achevée, il falloit l'établir & la monter de façon qu'elle pût suivre avec facilité les mouvemens du Soleil, sans que les Observateurs eussent à changer de position: c'est ce que le même M. Bernières & M. Charpentier, Mécanicien, ont exécuté de concert avec toute la simplicité & toute la commodité possibles: la lentille est montée sur une espèce de chariot, qui tourne horizontalement autour d'un point fixe, pour suivre le Soleil dans les différens verticaux: un tour de manivelle suffit pour changer sa position; une autre manivelle, agissant sur deux longues vis de fer, relève ou abaisse à volonté la lentille, à mesure que le Soleil change de hauteur: un seul homme peut, sans fatigue, produire & diriger ce double mouvement, lors même que la plate-forme est chargée de huit ou dix personnes.

Cette lentille, qui peut contenir environ 140 pintes, a été remplie avec de l'esprit-de-vin, préférablement à l'eau; 1.° parce que l'esprit-de-vin a un pouvoir réfringent plus grand; 2.° parce qu'il ne fait aucun dépôt; 3.° parce qu'il n'est pas susceptible de se geler.

Les premières épreuves que nous avons faites sur cette lentille,

* M.rs de Saint-Gobin ont eu l'honnêteté de faire présent de ces glaces.

lentille, ont eu pour objet de reconnoître si sa courbure ne s'étoit point altérée, en fléchissant sous le poids de la liqueur dont elle étoit remplie. Nous avons fait tracer & couper, à cet effet, un arc-de-cercle de 8 pieds de rayon, & dont la corde étoit de 3 pieds 11 pouces. On a successivement appliqué cet arc-de-cercle, en toutes sortes de sens sur les deux glaces, la lentille étant alternativement pleine & vide; sa courbure a par-tout répondu très-exactement dans les deux cas, à celle de l'arc mobile. Nous avons eu une preuve encore plus certaine, que la lentille ne s'étoit point déformée, en mesurant son épaisseur au centre; 1.° étant pleine; 2.° après qu'elle a été vidée. Dans les deux cas l'épaisseur s'est trouvée rigoureusement la même, ce qui n'auroit pu être, si les glaces avoient cédé au poids de la liqueur.

Le second objet de nos recherches a été de reconnoître la distance & la largeur du foyer de cet instrument. Nous avons donc présenté la lentille perpendiculairement aux rayons solaires; & nous avons observé que le point où tous les rayons réunis occupent le moins d'espace, & où par conséquent le cercle lumineux qu'ils forment, est le plus étroit, est distant du centre de la lentille de 10 pieds 2 pouces, & ce cercle lumineux a en cet endroit 2 pouces de diamètre; mais ce n'est pas là où est le vrai foyer brûlant, il est à 8 pouces 1 ligne plus loin, c'est-à-dire, à 10 pieds 10 pouces 1 ligne du centre de la lentille. Là on voit un petit cercle d'une lumière très-vive, qui n'a que 15 lignes de diamètre, & qui blesse les yeux, si l'on ne fait usage de verres colorés, mais qui est entouré d'une lumière rare, formant un cercle d'environ six pouces de diamètre, & coloré vers les bords de bleu & de violet, qu'on aperçoit très-distinctement.

Le cône de lumière formé par les rayons réfractés par la lentille, a vers sa pointe, à peu-près le même diamètre, dans un assez long espace; cela vient, comme l'on sait, de ce que les rayons des environs du centre ne coïncident pas avec ceux des bords de la lentille; parce que ces derniers ont une obliquité d'incidence, plus grande que celle des premiers :

ce qui les oblige à ſe réunir plus près de la lentille que les autres. Nous avons voulu ſavoir quelle en étoit la différence.

Pour cela nous avons couvert la lentille d'une toile cirée, au centre de laquelle on avoit fait une ouverture circulaire de 6 pouces de diamètre ; les rayons qui ont paſſé par cette ouverture , ont formé à 10 pieds 11 pouces 5 lignes du centre de la lentille, un foyer très-bien terminé d'environ $14\frac{3}{4}$ lignes de diamètre.

Nous avons enſuite agrandi l'ouverture circulaire, en lui donnant ſucceſſivement 3 pouces de diamètre de plus, & nous avons obſervé que le vrai foyer étoit d'autant plus près du centre de la lentille , & d'autant moins bien terminé, que l'ouverture étoit plus grande.

Après quoi nous avons fait l'inverſe de tout cela, en couvrant le centre de la lentille, premièrement d'un cercle de toile cirée de 6 pouces de diamètre ; enſuite d'un de 9 pouces de diamètre; d'un de 12 pouces, &c. en augmentant ſucceſſivement le diamètre de ce cercle de 3 pouces de plus. Et nous avons obſervé que le vrai foyer étoit d'autant plus près du centre de la lentille, que la zone découverte vers les bords étoit plus étroite.

Enfin nous avons couvert la lentille preſque en entier, ne laiſſant de découvert à la circonférence qu'une zone d'environ 6 à 7 lignes de large ; le foyer formé par les rayons qui ont traverſé cette zone, s'eſt trouvé diſtant du centre de la lentille de 10 pieds 0 pouce 6 lignes ; de ſorte que le point où ces rayons ſe réuniſſent, eſt plus près de 10 pouces 11 lignes du centre de la lentille, que ne l'eſt le point où ſe réuniſſent les rayons des environs du centre.

Nous avons profité de cette diſpoſition pour meſurer l'abberration de réfrangibilité. La lentille n'ayant rien de découvert que ſa circonférence, dans une zone d'environ 6 à 7 lignes de largeur , la lumière étoit aſſez peu vive pour que nous puſſions la regarder impunément avec les yeux nus. Nous avons obſervé que les rayons violets ſe croiſent,

....	à	9^p	6^{po}.	$4^l\frac{1}{2}$	du centre de la lentille.
Les bleus......	à	9.	7.	$10\frac{1}{2}$.	
Les jaunes.....	à	10.	2.	3.	
Les orangés....	à	10.	2.	10.	
Les rouges.....	à	10.	3.	$11\frac{1}{2}$,	

de ſorte que les rouges ſe réuniſſent à 9 pouces 7 lignes plus loin du centre de la lentille, que ne le font les violets.

Nous n'avons pas pu apercevoir la réunion des rayons verts: comme leur degré de réfrangibilité les place au milieu des autres, ils ſe trouvent trop mêlés avec les rayons des autres couleurs, pour être apparens.

Nous devons avertir que, lorſque nous avons fait ces expériences, le ciel étoit ſans nuages; mais il y avoit des vapeurs aſſez conſidérables dans l'air. Un Thermomètre iſolé à l'air libre, & expoſé aux rayons du Soleil étoit à environ 20 degrés. Il eſt probable que c'étoit-là la température de l'eſprit-de-vin de la lentille : ſi cette température augmente ou diminue, toutes les diſtances dont nous venons de parler, varient, mais c'eſt d'une petite quantité.

Nous avons remarqué ci-deſſus que le foyer des rayons des bords de la lentille étoit à 10 pieds 0 pouce 6 lignes du centre de la lentille; ce qui nous fait croire que le foyer brûlant d'une lentille ſe trouve vers le point où les rayons verts ſe joignent aux rayons jaunes.

Nous venons de remarquer auſſi que les rayons des bords ſe réuniſſent plus près du centre de la lentille que ne le font ceux du milieu; cela nous a fait ſoupçonner que les premiers donnoient plus de chaleur que les autres. Nous nous en ſommes aſſurés de la manière ſuivante; nous avons couvert la lentille d'une toile cirée, percée au milieu d'un trou rond de 33 pouces de diamètre; la portion laiſſée à découvert par ce trou, eſt, à peu de choſe près, la moitié de la ſurface de la lentille. Nous avons tout de ſuite retiré la toile, & couvert le milieu de la lentille d'un cercle de 33 pouces de

diamètre, ce qui a laiſſé tout autour à découvert une zone circulaire de 7 pouces & demi de large. Dans les deux cas nous avons eu un foyer brûlant; mais dans le dernier il étoit ſenſiblement plus chaud que dans le premier. Nous aurons ci-après une preuve complette de ce fait.

Paſſons maintenant aux effets que peut produire la lentille de M. Trudaine. Pour en juger plus sûrement, nous l'avons fait par comparaiſon avec ceux de la lentille de M. le Régent, qui nous étoient déjà connus.

Le 5 Octobre, vers une heure après midi, le ciel n'étant pas bien net, nous avons expoſé, ſur un charbon, au foyer nu de notre lentille une pièce de deux liards; environ une demi-minute après elle s'eſt trouvée complettement fondue & en bain. Sur le champ nous avons placé une pareille pièce au foyer nu de la lentille de l'Académie; quoiqu'elle y ſoit demeurée 2 ou 3 minutes, elle ne s'eſt point fondue, elle s'eſt ſeulement un peu ramollie, & eſt devenue concave: craignant que la force du Soleil ne fût moindre alors que dans le moment précédent, nous avons porté tout de ſuite cette même pièce au foyer de la nouvelle lentille, elle s'y eſt fondue & miſe en bain en moins d'une demi-minute. Il en a été de même d'un gros ſou de cuivre, il n'a fallu qu'un peu plus de temps pour le faire couler. Jamais avec la lentille de l'Académie, & dans les temps les plus favorables, étant même aidés d'une ſeconde lentille, nous n'avons pu opérer ſur d'auſſi gros volumes.

La fuſion du fer forgé demande beaucoup plus de chaleur que celle du cuivre. Nous n'avons pu produire l'activité néceſſaire, ſans reſſerrer les rayons par l'interpoſition d'une ſeconde lentille. Nous nous ſommes ſervis pour cela d'une lentille de verre ſolide de 8 pouces & demi de diamètre, & de 22 pouces 8 lignes de foyer, placée à 8 pieds 7 pouces du centre de la grande lentille. Dans cet endroit le cône de lumière a encore 8 pouces de diamètre; le foyer brûlant ſe trouve à 1 pied au-delà du centre de la petite lentille, & a 8 lignes de diamètre.

Nous avons exposé à ce foyer, dans un charbon creux, des copeaux de fer forgé, qui s'y sont fondus presqu'à l'instant en bain parfait : ce fer, ainsi fondu, a bouillonné, puis détonné comme auroit fait du nitre en fusion ; & il en partoit une grande quantité d'étincelles qui produisoient en l'air, & en petit, l'effet des étoiles d'artifice. Cet effet a toujours eu lieu, toutes les fois que nous avons fondu au verre ardent, sur un charbon, ou de la fonte de fer ou du fer forgé ou de l'acier.

Pour connoître l'effet des lentilles combinées sur de plus grandes masses, nous avons exposé au foyer de petits copeaux de fer forgé & le bout d'un clou ; le tout s'est fondu en 15 secondes, & s'est bientôt mis en bain. On y a ajouté un morceau de clou de 5 lignes de longueur, & d'une ligne un quart d'équarrissage, qui s'est fondu de même ; enfin on a plongé dans ce métal fondu, & par la tête, une vis à tête ronde, de 8 lignes de longueur, qui s'est aussi fondue en entier très-promptement ; le tout ensemble a formé un culot dur & cassant, & d'un grain très-fin.

Quelques jours après, nous avons exposé au foyer un barreau d'acier de 4 pouces de long & de 4 lignes d'équarrissage, en le présentant par le milieu de sa longueur ; cette partie s'est fondue en 5 minutes, elle commençoit même à couler & à tomber en gouttes à la fin de la seconde minute. Au foyer, la fonte de fer se met en bain parfait en quelques secondes de temps : le verre ardent de l'Académie n'a jamais pu produire aucun effet semblable sur le fer.

Ayant exposé à ce même foyer dans un charbon creux, de la platine en grenaille, elle a paru se rassembler, diminuer de volume, & se préparer à la fusion. Peu après elle a bouillonné & fumé ; tous ses grains se sont réunis en une seule masse, sans cependant former un bouton sphérique, comme font les autres métaux. Après cette espèce de demi-fusion, cette platine n'étoit plus attirable à l'aimant, quoiqu'elle le fût avant d'éprouver l'action du Soleil.

M. le Baron de Sickingen, Miniſtre de l'Électeur Palatin, qui cultive les Sçiences avec autant de ſuccès que de ſagacité, ayant fait préſenter au même foyer une portion de platine qu'il avoit dépouillée du fer, par un procédé particulier, & qui n'étoit plus attirable à l'aimant, cette platine a perdu de ſon volume, a fumé & s'eſt réunie en une ſeule maſſe qui s'eſt aplatie ſous le marteau. Peut-être dans un temps plus favorable, pourra-t-on mettre en bain ce métal ſi ſingulier, & juſqu'à préſent ſi réfractaire aux tentatives qui ont été faites pour le travailler.

Après ces détails, il ſeroit inutile de parler de la fonte de l'argent, beaucoup plus facile que celles du cuivre & du fer, ſi elle ne ſervoit pas à faire connoître l'avantage de la largeur du foyer. Le 15 Octobre, M. le Comte d'Aranda, Ambaſſadeur d'Eſpagne, ayant eu la curioſité d'expoſer au foyer de notre inſtrument pluſieurs pièces d'argent; un écu de 3 livres a été fondu & mis en bain en quelques ſecondes; & un écu de 6 livres n'a employé qu'un peu plus de temps pour ſubir le même ſort.

Pour avoir la liberté d'agir auprès du foyer & d'y placer les matières que nous voulions mettre en expérience, nous avons ſouvent couvert la ſeconde lentille avec une planche de ſapin; là, le cône de lumière formé par les rayons réfractés par la grande lentille, avoit huit à neuf pouces de diamètre; malgré cette grande étendue, la chaleur y étoit ſi vive que le feu prenoit ſouvent à la planche; &, ce qui mérite d'être remarqué, c'eſt qu'elle ne brûloit que vers les bords du diſque lumineux, & point au milieu: ce qui prouve bien clairement ce que nous avons dit plus haut, que les rayons qui traverſent la lentille dans des points plus éloignés de l'axe, produiſent plus de chaleur que les autres. Il y a donc une grande différence entre les effets des lentilles, relativement à l'Optique, & leurs effets, relativement au pouvoir d'embraſer les corps. Quant à l'Optique, ce ſont les rayons qui paſſent vers l'axe

de la lentille, qui forment l'image la plus nette & la mieux terminée: & quant à la chaleur, ce font les rayons des bords qui produifent le plus d'effet, & qu'il faut chercher à fe procurer.

Il nous reftoit à favoir quelle efpèce de lentille feroit la plus favorable pour raccourcir le foyer de la grande, & augmenter par-là fon activité. Nous en avons effayé plufieurs de différens diamètres & de différens foyers; favoir, une lentille à l'efprit-de-vin de 2 pieds de diamètre & de 4 pieds de rayon; deux lentilles de verre folide, appartenantes à M. le Baron de Sickingen, que nous avons cité ci-deffus, dont l'une a 18 pouces de diamètre & 3 pieds de foyer, & l'autre a 13 pouces de diamètre & 2 pieds & demi de foyer. Toutes ont produit moins d'effet que notre petite lentille de 8 pouces & demi de diamètre, & de 22 pouces 8 lignes de foyer, & qui eft cependant pleine de bouillons & de ftries.

Nous avons même effayé de mettre pour feconde lentille celle de l'Académie; elle a confidérablement affoibli l'activité du foyer. Sans doute qu'elle fait plus perdre par les rayons qu'elle réfléchit ou qu'elle éparpille, qu'elle ne fait gagner en les refferrant. Pour augmenter cette activité nous y avons ajouté en troifième notre petite lentille de 8 pouces & demi; l'effet eft devenu un peu plus fort, mais bien moindre que lorfque nous n'avons employé que la petite, comme feconde lentille.

Tout cela nous fait croire que la lentille la plus convenable pour cet effet eft une lentille de verre folide & bien pur, d'un foyer un peu court, comme 18 à 20 pouces, & placée vers l'extrémité du cône lumineux que forment les rayons réfractés par la première, afin de refferrer plus promptement les rayons, & les obliger de fe réunir, en formant des angles plus ouverts. Cette lentille s'exécute actuellement avec la courbure & les dimenfions néceffaires.

Nous en avons dit affez pour donner l'idée de cet inftru-

ment, de ſa force & des avantages qu'on en doit attendre, lorſque les beaux jours nous mettront à portée d'en reprendre l'uſage. On voit qu'il eſt très-ſupérieur à tout ce qu'on a jamais fait en ce genre. Nous regardons ſon exécution comme un beau monument des progrès de l'Optique & de l'induſtrie. C'eſt un ſervice eſſentiel que M. Trudaine a rendu, non-ſeulement à l'Académie, mais à tous ceux qui s'intéreſſent à la perfection des Sciences & des Arts.



OCCULTATIONS D'ÉTOILES PAR LA LUNE,

du Taureau, le 25 Septembre matin. La même Étoile, plusieurs des Hyades & Aldebaran, *la nuit du 18 au 19 Novembre 1774.*

Par M. MESSIER.

LE 25 Septembre 1774 au matin, je désespérois de pouvoir faire cette observation, parce que le ciel étoit presque totalement couvert : quelques minutes avant l'observation, les nuages se dissipèrent en partie, & au moment de l'immersion, la Lune n'étoit plus couverte que de nuages rares ; on la voyoit bien, ainsi que l'Étoile, avec une lunette achromatique de 40 pouces de foyer, à triple objectif, montée sur une machine parallactique : j'observai l'entrée de l'Étoile au bord éclairé de la Lune, vis-à-vis la tache de *Grimaldus*, à $2^h\ 22'\ 31''\frac{1}{2}$ de temps vrai, l'observation est bonne à la seconde. Lû le 19 Nov. 1774.

Pour la sortie de l'Étoile, je l'attendis à l'endroit où elle devoit reparoître : elle sortit dans l'instant du bord obscur de la Lune : à $3^h\ 43'\ 37''\frac{1}{2}$ de temps vrai, l'observation est bonne à la demi-seconde, le ciel étoit en grande partie serein, & sur-tout aux environs de la Lune.

La nuit du 18 au 19 Novembre, le ciel fut alternativement couvert & serein ; le 18, vers les quatre heures du soir, après une grande pluie, le ciel s'éclaircit. L'immersion de γ du Taureau étoit annoncée pour $5^h\ 49'$ (37 minutes après le lever de la Lune) ; il y avoit des vapeurs à l'horizon, & le bord de la Lune n'étoit pas parfaitement terminé ainsi que l'Étoile ; avant l'observation, je dirigeai à la Lune la lunette achromatique à laquelle j'avois adapté

ſon plus foible équipage, qui rendoit le bord de la Lune aſſez bien terminé, ainſi que l'Étoile; j'obſervai ſon immerſion qui ſe fit au bord éclairé, & un peu au-deſſus de la tache de *Grimaldus*, à 5^h $55'$ $25''$ de temps vrai; l'obſervation eſtimée bonne à une ſeconde près.

Le ciel également ſerein au moment de l'émerſion, j'avois décidé le point du limbe de la Lune où l'étoile devoit reparoître par le moyen du micromètre à fils adapté à la lunette achromatique: au moment de ſa ſortie, il y avoit au-devant de la Lune des vapeurs qui diminuoient la lumière de l'étoile; l'étoile ſortit entre *Mare criſium* & *Langrenus*, touchant preſque les inégalités de lumières du bord obſcur de la Lune, à 6^h $52'$ $47''$ $\frac{1}{2}$ de temps vrai; l'obſervation eſt bonne à 2 ſecondes.

Une heure après l'émerſion de γ, le ciel ſe couvrit & redevint ſerein vers les 11 heures; j'avois remarqué en obſervant γ, que l'une des deux étoiles θ, la plus ſeptentrionale des deux θ', ſeroit éclipſée pendant quelques minutes près du bord méridional de la Lune: le ciel étoit ſerein, & l'obſervation eut lieu; l'étoile fut pendant dix ſecondes comme adhérente au bord de la Lune; elle fut éclipſée à 11^h $5'$ $28''$ de temps vrai; l'obſervation eſt bonne à 3 ſecondes.

Le micromètre adapté à la lunette m'avoit indiqué le lieu du bord de la Lune où elle devoit reparoître; je commençai à la revoir à 11^h $20'$ $43''$ $\frac{1}{2}$ de temps vrai; elle parut, comme à l'immerſion, toucher le bord de la Lune pendant 10 ſecondes, enſuite elle ſe détacha du limbe.

Après cette obſervation, le ciel ſe couvrit pour peu de temps, redevenu en partie ſerein, j'obſervai l'immerſion de l'étoile *m* des *Hyades*, qui entra ſous le bord de la Lune vis-à-vis *Gaſſendus*, à 12^h $4'$ $8''$ $\frac{1}{2}$ de temps vrai; l'obſervation eſt bonne à la ſeconde.

Quelques minutes après cette obſervation, le ciel ſe couvrit totalement, je ne pus voir au méridien que le ſecond bord de la Lune à quelques fils à travers les nuages, & *Aldebaran*, à un fil ſeulement.

Le ciel étoit redevenu ſerein pour le temps de l'immerſion d'*Aldebaran*, qui étoit annoncée pour 3^h 40′ du matin (le 19), l'étoile approchant du bord éclairé de la Lune, ſa lumière ſembloit ſe rétrécir & avoir moins de couleur : elle parut comme adhérente au bord éclairé de la Lune l'eſpace de trois ſecondes; enſuite elle parut toute entière ſur le diſque pendant une ſeconde & demie, & la lumière de l'étoile paroiſſoit pâle & blanchâtre : cependant elle ſe diſtinguoit ſenſiblement de celle de la Lune; elle diſparut étant ſur le diſque & vis-à-vis la tache de *Grimaldus*, à 3^h 35′ 11″ de temps vrai; très-bonne obſervation faite à la demi-ſeconde : *Aldebaran* commença à toucher le bord de la Lune à 3^h 35′ 6″ $\frac{1}{2}$; entrée totale ſur le diſque à 3^h 35′ 9″ $\frac{1}{2}$.

Une demi-heure après cette obſervation, le ciel ſe couvrit & il tomba de la pluie, qui ceſſa au moment de l'Émerſion; mais les nuages épais qui reſtoient empêchèrent de faire l'obſervation de l'Emerſion : la Lune ſe découvrit enſuite, *Aldebaran* étoit alors ſorti, il y avoit environ 12 minutes, ce qui répond vers 6^h 46′ de temps vrai; l'Émerſion eut lieu vis-à-vis *Langrenus*.



OPPOSITIONS DE SATURNE,

EN 1771 ET 1772;

Avec des comparaiſons entre les différentes Tables de cette Planète.

Par M. DE LA LANDE.

23 Novemb. 1774. J'AI employé ſix obſervations pour trouver l'erreur de mes Tables de Saturne en 1771, & déterminer par-là plus exactement le temps & le lieu de l'oppoſition. La première eſt du 10 Janvier.

M. Meſſier obſerva le paſſage de Saturne au Méridien à $9^h\ 6'\ 49''\ \frac{3}{4}$ de ſa pendule réglée ſur les étoiles, ou $13^h\ 33'\ 57''\ \frac{1}{4}$ de temps vrai; l'étoile δ du Cancer avoit paſſé à $8^h\ 29'\ 52''\ \frac{1}{4}$ de la pendule, différence $36'\ 57''\frac{1}{2}$; Saturne étoit moins élevé que l'étoile de $1^d\ 31'\ 54''$, ſuivant les diviſions de ſon demi-cercle mural; ces diviſions ne ſont pas à la vérité fort exactes, mais l'erreur eſt peu conſidérable ſur un ſi petit intervalle. La pendule étant réglée ſur les étoiles fixes, ou ſur les heures du premier mobile, les $36'\ 57''\frac{1}{2}$ font $9^d\ 14'\ 22''\ \frac{1}{2}$; ainſi l'aſcenſion droite de Saturne étoit de $137^d\ 9'\ 43''$, & ſa déclinaiſon $17^d\ 27'\ 0''$; d'où l'on conclud la longitude $4^ſ\ 14^d\ 22'\ 52''$, plus petite de $2'\ 42''$ que par mes Tables, & la latitude de $0^d\ 57'\ 47''$, plus petite de 4 ſecondes ſeulement que par mes Tables; le temps moyen de cette obſervation eſt $13^h\ 47'\ 15''$.

Le 17 Janvier, j'obſervai au Collége Mazarin la différence d'aſcenſion droite entre β du grand Chien & Saturne $2^h\ 53'\ 26''$, ſur une pendule de temps moyen, à $13^h\ 16'\ 30''$ temps moyen, & la diſtance de Saturne au zénit $31^d\ 13'\ 50''$, ce qui donne ſon aſcenſion droite $136^d\ 38'\ 30''$, ſa déclinaiſon $17^d\ 37'\ 3''$, la longitude $4^ſ\ 13^d\ 52'\ 36''$, plus petite de $2'\ 52''$ que par mes Tables, & la latitude $58'\ 12''$, plus petite de $35''$ que par les Tables.

Le 20 Janvier, à $13^h\ 3'\ 53''$ Saturne ſuivoit l'étoile γ des Gémeaux de $2^h\ 40'\ 42''$, & ſa diſtance au zénit étoit de $31^d\ 9'\ 18''$, ſa longitude étoit $4^f\ 13^d\ 38'\ 51''$, & ſa latitude $58'\ 51''$; l'erreur de mes Tables — $2'\ 39''$ & — $23''$.

Le 1.er Février, à $12^h\ 12'\ 55''$ temps moyen, Saturne paſſant au Méridien, j'obſervai ſon aſcenſion droite $135^d\ 27'\ 0''$, en ſuppoſant celle de Procyon de $111^d\ 50'\ 21''$, & celle de β des Gémeaux $112^d\ 50'\ 1''$.

La diſtance de Saturne au zénith étoit de $30^d\ 51'\ 32''$, ce qui donne ſa déclinaiſon boréale $17^d\ 59'\ 22''$; de-là j'ai conclu ſa longitude $4^f\ 12^d\ 40'\ 55''$, & ſa latitude $1^d\ 0'\ 21''$ boréale. L'erreur de mes Tables en longitude — $2'\ 35''$, en latitude — $12''$.

Le même jour, M. Meſſier compara Saturne avec δ du ♋ qui paſſoit $30'\ 6''\frac{1}{4}$ plus tôt, & $59'\ 38''\frac{1}{2}$ plus haut; d'où je tire l'erreur des Tables, $2'\ 51''$ en longitude, & $0''$ en latitude.

Le 2 Février, à $12^h\ 8'\ 29''$ temps moyen, Saturne ſuivit Procyon de $1^h\ 33'\ 51''\frac{1}{2}$ de temps moyen, à ma pendule, ſa diſtance au Zénit étant de $30^d\ 49'\ 57''$; d'où je conclus ſa longitude $4^f\ 12^d\ 36'\ 8''$, & ſa latitude $1^d\ 0'\ 25''$; erreur de mes Tables $2'\ 29''$, & en latitude — $16''$.

Le 6 Février, à $11^h\ 24'\ 13''$ temps moyen, M. Meſſier obſerva Saturne au Méridien $56'\ 0''\frac{3}{4}$ avant Régulus, & $5^d\ 2'\ 30''$ plus haut que l'Étoile, ce qui donne l'aſcenſion droite de Saturne $135^d\ 2'\ 49''$, & la déclinaiſon $18^d\ 7'\ 0''$; l'erreur de mes Tables — $2'\ 24''$ & + $11''$: cette erreur en latitude, contraire à celle des obſervations précédentes, vient de ce que ſur un intervalle de 5 degrés en déclinaiſon, l'erreur de la diviſion du demi-cercle mural, qui eſt à l'obſervatoire de la Marine, change ſenſiblement; j'aurai occaſion de l'expliquer lorſque je donnerai plus en détail les erreurs de cet arc mural, dont M. de l'Iſle s'eſt ſervi depuis 1748, avec lequel je fis, pendant quelques années, beaucoup d'obſervations, & avec lequel M. Meſſier en a fait un nombre immenſe depuis 1751; il ſe propoſe auſſi de vérifier ces erreurs.

Erreur d'un mural.

Le 19 Février, à $10^h\ 57'\ 26''$ temps moyen, Saturne

ſuivit l'étoile η du Lion, de 0^h 58′ 46″½ à la pendule des Étoiles fixes, & il étoit plus haut de 32′ 38″; d'où j'ai conclu la longitude 4^f 11^d 15′ 23″, & la latitude 1^d 2′ 6″; l'erreur en longitude — 2′ 44″, & en latitude + 7″.

Je ſuppoſerai donc l'erreur moyenne de mes Tables 2′ 45″ en longitude, & — 14″ en latitude, ainſi la longitude héliocentrique de Saturne, le 1, à 12^h 12′ 56″, ſera de 4^f 12^d 42′ 46″; & le 2, à 12^h 8′ 29″, de 4^f 12^d 44′ 58″, celles du Soleil étant de 10^f 13^d 2′ 21″ & 10^f 14^d 2′ 55″; d'où l'on peut conclure, par une ſimple règle de trois, que l'oppoſition de Saturne eſt arrivée le 1.er Février, à 4^h 11′ 17″ temps moyen, la longitude du Soleil & celle de Saturne étant de 4^f 12^d 42′ 2″, la latitude 1^d 0′ 22″ au moment de l'oppoſition.

Nouvel obſervatoire.

Peu après la fin de ces obſervations, je pris poſſeſſion d'un nouvel obſervatoire, bâti à la place du Palais-royal, dans l'angle du Nord-eſt, à 48^d 51′ 46″ de latitude, & quelques toiſes ſeulement à l'orient de la méridienne de l'Obſervatoire royal. M. Bignon, Prévôt des Marchands, & le Conſeil de Ville, de qui dépendoit la nouvelle maiſon qu'on bâtiſſoit, & dans laquelle je me propoſois de prendre une habitation, ordonnèrent qu'il y eût dans les plans de cette conſtruction, un obſervatoire au faîte de la maiſon: j'en dirigeai les diſpoſitions, j'y fis mettre un toit tournant ſous lequel eſt placé un quart-de-cercle de 3 pieds de rayon; ſur le côté eſt une trape dans la direction du Méridien, ſous laquelle eſt une lunette méridienne de 33 pouces, dont les verres ſont achromatiques: j'y ai placé une lunette parallactique de 43 pouces, & une lunette achromatique de Dollond, dont voici les dimenſions.

L'objectif eſt compoſé de trois verres, deux biconvexes de *crown-glaſſ* & un biconcave de *flingt-glaſſ*, placé dans le milieu: les rayons des courbures, en commençant par la ſurface extérieure du côté de l'objet, ſont de 315, 450, 235, 315, 320 & 320 lignes, le foyer total 42 pouces ½, & l'ouverture 40 lignes. Cette lunette fait l'effet d'un bon téleſcope de 6 pouces de diamètre, ou d'une bonne lunette

de 40 pieds. *Voy. Mémoires de l'Académie 1767, page 460.*

L'oculaire destiné pour les objets terrestres est plan-convexe, il équivaut, avec son premier oculaire, à une lentille de 21 lignes de foyer, & augmente vingt-sept fois le diamètre des objets. Le même oculaire, monté sur l'équipage terrestre, augmente cinquante-huit fois; le premier oculaire céleste a 3 lignes de rayon, équivaut à 8 lignes, grossit soixante-huit fois; le second a 1 ligne & demie de rayon, équivaut à $4\frac{1}{2}$ & grossit cent quinze fois; le premier oculaire céleste, monté sur l'équipage terrestre, grossit cent quarante-quatre fois: le second oculaire deux cents quarante, & sans son premier oculaire trois cents quatre-vingt-deux fois. M. le Président de Saron a une lunette semblable, à laquelle est ajusté un micromètre objectif de 29 pieds & demi de foyer, & se monte avec le premier oculaire céleste; je commençai ma nouvelle suite d'observations, au mois d'Avril 1771, par la Comète qui parut le 1.er de ce mois, l'éclipse de Lune du 28, & diverses observations de Mercure, faites au mois de Mai. Mais je passe à l'opposition de Saturne qui a plus de rapport avec l'objet actuel de mes recherches.

Opposition de Saturne en 1772.

Dans l'intention de vérifier toujours mes Tables de Saturne, & de voir le progrès des erreurs qu'elles peuvent donner, j'ai profité du peu de beaux jours qu'il y a eu dans le mois de Février, & j'ai observé Saturne le 14, le 21 & le 22. M. Mallet Correspondant de l'Académie à Genève, est parvenu à l'observer le 12, le 16 & le 17; sur ces six jours d'observations, j'ai calculé l'opposition, en déterminant l'erreur de mes Tables, qui s'est trouvée de 4′ 15″.

Le 14 Février à $12^h\ 18'\ 32''$ temps moyen, la différence de passage entre Saturne & Régulus étoit de $31''\frac{1}{2}$ sur ma pendule de temps moyen, & la distance apparente de Saturne au zénit étoit de $34^d\ 37'\ 34''$ avec un quart-de-cercle de 3 pieds; dans mon nouvel Observatoire, situé à la place du Palais-royal, à $48^d\ 51'\ 46''$ de latitude, & sur la Méridienne

même de l'Obſervatoire royal. De-là il ſuit que l'aſcenſion droite de Saturne étoit de $149^d\ 11'\ 38''$, ſa déclinaiſon $14^d\ 13'\ 31''$ boréale, ſa longitude $4^f\ 26^d\ 23'\ 49''$, plus petite de $4'\ 11''$ que par mes Tables, & ſa latitude $1^d\ 35'\ 29''$ boréale, plus petite de $25''$ que ſuivant le calcul.

Le 21 Février à $11^h\ 48'\ 50''$ temps moyen, Saturne précédoit de $1'\ 39''$ de temps Régulus au méridien, & ſa diſtance au zénit étoit de $34^d\ 25'\ 34''$; ſuppoſant donc l'aſcenſion droite de Régulus $149^d\ 3'\ 39''$, on a celle de Saturne $148^d\ 38'\ 50''$, ſa déclinaiſon $14^d\ 25'\ 32''$, ſa longitude $4^f\ 25^d\ 49'\ 48''$, & ſa latitude $1^d\ 35'\ 47''$; l'erreur des Tables — $4'\ 21''$ & — $35''$.

Le 22 Février à $11^h\ 44'\ 36''$, Saturne précédoit Regulus de $1'\ 57''\frac{1}{2}$ de temps, & ſa diſtance au zénit $34^d\ 21'\ 14''$; j'en ai conclu l'aſcenſion droite $148^d\ 34'\ 12''$, la déclinaiſon $14^d\ 27'\ 2''$, la longitude $4^f\ 25^d\ 45'\ 6''$, & la latitude $1^d\ 35'\ 45''$; l'erreur des Tables eſt — $4'\ 3''$ & — $49''$.

Par les obſervations de M. Mallet, je trouve les erreurs de mes Tables pour le 12, le 16 & le 17 Février, comme dans la Table ci-après, & réuniſſant ces trois réſultats avec ceux de mes trois obſervations, j'ai ſuppoſé l'erreur moyenne — $4'\ 15''$ en longitude, & en latitude — $20''$.

JOURS	ERREURS	
	En Longit.	En Latit.
12.	$4'\ 21''$	7.
16.	4. 19.	12.
17.	4. 16.	23.

Ainſi le 14 à $12^h\ 18'\ 32''$ temps moyen, la longitude héliocentrique de Saturne $4^f\ 26^d\ 20'\ 23''$, & celle du Soleil $10^f\ 25^d\ 56'\ 32''$; pour le 21 à $11^h\ 48'\ 50''$, la longitude de Saturne $4^f\ 26^d\ 35'\ 19''$, & celle du Soleil $11^f\ 2^d\ 58'\ 12''$; d'où j'ai conclu le temps moyen de l'oppoſition le 14 Février $22^h\ 7'\ 47''$, dans $4^f\ 26^d\ 21'\ 15''$ avec $1^d\ 35'\ 36''$ de latitude.

M. Darquier, Correſpondant de l'Académie de Toulouſe, ayant

ayant fait quatorze obſervations de Saturne, m'en a envoyé le réſultat, que je vais rapporter en attendant que l'Académie ait publié les obſervations de M. Darquier. Temps moyen de l'oppoſition le 14 Février, $22^h\ 16'\ 4''$ temps moyen à Paris, dans $4^f\ 26^d\ 21'\ 37''$ de longitude, & $1^d\ 35'\ 14''$ de latitude géocentrique boréale.

Je n'ai pas été ſurpris de voir l'erreur de mes Tables augmenter ſi rapidement : l'inégalité ſingulière que j'ai fait remarquer dans le mouvement de Saturne, annonçoit d'avance que la période de Saturne qui ſuivroit celle ſur laquelle ces Tables ont été dreſſées, en différeroit ſenſiblement; mais les Tables de M. Halley avoient eu des erreurs ſi conſidérables, que je croyois avoir beaucoup fait, en trouvant des nombres qui répondoient exactement à trente années d'obſervations; on verra dans la Table ſuivante, combien mes Tables ſembloient avoir d'avantage ſur celles de M. Halley, & combien elles en ont actuellement même, ſur celles de M. Caſſini; mais je remarquerai ſur-tout à l'avantage des nouvelles Tables que l'erreur augmente plus lentement que celle des Tables de Halley & de Caſſini, ce qui ſemble annoncer qu'elle n'ira pas auſſi loin.

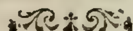
ADDITION faite en 1777.

Depuis la lecture de ce Mémoire, M. Lambert a publié dans les Éphémérides, dans les Tables Aſtronomiques, & dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Pruſſe, des Equations qu'il applique aux Tables de Halley, qui dépendent de la poſition de Jupiter, & par leſquelles il les rapproche beaucoup des obſervations : on ne peut pas cependant en conclure ni que les Tables de M. Halley ſoient meilleures que les miennes, ni que l'inégalité que j'ai démontrée dans le mouvement de Saturne, n'ait pas véritablement lieu. En effet, M. Lambert s'eſt permis d'adopter une équation de 32 minutes, une de 20 & une de huit, & de les rendre proportionnelles à des multiples des élongations & des anomalies, pris à volonté : il auroit pu, par ce moyen, faire accorder, avec les obſervations de Saturne, des Tables quelconques, peut être même celles qui appartiennent à une autre Planète : mais les premiers élémens de la théorie ſont évidemment contraires à de pareilles ſuppoſitions, & je ne puis concevoir comment un auſſi habile Aſtronome que M. Lambert, a pu les propoſer.

OPPOSITIONS de Saturne observées à Paris, & comparées avec les Tables de Halley & de Cassini, & avec les miennes.

N. B. Le signe + signifie qu'il faut ajouter aux Tables pour les accorder avec l'observation.

ANNÉES, Mois & Jours.	Temps moyen à Paris.	Longitude héliocent. réduite à l'Écliptique, observée.	Erreurs de mes Tables.	Erreur des Tables de Halley.	Erreur des Tables de Cassini.
	H. M. S.	S. D. M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
1741 Janvier.. 24	5. 33. 57	4. 4. 55. 12	— 0. 25	+ 6. 0	— 11. 8
1742 Février.. 7	3. 3. 18	4. 18. 44. 22	+ 0. 14	5. 10	11. 27
1743 Février.. 20	18. 23. 38	5. 2. 16. 56	+ 0. 15	4. 10	11. 42
1744 Mars... 5	4. 41. 42	5. 15. 30. 4	— 1. 25	2. 20	12. 40
1745 Mars... 18	10. 43. 29	5. 28. 26. 58	+ 0. 22	3. 41	10. 38
1746 Mars... 31	10. 50. 31	6. 11. 3. 44	+ 0. 47	4. 23	9. 1
1747 Avril.... 13	5. 49. 15	6. 23. 22. 36	+ 1. 17	5. 41	7. 2
1748 Avril... 24	20. 2. 0	7. 5. 24. 42	+ 1. 37	7. 3	5. 12
1749 Mai... 7	6. 8. 17	7. 17. 12. 31	+ 2. 12	8. 39	3. 10
1750 Mai... 19	13. 8. 19	7. 28. 47. 52	+ 1. 21	9. 38	— 1. 52
1751 Mai... 31	17. 6. 55	8. 10. 14. 46	+ 1. 15	11. 12	— 0. 28
1752 Juin..... 11	20. 0. 32	8. 21. 35. 41	+ 0. 50	12. 30	+ 0. 55
1753 Juin.... 23	22. 17. 24	9. 2. 53. 49	+ 0. 12	13. 39	+ 1. 48
1754 Juillet... 6	1. 10. 57	9. 14. 13. 0	— 0. 3	15. 7	2. 54
1755 Juillet... 18	4. 55. 37	9. 25. 35. 21	— 1. 1	15. 49	2. 59
1756 Juillet... 29	11. 16. 59	10. 7. 5. 59	— 0. 51	17. 33	3. 55
1757 Août.... 10	22. 17. 14	10. 18. 46. 51	— 0. 48	19. 1	4. 22
1758 Août... 23	12. 25. 30	11. 0. 40. 44	— 0. 42	20. 11	4. 27
1759 Sept.... 5	7. 30. 8	11. 12. 50. 24	— 0. 31	21. 9	4. 12
1760 Sept.... 17	8. 10. 42	11. 25. 18. 7	— 0. 6	22. 0	3. 44
1761 Sept.... 30	14. 7. 7	0. 8. 4. 21	— 0. 13	21. 54	+ 2. 15
1762 Octobre 14	1. 25. 5	0. 21. 9. 53	— 1. 50	21. 1	— 0. 4
1763 Octobre 27	18. 14. 20	1. 4. 34. 49	— 0. 57	19. 51	2. 32
1764 Nov... 9	15. 46.	1. 18. 17. 37	— 0. 28	18. 58	4. 36
1765 Nov... 23	17. 6.	2. 2. 14. 44	— 0. 3	17. 43	6. 48
1766 Déc.... 7	20. 19.	2. 16. 21. 12	— 0. 12	15. 32	9. 44
1767 Déc... 22	0. 52.	3. 0. 32. 45	— 0. 21	13. 12	12. 16
1769 Janvier.. 4	4. 34.	3. 14. 43. 39	— 0. 45	10. 35	14. 45
1770 Janvier.. 18	6. 1.	3. 28. 48. 26	— 1. 21	7. 59	17. 10
1771 Février.. 1	4. 11. 17	4. 12. 42. 2	— 2. 45	5. 9	19. 32
1772 Février.. 14	22. 7. 47	4. 26. 21. 15	— 4. 15	2. 18	21. 22
1773 Février.. 27	10. 59. 0	5. 9. 43. 38	— 5. 15	+ 0. 28	22. 36
1774 Mars.... 12	18. 30. 25	5. 22. 46. 35	— 7. 47	— 0. 49	23. 18



SECOND MÉMOIRE SUR LES PHÉNOMÈNES DE L'ANNEAU DE SATURNE,

Obſervés en 1773 & 1774.

Par M. DE LA LANDE.

DANS le Mémoire ſur les apparences de l'anneau de Saturne que je lûs le 9 Juin 1773 *(a)*, je donnai la méthode & les réſultats des Calculs de deux diſparitions & de deux réapparitions de cet anneau, & je fis voir l'utilité de ces obſervations, avec plus de détail que dans mon *Aſtronomie :* j'ai eu la ſatisfaction de voir que les Aſtronomes s'en ſont occupés dans toutes les parties de l'Europe, & qu'on en a publié une multitude d'obſervations : il ne me reſte plus qu'à voir les conſéquences qui en réſultent.

Lû le 14 Déc. 1774. Remis le 1.er Juin 1777.

On ſent bien qu'un objet qui diſparoît très-lentement & peu-à-peu, doit être aperçu plus long-temps dans les climats où le ciel eſt le plus pur, avec les lunettes les plus fortes, & par ceux qui ont la vue plus perçante ou plus fixe : il arrive même qu'on s'imagine le voir encore ou du moins l'entrevoir lorſqu'il n'y a que l'idée ou la perſuaſion antérieure, qui ſupplée en quelque façon au témoignage des ſens.

De-là vient qu'on trouve des différences de quelques jours entre les différentes obſervations qui nous ſont parvenues : ainſi le 2 Avril, je ceſſai de voir l'anneau de Saturne, à Paris ; M. Darquier, à Toulouſe, le 3 ; M. Tofiño, à Cadiz, le 4 : quoique nous euſſions également des lunettes achromatiques qui groſſiſſent environ cent fois.

La différence a été plus grande pour la diſparition du mois

(a) Ce Mémoire eſt imprimé dans le Volume de 1773, *pages 486 — 501.*

d'Octobre 1773 : dès le 28 Septembre, je ne voyois plus l'anneau à Béfiers, où j'étois aller pour faire cette obſervation ſous le plus beau ciel de la France; M. de Ratte & M. Poitevin, à Montpellier, ne le voyoient pas non plus: M.gr le Prince de Conti, à l'île Adam *(b)*; & M. le Monnier, à S.t Sever en Normandie, le perdirent de vue le 30 : ce fut le 5 ou le 7 Octobre à l'Obſervatoire royal & à Cadiz. M. Meſſier n'en fixa la diſparition qu'au 11; M. de S.t Jacques de Sylvabelle, à Marſeille, au 12 Octobre, parce qu'il avoit un excellent téleſcope de Short de 6 pieds de foyer, c'eſt le plus fort inſtrument qu'on ait employé dans ces obſervations. Le père Mayer, à Schwetzingen dans le Palatinat, crut même l'avoir vu juſqu'au 16 Octobre.

Mais au mois d'Octobre, Saturne paroiſſoit ſi peu, il étoit ſi éteint par le crépuſcule & par les vapeurs de l'horizon, qu'il n'eſt pas étonnant qu'on ait varié beaucoup dans cette obſervation. Auſſi penſai-je qu'on doit décider du nœud de l'anneau par les obſervations du mois d'Avril & du mois de Juillet, & n'employer celles du mois d'Octobre que ſubſidiairement. Au reſte, en choiſiſſant les obſervations faites avec les lunettes les plus uſitées & qui s'accordent entre elles, quoiqu'à de grandes diſtances les unes des autres, on ne trouve guère qu'un jour ou deux d'incertitude: on en jugera par l'extrait que je vais rapporter de toutes les obſervations qui me ſont parvenues.

J'avois annoncé ces quatre phaſes de deux manières différentes, l'une en calculant les momens précis des paſſages du Soleil & de la Terre par le plan de l'anneau, l'autre en ſuppoſant qu'il falloit quelques jours à la Terre & au Soleil pour acquérir une inclinaiſon ſuffiſante au-deſſus du plan de l'anneau, comme on l'avoit cru juſqu'alors; mais je ſoupçonnois déjà qu'on avoit trop étendu ces limites d'inclinaiſon. Voici les quatre phaſes dans ces deux hypothèſes, j'y ai joint

---

(b) C'eſt celui que nous avons perdu en 1776.

le résultat des observations, & même les variétés que présentent ces diverses observations, en omettant néanmoins celles qui sont trop éloignées.

PHASES DE L'ANNEAU.	Par le calcul des Passages dans le plan de l'ANNEAU.	Par la supposition qu'il faille une élévation sur le plan.	Par un milieu entre les Observations suivantes.	VARIÉTÉS entre différens Observateurs.
Première disparition.	10 Octobre 1773.	2 Octobre.	5 Octobre.	28 Sept. 12 Oct.
Réapparition.	8 Janvier 1774.	23 Janvier.	11 Janvier.	10 ou 16 Janv.
Seconde disparition.	1.er Avril.	24 Mars.	3 Avril.	2 ou 10 Avril.
Seconde réapparition.	3 Juillet.	11 Juillet.	1.er Juillet.	30 Juin, 7 Juillet.

RÉSULTATS des diverses Observations de la phase ronde de Saturne.

Première phase annoncée pour le 10 Octobre 1773.

Le 23 Septembre, on commença de revoir Saturne dégagé des rayons du Soleil; à son lever Héliaque.

Le 28 Septembre 1773, à cinq heures du matin, étant à Bésiers, où je m'étois transporté pour jouir d'un ciel plus pur, j'observai Saturne par un très-beau temps, avec une lunette de 16 pieds, qui appartient à l'Académie des Sciences de Bésiers, & je fus assuré que l'anneau ne paroissoit plus. M. Bertholon, Astronome de la même Académie, qui s'étoit donné tous les soins nécessaires pour me procurer la facilité de faire cette observation, en jugea comme moi; mais il faut avouer que la lunette n'étoit pas aussi parfaite que l'auroit demandé une semblable observation.

Ce jour-là, M. Vidal, au château de Bonrepos près Toulouse, avec une lunette achromatique de 3 pieds & demi de foyer & de 3 pouces & demi d'ouverture voyoit encore les anses de Saturne.

Le 30 Septembre à cinq heures du matin, M. le Monnier,

à Saint-Sever, près Vire en Normandie, avec une lunette achromatique de 10 pieds & demi, & par un très-beau temps, voyoit Saturne décidément & parfaitement rond & sans anses.

Le même jour M.gr le Prince de Conti, qui aime & qui cultive l'Astronomie, observa Saturne à l'Isle-Adam avec une lunette achromatique de 3 pieds & demi, & il le vit parfaitement rond.

Le 28 Septembre, M. de Ratte, avec un bon télescope de deux pieds, soupçonnoit des anses; Saturne ne lui paroissoit point exactement rond; mais les jours suivans il n'eut aucun soupçon.

Le 6 Octobre, Don Vincent Tofiño de S.t Miguel, Capitaine de Frégate, Directeur de l'Académie des Gardes-marine à Cadiz; & le Lieutenant de Vaisseaux, Don Joseph Varela, Professeur de Mathématiques dans la même Académie, ne voyoient plus que l'anse occidentale de l'anneau. Le 7 ils ne voyoient plus rien; ils avoient un télescope de 4 pieds, de Short, un de M. Nairne de 40 pouces, & une lunette achromatique de Dollond à triple objectif de 4 pieds, avec 3 pouces & demi d'ouverture *(c)*.

Le 7, M.rs le Gentil, Cassini le fils & l'Abbé Rochon virent l'anneau pour la dernière fois à l'Observatoire.

Le 11, M. Messier le voyoit encore à Paris, les anses étoient détachées de Saturne.

M. de Saint-Jacques de Sylvabelle, à Marseille, avec un télescope de Short de 6 pieds, voyoit l'anneau le 12 Octobre.

Le 16 Octobre à $5^h\ 26'$ du matin, le P. Mayer, à Schwetzingen, près Manheim, assure qu'il voyoit encore les anses avec une lunette achromatique de 10 pieds. *Journal Politique du 20 Novembre 1773.*

Seconde phase annoncée pour le 8 Janvier 1774.

Le 11 Janvier 1774 au matin, M. Messier revit l'anneau, dont les deux anses étoient très-foibles & détachées, depuis

(c) Observaciones Astronomicas, Hechas en Cadiz, in-4.° 1776, pag. 53.

quatre heures & demi juſqu'à ſept heures; l'anſe gauche ou orientale étoit plus longue; il avoit une lunette achromatique de M. le Préſident de Saron, qui groſſit cent quatre fois.

Le ciel ayant été couvert à Cadiz juſqu'au 15 de Janvier, ce ne fut que ce jour-là, vers deux heures & demie, que M.rs Tofiño & Varela aperçurent l'anneau; il étoit ſi délié qu'on avoit autant de peine à le voir que l'ombre de l'anneau ſur le diſque de Saturne; cependant ils conjecturèrent que ſi le ciel eût été ſerein, ils auroient pu le voir dès le 9 de Janvier. *Obſervaciones, &c. page 85.*

Le 19, M. Bertholon, Aſtronome de Béſiers, crut voir un commencement d'anſe avec la lunette de 16 pieds dont nous nous étions ſervis au mois d'Octobre. Le 30, on en étoit parfaitement aſſuré.

Le 16 Janvier, M. Darquier voyoit très-diſtinctement les bras de l'anneau, la lumière en paroiſſoit aſſez forte & aſſez denſe, pour faire croire qu'il auroit pu le voir au moins deux jours plus tôt, ſans la pluie qui duroit depuis le 10 Janvier à Toulouſe.

On voit que l'obſervation de Paris tient à-peu-près le milieu entre la conjecture de Cadiz & celle de Toulouſe, ainſi pour me rapprocher de l'obſervation de M. Meſſier, je ſuppoſerai la réapparition le 11 Janvier.

Troiſième Phaſe annoncée pour le 1.er Avril 1774.

Le 2 Avril, à $10^h\ 46'$ du ſoir, M. Darquier obſerva à Toulouſe le lieu de Saturne, & trouva que l'erreur de mes Tables étoit de $7'\ 53''$ en longitude, & de 23 ſecondes en latitude; je rapporterai bientôt le réſultat de l'oppoſition.

M. Garipuy le fils, à Toulouſe, dans un bel Obſervatoire que M. ſon père venoit de faire bâtir, obſerva & deſſina pendant pluſieurs jours Saturne avec ſes Satellites & les Étoiles circonvoiſines juſqu'au 2 Avril; il voyoit encore l'anneau ce jour-là, mais extrêmement délié; le ciel fut couvert enſuite pendant deux ou trois jours, ainſi il ne peut pas aſſurer que ce ſoit le dernier jour de l'apparition.

Le 2 Avril, à Paris, j'entrevoyois certainement l'anneau, mais il étoit si léger que je regarde ce jour-là comme le dernier jour de l'apparition pour moi.

Le 3 Avril, à 10 heures du soir, à l'Observatoire Royal, on distinguoit les anses, mais difficilement.

Le 3, M. Messier, avec la lunette de M. de Saron & son télescope de 30 pouces de foyer qui grossit cent quatre fois, voyoit les anses.

Le 2, à 7 heures, M. Darquier, à Toulouse, voyoit les bras très-sensibles, quoique très-foibles; à minuit & demi leur lumière avoit visiblement diminué, & il n'espéroit pas les voir le 3 au soir. Ils étoient égaux en longueur.

Le 2 Avril, à 7 heures, M. Tofiño, à Cadiz, apercevoit les anses. Le 3 & le 4 il les voyoit encore décidément, mais avec quelque difficulté. Le 5 il ne voyoit plus rien; il en est parlé dans l'Ouvrage, *page 93*, cité ci-dessus.

M.rs de Ratte & Poitevin le soupçonnoient encore le 10 Avril à Montpellier; mais le 11 on ne voyoit rien avec le même télescope dont ils s'étoient servis au mois de Septembre.

Quatrième Phase calculée pour le 3 Juillet.

Le 30 de Juin, entre neuf & dix heures du soir, Don Vincent Tofiño aperçut l'anneau avec son télescope de 48 pouces de foyer, par un temps très-serein.

Le 1.er de Juillet, il l'aperçut avec sa lunette achromatique, de la même manière que le jour précédent avec le télescope.

M. Messier l'aperçut à Paris le 1.er de Juillet, avec une lunette achromatique semblable: il n'y avoit que l'anse occidentale; les jours suivans il remarqua des points lumineux sur les anses, qui semblent indiquer que l'anneau n'est pas parfaitement plan. Voyez les *Mémoires de Berlin.*

M. Darquier, à Toulouse, vit le même jour les deux bras égaux en longueur & en lumière à huit heures & demie du soir.

Le 7,

Le 7, M. de Ratte, à Montpellier, crut l'entrevoir; le 12 il le voyoit très-certainement.

RÉSULTAT de ces Obſervations.

D'après l'examen de ces différentes Obſervations, j'ai choiſi le 5 Octobre, le 11 Janvier, le 3 Avril & le 1.er Juillet pour établir mes calculs; mais j'ai fait ce choix avant que d'avoir fait aucun examen des conſéquences que j'avois à en tirer. Pour accorder enſuite la première phaſe avec les deux dernières, j'ai été obligé de la reculer de quatre jours, & de m'en tenir au 9 Octobre; cela eſt d'autant plus naturel, que dans cette ſaiſon-là le ciel eſt moins pur, & que Saturne étoit enfoncé dans le crépuſcule, & dans les vapeurs de l'horizon, en ſorte qu'il devoit être naturellement plus difficile à voir; c'eſt ſans doute pour cette raiſon que la plupart des Obſervateurs ont perdu de vue l'anneau avant le 9 Octobre.

Pour faire uſage de ces obſervations, j'ai calculé les lieux géocentriques de Saturne par mes Tables, & je les ai corrigés par l'oppoſition du 12 Mars, obſervée par M. Darquier à Toulouſe, & par M. Mallet à Genève, & dont voici les réſultats ſuivant l'un & l'autre.

Temps moyen de l'oppoſition à Paris le 12 Mars..........	$18^h\ 26'\ 22''$	$18^h\ 30'\ 25''$
Longitude géocentrique........	$5^f\ 22^d$ 46. 50	$5^f\ 22^d$ 46. 35
Erreur de mes Tables en longitude.	7. 38	7. 47
Latitude géocentrique boréale...	2. 27. 2	2. 26. 52
Erreur de mes Tables........	22	

De-là j'ai conclu les poſitions ſuivantes pour les jours des quatre obſervations; la ſeconde eſt une longitude héliocentrique, les autres ſont vues de la Terre.

	Longitude de Saturne.	*Latitude auſtrale*	*Variat. diurne.*
Le 8 Octobre 1773.. 17^h	$5^f\ 20^d\ 8'\ 54''$	$1^d\ 53'\ 44''$	+ $6'\ 57''$
Le 8 Janvier 1774.. 10	11. 20. 37. 18	....	+ 3. 4
Le 3 Avril....... 8	5. 21. 7. 39	2. 27. 5	− 4. 3
Le 1.er Juillet...... 8	5. 20. 41. 41	2. 12. 23	+ 4. 1

La tangente de la latitude géocentrique, le 3 Avril 1774, $2^d\ 27'\ 5''$, divisée par la tangente de l'inclinaison de l'anneau sur l'écliptique $31^d\ 20'$, donne le sinus de la distance au nœud sur l'écliptique, $4^d\ 1'\ 20''$; & cette distance retranchée du lieu de la Terre vu de Saturne sur l'écliptique, $11^s\ 21^d\ 7'\ 39''$, donne le lieu du nœud ascendant de l'anneau $5^s\ 17^d\ 6'\ 18''$.

Dans l'observation du 1.er Juillet, la latitude $2^d\ 12'\ 23''$ donne pour la distance au nœud $3^d\ 37'\ 16''$; ainsi le lieu du nœud ascendant est $5^s\ 17^d\ 4'\ 25''$.

La différence de deux minutes entre ces deux résultats ne dépend que de quelques heures de différence dans les observations *(d)*, ainsi l'on peut s'en tenir à $5^s\ 17^d\ 5'$. C'est à une minute près la même chose que le lieu du nœud que trouvoit M. Maraldi en 1715; en y ajoutant seulement la précession des équinoxes.

Le 8 Octobre, à 17^h, la latitude $1^d\ 53'\ 44''$, donne la distance de la Terre au nœud $3^d\ 6'\ 42''$, & le lieu du nœud $5^s\ 17^d\ 2'\ 12''$; ainsi en ajoutant seulement douze heures à l'observation, on aura le même résultat que par les deux autres phases : cette observation du mois d'Octobre, n'ayant point le même degré de précision que les deux autres, je ne crois pas qu'on doive l'employer pour modifier le premier résultat; cependant si M. Messier & M. de Saint-Jacques ont vu l'anneau trois ou quatre jours plus tard, il y a un assez grand nombre d'Observateurs qui l'ont perdu de vue trois ou quatre jours plus tôt, & cela suffit pour sentir que cette phase s'accorde, au moins autant qu'il est possible, avec les deux autres.

La réapparition de l'anneau, le 11 de Janvier, est d'une autre espèce que les trois phases que je viens d'examiner, parce que c'est le passage du Soleil dans le plan de l'anneau; ainsi cette phase n'ayant point de correspondante, elle ne peut rien nous apprendre sur le lieu du nœud, elle nous

(d) M. du Séjour a trouvé depuis la même chose, dans son Ouvrage sur l'Anneau de Saturne.

apprendra ſeulement combien il faut que le Soleil ſoit éloigné du plan de l'anneau pour que nous puiſſions l'apercevoir ; mais cette obſervation n'a pas très-bien réuſſi cette année.

C'eſt le 8 Janvier, que le lieu de Saturne, vu du Soleil, étoit de $11^{s}\ 20^{d}\ 37'$, c'eſt-à-dire qu'il étoit dans le nœud deſcendant de l'anneau ſur l'orbite de Saturne. M. Meſſier a revu l'anneau dès le 11, c'eſt-à-dire trois jours après le paſſage du Soleil ; M. Toſiño conjecture qu'il auroit pu le voir dès le 9, & M. Darquier, qu'il l'auroit vu le 14. Ainſi l'obſervation de M. Meſſier, étant la ſeule directe, nous en conclurons qu'il ſuffit de trois jours après le paſſage de l'anneau par le plan du Soleil, pour qu'il ſoit éclairé & viſible pour nous avec les lunettes ordinaires. On eſtimoit en 1714, qu'il falloit quinze jours, cet intervalle ſe trouve bien diminué par les nouvelles obſervations. Cependant il paroît qu'il faut que le Soleil, pour l'éclairer de façon à le rendre viſible, ſoit élevé plus que la Terre, pour nous le faire apercevoir : mais cela n'eſt pas ſurprenant, on ſait que la réflexion des rayons très-obliques, ſe porte ſur-tout au point oppoſé : en ſorte qu'il eſt difficile de voir l'objet, ſi l'on eſt du côté du point rayonnant. En trois jours, le Soleil s'élevoit de $3'\ 6''$ ſur le plan de l'anneau, c'eſt l'inclinaiſon néceſſaire pour que nous puiſſions l'apercevoir.

M. Heinſius obſerva les anſes, le 8 Décembre 1743, la Terre étant élevée de $34'\frac{1}{2}$ au-deſſus du plan de l'anneau ; elles étoient ſi foibles qu'il jugeoit qu'elles auroient diſparu totalement, ſi la Terre ſe fût rapprochée un peu plus du plan de l'anneau ; cela m'avoit fait admettre dans mes calculs un intervalle de huit jours avant & après les paſſages de la Terre, mais l'obſervation a prouvé qu'il ne faut pas même un jour de diſtance, ou $2'\frac{1}{2}$ d'élévation, de notre œil, au-deſſus du plan de l'anneau, pour que nous l'apercevions même avec nos lunettes ordinaires : la conjecture de M. Heinſius étoit trop éloignée de la vérité.

Il eſt donc prouvé par ces obſervations, que le nœud de

Le nœud de l'anneau est fixe.

l'anneau n'a pas éprouvé de changement ſenſible depuis ſoixante ans, quoique dans une note des *Inſtitutions aſtronomiques*, on lui attribue un degré de mouvement. On croiroit cependant, que ſi l'attraction de la Lune ſeule produit ſur l'équateur de la Terre un mouvement de 35 minutes en ſoixante ans, quoique la Terre ſoit très-peu aplatie, les attractions de cinq Lunes ou Satellites, en devroient produire beaucoup plus ſur l'anneau qui eſt un plan fort mince, & donne bien plus de priſe à l'attraction latérale.

Pour expliquer cette différence, on peut conſidérer d'abord que de ces cinq Satellites, il y en a quatre qui ſont preſque dans le même plan que l'anneau *(Aſtronomie, 2998)*, & qui par conſéquent n'ont aucune action pour en changer le plan; le cinquième Satellite, eſt le ſeul qui ſoit incliné de $15^{d}\frac{1}{2}$ ſur le plan de l'anneau, & celui-là eſt fort éloigné de Saturne, ſa diſtance étant de 59 demi-diamètres, & ſa maſſe eſt peut-être extrêmement petite; on ne pourra le ſavoir, que quand on aura obſervé les inégalités cauſées par les attractions réciproques des Satellites de Saturne. Il faut remarquer auſſi que la préceſſion des équinoxes de la Terre, eſt le réſultat de deux mouvemens, celui de la Terre autour de ſon axe en 24 heures, & celui que l'attraction produit en même-temps ſur le ſphéroïde *(Aſtronomie, art. 3542)*, la diagonale de ces deux mouvemens forme ſans ceſſe une direction nouvelle, d'où réſulte le changement du plan. Or, il peut arriver que l'anneau de Saturne n'ait pas de mouvement diurne, & dès-lors l'attraction d'un Satellite, qui eſt tantôt au nord, tantôt au midi de l'anneau, ne pourra produire de mouvement ſenſible & continu dans le nœud de l'anneau : les obſervations n'ont pas été faites avec d'aſſez grands inſtrumens, pour nous donner une connoiſſance exacte de cette rotation.

Épaiſſeur de l'anneau.

On peut juger par ces obſervations, que l'anneau de Saturne eſt extrêmement mince. Suppoſons qu'on le perde de vue douze heures avant que la Terre paſſe dans ſon plan, elle n'eſt élevée pour lors que de 1′ 19″ au-deſſus de l'anneau;

le diamètre extérieur de l'anneau, eſt de 66737 lieues, ſuivant les calculs que j'ai faits après le paſſage de Vénus, qui donne la parallaxe du Soleil de 8″,6; la couronne de l'anneau, qui n'eſt que les $\frac{1}{7}$ du diamètre total, a donc 9534 lieues de largeur, & ſous une obliquité de 1′ 19″ qui a lieu au bout de douze heures, elle équivaut à trois lieues; c'eſt donc la grandeur de l'objet, que l'on peut apercevoir près de Saturne. Si cela eſt, l'anneau n'a pas trois lieues d'épaiſſeur, & peut-être en a-t-il beaucoup moins. D'après cette hypothèſe, il me ſemble que ſi l'anneau avoit ſeulement ſix lieues d'épaiſſeur, on devroit voir l'épaiſſeur toujours éclairée, & que nous ne perdrions jamais l'anneau de vue.

On pourroit croire cependant que les deux portions oppoſées de cette couronne annulaire, qui ont chacune environ 6″ de largeur apparente, & qui ſont ſéparées par un intervalle de 30″, peuvent ſe communiquer réciproquement de la lumière & devenir plus aiſées à voir, que s'il n'y avoit qu'une ſeule largeur de 6″; dans ce cas, au lieu de 6 lieues, ce ſeroit 45 qui ſeroit la plus forte limite de l'épaiſſeur réelle de l'anneau, en ſuppoſant auſſi qu'on voit la partie qui touche au globe de Saturne, un jour avant le paſſage de la Terre dans le plan de cet anneau. Mais comme on a cru voir, le 11 Janvier 1774, que les anſes étoient détachées, ainſi qu'en 1760, cela ſemble indiquer que la partie la plus ſenſible de l'anneau eſt ce ſegment extérieur, de 88^d 50′ qui eſt entièrement illuminé d'une lumière continue, dont la corde eſt de 29″,4, compris entre la partie concave & la partie convexe de l'anneau: cette corde dirigée vers notre œil, paroît comme ſi elle avoit 36 lieues de largeur, perpendiculairement au rayon viſuel: l'épaiſſeur ne ſeroit donc que de 36 lieues, ou même de 18, ſi l'on voit les anſes détachées douze heures avant que d'être dans le plan, comme l'obſervation paroît l'indiquer.

Je crois cependant qu'un jour l'induſtrie humaine pourroit parvenir juſqu'à nous rendre l'anneau toujours viſible, car, quelque petite que ſoit ſon épaiſſeur, la force des inſtrumens

pourroit aller aſſez loin pour nous la faire diſtinguer. Il eſt à regretter qu'on n'ait pas tenté de ſuivre ces phaſes avec le prodigieux téleſcope de Short, de 12 pieds, qui groſſit mille à douze cents fois, & qui auroit pu décider cette queſtion, ainſi que celle de la rotation de Saturne.

Si l'on a vu l'anneau juſqu'au 12 ou au 16 d'Octobre, comme je l'ai rapporté dans le détail des obſervations, il me ſemble que ce ne peut être qu'à raiſon de ſon épaiſſeur, ou parce que la partie poſtérieure non éclairée par le Soleil, l'étoit encore aſſez par la lumière ſeule de Saturne, car la Terre avoit paſſé le plan de cet anneau avant le 12 Octobre, & ſe trouvoit du côté de la partie qui n'étoit point éclairée du Soleil.

Il en eſt de même des Obſervateurs qui ont cru voir l'anneau après le 3 Avril ou avant le 1.er de Juillet, car en adoptant ces deux jours pour le dernier de l'apparition & le premier de la réapparition, l'on trouve le même lieu du nœud, ce qui prouve aſſez que dans ces deux jours-là, nous étions ſenſiblement dans le plan de l'anneau.

J'ai eu ſoin de ne pas comparer le jour de la diſparition totale avec celui de la première réapparition, car lorſque l'anneau reparoît, il n'eſt pas au même état que le jour où il ne paroiſſoit plus; j'ai donc pris le dernier jour de l'apparition obſervée pour avoir une phaſe ſemblable, ainſi en ſuppoſant que le 4 Avril on ne voyoit plus l'anneau, j'ai pris le 3 pour le jour de la dernière apparition *(voyez page 85)*.

Mais quand il s'agit de ſavoir le temps que la diſparition a duré, il faut retrancher un jour de l'intervalle compris entre les deux temps précédens, & l'on aura quatre-vingt-neuf jours ſeulement pour la durée de la diſparition. Cette durée s'eſt trouvée ſenſiblement la même qu'elle étoit cinquante-neuf ans auparavant, mais il n'en réſulte point une règle générale.

Si cette durée étoit plus longue dans l'annonce que j'avois publiée, cela venoit uniquement de ce que j'avois ſuppoſé avec M. Maraldi *(Mémoires, 1715, page 21)*, & M. Heinſius *(De Apparentiis annulli Saturni, pag. 62)* qu'il falloit quinze jours

au Soleil & huit à la Terre, avant & après le passage par le nœud pour rendre l'anneau visible, tandis que cela se réduit à deux ou trois trois jours pour le Soleil, & quelques heures pour la Terre.

Le 1.er Juillet, la Terre s'élevoit vers l'écliptique de 31″ en deux jours, & sous un angle de $3^d 40'$, si l'on ajoute à cela l'angle de l'anneau par rapport à l'écliptique, on aura 35^d pour l'angle sous lequel la Terre s'approchoit de l'anneau, & comme elle faisoit 2′ 0″ en douze heures, elle s'élevoit de 1′ 19″ dans l'espace de douze heures, voilà pourquoi j'ai employé ci-dessus cette obliquité pour calculer l'épaisseur de l'anneau.

Connoissant le lieu du nœud de l'anneau sur l'écliptique $5^d 17' 5''$; celui du nœud de Saturne $9^d 21' 43''$, & l'inclinaison de l'anneau sur l'orbite de Saturne de 30^d. Il est aisé de trouver que le nœud ascendant de l'anneau sur l'orbite de Saturne, au mois de Mai 1774, étoit de $5^s 20^d 38'$ *(e)*.

Telles sont les conséquences que présentent les observations remarquables de cette année, & qui méritoient d'être discutées, en attendant qu'on puisse les rectifier ou les étendre par les phénomènes semblables qui auront lieu dans quinze ans ou dans trente ans. *(f)*

De l'inclinaison de l'Anneau.

Je ne parle point ici de l'inclinaison de l'anneau sur l'orbite de Saturne, que j'ai supposée de 30 degrés, & sur l'Écliptique, $31^d 20''$; pour la bien déterminer, il faut attendre que Saturne soit à 90 degrés des nœuds de l'anneau, ce qui n'arrivera que dans sept ans; il s'agira pour lors de mesurer, avec plus de précision qu'on ne l'a fait jusqu'ici, le grand axe,

---

(e) Dans les Éphémérides de Berlin, pour *1777, page 168*, M. Lambert trouve la longitude du nœud, $5^d 16' 55''$, & $5^d 20' 24''$ dans celles de *1778, page 151*; $5^d 17' 5''$, & $5^d 20' 34''$, la différence n'est pas sensible entre ce résultat & le mien; mais j'avois déjà donné mon résultat dans le Journal des Savans, de *Janvier 1775*.

(f) On trouvera de plus grands détails & une théorie détaillée de tous ces phénomènes, dans le Livre de M. du Séjour, composé depuis la lecture de ce Mémoire: *Essais sur les Phénomènes relatifs aux disparitions périodiques de l'Anneau de Saturne, par M. Dionis du Séjour, de l'Académie Royale des Sciences, de la Société Royale de Londres, & Conseiller au Parlement.* A Paris, chez Valade, 444 pages *in-8.°*

& le petit axe de l'anneau, qui ſont entr'eux dans le rapport du ſinus total au ſinus de l'inclinaiſon par rapport à notre œil. Cependant la quantité de l'inclinaiſon influe un peu ſur les réſultats précédens du lieu du nœud, & l'on ne pourra s'en aſſurer rigoureuſement, que quand l'inclinaiſon ſera très-exactement déterminée. Je ne crois pas qu'elle l'ait jamais été avec beaucoup de ſoin, d'autant qu'avant la découverte des Héliomètres, l'on n'avoit pas de moyen commode pour déterminer rigoureuſement de ſi petites quantités. Le micromètre de M. l'Abbé Rochon, qui conſiſte en un priſme mobile le long de l'axe d'une lunette, ſera le plus propre à nous faire connoître cette inclinaiſon, à cauſe de la grandeur de l'échelle que ce micromètre procure, même pour la plus petite quantité que l'on veuille meſurer.



RECHERCHES
SUR LES ÉQUATIONS SÉCULAIRES DES MOUVEMENS DES NŒUDS,
Et des inclinaisons des orbites des Planètes.

Par M. DE LA GRANGE.

CE Mémoire contient une nouvelle Théorie des mouvemens des nœuds, & des variations des inclinaisons des orbites des Planètes, & l'application de cette théorie à l'orbite de chacune des six Planètes principales. On y trouvera des formules générales, par lesquelles on pourra déterminer dans un temps quelconque la position absolue de ces orbites, & connoître par conséquent les véritables loix des changemens auxquels les plans de ces orbites sont sujets. 15 Décemb. 1774.

J'invite les Astronomes à faire usage de ces formules, & à examiner si par leur moyen on peut rendre raison du peu d'accord que je trouve entre les Observations anciennes & les modernes; les formules que d'autres Auteurs ont déjà données pour cet objet étant insuffisantes, puisqu'elles ne représentent que les variations différentielles des lieux des nœuds & des inclinaisons; de sorte que ces formules cessent d'être exactes au bout d'un certain nombre d'années, au lieu que les nôtres peuvent s'étendre à tant d'années qu'on voudra.

Enfin, on trouvera dans ce Mémoire, des Tables des variations séculaires de l'obliquité de l'Écliptique, & de la longueur de l'année tropique, avec les formules nécessaires pour calculer les variations séculaires des Étoiles fixes en longitude & en latitude; ces Tables s'étendent jusqu'à vingt siècles, tant avant qu'après 1760.

ARTICLE PREMIER.

Formules générales du mouvement des nœuds, & de la variation de l'inclinaison de l'orbite que décrit un corps animé par des forces quelconques.

(1). Soient x, y, z les trois coordonnées rectangles qui déterminent dans chaque instant la position du corps, par rapport à un plan fixe quelconque; supposons que toutes les forces qui agissent sur le corps soient décomposées suivant les directions des lignes x, y, z, & soient réduites à ces trois X, Y, Z; on aura, en prenant l'élément du temps dt pour constant, les trois équations

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -X, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -Y, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -Z;$$

qui serviront à déterminer le mouvement du corps.

(2). De ces trois équations, je tire celles-ci

$$\frac{x\partial^2 y - y\partial^2 x}{\partial t^2} = Xy - Yx, \quad \frac{x\partial^2 z - z\partial^2 x}{\partial t^2} = Xz - Zx,$$

$$\frac{y\partial^2 z - z\partial^2 y}{\partial t^2} = Yz - Zy.$$

lesquelles étant multipliées par ∂t, & ensuite intégrées, donnent, en faisant pour abréger,

$$P = \int (Yz - Zy)\, dt, \quad Q = \int (Xz - Zx)\, dt,$$

$$R = \int (Xy - Yx)\, dt.$$

Ces trois autres-ci,

$$\frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t} = R, \quad \frac{x\partial z - z\partial x}{\partial t} = Q,$$

$$\frac{y\partial z - z\partial y}{\partial t} = P;$$

d'où je tire sur le champ cette équation finie,

$$Px - Qy + Rz = 0.$$

(3). Si les quantités P, Q, R étoient constantes, ou du moins dans des rapports constans entr'elles, il est visible que

cette équation feroit celle d'un plan fixe paffant par le point qui eft l'origine des coordonnées x, y, z, & dont la pofition dépendroit des mêmes quantités P, Q, R. Et il eft très-aifé de démontrer que dans ce cas l'interjection du plan dont il s'agit avec celui des coordonnées x & y, c'eft-à-dire, la ligne des nœuds de ces deux plans, fera avec l'axe des abfciffes x un angle, dont la tangente feroit $= \frac{P}{Q}$; & que l'inclinaifon mutuelle des mêmes plans feroit égale à l'angle qui aura pour tangente $\frac{\sqrt{(P^2+Q^2)}}{R}$.

(4). Or les quantités P, Q, R ne peuvent être conftantes qu'en faifant leurs différentielles nulles, ce qui donne $Yz - Zy = 0$, $Xz - Zx = 0$, $Xy - Yx = 0$; d'où l'on tire $X = \Pi x$, $Y = \Pi y$, $Z = \Pi z$, Π étant une quantité quelconque; ce qui fait voir que les trois forces X, Y, Z fe réduifent à une feule $= \Pi \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, & toujours dirigée au point fixe qui eft l'origine des coordonnées.

Mais fi on veut feulement que les rapports de ces quantités foient conftans, en forte que l'on ait $P = mR$, $Q = nR$, (m & n étant des coëfficiens conftans quelconques), alors il faudra que l'on ait ces deux équations

$$Yz - Zy = m(Xy - Yx),$$
$$Xz - Zz = n(Xy - Yx).$$

Or, fi dans l'équation $Px - Qy + Rz = 0$, on met à la place de P & Q leurs valeurs ci-deffus, elle devient $mx - ny + z = 0$; & fi enfuite on fubftitue dans les deux équations précédentes $ny - mx$ au lieu de z, on trouve qu'elles fe réduifent à cette équation unique,

$$mX - nY + Z = 0.$$

On aura donc, entre les forces X, Y, Z, une équation femblable à celle qui doit être entre les coordonnées x, y, z, & de-là on conclura aifément que ces forces doivent être telles que leur réfultante foit toujours dirigée dans le même

plan qui eſt repréſenté par les coordonnées dont il s'agit; c'eſt ce qui eſt d'ailleurs de ſoi-même évident; mais nous avons cru qu'il n'étoit pas inutile de le déduire auſſi de nos formules.

(5.) Voilà donc les ſeuls cas dans leſquels un corps puiſſe ſe mouvoir dans un plan fixe; dans tout autre cas, c'eſt-à-dire, lorſque l'équation $mX - nY + Z = 0$ n'aura pas lieu, le corps ſollicité par les forces X, Y, Z, décrira néceſſairement une courbe à double courbure.

Cependant, ſi l'on fait attention que les trois équations différentielles du *n.° 2*, d'où l'on a tiré celle-ci,

$$Px - Qy + Rz = 0,$$

donnent également cette autre-ci, $P\partial x - Q\partial y + R\partial z = 0$, qui n'eſt autre choſe, comme l'on voit, que la différentielle de celle-là dans la ſuppoſition où les quantités P, Q, R, ſeroient conſtantes, ou au moins dans des rapports conſtans, on verra que, quoique les rapports de ces mêmes quantités ne ſoient pas juſtement conſtans, ils pourront néanmoins être regardés comme tels pendant que le corps parcourt les eſpaces infiniment petits dx, dy, dz; d'où il ſuit que le plan repréſenté par l'équation $Px - Qy + Rz = 0$ ſera celui dans lequel le corps ſe meut dans l'inſtant où il décrit ces eſpaces infiniment petits; mais la poſition de ce plan au lieu d'être fixe, changera d'un inſtant à l'autre, à cauſe de la variabilité des quantités $\frac{P}{R}$, $\frac{Q}{R}$.

(6.) Nommant donc ω l'angle de la ligne des nœuds avec l'axe des abſciſſes x, & θ la tangente de l'inclinaiſon du plan de l'orbite avec celui des coordonnées x & y, on aura d'après les déterminations du *n.° 3*, ces formules fondamentales,

$$\text{tang.}\ \omega = \frac{P}{Q},\ \theta = \frac{\sqrt{(P^2 + Q^2)}}{R},$$

qu'on peut réduire à celles-ci :

$$\theta \text{ ſin. } \omega = \frac{P}{R}, \ \theta \text{ coſ. } \omega = \frac{Q}{R}.$$

(7.) Puiſque dans l'Aſtronomie, on a coutume de repréſenter le mouvement des Planètes par les longitudes & les latitudes, nous ſuppoſerons que le plan des coordonnées x, y ſoit celui de l'écliptique, en regardant l'écliptique non pas comme l'orbite réelle de la Terre, mais comme un plan ſixe qui paſſe toujours par les mêmes étoiles, & nous prendrons l'axe des x pour la ligne des équinoxes, ou plutôt pour la ligne qui paſſe par le premier point d'*Ariès* ſuppoſé ſixe, duquel nous compterons les longitudes ; nous nommerons enſuite q la longitude du corps, p la tangente de ſa latitude, & r le rayon vecteur projeté ſur l'écliptique ; il eſt viſible qu'on aura

$$x = r \text{ coſ. } q, \quad y = r \text{ ſin. } q, \quad z = rp,$$

ce qui étant ſubſtitué dans l'équation $Px - Qy + Rz = 0$, donnera celle-ci,

$$P \text{ coſ. } q - Q \text{ ſin. } q + Rp = 0,$$

laquelle ſervira à déterminer p.

Si de plus on met dans cette équation pour P & Q leurs valeurs $R\,\theta$ ſin. ω, $R\,\theta$ coſ. ω (*n.° 6*), on aura, en diviſant par R & réduiſant,

$$p = \theta \text{ ſin. } (q - \omega),$$

équation qu'on peut auſſi tirer immédiatement de la Trigonométrie ſphérique.

(8). Pour rendre nos formules plus ſimples & plus commodes pour le calcul, nous ferons

$$s = \theta \text{ ſin. } \omega, \quad u = \theta \text{ coſ. } \omega,$$

ce qui donnera (*n.° précédent*) $p = u \text{ ſin. } q - s \text{ coſ. } q$, & les deux équations du *n.° 6* deviendront $Rs = P$, $Ru = Q$, leſquelles étant différentiées pour faire diſparoître les intégra-

tions des quantités P & Q, deviendront celles-ci,

$$R\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial t}s = Yz - Zy,$$

$$R\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial t}u = Xz - Zx;$$

équations qui ſerviront à déterminer les deux variables s & u, d'où dépend la ſolution du Problème. En effet, ces deux quantités étant connues, on aura, ſur le champ, le lieu du nœud & l'inclinaiſon par les formules,

$$\text{tang. } \omega = \frac{s}{u}, \quad \theta = \sqrt{(s^2 + u^2)}.$$

Pour faire uſage des équations précédentes, il n'y aura qu'à y ſubſtituer à la place des quantités x, y, z, leurs valeurs r coſ. q, r ſin. q, $r\,u$ ſin. q — $r\,s$ coſ. q; & comme dans la recherche du mouvement des nœuds & de la variation de l'inclinaiſon, on peut regarder l'orbite projetée ſur l'écliptique, comme déjà connue, du moins, à très-peu-près, les quantités r & q ſeront données en t, & il ne reſtera d'inconnues que s & u.

Il eſt bon de remarquer encore à l'égard de la quantité R, qu'elle eſt $= \frac{r^2 \partial q}{\partial t}$, qui eſt ce que devient la quantité $\frac{x \partial y - y \partial x}{\partial t}$, en y ſubſtituant, pour x & y, leurs valeurs ci-deſſus, de ſorte qu'on pourra regarder auſſi cette quantité R comme déjà connue.

(9). Tous les Géomètres qui ſe ſont occupés, juſqu'à préſent, de la recherche du mouvement des nœuds & des variations de l'inclinaiſon des orbites planétaires, ont cherché immédiatement les valeurs de la tangente θ & de l'angle ω; leurs formules ſont faciles à déduire des précédentes, mais nous ne nous y arrêterons pas, parce que d'un côté elles ſont très-connues, & que de l'autre elles ſont peu propres à la recherche dont il s'agit lorſqu'il eſt queſtion de déterminer, à la fois, les mouvemens des nœuds & des variations des inclinaiſons de pluſieurs Planètes qui s'attirent

mutuellement. *Voyez plus bas le n.° 23.* C'eſt par cette raiſon que dans les eſſais que j'ai donnés ailleurs ſur la théorie des ſatellites de Jupiter & Saturne, j'ai fait abſtraction des nœuds & des inclinaiſons des orbites, & je n'ai conſidéré que les tangentes de la latitude; mais la méthode que nous propoſons ici eſt préférable; parce qu'elle conduit à des équations beaucoup plus ſimples & plus faciles à réſoudre.

ARTICLE DEUXIÈME.

APPLICATION des formules précédentes, à la recherche du mouvement des nœuds & des variations des inclinaiſons des orbites des Planètes.

(10.) Il faut commencer par chercher les valeurs des forces X, Y, Z, qui agiſſent ſur une Planète quelconque T, en vertu de l'attraction du Soleil S, & des autres Planètes T', T'', &c. Pour cela nous regarderons le Soleil comme immobile, & nous le prendrons pour l'origine des coordonnées qui déterminent la poſition de chaque Planète par rapport à l'écliptique; nous nommerons ces coordonnées x, y, z pour la Planète T, $x', y'\ z'$ pour la Planète T', x'', y'', z'' pour la Planète T'', & ainſi des autres, & nous déſignerons, pour plus de ſimplicité, les diſtances de ces Planètes au Soleil par (TS), $(T'S)$, $(T''S)$, &c. & celles des mêmes Planètes entr'elles par (TT'), (TT''), &c. $(T'T'')$, &c. de ſorte que l'on aura

$$(TS) = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)},$$
$$(T'S) = \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)},$$
$$(T''S) = \sqrt{(x''^2 + y''^2 + z''^2)},$$

&c.

$$(TT') = \sqrt{((x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2)},$$
$$(TT'') = \sqrt{((x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z'')^2)},$$

&c,

$(T'T'') = \sqrt{((x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2)}$;
&c.

(11.) Cela posé, le corps T étant attiré vers les corps S, T', T'', &c. par les forces d'attraction $\frac{S}{(TS)^2}$, $\frac{T'}{(TT')^2}$, $\frac{T''}{(TT'')^2}$, &c. si on décompose ces forces suivant les directions des trois lignes x, y, z, perpendiculaires entr'elles, on aura celles-ci,

$$\frac{Sx}{(TS)^3} + \frac{T'(x - x')}{(TT')^3} + \frac{T''(x - x'')}{(TT'')^3} + \text{\&c.}$$
$$\frac{Sy}{(TS)^3} + \frac{T'(y - y')}{(TT')^3} + \frac{T''(y - y'')}{(TT'')^3} + \text{\&c.}$$
$$\frac{Sz}{(TS)^3} + \frac{T'(z - z')}{(TT')^3} + \frac{T''(z - z'')}{(TT'')^3} + \text{\&c.}$$

Mais le corps S est attiré de même par les corps T, T', T'', avec les forces $\frac{T}{(TS)^2}$, $\frac{T'}{(T'S)^2}$, $\frac{T''}{(T''S)^2}$, &c. lesquelles étant décomposées suivant les mêmes directions, donnent celles-ci :

$$-\frac{Tx}{(TS)^3} - \frac{T'x'}{(T'S)^3} - \frac{T''x''}{(T''S)^3} \text{ \&c.},$$
$$-\frac{Ty}{(TS)^3} - \frac{T'y'}{(T'S)^3} - \frac{T''y''}{(T''S)^3} - \text{\&c.}$$
$$-\frac{Tz}{(TS)^3} - \frac{T'z'}{(T'S)^3} - \frac{T''z''}{(T''S)^3} + \text{\&c.}$$

Retranchant donc ces forces des précédentes, on aura les véritables forces qui font décrire au corps T son orbite autour du corps S, regardé comme immobile; c'est-à-dire, les valeurs des quantités X, Y, Z; on aura donc

$$X = \left(\frac{S + T}{(TS)^3} + \frac{T'}{(TT')^3} + \frac{T''}{(TT'')^3} + \text{\&c.}\right) x,$$
$$+ T'\left(\frac{1}{(T'S)^3} - \frac{1}{(TT')^3}\right) x' + T''\left(\frac{1}{(T''S)^3} - \frac{1}{(TT'')^3}\right) x'',$$
$+$ &c.

$Y =$

$$Y = \left(\frac{S + T}{(TS)^3} + \frac{T'}{(TT')^3} + \frac{T''}{(TT'')^3} + \&c.\right) y,$$

$$+ T' \left(\frac{1}{(T'S)^3} - \frac{T'}{(TT')^3}\right) y' + T'' \left(\frac{1}{(T''S)^3} + \frac{1}{(TT'')^3}\right) y'',$$

$$+ \&c.$$

$$Z = \left(\frac{S + T}{(TS)^3} + \frac{T'}{(TT')^3} + \frac{T''}{(TT'')^3} + \&c.\right) z,$$

$$+ T' \left(\frac{1}{(T'S)^3} - \frac{1}{(TT')^3}\right) z' + T'' \left(\frac{1}{(T''S)^3} - \frac{1}{(TT'')^3}\right) z'',$$

$$+ \&c.$$

& par conséquent,

$$Yz - Zy = T' \left(\frac{1}{(T'S)^3} - \frac{1}{(TT')^3}\right) \cdot (y'z - yz')$$

$$+ T'' \left(\frac{1}{(T''S)^3} - \frac{1}{(TT'')^3}\right) (y''z + yz'') + \&c.$$

$$Xz - Zx = T' \left(\frac{1}{(T'S)^3} + \frac{1}{(TT')^3}\right) (x'z - xz')$$

$$+ T'' \left(\frac{1}{(T''S)^3} - \frac{1}{(TT'')^3}\right) (x''z - xz'') + \&c.$$

(12.) On substituera donc les quantités précédentes dans les deux équations du *n.° 8*; ensuite on mettra à la place de x, y, z leurs valeurs $r \operatorname{cof.} q$, $r \operatorname{fin.} q$, $r (u \operatorname{fin.} q - s \operatorname{cof.} q)$, & à la place de x', y', z' les valeurs analogues $r' \operatorname{cof.} q'$, $r' \operatorname{fin.} q'$, $r' (u' \operatorname{fin.} q' - s' \operatorname{cof.} q')$, & ainsi des autres, en supposant généralement que les mêmes lettres, sans trait, ou avec un trait, ou avec deux, &c. représentent les mêmes quantités relativement à l'orbite du corps T, ou du corps T', ou du corps T'', &c. On aura donc, en développant les produits des sinus & des cosinus,

$$y'z - yz' = \frac{rr'}{2} (u - u') (\operatorname{cof.} (q - q') - \operatorname{cof.} (q + q'))$$

$$+ \frac{rr'}{2} (s + s') \operatorname{fin.} (q - q') - \frac{rr'}{2} (s - s') \operatorname{fin.} (q + q'),$$

$$x'z - xz' = - \frac{rr'}{2} (s - s') (\operatorname{cof.} (q - q') + \operatorname{cof.} (q + q'))$$

$$+ \frac{rr'}{2} (u + u') \operatorname{fin.} (q - q') + \frac{rr'}{2} (u - u') \operatorname{fin.} (q + q'),$$

& ainsi des autres quantités semblables. Ensuite on aura *(n.° 10)*,

$$(TS) = r\sqrt{(1 + (u \text{ sin. } q - s \text{ cos. } q^2))},$$
$$(T^{\text{I}}S) = r^{\text{I}}\sqrt{(1 + (u^{\text{I}} \text{ sin. } q^{\text{I}} - s^{\text{I}} \text{ cos. } q^{\text{I}}))},$$

&c.

$$(TT^{\text{I}}) = \sqrt{(r^2 - 2\,rr^{\text{I}} \text{ cos. } (q - q^{\text{I}}) + r^{\text{I}\,2}}$$
$$+ (ru \text{ sin. } q - rs \text{ cos. } q - r^{\text{I}}u^{\text{I}} \text{ sin. } q^{\text{I}} + r^{\text{I}}s^{\text{I}} \text{ cos. } q^{\text{I}})^2),$$
$$(TT^{\text{II}}) = \sqrt{(r^2 - 2\,rr^{\text{II}} \text{ cos. } (q - q^{\text{II}}) + r^{\text{II}\,2}}$$
$$+ (ru \text{ sin. } q - rs \text{ cos. } q - r^{\text{II}}u^{\text{II}} \text{ sin. } q^{\text{II}} + r^{\text{II}}s^{\text{II}} \text{ cos. } q^{\text{II}})^2),$$

&c.

(13.) On remarquera maintenant que, comme les orbites des Planètes sont fort peu inclinées à l'écliptique, les quantités θ, θ^{I} &c. & par conséquent aussi les quantités u, s, u^{I}, s^{I}, &c. *(n.° 8)* seront nécessairement des quantités très-petites; de sorte qu'on pourra, du moins dans le premier calcul, négliger les termes affectés de ces quantités dans les expressions des distances (TS), (TS^{I}), &c : l'erreur sera même d'autant moindre que les quantités à négliger sont très-petites du second ordre.

Les équations du *n.° 8*, deviendront donc par toutes ces substitutions & réductions,

$$R\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial t}\,s = \frac{T^{\text{I}}\,rr^{\text{I}}}{2}\left(\frac{1}{r^{\text{I}\,3}} - \frac{1}{(r^2 - 2\,rr^{\text{I}} \text{ cos. } (q - q^{\text{I}}) + r^{\text{I}\,2})^{\frac{3}{2}}}\right)$$
$$\times((u - u^{\text{I}}) \text{ cos. } (q - q^{\text{I}}) + (s + s^{\text{I}}) \text{ sin. } (q - q^{\text{I}})$$
$$- (u + u^{\text{I}}) \text{ cos. } (q + q^{\text{I}}) - (s - s^{\text{I}}) \text{ sin. } (q + q^{\text{I}}))$$
$$+ \frac{T^{\text{II}}\,rr^{\text{II}}}{2}\left(\frac{1}{r^{\text{II}\,3}} - \frac{1}{(r^2 - 2\,rr^{\text{II}} \text{ cos. } (q - q^{\text{II}}) + rr^{\text{II}\,2})^{\frac{3}{2}}}\right)$$
$$\times((u - u^{\text{II}}) \text{ cos. } (q - q^{\text{II}}) + (s + s^{\text{II}}) \text{ sin. } (q - q^{\text{II}})$$
$$- (u - u^{\text{II}}) \text{ cos. } (q + q^{\text{II}}) - (s - s^{\text{II}}) \text{ sin. } (q - q^{\text{II}}))$$
$$+ \&c.$$

$$R\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial t}\,u = \frac{T^{\text{I}}\,rr^{\text{I}}}{2}\left(\frac{1}{r^{\text{I}\,3}} - \frac{1}{(r^2 - 2\,rr^{\text{I}} \text{ cos. } (q - q^{\text{I}}) + r^{\text{I}\,2})^{\frac{3}{2}}}\right)$$
$$\times(-(s - s^{\text{I}}) \text{ cos. } (q - q^{\text{I}}) + (u + u^{\text{I}}) \text{ sin. } (q - q^{\text{I}})$$

$$-(s - s^{I}) \text{ cos. } (q + q^{I}) + (u - u^{I}) \text{ sin. } (q + q^{I}))$$

$$+ \frac{T^{II} r r^{II}}{2} \left(\frac{1}{r^{II\,3}} - \frac{1}{(r^2 - 2 r r^{II} \text{ cos. } (q - q^{II}) + r^{II\,2})^{\frac{3}{2}}}\right)$$

$$\times (-(s - s^{II}) \text{ cos. } (q - q^{II}) + (u + u^{II}) \text{ sin. } (q - q^{II})$$

$$-(s - s^{II}) \text{ cos. } (q + q^{II}) + (u - u^{II}) \text{ sin. } (q + q^{II}))$$

$+$ &c.

(14.) De plus, on pourra regarder, du moins dans la première approximation, les orbites comme circulaires, & par conséquent les rayons r, r^{I}, r^{II}, &c. comme constans, & les angles q, q^{I}, q^{II}, &c. comme proportionnels au temps, en sorte que l'on ait $q = \mu t$, $q^{I} = \mu^{I} t$, $q^{II} = \mu^{II} t$, &c; μ, μ^{I}, μ^{II}, &c. étant des constantes, telles que μt, $\mu^{I} t$, $\mu^{II} t$, &c. soient les mouvemens moyens des planètes T, T^{I}, T^{II}, &c. qui répondent au temps t.

Donc, comme $R = \frac{r^2 \partial q}{\partial t}$ (n.° 8), on aura, dans cette hypothèse, $R = \mu r^2$, & de même $R^{I} = \mu^{I} r^{I\,2}$, $R^{II} = \mu^{II} r^{II\,2}$, &c; de sorte que ces quantités seront aussi constantes.

Enfin, on sait que la quantité rompue & radicale

$$(r^2 - 2 r r^{I} \text{ cos. } (q - q^{I}) + r^{I\,2})^{-\frac{3}{2}}$$

peut se réduire à une équation de cette forme,

$$(r, r^{I}) + (r, r^{I})\, 1 \text{ cos. } (q - q^{I})$$
$$+ (r, r^{I})\, 2 \text{ cos. } 2\, (q - q^{I})$$
$$+ (r, r^{I})\, 3 \text{ cos. } 3\, (q - q^{I}) + \text{\&c.};$$

où les coëfficiens (r, r^{I}), $(r, r^{I})\, 1$, $(r, r^{I})\, 2$, $(r, r^{I})\, 3$, &c. sont des fonctions de r, & r^{I} qu'on peut trouver par différentes méthodes connues; de même, la quantité

$$(r^2 - 2 r r^{II} \text{ cos. } (q - q^{II}) + r^{II\,2})^{-\frac{3}{2}}$$

se réduira à la série

$$(r, r^{II}) + (r, r^{II})\, 1 \text{ cos. } (q - q^{II})$$
$$+ (r^{I} r^{II})\, 2 \text{ cos. } 2\, (q - q^{II})$$
$$+ (r^{I} r^{II})\, 3 \text{ cos. } 3\, (q - q^{II}) + \text{\&c};$$

& ainsi des autres quantités semblables.

Donc si on fait ces substitutions dans les deux équations ci-dessus, & qu'on sépare les termes qui contiennent les variables s & u, sans aucun sinus ou cosinus de ceux où ces mêmes variables sont multipliées par des sinus ou cosinus, on aura deux équations de cette forme,

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{T' r' (r, r')_1}{4 \mu r}(u - u') + \frac{T'' r'' (r, r'')_1}{4 \mu r}(u - u'') + \&c. + \Pi = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{T' r' (r, r')_1}{4 \mu r}(s - s') - \frac{T'' r'' (r, r'')_1}{4 \mu r}(s - s'') + \&c. + \Psi = 0,$$

dans lesquelles les quantités Π & Ψ dénotent la totalité des termes qui contiennent les variables u & s mêlées avec des sinus ou cosinus.

On aura des équations semblables pour chacun des autres corps T', T'', &c; il n'y aura pour cela qu'à marquer d'un ou de deux traits, les lettres qui n'en ont aucun, & d'effacer en même temps ceux des lettres qui sont marquées à la fois d'un trait, ou de deux, &c.

(15.) Pour intégrer les équations précédentes, on commencera par négliger les quantités Π & Ψ, & l'on aura des équations linéaires en u, s, u', s', &c. qu'on pourra intégrer par les méthodes connues; ensuite on substituera, si l'on veut, ces premières valeurs de u, s, u', &c. dans les différens termes des quantités Π & Ψ, & l'on intégrera de rechef, & ainsi de suite; or, comme dans les quantités Π & Ψ, il n'y a aucun terme qui ne soit multiplié par le sinus ou le cosinus d'un de ces angles q, q', $q \pm q'$, &c : il est clair que ces quantités ne pourront produire dans les valeurs de s & de u, que des inégalités dépendantes des lieux des Planètes dans leurs orbites ; de sorte que lorsqu'on voudra faire abstraction de ces sortes d'inégalités, & chercher uniquement les mouvemens des nœuds & les variations des inclinaisons en tant qu'ils sont indépendans des mouvemens mêmes des Planètes dans leurs orbites, on pourra rejeter d'abord les

quantités dont il s'agit, ce qui rendra les équations différentielles en s, u, s', u', &c. très-ſimples & très-faciles à intégrer. C'eſt ainſi que nous en uſerons dans la ſuite de ces recherches, dont l'objet n'eſt que de déterminer la loi des équations ſéculaires des mouvemens des nœuds, & des inclinaiſons des orbites planétaires.

(16.) Suppoſant donc pour plus de commodité,

$$(0,1) = \frac{T' r' (r, r')_1}{4 \mu r}, \quad (0,2) = \frac{T'' r'' (r, r'')_1}{4 \mu r}, \text{ \&c.}$$

$$(1,0) = \frac{T r (r,' r)_1}{4 \mu' r'}, \quad (1,2) = \frac{T'' r'' (r,' r'')_1}{4 \mu' r'}, \text{ \&c.}$$

$$(2,0) = \frac{T r (r,'' r)_1}{4 \mu'' r''}, \quad (2,1) = \frac{T' r' (r,'' r')_1}{4 \mu'' r''}, \text{ \&c.}$$

& ainſi de ſuite; on aura pour les équations ſuivantes,

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (0,1)\ (u - u') + (0,2)\ (u - u'') + \text{ \&c.} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - (0,1)\ (s - s') - (0,2)\ (s - s'') - \text{ \&c.} = 0,$$

$$\frac{\partial s'}{\partial t} + (1,0)\ (u' - u) + (1,2)\ (u' - u'') + \text{ \&c.} = 0,$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} - (1,0)\ (s' - s) - (1,2)\ (s' - s'') - \text{ \&c.} = 0,$$

$$\frac{\partial s''}{\partial t} + (2,0)\ (u'' - u) + (2,1)\ (u'' - u') + \text{ \&c.} = 0,$$

$$\frac{\partial u''}{\partial t} - (2,0)\ (s'' - s) - (2,1)\ (s'' - s') - \text{ \&c.} = 0,$$

&c.

C'eſt par l'intégration de ces équations, qu'on pourra parvenir à une ſeule ſolution exacte du Problème qui concerne le mouvement des nœuds, & la variation des inclinaiſons des orbites de pluſieurs Planètes T, T', T'', &c. en vertu de leurs attractions mutuelles. Nous allons nous en occuper après avoir fait quelques remarques qui ſerviront à jeter un plus grand jour ſur cette matière.

ARTICLE TROISIÈME.

Remarques sur les Équations qui donnent les mouvemens des nœuds & les variations des inclinaisons des orbites planétaires.

(17). Imaginons qu'il n'y ait que deux Planètes T & T', & que l'orbite de cette dernière soit fixe & immobile : on pourra alors regarder le plan de cette orbite comme celui de l'écliptique, & y rapporter l'orbite mobile de la Planète T. De cette manière, θ sera la tangente de l'inclinaison, & ω la longitude du nœud de l'orbite de T sur l'orbite de T'; la tangente θ' de l'inclinaison de cette dernière orbite sera nulle : par conséquent, on aura $s' = 0$, $u' = 0$, & toutes les autres quantités s'', u'', &c, seront aussi nulles, parce qu'on ne considère que les seules Planètes T & T'.

Donc dans cette hypothèse, les équations du *n.° 16* se réduiront à ces deux-ci :

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (0,1)\, u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} - (0,1)\, s = 0;$$

d'où l'on tire sur le champ celle-ci,

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + (0,1)^2\, s = 0; \text{ laquelle donne}$$

$$s = A\ (\alpha \text{ sin.} \quad - (0,1)\ t\ ),$$

& de-là,

$$u = A \text{ cos. } (\alpha - (0,1)\ t\ );$$

donc tang. $\omega = \frac{s}{u} =$ tang. $(a^2 = (0,1)\, t)$, c'est-à-dire, $\omega = \alpha - (0,1)\, t$; & $\theta = \sqrt{(s^2 + u^2)} = A$, où α & A sont deux constantes arbitraires.

On voit par-là, que l'inclinaison de deux orbites sera constante, & que le nœud de l'orbite mobile de la Planète T, aura, sur l'orbite fixe de la Planète T', un mouvement

rétrograde, dont la vîtesse sera exprimée par la quantité $(0,1) = \frac{T' r^2 (r, r') I}{4 \mu r}$, ou bien $= \frac{T' r' r^2 (r, r') I \mu}{4 S}$, à cause de $\mu = \frac{S}{r^3}$ par les théorèmes connus; c'est ce qui s'accorde avec le résultat des méthodes ordinaires.

(18). En appliquant le même raisonnement à toutes les orbites considérées successivement deux à deux, & supposées alternativement l'une mobile & l'autre fixe, on en conclura, en général, que les quantités (0,1) (0,2) (0,3), &c. ne sont autre chose que les vîtesses rétrogrades des nœuds de l'orbite de la Planète T sur les orbites des Planètes T', T'', T''', &c. considérées comme fixes; que de même les quantités (1,0), (1,2), (1,3), &c. expriment les vîtesses rétrogrades des nœuds de l'orbite de la Planète T' sur les orbites des Planètes T, T'', T''', &c. considérées comme fixes; que les quantités (2,0), (2,1), (2,3), expriment pareillement les vîtesses rétrogrades des nœuds de l'orbite de la Planète T'' sur celles des planètes T, T', T''', &c. & ainsi de suite.

D'où il s'ensuit qu'il suffit de connoître les mouvemens particuliers des nœuds de chaque orbite sur chacune des autres, regardée comme fixe, pour pouvoir déterminer les véritables mouvemens des nœuds & les variations des inclinaisons des mêmes orbites, relativement à l'écliptique: mais il faut pour cela intégrer deux fois autant d'équations de la forme de celles du *n.° 16*, qu'il y a d'orbites mobiles à considérer.

(19). M. de la Lande a donné dans les Mémoires de l'*année 1758*, le calcul du mouvement annuel des nœuds de l'orbite de chacune des six Planètes principales sur les orbites de toutes les autres, regardées comme fixes; on aura donc par-là les valeurs des coëfficiens (0,1), (0,2), &c. mais comme M. de la Lande a adopté pour les masses des Planètes

les déterminations de M. Euler, lesquelles sont un peu différentes de celles qui résultent des dernières observations du passage de Vénus, nous avons cru devoir changer les valeurs des mouvemens des nœuds, trouvées par M. de la Lande, en sorte qu'elles répondent aux valeurs des masses établies par ces observations, & qui se trouvent dans la Connoissance des Temps de l'*année 1774.*

Les logarithmes des fractions qui représentent les masses de Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter & Saturne (celle du Soleil étant prise pour l'unité), telles que M. de la Lande les a employées dans l'endroit cité, sont 3,37345; 4,39467; 4,77139; 3,02666; 6,97184; 6,51985; mais d'après la Connoissance des temps, je trouve ceux-ci: 3,58930; 4,50567; 4,43722; 3,77941; 6,96870; 6,46620. Donc, comme les mouvemens des nœuds sont (les temps périodiques & les rapports des distances au Soleil demeurant les mêmes) proportionnels aux masses des Planètes qui les produisent *(n.° 17)*, il faudra multiplier respectivement ceux que M. de la Lande a trouvés par les nombres, dont les logarithmes sont les différences des précédens; savoir 0,21595; 0,11100; 9,66583; 0,75275; 9,99686; 9,94635.

Supposant donc que le terme t soit exprimé en années tropiques, & que $T, T^{I}, T^{II}, T^{III}, T^{IV}, T^{V}$ soient les six Planètes premières, suivant l'ordre de leur grosseur: savoir, Jupiter, Saturne, la Terre, Vénus, Mars & Mercure, on aura les valeurs suivantes:

(0,1)

(0,1) = 7″,564.	(0,2) = 0″,030.	(0,3) = 0″,005.
(1,0) = 17,773.	(1,2) = 0,0009.	(1,3) = 0,0007.
(2,0) = 6,874.	(2,1) = 0,334.	(2,3) = 6,646.
(3,0) = 4,100.	(3,1) = 0,203.	(3,2) = 6,703.
(4,0) = 14,060.	(4,1) = 0,645.	(4,2) = 1,773.
(5,0) = 1,564.	(5,1) = 0,080.	(5,2) = 0,867.

(0,4) = 0″,271.	(0,5) = 0″,0002.
(1,4) = 0,028.	(1,5) = 0,00002.
(2,4) = 0,532.	(2,5) = 0,077.
(3,4) = 0,515.	(3,5) = 0,330.
(4,3) = 1,701.	(4,5) = 0,013.
(5,3) = 3,749.	(5,4) = 0,051.

Au reſte, comme il n'y a que les maſſes de Saturne, de Jupiter & de la Terre qui ſoient bien connues, & que les autres n'ont été déterminées que d'après l'hypothèſe que les denſités ſont comme les racines des moyens mouvemens, on ne doit regarder comme vraiment exactes, que les valeurs des quantités où après la virgule il y a un de ces chiffres 0, 1, 2, entre les deux crochets.

(20). Les mouvemens particuliers de chaque orbite ſur chacune des autres étant donnés, il eſt clair que c'eſt un Problème purement analytique de déterminer le changement de poſition des orbites au bout d'un temps quelconque. Les équations du *n.° 16*, renferment la ſolution complète de ce Problème dans l'hypothèſe que les inclinaiſons des orbites ſoient très-petites: mais comme ces équations ont été déduites immédiatement de la théorie de la gravitation univerſelle, il ne ſera peut-être pas inutile de faire voir comment on y peut parvenir directement, par la ſimple conſidération des mouvemens particuliers des nœuds de chaque orbite ſur chacune des autres, regardée comme fixe.

(21). Conſidérons, pour cet effet, deux orbites ſeulement, pour leſquelles les lieux des nœuds ſur l'écliptique ſoient ω, ω^{I}, & les tangentes des inclinaiſons θ, θ^{I}; & ſuppoſons que la longitude du nœud de la première de ces orbites ſur la ſeconde, ſoit ψ, & la tangente de l'inclinaiſon mutuelle de l'une à l'autre, ſoit η; on ſait que la tangente de la latitude correſpondante à une longitude quelconque φ, ſera pour la première orbite $= \theta$ ſin. $(\varphi - \omega)$, & pour la ſeconde $= \theta^{\text{I}}$ ſin. $(\varphi - \omega^{\text{I}})$, & de même en rapportant cette orbite-là à celle-ci, la tangente de la latitude correſpondante à la longitude φ, comptée ſur cette dernière orbite, ſera exprimée par η ſin. $(\varphi - \psi)$.

Or à cauſe que les deux orbites ſont ſuppoſées très-peu inclinées à l'écliptique, il eſt clair que les tangentes des latitudes doivent être, à très-peu-près, égales aux latitudes elles-mêmes : de plus, il eſt facile de voir que le cercle de latitude, correſpondant à la longitude φ comptée ſur l'écliptique, ſe confondra auſſi, à très-peu-près, avec le cercle de latitude correſpondant à la même longitude φ, mais comptée ſur l'une des orbites. De-là il eſt aiſé de conclure que la tangente de latitude η ſin. $(\varphi - \psi)$, ſera à très-peu-près égale à la différence des deux tangentes de latitude θ ſin. $(\varphi - \omega)$ & θ^{I} ſin. $(\varphi - \omega^{\text{I}})$, de ſorte qu'on aura cette équation η ſin. $(\varphi - \psi) = \theta$ ſin. $(\varphi - \omega) - \theta^{\text{I}}$ ſin. $(\varphi - \omega^{\text{I}})$, laquelle devra avoir lieu en général, quelle que ſoit la longitude φ; on aura donc néceſſairement ces deux équations particulières,

$$\eta \text{ ſin. } \psi = \theta \text{ ſin. } \omega - \theta^{\text{I}} \text{ ſin. } \omega^{\text{I}},$$
$$\eta \text{ coſ. } \psi = \theta \text{ coſ. } \omega - \theta^{\text{I}} \text{ coſ. } \omega^{\text{I}},$$

leſquelles ſerviront à déterminer le lieu du nœud commun, & la tangente de l'inclinaiſon mutuelle de deux orbites dont on connoît les lieux des nœuds, & les inclinaiſons ſur l'écliptique. On aura, en effet, par les deux formules précédentes,

$$\text{tang.}\ \psi = \frac{\theta\ \text{fin.}\ \omega - \theta'\ \text{fin.}\ \omega}{\theta\ \text{cof.}\ \omega - \theta'\ \text{cof.}\ \omega}$$

$$\varkappa = \sqrt{(\theta^2 + \theta'^2) - 2\,\theta\theta'\ \text{cof.}\ (\omega - \omega')}.$$

(22). Cela posé, imaginons que la première des deux orbites, celle à laquelle répondent les élémens θ & ω, se mouve sur l'autre orbite regardée comme fixe, en sorte que l'inclinaison demeure constante, & que le nœud rétrograde avec une vîtesse représentée par $(0,1)$; il est clair que dans cette hypothèse, la quantité $\varkappa$ sera constante, & que l'angle ψ variera de la quantité $-(0,1)\,\partial t$, en sorte qu'on aura

$$\partial.\varkappa\ \text{fin.}\ \psi = \varkappa\ \text{cof.}\ \psi \times -(0,1)\,\partial t,$$

&

$$\partial.\varkappa\ \text{cof.}\ \psi = -\varkappa\ \text{fin.}\ \psi \times -(0,1)\,\partial t;$$

mais par le *n.° précédent*, on a $\varkappa\ \text{fin.}\ \psi = \theta\ \text{fin.}\ \omega - \theta'\ \text{fin.}\ \omega'$ & $\varkappa\ \text{cof.}\ \psi = \theta\ \text{cof.}\ \omega - \theta'\ \text{cof.}\ \omega'$; & comme l'orbite à laquelle répondent les élémens θ' & ω', est regardée comme immobile, pendant que l'autre orbite est supposée rétrograder sur elle de la quantité $(0,1)\,\partial t$, il est clair qu'il faudra regarder, dans la différentiation, les quantités θ' & ω' comme constantes, & les quantités θ & ω comme seules variables; c'est pourquoi on aura donc $\partial.\varkappa\ \text{fin.}\ \psi = \partial.\theta\ \text{fin.}\ \omega$, & $\partial.\varkappa\ \text{cof.}\ \psi = \partial.\theta\ \text{cof.}\ \omega$. Substituant donc ces valeurs dans les deux équations précédentes, elles deviendront

$$\partial.\theta\ \text{fin.}\ \omega = -(0,1)\ (\theta\ \text{cof.}\ \omega - \theta'\ \text{cof.}\ \omega')\,\partial t$$

$$\partial.\theta\ \text{cof.}\ \omega = (0,1)\ (\theta\ \text{fin.}\ \omega - \theta'\ \text{fin.}\ \omega')\,\partial t.$$

S'il y avoit une troisième orbite pour laquelle le lieu du nœud fût ω'' & la tangente de l'inclinaison θ', & qu'on supposât que la première orbite dût rétrograder sur celle-ci, regardée comme immobile, avec une vîtesse $= (0,2)$, & en gardant la même inclinaison mutuelle, on auroit pareillement, en vertu de ce mouvement,

$$\partial.\theta\ \text{fin.}\ \omega = -(0,2)\ (\theta\ \text{cof.}\ \omega - \theta''\ \text{cof.}\ \omega'')\,\partial t,$$

$$\partial.\theta\ \text{cof.}\ \omega = (0,2)\ (\theta\ \text{fin.}\ \omega - \theta''\ \text{fin.}\ \omega'')\,\partial t,$$

Donc, si on suppose que la même orbite soit mobile à la fois sur les deux autres, il est clair que les différentielles de θ sin. ω & de θ cos. ω, auront pour valeurs, la somme des valeurs particulières qui répondent aux vîtesses (0,1), (0,2); par conséquent on aura, pour lors, en divisant par ∂t,

$$\frac{\partial . \theta \text{ sin. } \omega}{\partial t} = -(0,1)\,(\theta \text{ cos. } \omega - \theta^{I} \text{ cos. } \omega^{I})$$
$$-(0,2)\,(\theta \text{ cos. } \omega - \theta^{II} \text{ cos. } \omega^{II}),$$
$$\frac{\partial . \theta \text{ cos. } \omega}{\partial t} = (0,1)\,(\theta \text{ sin. } \omega - \theta^{I} \text{ sin. } \omega^{I})$$
$$+(0,2)\,(\theta \text{ sin. } \omega - \theta^{II} \text{ sin. } \omega^{II}).$$

Il est aisé maintenant d'étendre ces formules à tant d'orbites mobiles, à la fois, qu'on voudra, & si on y met s, s^{I}, &c. à la place de θ sin. ω, θ^{I} sin. ω^{I}, & u, u^{I}, &c. à la place de θ cos. ω, θ^{I} cos. ω^{I}, &c. suivant les dénominations établies plus haut, on en verra naître les équations mêmes du *n.° 16*.

(23.) Comme l'on a $\partial . \theta$ sin. $\omega = \theta$ cos. $\omega \partial \omega +$ sin. $\omega \partial \theta$ & $\partial . \theta$ cos. $\omega = - \theta$ sin. $\omega \partial \omega +$ cos. $\omega \partial \theta$, il s'ensuit que si l'on prend la différence & la somme des deux équations ci-dessus, après les avoir multipliées respectivement par cos. ω, & sin. ω dans le premier cas, & par sin. & cos. ω dans le second cas, on aura

$$\frac{\theta \partial \omega}{\partial t} = -(0,1)\,(\theta - \theta^{I} \text{ cos. } (\omega - \omega^{I}))$$
$$-(0,2)\,(\theta - \theta^{II} \text{ cos. } (\omega - \omega^{II})),$$
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = (0,1)\,\theta^{I} \text{ sin. } (\omega - \omega^{I})$$
$$+(0,2)\,\theta^{II} \text{ sin. } (\omega - \omega^{II});$$

& l'on aura des équations semblables pour les valeurs de $\partial \omega^{I}$, $\partial \theta^{I}$ &c.

Ces équations sont sur-tout utiles pour déterminer les changemens instantanés dans les lieux des nœuds, & dans les inclinaisons de plusieurs orbites mobiles les unes sur les autres, mais elles seroient fort difficiles à intégrer sous cette forme.

(24.) Au reste, on doit se ressouvenir que les équations précédentes sont fondées sur l'hypothèse que les inclinaisons des orbites à l'écliptique soient très-petites; ainsi elles ne peuvent être regardées comme exactes, qu'autant que cette hypothèse a lieu. Si on vouloit résoudre le Problème en général pour des inclinaisons quelconques, il faudroit suivre un autre chemin, ainsi que nous l'avons fait dans un Mémoire particulier sur cette matière, que nous avons donné à l'Académie de Berlin, & qui renferme la solution complète du cas où il n'y a que deux orbites mobiles; quant au cas où il y auroit trois orbites mobiles, nous avons trouvé qu'il dépend de la rectification des sections coniques, de sorte que la solution de ce cas, & à plus forte raison celle des cas plus compliqués, échappe nécessairement à toutes les méthodes analytiques connues. Mais comme les orbites des Planètes sont toutes à peu-près dans un même plan, & qu'il en est de même de celles des satellites de Jupiter & de Saturne, la solution générale du Problème dont il s'agit, seroit plus curieuse qu'utile dans le système du monde.

ARTICLE QUATRIÈME.

Intégration des équations qui donnent les mouvemens des nœuds & les variations des inclinaisons des orbites planétaires.

(25.) Les équations qu'il s'agit d'intégrer, sont celles du *n.° 16*, dont le nombre est, comme l'on voit, double de celui des orbites mobiles; or pour peu qu'on considère la forme de ces équations, on verra aisément qu'on y peut satisfaire par les valeurs suivantes:

$s = A \text{ sin. } (at + \alpha)$, $u = A \text{ cos. } (at + \alpha)$,
$s' = A' \text{ sin. } (at + \alpha)$, $u' = A' \text{ cos. } (at + \alpha)$,
$s'' = A'' \text{ sin. } (at + \alpha)$, $u'' = A'' \text{ cos. } (at + \alpha)$,
&c. &c.

où a, α & A, A', A'', &c. sont des constantes indéterminées.

Les ſubſtitutions faites, on aura ces équations de condition

$$a A + (0,1)(A - A') + (0,2)(A - A'') + \&c. = 0,$$
$$a A' + (1,0)(A' - A) + (1,2)(A' - A'') + \&c. = 0,$$
$$a A'' + (2,0)(A'' - A) + (2,1)(A'' - A') + \&c. = 0,$$
&c.

dont le nombre eſt égal à celui des quantités A, A', A'', &c. & n'eſt par conſéquent que la moitié de celui des équations différentielles, en ſorte qu'il eſt égal au nombre des orbites mobiles.

Suppoſons que ce nombre ſoit n; on aura donc n conſtantes indéterminées A, A', A'', &c. & n équations entre ces conſtantes; mais en éliminant ſucceſſivement ces mêmes conſtantes, on verra toujours que la dernière s'en ira d'elle-même; en ſorte qu'il en reſtera néceſſairement une d'indéterminée; & l'on trouvera pour équation finale une équation en a du degré n.ème; laquelle ſervira par conſéquent à déterminer la conſtante a.

Il reſtera donc deux conſtantes indéterminées A, par exemple, & α; & comme l'équation qui doit donner a eſt du n.ème degré, on en pourra tirer n valeurs différentes de a; moyennant quoi on aura n valeurs particulières de chacune des $2n$ variables s, s', s'', &c. u, u', u'', &c. leſquelles ſatisferont toutes également aux équations différentielles données; & il eſt facile de voir, par la nature même de ces équations, que pour avoir la valeur complète de chacune des variables dont il s'agit, il n'y aura qu'à prendre la ſomme des n valeurs particulières de la même variable en donnant différentes valeurs aux conſtantes arbitraires.

Si donc on dénote par a, b, c, &c. les n racines de l'équation en a, & qu'on prenne n coëfficiens arbitraires A, B, C, &c. & autant d'angles arbitraires, α, β, γ, &c. on aura

$$s = A \text{ fin. } (at + \alpha) + B \text{ fin. } (bt + \beta) + C \text{ fin. } (ct + \gamma) + \&c.$$
$$s' = A' \text{ fin. } (at + \alpha) + B' \text{ fin. } (bt + \beta) + C' \text{ fin. } (ct + \gamma) + \&c.$$
$$s'' = A'' \text{ fin. } (at + \alpha) + B'' \text{ fin. } (bt + \beta) + C'' \text{ fin. } (ct + \gamma) + \&c.$$
&c.
$$u = A \text{ cof. } (at + \alpha) + B \text{ cof. } (bt + \beta) + C \text{ cof. } (ct + \gamma) + \&c.$$
$$u' = A' \text{ cof. } (at + \alpha) + B' \text{ cof. } (bt + \beta) + C' \text{ cof. } (ct + \gamma) + \&c.$$
$$u'' = A'' \text{ cof. } (at + \alpha) + B'' \text{ cof. } (bt + \beta) + C'' \text{ cof. } (ct + \gamma) + \&c.$$
&c.

Les quantités B', B'', &c. devant être données par B & b, & les quantités C', C'', &c. devant l'être par C & c, & ainſi des autres, de la même manière & par les mêmes équations que les quantités A', A'', &c. le ſont par a & A.

(26.) Pour déterminer maintenant les $2n$ conſtantes arbitraires A, B, C, &c. α, β, γ, &c. il faudra ſuppoſer que l'on connoiſſe les valeurs des $2n$ variables s, s', s'', &c. u, u', u'', &c. pour une époque quelconque, par exemple, lorſque $t = 0$, & déſignant ces valeurs données, par S, S', S'', &c. V, V', V'', &c. on aura les équations,

$$S = A \text{ fin. } \alpha + B \text{ fin. } \beta + C \text{ fin. } \gamma + \&c.$$
$$S' = A' \text{ fin. } \alpha + B' \text{ fin. } \beta + C' \text{ fin. } \gamma + \&c.$$
$$S'' = A'' \text{ fin. } \alpha + B'' \text{ fin. } \beta + C'' \text{ fin. } \gamma + \&c.$$
&c.
$$V = A \text{ cof. } \alpha + B \text{ cof. } \beta + C \text{ cof. } \gamma + \&c.$$
$$V' = A' \text{ cof. } \alpha + B' \text{ cof. } \beta + C' \text{ cof. } \gamma + \&c.$$
$$V'' = A'' \text{ cof. } \alpha + B'' \text{ cof. } \beta + C'' \text{ cof. } \gamma + \&c.$$
&c.

leſquelles étant auſſi au nombre de $2n$, ſerviront à déterminer toutes les conſtantes dont il s'agit.

Quoique cette détermination ſoit toujours facile dans les cas particuliers, au moyen des règles connues de l'élimination; cependant ſi on vouloit traiter la queſtion en général pour un nombre quelconque d'orbites mobiles, on tomberoit néceſſairement dans des formules très-compliquées & dont la loi ſeroit difficile à apercevoir; c'eſt pourquoi j'ai cru devoir chercher une méthode particulière pour remplir cet

objet, & je me flatte que celle que je vais donner pourra mériter l'attention des Géomètres, tant par sa simplicité & sa généralité que par l'utilité dont elle pourra être dans plusieurs autres occasions.

(27.) Considérons les n équations

$$S = A \text{ fin.}\,\alpha + B \text{ fin.}\,\beta + C \text{ fin.}\,\gamma + \&c.$$
$$S' = A' \text{ fin.}\,\alpha + B' \text{ fin.}\,\beta + C' \text{ fin.}\,\gamma + \&c.$$
$$S'' = A'' \text{ fin.}\,\alpha + B'' \text{ fin.}\,\beta + C'' \text{ fin.}\,\gamma + \&c.$$
&c.

Il est visible que toutes les équations qu'on fera sur celles-ci pourront s'appliquer aussi aux autres équations, en changeant seulement les quantités S, S', S'', &c. en V, V', V'', &c. & fin. α, fin. β, fin. γ, &c. en cof. α, cof. β, cof. γ, &c.

On formera d'abord les quantités suivantes,

$$S\,1 = -(0,1)(S - S') - (0,2)(S - S'') - \&c.$$
$$S'\,1 = -(1,0)(S' - S) - (1,2)(S' - S'') - \&c.$$
$$S''1 = -(2,0)(S'' - S) - (2,1)(S'' - S') - \&c.$$
&c.

dont la forme est, comme l'on voit, analogue à celle des équations différentielles proposées (*n.° 16*); il est aisé de prouver, en substituant les valeurs ci-dessus de S, S', S'', &c. & ayant égard aux équations de condition du *n.° 22*, lesquelles doivent avoir lieu également entre les quantités a, A, A', A'', &c. b, B, B', B'', &c. c, C, C', C'', &c. il est aisé de prouver, dis-je, qu'on aura

$$S\,1 = aA \text{ fin.}\,\alpha + bB \text{ fin.}\,\beta + cC \text{ fin.}\,\gamma + \&c.$$
$$S'\,1 = aA' \text{ fin.}\,\alpha + bB' \text{ fin.}\,\beta + cC' \text{ fin.}\,\gamma + \&c.$$
$$S''1 = aA'' \text{ fin.}\,\alpha + bB'' \text{ fin.}\,\beta + cC'' \text{ fin.}\,\gamma + \&c.$$
&c.

Ensuite de la même manière que les quantités $S\,1$, $S'\,1$, $S''\,1$, &c. sont formées des quantités S, S', S'', &c. je forme les quantités $S\,2$, $S'\,2$, $S''\,2$, &c. de celles-ci $S\,1$, $S'\,1$, $S''\,1$, &c. & pareillement je forme les quantités $S\,3$, $S'\,3$, $S''\,3$, &c. des quantités précédentes $S\,2$, $S'\,2$, $S''\,2$, &c.

& ainsi

& ainſi de ſuite; j'aurai, en vertu des mêmes équations de condition, les équations ſuivantes,

$$S\,2 = a^2 A \text{ ſin.}\,\alpha + b^2 B \text{ ſin.}\,\beta + c^2 C \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
$$S^{I}\,2 = a^2 A^{I} \text{ ſin.}\,\alpha + b^2 B^{I} \text{ ſin.}\,\beta + c^2 C^{I} \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
$$S^{II}\,2 = a^2 A^{II} \text{ ſin.}\,\alpha + b^2 B^{II} \text{ ſin.}\,\beta + c^2 C^{II} \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
&c.
$$S\,3 = a^3 A \text{ ſin.}\,\alpha + b^3 B \text{ ſin.}\,\beta + c^3 C \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
$$S^{I}\,3 = a^3 A^{I} \text{ ſin.}\,\alpha + b^3 B^{I} \text{ ſin.}\,\beta + c^3 C^{I} \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
$$S^{II}\,3 = a^3 A^{II} \text{ ſin.}\,\alpha + b^3 B^{II} \text{ ſin.}\,\beta + c^3 C^{II} \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
&c.

& ainſi de ſuite.

Il faudra continuer ces ſuites d'équations juſqu'à la n.^{ième} incluſivement, laquelle ſera donc repréſentée ainſi:

$$S\,(n-1) = a^{n-1} A \text{ ſin.}\,\alpha + b^{n-1} B \text{ ſin.}\,\beta + c^{n-1} C \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
$$S^{I}\,(n-1) = a^{n-1} A \text{ ſin.}\,\alpha + b^{n-1} B \text{ ſin.}\,\beta + c^{n-1} C \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
$$S^{II}(n-1) = a^{n-1} A \text{ ſin.}\,\alpha + b^{n-1} B \text{ ſin.}\,\beta + c^{n-1} C \text{ ſin.}\,\gamma + \text{\&c.}$$
&c.

Cela poſé, je conſidère l'équation dont les racines ſont a, b, c, &c. & je la repréſente en général par

$$x^n + \lambda x^{n-1} + \mu x^{n-2} + \nu x^{n-3} + \pi x^{n-4} + \text{\&c.} = 0.$$

en mettant x à la place de a pour plus de généralité. J'élimine de cette équation une des racines, comme a, en la diviſant par $x - a$, ce qui me donne le quotient

$$x^{n-1} + (a + \lambda)\, x^{n-2} + (a^2 + \lambda a + \mu)\, x^{n-3}.$$
$$+ (a^3 + \lambda a^2 + \mu a + \nu)\, x^{n-4} + \text{\&c.}$$
$$+ a^{n-1} + \lambda a^{n-2} + \mu a^{n-3} + \nu a^{n-4} + \text{\&c.} = 0.$$

Cette équation n'aura donc plus pour racines que les $n - 1$ quantités b, c, &c. de ſorte que ſon premier membre ne deviendra égal à zéro qu'en faiſant $x = b$, ou $x = c$, ou &c; mais en faiſant $x = a$, il deviendra

$$n\, a^{n-1} + (n-1)\, \lambda a^{n-2} + (n-2)\, \mu a^{n-3} + \text{\&c.}$$

Si dans l'équation précédente, on change a en b ou en c, ou, &c; on aura une équation qui ſera vraie pour toutes les racines excepté b, ou c, &c.

Je ſuppoſe maintenant que je veuille déterminer les valeurs des n quantités A ſin. α, B ſin. β, C ſin. γ, &c, je n'aurai qu'à prendre les n équations

$$S = A \text{ ſin. } \alpha + B \text{ ſin. } \beta + C \text{ ſin. } \gamma + \&c.$$
$$S1 = a A \text{ ſin. } \alpha + b B \text{ ſin. } \beta + c C \text{ ſin. } \gamma + \&c.$$
$$S2 = a^2 A \text{ ſin. } \alpha + b^2 B \text{ ſin. } \beta + c^2 C \text{ ſin. } \gamma + \&c.$$
&c.
$$S(n-1) = a^{n-1} A \text{ ſin. } \alpha + b^{n-1} B \text{ ſin. } \beta + c^{n-1} C \text{ ſin. } \gamma + \&c.$$

& les ajouter enſemble après les avoir multipliées reſpectivement par les coëfficiens de l'équation ci-deſſus pris à rebours, c'eſt-à-dire, en commençant par le dernier

$$a^{n-1} + \lambda a^{n-2} + \&c.$$

Il s'enſuit de ce que nous avons dit ſur la nature de cette équation, que le coëfficient de la quantité A ſin. α deviendra

$$n a^{n-1} + (n-1) \lambda a^{n-2} + (n-2) \mu a^{n-3} + \&c.$$

& que les coëfficiens des autres quantités B ſin. β, C ſin. γ, &c. deviendront tous nuls à la fois ; de ſorte que diviſant toute l'équation par le coëfficient de A ſin. α, on aura ſur le champ la valeur de cette même quantité. Donc

$$A \text{ ſin. } \alpha = (a^{n-1} + \lambda a^{n-2} + \mu a^{n-3} + \nu a^{n-4} + \&c.) S.$$
$$+ (a^{n-2} + \lambda a^{n-3} + \mu a^{n-4} + \&c.) S1.$$
$$+ (a^{n-3} + \lambda a^{n-4} + \&c.) S2.$$
&c.
$$+ (a + \lambda) S(n-2) + S(n-1).$$

diviſée par

$$n a^{n-1} + (n-1) \lambda a^{n-2} + (n-2) \mu a^{n-3} + (n-3) \nu a^{n-4} + \&c.$$

On trouvera de même les valeurs des quantités B ſin. β, C ſin. γ, &c. & il n'y aura pour cela qu'à changer dans l'expreſſion précédente de A ſin. α, la racine a ſucceſſivement en b, c, &c.

Si on traite d'une manière ſemblable les n équations

$$S^1 = A^1 \text{ ſin. } \alpha + B^1 \text{ ſin. } \beta + C^1 \text{ ſin. } \gamma + \&c.$$
$$S^1 1 = a A^1 \text{ ſin. } \alpha + b B^1 \text{ ſin. } \beta + c C^1 \text{ ſin. } \gamma + \&c.$$
$$S^1 2 = a^2 A^1 \text{ ſin. } \alpha + b^2 B^1 \text{ ſin. } \beta + c^2 C^1 \text{ ſin. } \gamma + \&c.$$
&c.

on déduira les valeurs des n quantités $A^{\prime}$ ſin. α, $B^{\prime}$ ſin. β, $C^{\prime}$ ſin. γ, &c ; & il eſt clair que ces valeurs ne différeront de celles de A ſin. α, B ſin. β, C ſin. γ trouvées ci-deſſus qu'en ce qu'à la place des quantités S, $S1$, $S2$, &c, il y aura les quantités $S^{\prime}$, $S^{\prime}1$, $S^{\prime}2$, &c.

De-là il eſt facile de conclure que ſi dans les mêmes valeurs de A ſin. α, B ſin. β, C ſin. γ, &c. on met à la place des quantités S, $S1$, $S2$, &c. les quantités $S^{\prime\prime}$, $S^{\prime\prime}1$, $S^{\prime\prime}2$, &c. ou $S^{\prime\prime\prime}$, $S^{\prime\prime\prime}1$, $S^{\prime\prime\prime}2$, &c. ou &c ; on aura les valeurs des quantités $A^{\prime\prime}$ ſin. α, $B^{\prime\prime}$ ſin. β, $C^{\prime\prime}$ ſin. γ, &c. ou $A^{\prime\prime\prime}$ ſin. α, $B^{\prime\prime\prime}$ ſin. β, $C^{\prime\prime\prime}$ ſin. γ, &c. ou &c.

Enfin, ſi dans les valeurs précédentes on change les quantités S, $S^{\prime}$, $S^{\prime\prime}$, &c. $S1$, $S^{\prime}1$, $S^{\prime\prime}1$, &c. $S2$, $S^{\prime}2$, $S^{\prime\prime}2$, &c. &c. en V, $V^{\prime}$, $V^{\prime\prime}$, &c. $V1$, $V^{\prime}1$, $V^{\prime\prime}1$, &c. $V2$, $V^{\prime}2$, $V^{\prime\prime}2$, &c. &c. (ces quantités $V1$, $V^{\prime}1$, $V^{\prime\prime}1$, &c. $V2$, $V^{\prime}2$, $V^{\prime\prime}2$, &c, &c. étant formées des quantités V, $V^{\prime}$, $V^{\prime\prime}$, &c. de la même manière que les quantités $S1$, $S^{\prime}1$, $S^{\prime\prime}1$, &c. $S2$, $S^{\prime}2$, $S^{\prime\prime}2$, &c. le ſont des quantités S, $S^{\prime}$, $S^{\prime\prime}$, &c.) on aura les valeurs des quantités correſpondantes,

A coſ. α, B coſ. β, C coſ. γ, &c.
$A^{\prime}$ coſ. α, $B^{\prime}$ coſ. β, $C^{\prime}$ coſ. γ, &c.
$A^{\prime\prime}$ coſ. α, $B^{\prime\prime}$ coſ. β, $C^{\prime\prime}$ coſ. γ, &c.

(28.) Au reſte, dès qu'on aura trouvé les valeurs des quantités A ſin. α, B ſin. β, C ſin. γ, &c. & A coſ. α, B coſ. β, C coſ. γ, &c. on pourra d'abord déterminer celles des coëfficiens A, B, C, &c. & des angles α, β, γ, &c. après quoi il ſuffira de chercher encore les valeurs des quantités $A^{\prime}$ ſin. α, $B^{\prime}$ ſin. β, $C^{\prime}$ ſin. γ, &c. $A^{\prime\prime}$ ſin. α, $B^{\prime\prime}$ ſin. β, $C^{\prime\prime}$ ſin. γ, &c. pour pouvoir déterminer celles des autres coëfficiens $A^{\prime}$, $B^{\prime}$, $C^{\prime}$, $A^{\prime\prime}$, $B^{\prime\prime}$, $C^{\prime\prime}$, &c. ou bien on pourra, ſi on l'aime mieux, employer les équations de condition du *n.*° 24 pour déterminer les quantités $A^{\prime}$, $A^{\prime\prime}$, &c. en A; & comme les mêmes

équations doivent avoir lieu entre les quantités B, B', B'', &c. ainsi qu'entre les quantités $C, C' C''$, &c. &c. en changeant seulement a en b ou en c, &c. on aura également les valeurs de B', B'', &c. en B, de C', C'', &c. en C, & ainsi des autres.

(29.) S'il n'y a que deux orbites mobiles, les équations de condition du *n.° 24*, seront

$$(a + (0,1))\, A - (0,1)\, A' = 0,$$
$$(1,0)\, A - (a + (1,0))\, A' = 0;$$

d'où l'on tire cette équation en a ou en x (en changeant a en x)

$$(x + (0,1))\, (x + (1,0)) - (0,1)\, (1,0) = 0,$$

laquelle est évidemment du second degré.

Si les orbites mobiles sont au nombre de trois, on aura ces trois équations de condition,

$$(a + (0,1) + (0,2))\, A - (0,1)\, A' - (0,2)\, A'' = 0,$$
$$(1,0)\, A - (a + (1,0) + (1,2))\, A' + (1,2)\, A'' = 0,$$
$$(2,0)\, A + (2,1)\, A' - (a + (2,0) + (2,1))\, A'' = 0;$$

d'où l'on tirera par les formules connues cette équation finale en a ou en x,

$$\begin{aligned}[x + (0,1) + (0,2)]\,[x + (1,0) + (1,2)]\,[x + (2,0) + (2,1)]\\ - [x + (0,1) + (0,2)]\,(1,2)\,(2,1)\\ - [x + (1,0) + (1,2)]\,(0,2)\,(2,0)\\ - [x + (2,0) + (2,1)]\,(0,1)\,(1,0)\\ - (0,1)\,(1,2)\,(2,0) - (1,0)\,(2,1)\,(0,2) = 0,\end{aligned}$$

laquelle est comme l'on voit du troisième degré.

S'il y avoit quatre orbites mobiles, on auroit alors ces quatre équations de condition,

$$(a + (0,1) + (0,2) + (0,3))\, A - (0,1)\, A' - (0,2)\, A'' - (0,3)\, A''' = 0,$$
$$(1,0)\, A - (a + (1,0) + (1,2) + (1,3))\, A' + (1,2)\, A'' + (1,3)\, A''' = 0,$$
$$(2,0)\, A + (2,1)\, A' - (a + (2,0) + (2,1) + (2,3))\, A'' + (2,3)\, A''' = 0,$$
$$(3,0)\, A + (3,1)\, A' + (3,2)\, A'' - (a + (3,0) + (3,1) + (3,2))\, A''' = 0,$$

lesquelles donneroient sur le champ celle-ci en a ou en x,

$$\begin{aligned}
&(x + (0,1) + (0,2) + (0,3))\,(x + (1,0) + (1,2) + (1,3))\\
&(x + (2,0) + (2,1) + (2,3))\,(x + (3,0) + (3,1) + (3,2))\\
&\quad - (x + (0,1) + (0,2) + (0,3))\\
&\quad\quad (x + (1,0) + (1,2) + (1,3))\,(2,3)(3,2)\\
&\quad - (x + (0,1) + (0,2) + (0,3))\\
&\quad\quad (x + (2,0) + (2,1) + (2,3))\,(1,3)(3,1)\\
&\quad - (x + (0,1) + (0,2) + (0,3))\\
&\quad\quad (x + (3,0) + (3,1) + (3,2))\,(1,2)(2,1)\\
&\quad - (x + (1,0) + (1,2) + (1,3))\\
&\quad\quad (x + (2,0) + (2,1) + (2,3))\,(0,3)(3,0)\\
&\quad - (x + (1,0) + (1,2) + (1,3))\\
&\quad\quad (x + (3,0) + (3,1) + (3,2))\,(0,2)(2,0)\\
&\quad - (x + (2,0) + (2,1) + (2,3))\\
&\quad\quad (x + (3,0) + (3,1) + (3,2))\,(0,1)(1,0)\\
&- (x + (0,1) + (0,2) + (0,3))\,((1,2)(2,3)(3,1)\\
&\qquad + (2,1)(3,2)(1,3))\\
&- (x + (1,0) + (1,2) + (1,3))\,((0,2)(2,3)(3,0)\\
&\qquad + (2,0)(3,2)(0,3))\\
&- (x + (2,0) + (2,1) + (2,3))\,((0,1)(1,3)(3,0)\\
&\qquad + (1,0)(3,1)(0,3))\\
&- (x + (3,0) + (3,1) + (3,2))\,((0,1)(1,2)(2,0)\\
&\qquad + (1,0)(2,1)(0,2))\\
&- (0,1)(1,2)(2,3)(3,0) - (0,2)(2,3)(3,1)(1,0)\\
&\qquad - (0,3)(3,1)(1,2)(2,0)\\
&- (1,0)(2,1)(3,2)(0,3) - (2,0)(3,2)(1,3)(0,1)\\
&\qquad - (3,0)(1,3)(2,1)(0,2)\\
&+ (0,1)(1,0)(2,3)(3,2) + (0,2)(2,0)(1,3)(3,1)\\
&\qquad + (0,3)(3,0)(1,2)(2,1) = 0.
\end{aligned}$$

équation qui étant ordonnée par rapport à l'inconnue x, montera au quatrième degré; & ainsi de suite.

(30.) Si on dévelope les équations précédentes, on verra que leur dernier terme disparoît toujours par la destruction mutuelle des quantités qui le composent; d'où il suit que chaque équation sera divisible par x, & aura par conséquent $x = 0$ pour une de ses racines. C'est de quoi on peut aussi se convaincre, *à priori*, par la forme même des équations

de condition du *n.° 24;* car il eſt clair qu'on peut ſatisfaire à ces équations en faiſant $a = 0$, & $A = A' = A''$, &c. de ſorte que $a = 0$ ſera néceſſairement une des racines de l'équation en a. On voit auſſi par-là que les valeurs de A, A', A'', &c. qui répondent à cette racine $a = 0$, ſont toutes égales entr'elles. Par conſéquent les expreſſions de s, s', s'', &c. u, u', u'', &c. deviendront,

$$s = A \text{ſin.}\, \alpha + B \text{ ſin.}\, (bt + \beta) + C \text{ ſin.}\, (ct + \gamma) + \text{&c.}$$
$$s' = A \text{ſin.}\, \alpha + B' \text{ ſin.}\, (bt + \beta) + C' \text{ ſin.}\, (ct + \gamma) + \text{&c.}$$
$$s'' = A \text{ſin.}\, \alpha + B'' \text{ ſin.}\, (bt + \beta) + C'' \text{ ſin.}\, (ct + \gamma) + \text{&c.}$$
&c.
$$u = A \text{coſ.}\, \alpha + B \text{ coſ.}\, (bt + \beta) + C \text{ coſ.}\, (ct + \gamma) + \text{&c.}$$
$$u' = A \text{coſ.}\, \alpha + B' \text{ coſ.}\, (bt + \beta) + C' \text{ coſ.}\, (ct + \gamma) + \text{&c.}$$
$$u'' = A \text{coſ.}\, \alpha + B'' \text{ coſ.}\, (bt + \beta) + C'' \text{ coſ.}\, (ct + \gamma) + \text{&c.}$$
&c.

Dans leſquelles b, c, &c. ſeront les racines des équations ci-deſſus en x, après qu'elles auront été rabaiſſées par la diviſion par x.

Ainſi, dans le cas de deux orbites mobiles, la quantité b ſera donnée par l'équation du premier degré,

$$x + (0,1) + (1,0) = 0.$$

Dans le cas de trois orbites mobiles, les quantités b & c ſeront données par l'équation du ſecond degré,

$$x^2 + [(0,1) + (0,2) + (1,0) + (1,2) + (2,0) + (2,1)]\,x$$
$$+ (0,1)(1,2) + (0,2)(1,0) + (0,2)(1,2) + (0,1)(2,0) + (0,1)(2,1)$$
$$+ (0,2)(2,1) + (1,0)(2,0) + (1,0)(2,1) + (1,2)(2,0) = 0,$$

& ainſi de ſuite.

(31.) Avant de terminer cet article, nous devons encore remarquer que quoique nous ayons ſuppoſé que toutes les racines a, b, c, &c. de l'équation en x, ſoient réelles & inégales, il peut néanmoins arriver qu'il y en ait d'égales ou d'imaginaires; mais il eſt facile de réſoudre ces cas par les méthodes connues: nous obſerverons ſeulement que dans le cas des racines égales les valeurs de s, s', s'', &c. u, u', u'', &c. contiendront des arcs de cercle, & que dans celui des racines

imaginaires, ces valeurs contiendront des exponentielles ordinaires; de forte que dans l'un & l'autre cas, les quantités dont il s'agit, croîtront à mesure que t croît; par conséquent la solution précédente cessera d'être exacte au bout d'un certain temps *(n.° 23)*; mais heureusement ces cas ne paroissent pas avoir lieu dans le système du monde.

ARTICLE CINQUIÈME.

Remarques sur les mouvemens des nœuds & les variations des inclinaisons qui résultent des formules trouvées dans l'article précédent.

(32.) Puisque $\text{tang.}\,\omega = \frac{s}{u}$, & $\theta = \sqrt{(s^2 + u^2)}$, par le *n.° 8*, on aura, en substituant les valeurs de s & de u du *n.° 30*;

$$\text{tang.}\,\omega = \frac{A\,\text{fin.}\,\alpha + B\,\text{fin.}\,(bt + \beta) + C\,\text{fin.}\,(ct + \gamma) + \&c.}{A\,\text{cof.}\,\alpha + B\,\text{cof.}\,(bt + \beta) + C\,\text{cof.}\,(ct + \gamma) + \&c.},$$

$$\theta = \sqrt{}[A^2 + B^2 + C^2 + \&c. + 2AB\,\text{cof.}\,(bt + \beta - \alpha)$$
$$+ 2AC\,\text{cof.}\,(ct + \gamma - \alpha) + \&c. + 2BC\,\text{cof.}\,((b - c)t + \beta - \gamma) + \&c.]$$

par la première de ces équations, on connoîtra donc la longitude ω du nœud de l'orbite de la planète T, rapportée à l'écliptique ou au plan fixe qui en tient lieu; & par la seconde on aura la tangente θ de l'inclinaison de la même orbite.

On aura des formules semblables pour le lieu du nœud & la tangente de l'inclinaison de l'orbite de chacune des autres Planètes T', T'', &c. il n'y aura qu'à marquer les lettres A, B, C, &c. d'un trait ou de deux traits, ou &c.

(33.) Si on vouloit déterminer directement la longitude ω du nœud, il n'y auroit qu'à substituer la valeur de tang. ω dans l'équation $\partial\omega = \frac{\partial.\text{tang.}\,\omega}{1 + \text{tang.}\,\omega^2}$; ce qui donneroit, après les réductions, cette équation différentielle

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} = bB^2 + cC^2 + \&c. + bAB\,\text{cof.}\,(bt + \beta - \alpha) + cAC\,\text{cof.}\,(ct + \gamma - \alpha) + \&c.$$
$$+ (b + c)\,BC\,\text{cof.}\,[(b - c)t + \beta - \gamma] + \&c.$$

divisée par

$$A^2 + B^2 + C^2 + \&c.$$
$$+ 2AB \operatorname{cof.}(bt + \beta - \alpha) + 2AC \operatorname{cof.}(ct + \gamma - \alpha) + \&c.$$
$$+ 2BC \operatorname{cof.}[(b - c)t + \beta - \gamma] + \&c.$$

d'où l'on pourra tirer par l'intégration, la valeur de l'angle ω. Si on suppose

$$bB^2 + cC^2 + \&c.$$
$$+ bAB \operatorname{cof.}(bt + \beta - \alpha) + cAC \operatorname{cof.}(ct + \gamma - \alpha) + \&c.$$
$$+ (b + c)BC \operatorname{cof.}[(b - c)t + \beta - \gamma] + \&c. = 0,$$

on a l'équation qui donne les *maxima* & *minima* de l'angle ω; si donc cette équation est possible, l'angle ω sera renfermé dans des limites données, & le nœud n'aura par conséquent qu'un mouvement de libration; mais si l'équation dont il s'agit est impossible, il n'y aura alors ni *maximum* ni *minimum*; l'angle ω croîtra donc continuellement, & le nœud aura nécessairement un mouvement continu & progressif.

(34.) Pour mettre ce que nous venons de dire dans un plus grand jour, considérons le cas où il n'y a que deux orbites mobiles; on aura dans ce cas,

$$\operatorname{tang.}\omega = \frac{A \operatorname{fin.}\alpha + B \operatorname{fin.}(bt + \beta)}{A \operatorname{cof.}\alpha + B \operatorname{cof.}(bt + \beta)},$$

& de-là

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} = \frac{bB[B + A \operatorname{cof.}(bt + \beta - \alpha)]}{A^2 + B^2 + 2AB \operatorname{cof.}(bt + \beta - \alpha)};$$

l'équation du *maximum* ou *minimum*, sera donc

$$B + A \operatorname{cof.}(bt + \beta - \alpha) = 0,$$

laquelle donne

$$\operatorname{cof.}(bt + \beta - \alpha) = -\frac{B}{A}.$$

Cette équation n'est possible, comme l'on voit, que lorsque $B =$ ou $< A$, abstraction faite des signes : dans ce cas donc, le nœud de l'orbite de la planète T n'aura qu'un mouvement de libration; mais si $B > A$, alors l'équation deviendra impossible, & le nœud aura par conséquent un mouvement progressif sur l'Écliptique.

(35.)

(35.) Pour déterminer ces mouvemens du nœud, nous allons chercher la valeur de l'angle ω par l'intégration de l'équation ci-dessus. Faisant, pour abréger, $bt + \beta - \alpha = \varphi$, on aura donc à intégrer, l'équation

$$\partial\omega = \frac{B^2 + AB\,\text{cos.}\,\varphi}{A^2 + B^2 + 2AB\,\text{cos.}\,\varphi}\partial\varphi = \frac{\partial\varphi}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{(B^2 - A^2)\partial\varphi}{A^2 + B^2 + 2AB\,\text{cos.}\,\varphi};$$

or, j'observe que si on prend un angle ψ, tel que l'on ait $\text{tang.}\,\psi = \frac{B - A}{B + A}\,\text{tang.}\,\frac{\varphi}{2}$, on trouve, par la différenciation, $\partial\psi = \frac{1}{2}\cdot\frac{(B^2 - A^2)\partial\varphi}{A^2 + B^2 + 2AB\,\text{cos.}\,\varphi}$; d'où il s'ensuit qu'on aura $\partial\omega = \frac{\partial\varphi}{2} + \partial\psi$, & en intégrant, $\omega = \frac{\varphi}{1} + \psi + m$, m étant une constante qui sera égale à la valeur de ω lorsque $\varphi = 0$, parce que ψ est aussi $= 0$ dans ce cas; or, en faisant $\varphi = 0$, on a $bt + \beta = \alpha$, & substituant cette valeur dans l'expression ci-dessus de tang. ω, il vient $\text{tang.}\,\omega = \frac{\text{sin.}\,\alpha}{\text{cos.}\,\alpha} = \text{tang.}\,\alpha$; donc $\omega = \alpha$; par conséquent $m = \alpha$; de sorte qu'on aura en général,

$$\omega = \frac{\varphi}{2} + \psi + \alpha.$$

Maintenant il est clair que si $B > A$, la quantité $\frac{B - A}{B + A}$ sera toujours positive, quels que soient les signes de B & A; de plus, si A & B sont de même signe, cette quantité sera toujours < 1; au contraire, elle sera > 1, si A & B sont des signes différens.

Dans le premier cas, on pourra donc supposer $\frac{B - A}{B + A} = \text{cos.}\,h$, & l'on aura l'équation

$$\text{tang.}\,\psi = \text{cos.}\,h\,\text{tang.}\,\frac{\varphi}{2},$$

laquelle fait voir que l'arc ψ est la base d'un triangle sphérique rectangle, dont $\frac{\varphi}{2}$ est l'hypothénuse, & h l'angle

compris. On pourra donc regarder l'arc $\frac{\varphi}{2}$ comme l'argument de latitude, l'arc ψ comme la distance au nœud, en prenant h pour l'inclinaison de l'orbite, & alors la différence $\frac{\varphi}{2} - \psi$ sera ce qu'on appelle *la réduction à l'Écliptique*, dont la valeur est alternativement positive & négative. Désignant donc cette réduction par ρ, on aura $\frac{\varphi}{2} - \psi = \rho$; donc $\psi = \frac{\varphi}{2} - \rho$, & par conséquent,

$$\omega = \varphi + \alpha - \rho = bt + \beta - \rho;$$

d'où l'on voit que la valeur moyenne de ω, c'est-à-dire, le lieu moyen du nœud sera $= bt + \beta$.

Dans le second cas, c'est-à-dire, lorsque A & B sont de signes différens, on pourra faire $\frac{B - A}{B + A} = \frac{1}{\text{cos}.\, h}$, & l'on aura l'équation

$$\text{tang.}\, \frac{\varphi}{2} = \text{cos}.\, h \;\text{tang.}\, \psi.$$

Dans ce cas ψ sera l'argument de latitude, $\frac{\varphi}{2}$ la distance au nœud, & nommant la réduction σ, on aura $\psi - \frac{\varphi}{2} = \sigma$; donc $\psi = \frac{\varphi}{2} + \sigma$, & par conséquent,

$$\omega = \varphi + \alpha + \sigma = bt + \beta + \sigma;$$

de sorte que le lieu moyen du nœud sera aussi $= bt + \beta$.

Mais si $B < A$, la quantité $\frac{B - A}{B + A}$ sera toujours négative, par conséquent la quantité $\frac{A - B}{A + B}$ sera toujours positive; ainsi, il n'y aura qu'à prendre l'angle ψ négativement, & l'on aura l'équation

$$\text{tang.}\, \psi = \frac{A - B}{A + B} \;\text{tang.}\, \frac{\varphi}{2},$$

dans laquelle $A > B$, & qui donnera comme ci-devant, $\psi = \frac{\varphi}{2} - \rho$, si A & B sont de même signe, ou $\psi = \frac{\varphi}{2} + \sigma$, si A & B sont désignés différens; mais en faisant ψ négatif, la valeur de ω deviendra $\omega = \frac{\varphi}{2} - \psi + \alpha$; donc, substituant la valeur de ψ, on aura, dans le premier cas, $\omega = \alpha + \rho$, & dans le second $\omega = \alpha - \sigma$; d'où l'on voit que le lieu moyen du nœud sera $= \alpha$, & par conséquent fixe.

Enfin, si $B = A$, on aura $\text{tang.}\, \psi = 0$; donc $\psi = 0$ & $\omega = \frac{\varphi}{2} + \alpha = \frac{bt + \beta + \alpha}{2}$; & si $B = -A$, on aura $\text{tang.}\, \psi = \infty$; donc $\psi = 90$ degrés, &

$$\omega = 90^d + \frac{bt + \beta + \alpha}{2}.$$

(36.) On peut encore trouver la valeur de l'angle ω par le moyen de sa tangente, sans employer aucune différenciation ni intégration. En effet, on a, comme l'on sait,

$$2\omega\sqrt{(-1)} = l c^{\omega\sqrt{-1}} - l e^{-\omega\sqrt{-1}} = l(\text{cos.}\,\omega + \text{sin.}\,\omega\sqrt{-1}) - l(\text{cos.}\,\omega - \text{sin.}\,\omega\sqrt{-1}) = \frac{\text{cos.}\,\omega + \text{sin.}\,\omega\sqrt{-1}}{\text{cos.}\,\omega - \text{sin.}\,\omega\sqrt{-1}}$$

$$= l\,\frac{1 + \text{tang.}\,\omega\sqrt{-1}}{1 - \text{tang.}\,\omega\sqrt{-1}};$$

qu'on substitue donc dans cette formule, la valeur de $\text{tang.}\,\omega$, on aura, en faisant pour abréger, $bt + \beta = \zeta$,

$$\omega = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\, l.\, \frac{A(\text{cos.}\,\alpha + \text{sin.}\,\alpha\sqrt{-1}) + B(\text{cos.}\,\zeta + \text{sin.}\,\zeta\sqrt{-1})}{A(\text{cos.}\,\alpha - \text{sin.}\,\alpha\sqrt{-1}) + B(\text{cos.}\,\zeta - \text{sin.}\,\zeta\sqrt{-1})}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{-1}}\, l.\, \frac{A e^{\alpha\sqrt{-1}} + B e^{\zeta\sqrt{-1}}}{A e^{-\alpha\sqrt{-1}} + B e^{-\zeta\sqrt{-1}}}.$$

Supposons d'abord $B > A$, on mettra la valeur de ω sous

cette forme,

$$\omega = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\, l.\, \frac{e^{\zeta\sqrt{-1}}\left(1 + \frac{A}{B} e^{(\alpha - \zeta)\sqrt{-1}}\right)}{e^{-\zeta\sqrt{-1}}\left(1 + \frac{A}{B} e^{-(\alpha - \zeta)\sqrt{-1}}\right)}$$

$$= \zeta + \frac{l\left(1 + \frac{A}{B} e^{(\alpha-\zeta)\sqrt{-1}}\right) - l\left(1 + \frac{A}{B} e^{-(\alpha-\zeta)\sqrt{-1}}\right)}{2\sqrt{-1}};$$

réduisant ces deux logarithmes en série, on aura

$$\omega = \zeta + \frac{A}{B} \cdot \frac{e^{(\alpha - \zeta)\sqrt{-1}} - e^{-(\alpha - \zeta)\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$$

$$- \frac{A}{2B^2} \cdot \frac{e^{2(\alpha-\zeta)\sqrt{-1}} - e^{-2(\alpha - \zeta)\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}} + \&c.$$

ou bien

$$\omega = \zeta + \frac{A \sin.(\alpha - \zeta)}{B} - \frac{A^2 \sin. 2(\alpha - \zeta)}{2B^2}$$

$$+ \frac{A^3 \sin. 3(\alpha - \zeta)}{3B^3} + \&c.$$

Comme $\frac{A}{B}$ est supposée une quantité moindre que l'unité, il est clair que la série précédente sera toujours convergente, & par conséquent d'autant plus exacte qu'on la poussera à un plus grand nombre de termes; d'où il est aisé de conclure que la valeur moyenne de ω sera ζ ou bien $bt + \beta$, comme on l'a trouvée ci-dessus. Mais si $B < A$, alors il n'y aura qu'à changer dans l'expression précédente de ω, A en B, α en ζ, *& vice versâ*, ce qui ne change rien à la valeur de tang. ω; & l'on aura par ce moyen,

$$\omega = \alpha + \frac{B \sin.(\zeta - \alpha)}{A} - \frac{B^2 \sin. 2(\zeta - \alpha)}{2A^2}$$

$$+ \frac{B^3 \sin. 3(\zeta - \alpha)}{3A^3} + \&c.$$

Cette série sera aussi convergente à cause de $\frac{B}{A} < 1$; par conséquent, on aura dans ce cas α pour la valeur moyenne de ω; ainsi qu'on l'a déjà vu plus haut.

(37.) On peut auſſi appliquer la méthode précédente à la formule générale du *n.º 32*, & l'on trouvera, en faiſant $bt + \beta = \zeta$, $ct + \gamma = \xi$, &c.

$$\omega = \frac{l(Ae^{\alpha\sqrt{-1}} + Be^{\zeta\sqrt{-1}} + Ce^{\xi\sqrt{-1}} + \&c.)}{2\sqrt{-1}}$$
$$\frac{-\,l(Ae^{-\alpha\sqrt{-1}} + Be^{-\zeta\sqrt{-1}} - Ce^{-\xi\sqrt{-1}} - \&c.)}{2\sqrt{-1}};$$

on réduira ces logarithmes en ſéries, en commençant par le terme dont le coëfficient ſera le plus grand, pour avoir des ſuites convergentes, & il n'y aura plus qu'à ſubſtituer les ſinus à la place de leurs valeurs exponentielles imaginaires; mais il faut remarquer qu'on n'aura de cette manière une ſérie véritablement convergente dans tous les cas, à moins que le plus grand coëfficient ne ſurpaſſe la ſomme de tous les autres pris poſitivement.

Suppoſons, par exemple, que A ſoit plus grand que la ſomme de B, C, &c. alors on réduira le logarithme de

$$Ae^{\alpha\sqrt{-1}} + Be^{\zeta\sqrt{-1}} + Ce^{\xi\sqrt{-1}} + \&c.$$

dans la ſérie

$$lA + \alpha\sqrt{-1} + \frac{Be^{(\zeta-\alpha)\sqrt{-1}} + Ce^{(\xi-\alpha)\sqrt{-1}} + \&c.}{A}$$
$$- \frac{B^2e^{2(\zeta-\alpha)\sqrt{-1}} + 2BCe^{(\zeta+\xi-2\alpha)\sqrt{-1}} + C^2e^{2(\xi-\alpha)\sqrt{-1}} + \&c.}{2A^2}$$
$$+ \&c.$$

donc changeant le ſigne de $\sqrt{-1}$, & prenant la différence des deux ſéries, on aura, après l'avoir diviſée par $2\sqrt{-1}$, & y avoir ſubſtitué les ſinus à la place des exponentielles, on aura, dis-je,

$$\omega = \alpha + \frac{B\,\text{ſin.}\,(\zeta-\alpha) + C\,\text{ſin.}\,(\xi-\alpha) + \&c.}{A}$$
$$- \frac{B^2\,\text{ſin.}\,2(\xi-\alpha) + 2BC\,\text{ſin.}\,(\zeta+\xi-2\alpha) + C^2\,\text{ſin.}\,2(\xi-\alpha) + \&c.}{2A^2}$$
$$+ \&c.$$

Cette série sera, comme il est facile de le voir, toujours convergente, & approchera d'autant plus de la vraie valeur de ω qu'on y prendra plus de termes; d'où il s'ensuit que α sera la valeur moyenne de ω. En général, on peut conclure de-là, que, lorsque l'un des coëfficiens A, B, C, &c. suppose la somme des autres, la valeur de l'angle ω sera égale à l'angle même, dont le sinus & le cosinus seront multipliés par ce coëfficient dans la valeur de tang. ω.

(38.) Pour ce qui regarde la tangente θ de l'inclinaison de l'orbite, il est clair qu'elle sera toujours nécessairement renfermée dans de certaines limites, à moins que les racines b, c, &c. ne deviennent égales ou imaginaires (*n.os 31, 32*).

S'il n'y a que deux orbites mobiles, on aura
$$\theta = \sqrt{(A^2 + B^2 + 2AB \operatorname{cos.}(bt + \beta - \alpha))};$$
& il est visible que les deux limites de θ seront $A + B$, & $A - B$.

En général, il est facile de voir que la valeur de θ sera toujours nécessairement renfermée entre la plus grande & la plus petite des valeurs de la quantité $\pm A \pm B \pm C \pm$ &c. en prenant les signes à volonté. Mais si on vouloit déterminer exactement les *maxima* & les *minima* de θ, il faudroit résoudre l'équation
$$bAB \operatorname{sin.}(bt + \beta - \alpha) + cAC \operatorname{sin.}(ct + \gamma - \alpha) + \text{\&c.}$$
$$+ (b - c) BC \operatorname{sin.}((b - c)t + \beta - \gamma) + \text{\&c.} = 0,$$
ce qui ne sera pas facile lorsqu'il y aura plus d'un terme.

(39.) Tout ce que nous venons de dire, ne regarde que la position de l'orbite de la Planète T rapportée à l'écliptique; mais on peut l'appliquer immédiatement aux orbites des autres Planètes T', T'', &c. en substituant seulement à la place des quantités A, B, C, &c. les quantités A', B', C', &c. A'', B'', C'', &c. Enfin il est facile d'appliquer la même théorie à la position relative des orbites, d'après ce qu'on a démontré dans l'*art. III, n.o 21*.

En effet, pour déterminer, par exemple, la position de l'orbite de la Planète T, à l'égard de celle de la Planète T', on aura, en conservant les dénominations du numéro cité,

les deux équations

$$n \text{ fin.} \psi = \theta \text{ fin.} \omega - \theta^{\text{I}} \text{ fin.} \omega^{\text{I}} = s - s^{\text{I}},$$

$$n \text{ cof.} \psi = \theta \text{ cof.} \omega - \theta^{\text{I}} \text{ cof.} \omega^{\text{I}} = u - u^{\text{I}};$$

donc (*n.*° *30*),

$$n \text{ fin.} \psi = (B - B^{\text{I}}) \text{ fin.} (bt + \beta) + (C - C^{\text{I}}) \text{ fin.} (ct + \gamma) + \&c.$$

$$n \text{ cof.} \psi = (B - B^{\text{I}}) \text{ cof.} (bt + \beta) + (C - C^{\text{I}}) \text{ cof.} (ct + \gamma) + \&c.$$

où ψ eſt la longitude du nœud, c'eſt-à-dire, de la ligne d'interſection des deux orbites, & n la tangente de leur inclinaiſon mutuelle.

Comme ces expreſſions de n ſin. ψ, n coſ. ψ, ſont entièrement ſemblables à celles de θ ſin. $\omega = s$, θ coſ. $\omega = u$, avec cette ſeule différence que les termes multipliés par A ne s'y trouvent point, & que dans les autres il y a $B - B'$, $C - C'$, &c. à la place de B, C, &c. il eſt facile de conclure, en général, que, pour appliquer les déterminations du lieu du nœud & de l'inclinaiſon de l'orbite d'une Planète quelconque T, rapportée à l'écliptique, à celles du lieu du nœud & de l'inclinaiſon de la même orbite par rapport à l'orbite d'une autre Planète quelconque T', il n'y aura qu'à faire $A = 0$, & changer B, C, &c. en $B - B'$, $C - C'$, &c. ainſi nous n'entrerons dans aucun nouveau détail ſur ce ſujet.

(40.) Voici au reſte une manière fort ſimple, de trouver la poſition de chaque orbite au bout d'un temps quelconque, & d'en repréſenter les divers mouvemens. Ayant tracé ſur la ſurface de la ſphère, un grand cercle qu'on prendra pour l'écliptique, on décrira un autre grand cercle qui coupe celui-là, en ſorte que la longitude du nœud ſoit α, & la tangente de l'inclinaiſon A; on décrira enſuite un troiſième grand cercle qui coupe le ſecond, en ſorte que la longitude de ſon nœud ſur ce même cercle ſoit $bt + \beta$, & la tangente de l'inclinaiſon B; on décrira de même un quatrième grand cercle qui coupe le troiſième, de manière que la longitude du nœud ſoit $ct + \gamma$, & la tangente de l'inclinaiſon C, & ainſi de ſuite; le nombre des cercles, inclinés au premier,

devant être égal à celui des orbites mobiles, le dernier de tous ces cercles déterminera la poſition de l'orbite de la Planète T, & ſon interſection avec le cercle de l'écliptique donnera le lieu du nœud & l'inclinaiſon cherchée de cette orbite.

On fera la même choſe pour l'orbite de chacune des autres Planètes T^{I}, T^{II}, &c. en conſervant les mêmes longitudes des nœuds, mais en prenant, pour les tangentes des inclinaiſons, les quantités A^{I}, B^{I}, C^{I}, &c. A^{II}, B^{II}, C^{II}, &c.

De cette manière, on voit que le mouvement du nœud & la variation de l'inclinaiſon de chaque Planète, peuvent être regardés comme le réſultat des ſeuls mouvemens des nœuds des différentes orbites dont chacune ſeroit mue uniformément ſur la précédente en gardant toujours la même inclinaiſon; & ces mouvemens particuliers des nœuds ſeront les mêmes pour les orbites de toutes les Planètes, mais les inclinaiſons devront être différentes pour chaque Planète.

La démonſtration de cette conſtruction eſt très-facile à déduire des expreſſions des quantités $s = \theta$ ſin. ω, & $u = \theta$ coſ. ω (*n.° 30*) par le moyen des théorèmes du *n.° 21*. Ainſi nous ne croyons pas devoir nous arrêter davantage ſur cette matière.

ARTICLE SIXIÈME.

Des équations ſéculaires des nœuds & des inclinaiſons des orbites de Jupiter & de Saturne.

(41.) Pour appliquer la théorie précédente aux orbites des Planètes principales, il n'y aura qu'à employer les données du *n.° 19*. Nous ſuppoſerons donc que les Planètes $T, T^{I}, T^{II}, T^{III}, T^{IV}, T^{V}$ ſoient Jupiter, Saturne, la Terre, Vénus, Mars & Mercure, moyennant quoi les lettres ſans trait ſe rapporteront à l'orbite de Jupiter, celles avec un trait à l'orbite de Saturne, celles avec deux traits à l'orbite de la Terre, & ainſi de ſuite. Ainſi ω ſera la longitude du nœud de

de Jupiter, θ la tangente de l'inclinaiſon de ſon orbite, ω^{I} la longitude du nœud de Saturne, θ^{I} la tangente de l'inclinaiſon de ſon orbite, & ainſi des autres.

(42.) Cela poſé, je remarque que parmi les quantités (0,1), (0,2), &c. de la Table du *n.° 19*, ces deux-ci (0,1) & (1,0) ont des valeurs conſidérablement plus grandes que les ſuivantes, où il y a auſſi les chiffres 0 ou 1 avant la virgule; d'où il s'enſuit qu'on pourra négliger toutes celles-ci, & les regarder commes nulles vis-à-vis de celles-là.

De cette manière les quatre premières équations différentielles du *n.° 16* deviendront ſimplement,

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (0,1)\ (u - u^{\text{I}}) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} - (0,1)\ (s - s^{\text{I}}) = 0,$$

$$\frac{\partial s^{\text{I}}}{\partial t} + (1,0)\ (u^{\text{I}} - u) = 0, \quad \frac{\partial u^{\text{I}}}{\partial t} - (1,0)\ (s^{\text{I}} - s) = 0,$$

leſquelles ne renfermant que les quatre variables $s, u, s^{\text{I}}, u^{\text{I}}$, pourront être traitées à part & indépendamment de toutes les autres.

C'eſt le cas où il n'y auroit que deux orbites mobiles, & ces orbites ſeront, comme l'on voit, celles de Jupiter & de Saturne, dont les maſſes ſont en effet trop grandes par rapport à celles des autres Planètes, pour que celles-ci puiſſent produire des dérangemens ſenſibles dans la poſition des orbites de celles-là.

On aura donc (*n.° 30*)

$$s = A \text{ ſin. } \alpha + B \text{ ſin. } (bt + \beta),$$
$$u = A \text{ coſ. } \alpha + B \text{ coſ. } (bt + \beta),$$
$$s^{\text{I}} = A \text{ ſin. } \alpha + B^{\text{I}} \text{ ſin. } (bt + \beta),$$
$$u^{\text{I}} = A \text{ coſ. } \alpha + B^{\text{I}} \text{ coſ. } (bt + \beta),$$

& la quantité b ſera la racine de l'équation $x + (0,1) + (1,0) = 0$, en ſorte qu'on aura

$$b = -(0,1) - (1,0) = -25'', 337 \ (n.^{\circ}\ 19).$$

On pourroit maintenant employer la méthode générale du *n.° 26*, pour déterminer les conſtantes $A, B, B^{\text{I}}, \alpha, \beta$;

mais il paroît encore plus commode dans le cas préſent, de faire uſage de la méthode ordinaire d'élimination.

On commencera donc par déterminer la valeur de B' en B à l'aide de l'équation de condition $(b + (0,1))$ $B - (0,1)\, B' = 0$, (*n.*os *27* & *28*) laquelle à cauſe de $b = -(0,1) - (1,0)$ donnera

$$B' = -\frac{(1,0)}{(0,1)}\, B = -\frac{17'',773}{7'',564}\, B = -2,3497\, B.$$

Après cela on n'aura plus que quatre conſtantes à déterminer, ce qui demande qu'on connoiſſe les lieux des nœuds & les inclinaiſons de Jupiter & de Saturne, pour une époque quelconque donnée, pour laquelle nous prendrons le commencement *de l'année 1760*.

Or, on a ſuivant les dernières Tables de M. de la Lande,

Long. du nœud de Jupiter pour 1760........	$3^{s}\ 8^{d}\ 26'\ 0''$.
Saturne................	$3^{s}\ 21^{d}\ 36'\ 13''$.
Inclinaiſon de l'orbite de Jupiter..............	$1^{d}\ 19'\ 10''$;
Saturne..............	$2^{d}\ 30'\ 20''$.

Donc

$$\omega = 98^{d}\ 26'\ 0'',\quad \omega' = 111^{d}\ 36'\ 17'',$$
$$\theta = \text{tang. } 1^{d}\ 19'\ 10'',\quad \theta' = \text{tang. } 2^{d}\ 30'\ 20'';$$

d'où l'on tire

$$s = \theta \text{ ſin. } \omega = 0,022783,\quad u = \theta \text{ coſ. } = -0,003378,$$
$$s' = \theta' \text{ ſin. } \omega' = 0,040684,\quad u' = \theta' \text{ coſ. } \omega' = -0,016112.$$

Ce ſont-là les valeurs qui répondent à l'époque de 1760; par conſéquent, ſi on ſuppoſe que t déſigne le nombre des années écoulées depuis cette époque, ou bien de celles qui la précèdent en prenant t négatif, il faudra que l'on ait, lorſque $t = 0$, ces quatre équations

$$A \text{ ſin. } \alpha + B \text{ ſin. } \beta = 0,022783,$$
$$A \text{ coſ. } \alpha + B \text{ coſ. } \beta = -0,003378,$$
$$A \text{ ſin. } \alpha - 2,3497\, B \text{ ſin. } \beta = 0,040684,$$
$$A \text{ coſ. } \alpha - 2,3497\, B \text{ coſ. } \beta = -0,016112;$$

d'où l'on tire

$$A \text{ ſin. } \alpha = 0,028127,\quad B \text{ ſin. } = -0,0053441,$$
$$A \text{ coſ. } \alpha = -0,0071800,\quad B \text{ coſ. } \beta = 0,0038015;$$

donc, à cauſe de $B' = - 2,3497\ B$,

$$B' \text{ſin.}\ \beta = 0,012557,\ B' \text{coſ.}\ \beta = - 0,0089324;$$

& de-là

$$A = 0,029029,\ B = 0,006558,\ B' = - 0,015410,$$
$$\alpha = 180^d - 75^d\ 40'\ 46'',\ \beta = 360^d - 54^d\ 34'\ 25''.$$

De ſorte qu'il n'y aura plus qu'à ſubſtituer ces valeurs dans les expreſſions ci-deſſus de s, u, s', u'; car connoiſſant les valeurs de ces quantités, pour un temps quelconque, on trouvera aiſément les longitudes ω, & ω' des nœuds de Jupiter & de Saturne, ainſi que les inclinaiſons de leurs orbites, dont θ & θ' ſont les tangentes, & cela par le moyen des formules

$$\text{tang.}\ \omega = \frac{s}{u},\ \theta = \sqrt{(s^2 + u^2)},$$

$$\text{tang.}\ \omega' = \frac{s'}{u'},\ \theta' = \sqrt{(s'^2 + u'^2)}.$$

(43.) Comme $\text{ſin.}\ (\beta + bt) = \text{ſin.}\ \beta\ \text{coſ.}\ bt + \text{coſ.}\ \beta\ \text{ſin.}\ bt$, & $\text{coſ.}\ (\beta + bt) = \text{coſ.}\ \beta\ \text{coſ.}\ bt - \text{ſin.}\ \beta\ \text{ſin.}\ bt$, on pourra mettre les valeurs de s, u, s', u' ſous la forme ſuivante, qui eſt en quelque façon plus commode, tant que bt eſt un petit angle.

Pour Jupiter,

$$s = 0,028127 - 0,005344\ \text{coſ.}\ (25'',337\,t) - 0,003802\ \text{ſin.}\ (25'',337\,t),$$
$$u = - 0,007180 + 0,003802\ \text{coſ.}\ (25'',337\,t) - 0,005344\ \text{ſin.}\ (25'',337\,t).$$

Pour Saturne,

$$s' = 0,028127 + 0,012557\ \text{coſ.}\ (25'',337\,t) + 0,008932\ \text{ſin.}\ (25'',337\,t),$$
$$u' = - 0,007180 - 0,008932\ \text{coſ.}\ (25'',337\,t) + 0,012557\ \text{ſin.}\ (25'',337\,t).$$

Il faut ſe ſouvenir que les années dont le nombre eſt marqué par t, ſont des années tropiques, dont la durée eſt de 365^j

$5^h 48' 45''$, & qu'elles doivent être comptées depuis le 1.er Janvier 1760 à midi moyen, à cause que cette année est bissextile.

On doit remarquer de plus que les longitudes ω & ω' doivent toujours se compter depuis le lieu de l'équinoxe de 1760, en sorte que pour avoir les vraies longitudes des nœuds des orbites de Jupiter & de Saturne sur l'écliptique pour un temps quelconque, il faudra ajouter aux longitudes données par les formules précédentes la précession des équinoxes $50'',336\, t$.

(44.) Comme la valeur de A est plus grande que celle de B & que celle de B', il s'ensuit de ce qu'on a démontré dans le *n.° 35*, que le lieu moyen des nœuds des orbites de Jupiter & de Saturne sera fixe, sa longitude comptée depuis l'équinoxe de 1760, étant α, c'est-à-dire, $104^d\, 19'\, 14''$; en sorte que les nœuds de ces deux Planètes n'auront que des mouvemens de libration autour de ce point de l'écliptique. La plus grande libration ou excursion des nœuds, aura lieu lorsque $\text{cof.}\, (\beta - \alpha + bt) = -\frac{A}{B}$ pour l'orbite de Jupiter, ou $= -\frac{B'}{A}$ pour l'orbite de Saturne.

De-là on trouvera pour Jupiter
$180^d + 21^d\, 6'\, 21'' - 25'',337\, t = 180^d \pm 76^d\, 56'\, 36'' + 360^d \mu$,
(μ étant un nombre quelconque entier, positif ou négatif, ou zéro); donc
$25'',337\, t = -55^d\, 50'\, 15'' - 360^d \mu$, ou $= 98^d\, 2'\, 57'' - 360^d \mu$;
par conséquent, en négligeant les fractions

$$t = -7933 - 51150\, \mu, \text{ ou } = 13931 - 51150\, \mu;$$

ce qui donne les années de la plus grande & de la plus petite libration; & l'on voit que la période entière d'une libration sera de 51150 ans, ou plus exactement de $\frac{1296000}{25,337}$ ans.

Si on substitue ces valeurs de t dans l'expression de la

tangente $\frac{s}{u}$ de la longitude du nœud, on trouvera que les longitudes qui y répondent, ſont, en négligeant les ſecondes, $91^d\ 16'$ & $117^d\ 23'$; de ſorte que l'étendue de la libration du nœud de Jupiter ſur l'écliptique, ſera de $26^d\ 7'$.

On trouvera de même pour Saturne,

$$180^d + 21^d\,6'\,21'' - 25'',337\,t = \pm\,57^d\,56'\,14'' + 360^d\,\mu\,;$$

d'où l'on tire

$$25'',337\;t = 180^d - 36^d\ 49'\ 53'' - 360^d\ \mu,$$
$$\text{ou} = 180^d + 79^d\ \ 2'\ 35'' - 360^d\ \mu;$$

par conſéquent on aura

$$t = 20342 - 51150\ \mu, \text{ ou } = 36806 - 51150\ \mu$$

pour les années de la plus grande & plus petite libration, en ſorte que la période d'une libration ſera la même que ci-devant.

De-là on trouvera pour les longitudes des correſpondantes du nœud, $72^d\ 16'$, & $136^d\ 24'$; en ſorte que l'étendue de la libration du nœud de Saturne ſur l'écliptique, ſera de $64^d\ 8'$.

(45.) Si on veut connoître les inégalités mêmes des mouvemens des nœuds de Jupiter & de Saturne, on pourra employer la ſérie du *n.° 36;* il n'y aura pour cela qu'à y ſubſtituer $104^d\ 19'\ 14''$ à la place de α, & $180^d + 21^d\ 6'\ 21'' - 25'',337\,t$ à la place de $\zeta - \alpha = \beta - \alpha + bt$, & faire enſuite $\frac{B}{A} = 0,22591$ pour Jupiter,

ou $= -0,53085 = -\frac{B'}{A}$ pour Saturne; après quoi il faudra encore multiplier les coëfficiens des différens ſinus par l'arc égal au rayon, lequel eſt de $206265''$, à très-peu-près.

De cette manière, ſi on fait pour plus de ſimplicité,

$$\phi = 21^d\ 6'\ 21'' - 25'',337\ t,$$

on aura la longitude du nœud de Jupiter égale à

$3^{s}\ 14^{d}\ 19'\ 14'' - 46598''\ \text{sin.}\ \varphi - 5260''\ \text{sin.}\ 2\varphi - 792''\ \text{sin.}\ 3\varphi - 134''\ \text{sin.}\ 4\varphi - 24''\ \text{sin.}\ 5\varphi - 5''\ \text{sin.}\ 6\varphi - 1''\ \text{sin.}\ 7\varphi.$

Et celle du nœud de Saturne sera égale à

$$3^{s}\ 14^{d}\ 19'\ 14'' + 109495''\ \text{sin.}\ \varphi - 29062''\ \text{sin.}\ 2\varphi + 10285''\ \text{sin.}\ 3\varphi$$
$$- 4095''\ \text{sin.}\ 4\varphi + 1739''\ \text{sin.}\ 5\varphi$$
$$- 769''\ \text{sin.}\ 6\varphi + 350''\ \text{sin.}\ 7\varphi$$
$$- 162''\ \text{sin.}\ 8\varphi + 77''\ \text{sin.}\ 9\varphi$$
$$- 37''\ \text{sin.}\ 10\varphi + 18''\ \text{sin.}\ 11\varphi$$
$$- 9''\ \text{sin.}\ 12\varphi + 4''\ \text{sin.}\ 13\varphi$$
$$- 2''\ \text{sin.}\ 14\varphi + 1''\ \text{sin.}\ 15\varphi.$$

(46.) A l'égard de l'inclinaison, le *maximum* & le *minimum* auront lieu lorsque l'on aura cos. $(\beta - \alpha + bt) = \pm 1$, (*n.° 38*), ce qui donne dans notre cas,

$180^{d} + 21^{d}\ 6'\ 21'' - 25'',337\ t = 360^{d}\ \mu$, ou $= 180^{d} + 360^{d}\ \mu$;

d'où l'on tire

$$t = 28574 - 51150\ \mu, \text{ ou } = 2999 - 51150\ \mu.$$

Dans les années marquées par la première de ces deux valeurs de t, l'inclinaison de l'orbite de Jupiter sera la plus grande, & aura la tangente $A + B = 0{,}035587$, à laquelle répond l'angle $2^{d}\ 2'\ 18''$; & l'inclinaison de l'orbite de Saturne sera la plus petite, & aura pour tangente $A + B' = 0{,}013619$, à laquelle répond l'angle $46'\ 49''$. Au contraire dans les années marquées par la seconde valeur de t, l'inclinaison de l'orbite de Jupiter sera la plus petite, ayant pour tangente $A - B = 0{,}022471$, à laquelle répond l'angle $1^{d}\ 17'\ 15''$; & l'inclinaison de l'orbite de Saturne sera la plus grande ayant pour tangente $A - B' = 0{,}044439$, à laquelle répond l'angle $2^{d}\ 32'\ 41''$.

D'où l'on voit que la variation totale de l'inclinaison de Jupiter, sera de $45'\ 3''$, & que la variation de l'inclinaison de Saturne sera de $1^{d}\ 45'\ 51''$. Quant à la période de ces variations, elle sera aussi de 51150 années.

(47.) Si on vouloit déterminer les mouvemens annuels des

nœuds, ainſi que les variations des inclinaiſons de Jupiter & de Saturne, il eſt clair, qu'à cauſe de ce que le coëfficient de t eſt très-petit dans les expreſſions de s, u, s', u', il n'y auroit qu'a chercher, par la différenciation, les valeurs de $\partial \omega$, $\partial \omega'$, & $\partial \theta$, $\partial \theta'$, & y ſuppoſer $\partial t = 1$; mais ſans ſe donner cette peine, on pourra faire uſage des formules trouvées dans le *n.° 23.*

On aura donc pour Jupiter (en ſubſtituant la valeur du coëfficient (0,1), & négligeant les autres comme nuls) le mouvement annuel par rapport aux Étoiles fixes,

$$\partial \omega = -7'',564 \left(1 - \frac{\theta' \operatorname{coſ.} (\omega - \omega')}{\theta}\right),$$

& la variation annuelle de l'inclinaiſon,

$$\partial \theta = 7'',564\, \theta' \operatorname{ſin.} (\omega - \omega').$$

On aura de même pour Saturne (en changeant ω en ω', θ en θ', (0,1) en (1,0) & ſubſtituant pour cette dernière quantité ſa valeur) le mouvement annuel des nœuds par rapport aux Étoiles fixes,

$$\partial \omega' = -17'',773 \left(1 - \frac{\theta \operatorname{coſ.} (\omega' - \omega)}{\theta'}\right),$$

& la variation annuelle de l'inclinaiſon

$$\partial \theta' = 17'',773\, \theta \operatorname{ſin.} (\omega' - \omega').$$

On n'aura donc plus qu'à ſubſtituer, dans ces expreſſions, les valeurs des quantités ω, ω', θ, θ', correſpondantes au temps donné pour lequel on cherche les variations annuelles du nœud & de l'inclinaiſon.

Si on adopte celles qui répondent à l'époque de 1760, on trouvera

$$\partial \omega = 6'',428, \qquad \partial \theta = -0'',075,$$
$$\partial \omega' = -8'',665, \qquad \partial \theta' = 0'',093,$$

& ces valeurs pourront être regardées comme exactes pendant tout le ſiècle courant.

ARTICLE SEPTIÈME.

Des équations séculaires des nœuds, & des inclinaisons des orbites de la Terre, de Vénus & de Mars.

(48.) Comme l'action de Mercure sur les autres Planètes ne peut produire que des effets très-petits, ainsi qu'on le voit par la Table du *n.° 19*, où les quantités qui renferment le chiffre 5 après la virgule, sont toutes très-petites ; nous n'aurons aucun égard à cette action, & nous regarderons, par conséquent, comme nuls tous les termes des équations différentielles du *n.° 16*, qui seront multipliés par quelqu'une des quantités dont il s'agit. Or, ayant déjà examiné, dans l'*article précédent*, les quatre premières de ces équations, il ne restera plus qu'à considérer les six suivantes,

$$\frac{\partial s^{\text{II}}}{\partial t} + (2,0)(u^{\text{II}} - u) + (2,1)(u^{\text{II}} - u^{\text{I}}) + (2,3)(u^{\text{II}} - u^{\text{III}}) + (2,4)(u^{\text{II}} - u^{\text{IV}}) = 0,$$

$$\frac{\partial u^{\text{II}}}{\partial t} - (2,0)(s^{\text{II}} - s) - (2,1)(s^{\text{II}} - s^{\text{I}}) - (2,3)(s^{\text{II}} - s^{\text{III}}) - (2,4)(s^{\text{II}} - s^{\text{IV}}) = 0,$$

$$\frac{\partial s^{\text{III}}}{\partial t} + (3,0)(u^{\text{III}} - u) + (3,1)(u^{\text{III}} - u^{\text{I}}) + (3,2)(u^{\text{III}} - u^{\text{II}}) + (3,4)(u^{\text{III}} - u^{\text{IV}}) = 0,$$

$$\frac{\partial u^{\text{III}}}{\partial t} - (3,0)(s^{\text{III}} - s) - (3,1)(s^{\text{III}} - s^{\text{I}}) - (3,2)(s^{\text{III}} - s^{\text{II}}) - (3,4)(s^{\text{III}} - s^{\text{IV}}) = 0,$$

$$\frac{\partial s^{\text{IV}}}{\partial t} + (4,0)(u^{\text{IV}} - u) + (4,1)(u^{\text{IV}} - u^{\text{I}}) + (4,2)(u^{\text{IV}} - u^{\text{II}}) + (4,3)(u^{\text{IV}} - u^{\text{III}}) = 0,$$

$$\frac{\partial u^{\text{IV}}}{\partial t} - (4,0)(s^{\text{IV}} - s) - (4,1)(s^{\text{IV}} - s^{\text{I}}) - (4,2)(s^{\text{IV}} - s^{\text{II}}) - (4,3)(s^{\text{IV}} - s^{\text{III}}) = 0.$$

Dans ces équations, les quantités s, u, s^{I}, u^{I}, sont déjà connues, ayant été déterminées dans l'*article précédent :* ainsi ces équations suffiront pour déterminer les six inconnues, s^{II}, u^{II}, s^{III},

s^{III}. u^{III}, s^{IV}, u^{V}, dont les premières ſe rapportent à l'orbite de la Terre, les deux ſuivantes à l'orbite de Vénus, & les deux dernières à celle de Mars.

Si, pour intégrer ces équations, on vouloit employer la méthode générale de l'*article quatrième*, il ſaudroit les combiner avec les quatre de l'*article précédent*, pour avoir autant d'équations que de variables, s, u, s^{I}, &c. mais cela alongeroit inutilement le calcul, puiſque les quatre premières de ces variables ſont déjà connues : c'eſt pourquoi il ſera plus à propos de traiter ces équations à part.

On commencera donc par y ſubſtituer les valeurs de s, u, s^{I}, u^{I}, déterminées dans l'article précédent ; enſuite on remarquera qu'on peut ſatisfaire à ces équations, en faiſant

$$\begin{aligned}
s^{II} &= A \text{ ſin. } \alpha + B^{II} \text{ ſin. } (bt + \beta) + C^{II} \text{ ſin. } (ct + \gamma) \\
u^{II} &= A \text{ coſ. } \alpha + B^{II} \text{ coſ. } (bt + \beta) + C^{II} \text{ coſ. } (ct + \gamma) \\
s^{III} &= A \text{ ſin. } \alpha + B^{III} \text{ ſin. } (bt + \beta) + C^{III} \text{ ſin. } (ct + \gamma) \\
u^{III} &= A \text{ coſ. } \alpha + B^{III} \text{ coſ. } (bt + \beta) + C^{III} \text{ coſ. } (ct + \gamma) \\
s^{IV} &= A \text{ ſin. } \alpha + B^{IV} \text{ ſin. } (bt + \beta) + C^{IV} \text{ ſin. } (ct + \gamma) \\
u^{IV} &= A \text{ coſ. } \alpha + B^{IV} \text{ coſ. } (bt + \beta) + C^{IV} \text{ coſ. } (ct + \gamma)
\end{aligned}$$

où B^{II}, B^{III}, B^{IV}; C^{II}, C^{III}, C^{IV}; c & γ ſont des quantités indéterminées.

Ces ſubſtitutions faites, on comparera les termes analogues, & faiſant pour abréger,

$$\begin{aligned}
(2) &= (2,0) + (2,1) + (2,3) + (2,4) \\
(3) &= (3,0) + (3,1) + (3,2) + (3,4) \\
(4) &= (4,0) + (4,1) + (4,2) + (4,3)\,,
\end{aligned}$$

on aura les équations de condition ſuivantes,

$$\begin{aligned}
&(b + (2))B^{II} - (2,0)\,B - (2,1)\,B^{I} - (2,3)\,B^{III} - (2,4)\,B^{IV} = 0\,, \\
&(b + (3))B^{III} - (3,0)\,B - (3,1)\,B^{I} - (3,2)\,B^{II} - (3,4)\,B^{IV} = 0\,, \\
&(b + (4))B^{IV} - (4,0)\,B - (4,1)\,B^{I} - (4,2)\,B^{II} - (4,3)\,B^{III} = 0\,, \\
&(c + (2))\,C^{II} - (2,3)\,C^{III} - (2,4)\,C^{IV} = 0\,, \\
&(c + (3))\,C^{III} - (3,2)\,C^{II} - (3,4)\,C^{IV} = 0\,, \\
&(c + (4))\,C^{IV} - (4,2)\,C^{II} - (4,3)\,C^{III} = 0.
\end{aligned}$$

Comme les quantités B, B^{I} & b ſont déjà été déterminées

dans l'article précédent, il eſt clair que les trois premières des équations précédentes, ſerviront à déterminer les trois quantités B^{II}, B^{III}, B^{IV}; à l'égard des trois dernières, il eſt viſible qu'en éliminant deux des trois quantités C^{II}, C^{III}, C^{IV}, la troiſième s'en ira d'elle-même, & l'on aura une équation finale en c, qui ſera de cette forme,

$$(c + (2))(c + (3))(c + (4)) - (3,4)(4,3)(c + (2)) - (2,4)(4,2)(c + (3)) - (2,3)(3,2)(c + (4)) - (2,3)(3,4)(4,2) - (3,2)(4,3)(2,4) = 0.$$

Ainſi il faudra déterminer, par cette équation, la quantité c, enſuite on déterminera deux quelconques des trois quantités C^{II}, C^{III}, C^{IV} par le moyen de deux des trois dernières équations ci-deſſus, & la troiſième de ces quantités demeurera indéterminée, ainſi que la quantité γ.

(49.) Je remarque maintenant que l'équation précédente en c, étant du troiſième degré, elle donnera trois valeurs différentes de c, qui ſatisferont également aux équations différentielles propoſées; d'où & de ce que ces équations ſont ſimplement linéaires, il eſt facile de conclure que ſi on déſigne par c, d, e, les trois racines de l'équation dont il s'agit, & qu'on prenne ſix autres conſtantes D^{II}, D^{III}, D^{IV}, & E^{II}, E^{III}, E^{IV}, telles qu'il y ait entre les deux premières & la quantité d, ainſi qu'entre les trois dernières & la quantité e, la même relation que nous avons trouvée entre les conſtantes C^{II}, C^{III}, C^{IV} & la quantité c; qu'enfin on prenne encore deux autres indéterminées δ, ε, on en conclura, dis-je, que les valeurs complètes de s^{II}, u^{II}; s^{III}, u^{III}; s^{IV}, u^{IV}, ſeront de la forme ſuivante,

$$s^{II} = A\,\text{sin.}\,\alpha + B^{II}\,\text{sin.}\,(bt + \beta) + C^{II}\,\text{sin.}\,(ct + \gamma) + D^{II}\,\text{sin.}\,(dt + \delta) + E^{II}\,\text{sin.}\,(et + \epsilon),$$

$$u^{II} = A\,\text{cos.}\,\alpha + B^{II}\,\text{cos.}\,(bt + \beta) + C^{II}\,\text{cos.}\,(ct + \gamma) + D^{II}\,\text{cos.}\,(dt + \delta) + E^{II}\,\text{cos.}\,(et + \epsilon),$$

$$s^{III} = A\,\text{sin.}\,\alpha + B^{III}\,\text{sin.}\,(bt + \beta) + C^{III}\,\text{sin.}\,(ct + \gamma) + D^{III}\,\text{sin.}\,(dt + \delta) + E^{III}\,\text{sin.}\,(et + \epsilon);$$

$$u^{III} = A\,\text{cos.}\,\alpha + B^{III}\,\text{cos.}\,(bt + \beta) + C^{III}\,\text{cos.}\,(ct + \gamma) + D^{III}\,\text{cos.}\,(dt + \delta) + E^{III}\,\text{cos.}\,(et + \epsilon).$$

$$s^{IV} = A\,\text{sin.}\,\alpha + B^{IV}\,\text{sin.}\,(bt + \beta) + C^{IV}\,\text{sin.}\,(ct + \gamma) + D^{IV}\,\text{sin.}\,(dt + \delta) + E^{IV}\,\text{sin.}\,(et + \epsilon),$$

$$u^{IV} = A\,\text{cos.}\,\alpha + B^{IV}\,\text{cos.}\,(bt + \beta) + C^{IV}\,\text{cos.}\,(ct + \gamma) + D^{IV}\,\text{cos.}\,(dt + \delta) + E^{IV}\,\text{cos.}\,(et + \epsilon);$$

En effet, il eſt facile de voir que ces expreſſions doivent ſatisfaire aux équations différentielles ; & comme elles contiennent d'ailleurs ſix conſtantes arbitraires, il s'enſuit qu'elles ſont auſſi générales que la nature du Problème l'exige, puiſqu'on peut par le moyen de ces conſtantes, donner aux ſix quantités s^{II}, u^{II}, s^{III}, &c. des valeurs initiales quelconques.

Il ne reſte donc plus qu'à faire les ſubſtitutions numériques ; & d'abord on trouve d'après les valeurs de la Table du *n.° 19*,

$$(2) = 14'',386, \quad (3) = 11'',521, \quad (4) = 18'',179;$$

de ſorte que mettant ces valeurs, ainſi que celles de $b = -25'',337$, & $B^{I} = -2,3496\,B$ *(article précédent)* dans les trois premières équations de condition *(n.° 48)*, elles deviendront

$$10,951 B^{II} + 6,646\,B^{III} + 0,532\,B^{IV} + 6,089\,B = 0,$$
$$13,816 B^{III} + 6,703\,B^{II} + 0,515\,B^{IV} + 3,622\,B = 0,$$
$$7,158 B^{IV} + 1,773\,B^{II} + 1,701\,B^{III} + 12,544\,B = 0;$$

d'où l'on tire

$$B^{II} = -0,50235\,B, \quad B^{III} = 0,042600\,B, \quad B^{IV} = -1,6380\,B,$$

& par conſéquent, en ſubſtituant les valeurs de B ſin. β & B coſ. β *de l'article précédent*,

B'' fin. $\beta =$ 0,0026845, B'' cof. $\beta = -$ 0,0019097,
B''' fin. $\beta = -$ 0,00022766, B''' cof. $\beta =$ 0,00016195,
B^{IV} fin. $\beta =$ 0,0087535; B^{IV} cof. $\beta = -$ 0,0062269;

enfuite l'équation en c du *n.° 48,* deviendra, en y changeant c en x,

$$(x + 14{,}386)\,(x + 11{,}521)\,(x + 18{,}179) - 0{,}876\,(x + 14{,}386)$$
$$- 0{,}943\,(x + 11{,}521) - 44{,}547\,(x + 18{,}179) - 12{,}130 = 0,$$

laquelle, en faifant $x = y - 14{,}695$, pour en faire difparoître le fecond terme, fe transforme en

$$(y - 0{,}309)\,(y - 3{,}174)\,(y + 3{,}484) - 0{,}876\,(y - 0{,}309)$$
$$- 0{,}943\,(y - 3{,}174) - 44{,}547\,(y + 3{,}484) - 12{,}130 = 0,$$

c'eft-à-dire, en developpant les termes

$$y^3 - 57{,}520\,y - 160{,}653 = 0.$$

Cette équation étant comparée avec celle-ci,

$$y^3 - 3r^2y - 2r^3\,\text{cof.}\,\varphi = 0,$$

dont les racines font, comme l'on fait,

$$2\,r\,\text{cof.}\,\frac{\varphi}{3},\quad -2\,r\,\text{cof.}\left(\frac{\varphi}{3} - 60^d\right),\quad -2\,r\,\text{cof.}\left(\frac{\varphi}{3} + 60^d\right),$$

on trouve $r = 4{,}3787$, & cof. $\varphi = 0{,}9568$; d'où $\varphi = 16^d\ 54'$. De forte qu'on aura pour les trois valeurs de y, 8,715, — 5,103, — 3,613; par conféquent celles de x feront — 5,980, — 19,797, — 18,308.

De forte qu'on aura

$$c = -5'',980,\quad d = -19'',798,\quad e = -18'',308.$$

On prendra maintenant deux des trois dernières équations de condition *(n.° 48)*, & y fubftituant la valeur de c, on en tirera les rapports des trois quantités C'', C''', C^{IV}; enfuite changeant fucceffivement c en d & en e, on en tirera de même les rapports des quantités D'', D''', D^{IV}, & ceux des quantités E'', E''', E^{IV}.

Or, quoiqu'à la rigueur il foit indifférent, lefquelles de ces équations de condition, on choififfe pour ces déterminations, il y a cependant une obfervation importante à faire, laquelle peut être appliquée à tous les cas femblables;

c'eſt qu'il peut arriver que les équations qu'on emploie pour l'élimination des inconnues, donnent pour les valeurs de ces inconnues des fractions dont le numérateur & le dénominateur ſoient à la fois des nombres très-petits; auquel cas une erreur très-petite dans ces nombres, en produiroit une beaucoup plus grande dans la valeur de leur rapport, & rendroit par conſéquent fautive la valeur de l'inconnue cherchée. Cet inconvénient aura lieu dans la queſtion préſente, ſi parmi les trois équations de condition dont il s'agit, on prend les deux premières pour déterminer les rapports des quantités C^{II}, C^{III}, C^{IV}, ainſi que ceux des quantités D^{II}, D^{III}, D^{IV}, & une des deux premières avec la troiſième pour déterminer ceux de E^{II}, E^{III}, E^{IV}, comme il eſt facile de s'en convaincre par le calcul. Il conviendra donc de combiner dans le premier cas, une des deux premières équations avec la troiſième; & dans le ſecond cas, la première avec la ſeconde; de cette manière, les équations à réſoudre ſeront les ſuivantes

$$8{,}406\, C^{II} - 6{,}646\, C^{III} - 0{,}522\, C^{IV} = 0,$$
$$12{,}199\, C^{IV} - 1{,}773\, C^{II} - 1{,}701\, C^{III} = 0,$$
$$5{,}412\, D^{II} + 6{,}646\, D^{III} + 0{,}532\, D^{IV} = 0,$$
$$1{,}619\, D^{IV} + 1{,}773\, D^{II} + 1{,}701\, D^{III} = 0,$$
$$3{,}922\, E^{II} + 6{,}646\, E^{III} + 0{,}532\, E^{IV} = 0,$$
$$6{,}787\, E^{III} + 6{,}703\, E^{II} + 0{,}515\, E^{IV} = 0;$$

d'où l'on tire,

$$C^{III} = 1{,}2394\, C^{II}, \qquad C^{IV} = 0{,}3180\, C^{II},$$
$$D^{III} = -\,0{,}7935\, D^{II}, \qquad D^{IV} = -\,0{,}2613\, D^{II},$$
$$E^{II} = 0{,}0105\, E^{IV}, \qquad E^{III} = -\,0{,}0863\, E^{IV};$$

& les trois quantités C^{II}, D^{II}, E^{IV}, reſteront indéterminées.

(50.) Pour les déterminer, ainſi que les autres quantités γ, δ, ε, il faut connoître les lieux des nœuds & les inclinaiſons des orbites de la Terre, de Vénus & de Mars, pour la même époque que nous avons employée dans *l'article précédent*, pour Jupiter & Saturne, c'eſt-à-dire, pour le

commencement de l'année 1760, afin de pouvoir en déduire les valeurs correſpondantes des quantités s'', u'', s''', &c.

A l'égard de l'orbite de la Terre, il eſt clair qu'on doit la ſuppoſer dans le plan même que nous prenons pour l'écliptique; mais comme nous regardons ce plan comme fixe, tandis que celui de l'orbite de la Terre eſt réellement mobile, il s'enſuit que la ſuppoſition dont il s'agit, ne peut avoir lieu que pour un inſtant, qui ſera donc celui de l'époque en queſtion; de ſorte que le plan de notre écliptique fixe, ſera celui de l'écliptique réelle & mobile, au commencement de l'année 1760; ainſi l'inclinaiſon de l'orbite de la Terre ſera nulle pour cette époque, par conſéquent la quantité θ'' qui en exprime la tangente, ſera nulle auſſi; ce qui donnera

$$s'' - \theta'' \text{ſin.}\, \omega'' = 0, \quad \& \quad u'' = s'' \text{coſ.}\, \omega'' = 0.$$

Quant aux orbites de Vénus & de Mars, on trouve, par les dernières Tables de M. de la Lande, les élémens ſuivans,

Longitude du nœud de Vénus, pour 1760....		$2^s\ 14^d\ 31'\ 28''$
Mars........................		1. 17. 43. 8
Inclinaiſon de l'orbite de Vénus.............		3. 23. 20
Mars........................		1. 51. 0

Donc,

$$\omega''' = 74^d\ 31'\ 28'' \qquad \omega^{\text{IV}} = 47^d\ 43'\ 8'',$$
$$\theta''' = \text{tang.}\ 3.\ 23.\ 20 \qquad \theta^{\text{IV}} = \text{tang.}\ 1.\ 51.\ 0;$$

d'où l'on tire,

$$s''' = \theta''' \text{ſin.}\, \omega''' = 0{,}057070, \quad u''' = \theta''' \text{coſ.}\, \omega''' = 0{,}015801$$
$$s^{\text{IV}} = \theta^{\text{IV}} \text{ſin.}\, \omega^{\text{IV}} = 0{,}023867, \quad u^{\text{IV}} = \theta^{\text{IV}} \text{coſ.}\, \omega^{\text{IV}} = 0{,}021731.$$

Comme ces valeurs ſont celles qui répondent à l'époque de 1760, depuis laquelle nous comptons les années marquées par t *(article précédent)*, il faudra donc les ſubſtituer dans les formules générales du *n.° précédent*, en y ſuppoſant en même temps, $t = 0$; de cette manière, après avoir fait auſſi les autres ſubſtitutions du même numéro, & mis pour A ſin. ω, A coſ. ω, B ſin. β, B coſ. β, leurs valeurs trouvées plus haut *(n.° 42)*, on obtiendra les ſix équations ſuivantes,

$$C^{II}\text{ sin. }\gamma + D^{II}\text{ sin. }\delta + 0{,}0105\ E^{IV}\text{ sin. }\varepsilon + 0{,}030812 = 0,$$
$$C^{II}\text{ cos. }\gamma + D^{II}\text{ cos. }\delta + 0{,}0105\ E^{IV}\text{ cos. }\varepsilon - 0{,}009090 = 0,$$
$$1{,}2394\ C^{II}\text{ sin. }\gamma - 0{,}7935\ D^{II}\text{ sin. }\delta - 0{,}0863\ E^{IV}\text{ sin. }\varepsilon - 0{,}029171 = 0,$$
$$1{,}2394\ C^{II}\text{ cos. }\gamma - 0{,}7935\ D^{II}\text{ cos. }\delta - 0{,}0863\ E^{IV}\text{ cos. }\varepsilon - 0{,}022819 = 0,$$
$$0{,}3180\ C^{II}\text{ sin. }\gamma - 0{,}2613\ D^{II}\text{ sin. }\delta + E^{IV}\text{ sin. }\varepsilon + 0{,}012984 = 0,$$
$$0{,}3180\ C^{II}\text{ cos. }\gamma - 0{,}2613\ D^{II}\text{ cos. }\delta + E^{IV}\text{ cos. }\varepsilon - 0{,}035138 = 0,$$

qui ſerviront à déterminer les ſix inconnues C^{II} ſin. γ, C^{II} coſ. γ, D^{II} ſin. δ, &c. & l'on aura

$$C^{II}\text{ sin. }\gamma = 0{,}0014840, \quad C^{II}\text{ cos. }\gamma = 0{,}015857,$$
$$D^{II}\text{ sin. }\delta = -0{,}032068, \quad D^{II}\text{ cos. }\delta = -0{,}0070630,$$
$$E^{IV}\text{ sin. }\varepsilon = -0{,}021836, \quad E^{IV}\text{ cos. }\varepsilon = 0{,}028249,$$

d'où l'on tire *(n.° précédent)*

$$C^{III}\text{ sin. }\gamma = 0{,}0018393, \quad C^{III}\text{ cos. }\gamma = 0{,}019653,$$
$$C^{IV}\text{ sin. }\gamma = 0{,}00047191, \quad C^{IV}\text{ cos. }\gamma = 0{,}0050425,$$
$$D^{III}\text{ sin. }\delta = 0{,}025447, \quad D^{III}\text{ cos. }\delta = 0{,}0056044,$$
$$D^{IV}\text{ sin. }\delta = 0{,}0083795, \quad D^{IV}\text{ cos. }\delta = 0{,}0018455,$$
$$E^{II}\text{ sin. }\varepsilon = -0{,}00022894, \quad E^{II}\text{ cos. }\varepsilon = 0{,}00029618,$$
$$E^{III}\text{ sin. }\varepsilon = 0{,}0018845, \quad E^{III}\text{ cos. }\varepsilon = -0{,}0024379.$$

On peut déduire, ſi l'on veut, de ces valeurs celles des coëfficiens C^{II}, D^{II}, &c. & des angles γ, δ, &c. mais on n'en aura pas beſoin ſi on transforme, ainſi que nous en avons uſé plus haut, les ſinus & coſinus des angles $bt + \beta$, $ct + \gamma$, &c. en

$$\text{sin. }\beta\text{ cos. }bt + \text{cos. }\beta\text{ sin. }bt, \text{ \&c.} \qquad \text{cos. }\beta\text{ cos. }bt - \text{sin. }\beta\text{ sin. }bt, \text{ \&c.}$$

ce qui eſt plus commode pour le calcul, lorſque bt & α ſont de très-petits angles.

(51.) Faiſant donc toutes ces ſubſtitutions dans les formules générales du *n.° 49*, on trouvera les expreſſions ſuivantes,

Pour la Terre,

$$
\begin{aligned}
s^{II} = 0{,}028127 &+ 0{,}002685 \text{ cos. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}001910 \text{ sin. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}001484 \text{ cos. } (5'',980\,t) \\
&- 0{,}015857 \text{ sin. } (5'',980\,t) \\
&- 0{,}032068 \text{ cos. } (19'',798\,t) \\
&+ 0{,}007063 \text{ sin. } (19'',798\,t) \\
&- 0{,}000229 \text{ cos. } (18'',308\,t) \\
&- 0{,}000296 \text{ sin. } (18'',308\,t)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
u^{II} = -0{,}007180 &- 0{,}001910 \text{ cos. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}002685 \text{ sin. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}015857 \text{ cos. } (5'',980\,t) \\
&+ 0{,}001484 \text{ sin. } (5'',980\,t) \\
&- 0{,}007063 \text{ cos. } (19'',798\,t) \\
&- 0{,}032068 \text{ sin. } (19'',798\,t) \\
&+ 0{,}000296 \text{ cos. } (18'',308\,t) \\
&- 0{,}000229 \text{ sin. } (18'',308\,t).
\end{aligned}
$$

Pour Vénus,

$$
\begin{aligned}
s^{III} = 0{,}028127 &- 0{,}000228 \text{ cos. } (25'',337\,t) \\
&- 0{,}000162 \text{ sin. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}001839 \text{ cos. } (5'',980\,t) \\
&- 0{,}019653 \text{ sin. } (5'',980\,t) \\
&+ 0{,}025447 \text{ cos. } (19'',798\,t) \\
&- 0{,}005604 \text{ sin. } (19'',798\,t) \\
&+ 0{,}001884 \text{ cos. } (18'',308\,t) \\
&+ 0{,}002438 \text{ sin. } (18'',308\,t)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
u^{III} = -0{,}007180 &+ 0{,}000162 \text{ cos. } (25'',337\,t) \\
&- 0{,}000228 \text{ sin. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}019653 \text{ cos. } (5'',980\,t) \\
&+ 0{,}001839 \text{ sin. } (5'',980\,t) \\
&+ 0{,}005604 \text{ cos. } (19'',798\,t) \\
&+ 0{,}025447 \text{ sin. } (19'',798\,t) \\
&- 0{,}002438 \text{ cos. } (18'',308\,t) \\
&+ 0{,}001884 \text{ sin. } (18'',308\,t)
\end{aligned}
$$

Pour

Pour Mars,

$$
\begin{aligned}
s^{\text{IV}} = 0{,}028127 &+ 0{,}008754 \text{ cos. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}006227 \text{ sin. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}000472 \text{ cos. } (\ 5'',980\,t) \\
&- 0{,}005043 \text{ sin. } (\ 5'',980\,t) \\
&+ 0{,}008380 \text{ cos. } (19'',798\,t) \\
&- 0{,}001846 \text{ sin. } (19'',798\,t) \\
&- 0{,}021836 \text{ cos. } (18'',308\,t) \\
&- 0{,}028249 \text{ sin. } (18'',308\,t),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
u^{\text{IV}} = -\ 0{,}007180 &- 0{,}006227 \text{ cos. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}008754 \text{ sin. } (25'',337\,t) \\
&+ 0{,}005043 \text{ cos. } (\ 5'',980\,t) \\
&+ 0{,}000472 \text{ sin. } (\ 5'',980\,t) \\
&+ 0{,}001846 \text{ cos. } (19'',798\,t) \\
&+ 0{,}008380 \text{ sin. } (19'',798\,t) \\
&+ 0{,}028249 \text{ cos. } (18'',308\,t) \\
&- 0{,}021836 \text{ sin. } (18'',308\,t).
\end{aligned}
$$

Ainſi, prenant t pour le nombre des années tropiques écoulées depuis le 1.er Janvier 1760 à midi moyen, ou bien pour le nombre des années qui précèdent cette époque, en faiſant t négatif, il n'y aura qu'à calculer par les formules précédentes, les valeurs correſpondantes des quantités s^{II}, u^{II}, s^{III}, &c. & l'on en pourra déduire ſur le champ les longitudes ω^{II}, ω^{III}, &c. des nœuds des orbites des Planètes dont il s'agit, par rapport au plan de l'Écliptique de 1760, regardé comme fixe, ainſi que les inclinaiſons des mêmes orbites par rapport à ce plan, dont θ^{II}, θ^{III}, &c. ſont les tangentes; car on a

$$\text{tang. } \omega^{\text{II}} = \frac{s^{\text{II}}}{u^{\text{II}}}, \qquad \text{tang. } \omega^{\text{III}} = \frac{s^{\text{III}}}{u^{\text{III}}}, \text{ \&c.}$$

$$\theta^{\text{II}} = \sqrt{(s^{\text{II}\,2} + u^{\text{II}\,2})}, \quad \theta^{\text{III}} = \sqrt{(s^{\text{III}\,2} + u^{\text{III}\,2})} \text{ \&c.}$$

Au reſte, à cauſe de ce que les expreſſions des quantités s^{II}, s^{III}, s^{IV}, contiennent pluſieurs termes, il ſera aſſez difficile de déterminer ſi les angles ω^{II}, ω^{III}, ω^{IV}, ont des limites ou

non, & d'en trouver les valeurs moyennes, ainsi que nous l'avons fait à l'égard de Jupiter & de Saturne dans l'*art. précéd.* c'est pourquoi nous n'entrerons pas dans cette discussion qui pourroit nous mener trop loin.

(52.) Nous terminerons donc cet article par donner les formules des mouvemens annuels des nœuds & des variations annuelles des inclinaisons des orbites de la Terre, de Vénus & de Mars, formules qui se déduisent facilement de celles du *n.° 23,* en y faisant les substitutions convenables, & supposant $\partial t = 1$.

Ayant donc égard à l'action mutuelle de toutes les Planètes, excepté Mercure, ainsi que nous en avons usé dans les recherches précédentes; on trouvera

Pour la Terre,

$$\begin{aligned}\partial\,\omega'' = &- 6'',874\left(1 - \frac{\theta\ \text{cos.}\ (\omega''-\omega)}{\theta''}\right)\\ &- 0'',334\left(1 - \frac{\theta'\ \text{cos.}\ (\omega''-\omega')}{\theta''}\right)\\ &- 6'',646\left(1 - \frac{\theta'''\ \text{cos.}\ (\omega''-\omega''')}{\theta''}\right)\\ &- 0'',532\left(1 - \frac{\theta^{\text{iv}}\ \text{cos.}\ (\omega''-\omega^{\text{iv}})}{\theta''}\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial\,\theta'' = {}& 6'',874\ \theta\ \text{sin.}\ (\omega''-\omega) + 0'',334\ \theta'\ \text{sin.}\ (\omega''-\omega')\\ &+ 6'',646\ \theta'''\ \text{sin.}\ (\omega''-\omega''') + 0'',532\ \theta^{\text{iv}}\ \text{sin.}\ (\omega''-\omega^{\text{iv}});\end{aligned}$$

Pour Vénus,

$$\begin{aligned}\partial\,\omega''' = &- 4'',100\left(1 - \frac{\theta\ \text{cos.}\ (\omega'''-\omega)}{\theta'''}\right)\\ &- 0'',203\left(1 - \frac{\theta'\ \text{cos.}\ (\omega'''-\omega')}{\theta'''}\right)\\ &- 6'',703\left(1 - \frac{\theta''\ \text{cos.}\ (\omega'''-\omega'')}{\theta'''}\right)\\ &- 0'',515\left(1 - \frac{\theta^{\text{iv}}\ \text{cos.}\ (\omega'''-\omega^{\text{iv}})}{\theta'''}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial\,\theta''' = {}& 4'',100\ \theta\ \text{sin.}\ (\omega'''-\omega) + 0'',203\ \theta'\ \text{sin.}\ (\omega'''-\omega')\\ &+ 6'',703\ \theta''\ \text{sin.}\ (\omega'''-\omega'') + 0'',515\ (\theta^{\text{iv}}\ \text{sin.}\ \omega'''-\omega^{\text{iv}});\end{aligned}$$

Pour Mars,

$$\partial\,\omega^{IV} = -14'',060\left(1 - \frac{\theta\ \text{cos.}\,(\omega^{IV} - \omega\ )}{\theta^{IV}}\right)$$
$$-\ 0'',645\left(1 - \frac{\theta^{I}\ \text{cos.}\,(\omega^{IV} - \omega^{I}\ )}{\theta^{IV}}\right)$$
$$-\ 1'',773\left(1 - \frac{\theta^{II}\ \text{cos.}\,(\omega^{IV} - \omega^{II}\ )}{\theta^{IV}}\right)$$
$$-\ 1'',701\left(1 - \frac{\theta^{III}\,\text{cos.}\,(\omega^{IV} - \omega^{III})}{\theta^{IV}}\right),$$

$$\partial\ \theta^{IV} = 14'',060\ \theta\ \ \text{fin.}\ (\omega^{IV} - \omega\ ) + 0'',645\ \theta^{I}\ \ \text{fin.}\ (\omega^{IV} - \omega^{I}\ )$$
$$+\ 1'',773\ \theta^{II}\ \text{fin.}\ (\omega^{IV} - \omega^{II}) + 1'',701\ \ \theta^{III}\,\text{fin.}\ (\omega^{IV} - \omega^{III})\ ;$$

où $\partial\,\omega^{II}$, $\partial\,\omega^{III}$, $\partial\,\omega^{IV}$ font les mouvemens annuels des nœuds par rapport aux Étoiles fixes, & $\partial\,\theta^{II}$, $\partial\,\theta^{III}$, $\partial\,\theta^{IV}$ peuvent être prifes fans erreur fenfible pour les variations annuelles des inclinaifons des orbites à l'écliptique ; mais pour pouvoir faire ufage de ces formules, il faudra déterminer auparavant les valeurs des quantités ω, ω^{I}, &c. θ, θ^{I}, &c. qui conviennent à l'année donnée, d'après les formules générales de cet article & du précédent. Si l'on emploie celles qui répondent à l'époque de 1760, on aura pour l'orbite de Vénus,

$$\partial\,\omega^{III} = -\ 9'',692, \quad \partial\,\theta^{III} = -\ 0'',035\ ;$$

& pour celle de Mars,

$$\partial\,\omega^{IV} = -\ 8'',664, \quad \partial\,\theta^{IV} = -\ 0'',321.$$

Quant à l'orbite de la Terre, nous remarquerons que, puifque $\theta^{II} = 0$ pour 1760 (*hypothèfe*), il faudra que dans l'expreffion de $\partial\,\omega^{II}$, tous les termes divifés par θ^{II} foient auffi $= 0$, ce qui donne l'équation

$$6'',874\ \theta\ \ \text{cof.}\ (\omega^{II} - \omega\ ) + 0'',334\ \theta^{I}\ \text{cof.}\ (\omega^{II} - \omega^{I}\ )$$
$$+\ 6'',646\ \theta^{III}\,\text{cof.}\ (\omega^{II} - \omega^{III}) + 0'',532\ \theta^{IV}\text{cof.}\ (\omega^{II} - \omega^{IV}) = 0\ ;$$

d'où l'on tire pour la valeur de la tangente ω^{II}, l'expreffion

$$-\ \frac{6'',874\,\theta\,\text{cof.}\,\omega + 0'',334\,\theta^{I}\,\text{cof.}\,\omega^{I} + 6'',646\,\theta^{III}\,\text{cof.}\,\omega^{III} + 0'',532\,\theta^{IV}\,\text{cof.}\,\omega^{IV}}{6'',874\,\theta\,\text{fin.}\,\omega + 0''334\,\theta^{I}\,\text{fin.}\,\omega^{I} + 6''646\,\theta^{III}\,\text{fin.}\,\omega^{III} + 0'',532\,\theta^{IV}\text{fin.}\,\omega^{IV}}$$
$$= -\ \frac{6'',874\,u + 0'',334\,u^{I} + 6'',646\,u^{III} + 0'',532\,u^{IV}}{6'',874\,s + 0'',334\,s^{I} + 6'',646\,s^{III} + 0'',532\,s^{IV}}.$$

Subſtituant donc à la place de s, u, s^{I}, &c. les valeurs qui répondent au commencement de l'année 1760, & qui ont déjà été déterminées ci-deſſus d'après les Tables, on aura tang. $\omega'' = - \frac{0,08797}{0,56219} = -0,15648$; d'où $\omega'' = 180^d - 8^d\, 53'\, 36''$; c'eſt le lieu où l'orbite de la Terre doit couper le plan de l'écliptique de 1760, au premier inſtant où elle abandonne ce plan.

Employant maintenant cette valeur de ω'' dans l'expreſſion de $\partial\theta''$, on trouvera $\partial\theta'' = 0'',569$; ce qui donne l'augmentation annuelle de l'inclinaiſon de l'orbite de la Terre, par rapport au plan dont il s'agit.

On auroit les mêmes réſultats, ſi l'on cherchoit les valeurs de tang. ω'' & de θ'', d'après les formules générales du *n.° précédent;* car faiſant, dans les expreſſions de s'' & de u'', $t = 1$, & mettant à la place des ſinus des arcs très-petits $25'',337$, $5'',980$, &c. ces arcs mêmes, & à la place de leurs coſinus, l'unité, on trouve

$$s'' = 0'',08797,\ u'' = -0'',56219;$$

d'où tang. $\omega'' = -\frac{0,08797}{0,56219}$, & $\theta'' = 0'',569$; ce qui s'accorde avec ce qu'on a trouvé ci-deſſus, & pourroit ſervir, s'il en étoit beſoin, à confirmer la juſteſſe de nos calculs.

ARTICLE HUITIÈME.

Des Équations ſéculaires du nœud & de l'inclinaiſon de l'orbite de Mercure.

(53.) Pour achever nos recherches ſur les dérangemens cauſés dans les plans des orbites des Planètes, par leur action mutuelle, il ne reſte plus qu'à examiner ceux qui doivent avoir lieu dans le plan de l'orbite de Mercure. Or, ſuivant nos dénominations, ω^{V} ſera la longitude du nœud de cette orbite, & θ^{V} ſera la tangente de ſon inclinaiſon; de ſorte que la queſtion ſe réduira à déterminer les valeurs des quantités

$s^{v} = \theta^{v}$ fin. ω^{v}, $u^{v} = \theta^{v}$ cof. ω^{v}, par l'intégration des équations différentielles d'où elles dépendent, & qui felon l'ordre des équations du *n.° 16*, doivent être la neuvième & la dixième.

Ces équations feront donc

$$\frac{\partial s^{v}}{\partial t} + (5,0)\ (u^{v} - u\ ) + (5,1)\ (u^{v} - u^{I}\ ) + (5,2)\ (u^{v} - u^{II})$$
$$+ (5,3)\ (u^{v} - u^{III}) + (5,4)\ (u^{v} - u^{IV}) = 0,$$
$$\frac{\partial u^{v}}{\partial t} - (5,0)\ (s^{v} - s\ ) - (5,1)\ (s^{v} - s^{I}\ ) - (5,2)\ (s^{v} - s^{II})$$
$$- (5,3)\ (s^{v} - s^{III}) - (5,4)\ (s^{v} - s^{IV}) = 0,$$

lefquelles, en y fubftituant les valeurs des quantités s, s^{I}, &c. u, u^{I}, &c, déjà trouvées dans les deux articles précédens, & faifant pour plus de fimplicité

$$F = -(5,0) - (5,1) - (5,2) - (5,3) - (5,4),$$
$$M = (5,0)\,B + (5,1) + B^{I} + (5,2)\,B^{II} + (5,3)\,B^{III} + (5,4)\,B^{IV},$$
$$N = (5,2)\,C^{II} + (5,3)\,C^{III} + (5,4)\,C^{IV},$$
$$P = (5,2)\,D^{II} + (5,3)\,D^{III} + (5,4)\,D^{IV},$$
$$Q = (5,2)\,E^{II} + (5,3)\,E^{III} + (5,4)\,E^{IV},$$

fe changent en celles-ci :

$$\frac{\partial s^{v}}{\partial t} - F\ (u^{v} - A \text{ cof. } \alpha) - M \text{ cof. } (bt + \beta) - N \text{ cof. } (ct + \gamma)$$
$$- P \text{ cof. } (\partial t + \delta) - Q \text{ cof. } (et + \epsilon) = 0,$$
$$\frac{\partial u^{v}}{\partial t} + F\ (s^{v} - A \text{ fin. } \alpha) + M \text{ fin. } (bt + \beta) + N \text{ fin. } (ct + \gamma)$$
$$+ P \text{ fin. } (\partial t + \delta) + Q \text{ fin. } (et + \epsilon) = 0.$$

Telles font les équations qu'il s'agit maintenant d'intégrer; & il eft facile de voir que pour cela il n'y a qu'à fuppofer

$$s^{v} = A \text{ fin. } \alpha + B^{v} \text{ fin. } (bt + \beta) + C^{v} \text{ fin. } (ct + \gamma)$$
$$+ D^{v} \text{fin. } (\partial t + \delta) + E^{v} \text{fin. } (et + \epsilon) + F^{v} \text{fin. } (ft + \varphi),$$
$$u^{v} = A \text{ cof. } \alpha + B^{v} \text{cof. } (bt + \beta) + C^{v} \text{ cof. } (ct + \gamma)$$
$$+ D^{v} \text{cof. } (\partial t + \delta) + E^{v} \text{ cof. } (et + \epsilon) + F^{v} \text{cof. } (ft + \varphi);$$

car faifant ces fubftitutions, & égalant à zéro les termes homogènes, on n'aura que ces quatre équations de condition $(b-f)\,B^{v} = M$, $(c-f)\,C^{v} = N$, $(d-f)\,D^{v} = P$, $(e-f)\,E^{v} = Q$,

lesquelles donnent

$$B^{v} = \frac{M}{b-f},\ C^{v} = \frac{N}{c-f},\ D^{v} = \frac{P}{\partial-f},\ E^{v} = \frac{Q}{\varepsilon-f};$$

de sorte qu'il y aura encore deux indéterminées F & φ; qui dépendront des valeurs initiales de s^{v} & de u^{v} données par les observations; ainsi les valeurs supposées de s^{v} & de u^{v} sont exactes & complettes.

Pour déterminer les deux inconnues F^{v} & φ, je tire des Tables les élémens suivans,

Long. du nœud de Mercure, pour 1760..... $1^{s}\ 15^{d}\ 28'\ 45''$.
Inclinaison de son orbite.................. $7^{d}\ 0'\ 0''$.

Donc $\omega^{v} = 45^{d}\ 28'\ 45''$, $\theta^{v} =$ tang. 7^{d}; de-là on trouvera

$$s^{v} = \theta^{v} \text{ sin. } \omega^{v} = 0{,}087543,\quad u^{v} = \theta^{v} \text{ cos. } \omega^{v} = 0{,}086092;$$

ce qui (en supposant, comme on a fait jusqu'ici, que t soit $= 0$ au commencement de 1760) donnera les deux équations,

$$A \text{ sin. } \alpha + B^{v} \text{ sin. } \beta + C^{v} \text{ sin. } \gamma + D^{v} \text{ sin. } \delta$$
$$+ E^{v} \text{ sin. } \varepsilon + F^{v} \text{ sin. } \varphi = 0{,}087543,$$
$$A \text{ cos. } \alpha + B^{v} \text{ cos. } \beta + C^{v} \text{ cos. } \gamma + D^{v} \text{ cos. } \delta$$
$$+ E^{v} \text{ cos. } \varepsilon + F^{v} \text{ cos. } \varphi = 0{,}086092,$$

par lesquelles on pourra déterminer F^{v} & φ.

Maintenant je trouve, d'après la Table du *n.° 19*; $f = -6''311$; & ensuite en employant les valeurs de B sin. β, B^{I} sin. β, déterminées dans les deux *articles précédens*,

B^{v} sin. $\beta = 0{,}00028612$, $\quad B^{v}$ cos. $\beta = 0{,}00020354$,
C^{v} sin. $\gamma = 0{,}024795$, $\quad C^{v}$ cos. $\gamma = 0{,}264940$,
D^{v} sin. $\delta = -0{,}0050520$, $\quad D^{v}$ cos. $\delta = -0{,}0011126$,
E^{v} sin. $\varepsilon = -0{,}00047975$, $\quad E^{v}$ cos. $\varepsilon = -0{,}00062066$;

enfin substituant ces valeurs dans les deux équations ci-dessus, on aura

F^{v} sin. $\varphi = 0{,}039867$, $\quad F^{v}$ cos. $\varphi = -0{,}170972$,

(54.) Si donc on substitue ces valeurs dans les expressions ci-dessus de s^{v} & de u^{v}, après y avoir changé les sinus &

cosinus de $bt + \beta$, $ct + p$, &c. en

$\sin.\beta \cos.bt + \cos.\beta \sin.bt$, &c. $\cos.\beta \cos.bt - \sin.\beta \sin.bt$, &c.

on aura les formules suivantes;

Pour Mercure,

$$
\begin{aligned}
s^{v} = 0{,}028127 &+ 0{,}000286 \cos.(25'',337t) \\
&+ 0{,}000204 \sin.(25'',337t) \\
&+ 0{,}024795 \cos.(5'',980t) \\
&- 0{,}264940 \sin.(5'',980t) \\
&- 0{,}005052 \cos.(19'',798t) \\
&+ 0{,}001113 \sin.(19'',798t) \\
&- 0{,}000480 \cos.(18'',308t) \\
&- 0{,}000621 \sin.(18'',308t) \\
&+ 0{,}039867 \cos.(6'',311t) \\
&+ 0{,}170972 \sin.(6'',311t), \\
u^{v} = -0{,}007180 &- 0{,}000204 \cos.(25'',337t) \\
&+ 0{,}000286 \sin.(25'',337t) \\
&+ 0{,}264940 \cos.(5'',980t) \\
&+ 0{,}024795 \sin.(5'',980t) \\
&- 0{,}001113 \cos.(19'',798t) \\
&- 0{,}005052 \sin.(19'',798t) \\
&+ 0{,}000621 \cos.(18'',308t) \\
&- 0{,}000480 \sin.(18'',308t) \\
&- 0{,}170972 \cos.(6'',311t) \\
&+ 0{,}039867 \sin.(6'',311t).
\end{aligned}
$$

Dans ces formules, t représente, comme dans les *articles précédens*, le nombre des années tropiques écoulées depuis le 1.er Janvier 1760 à midi moyen, ou de celles qui ont précédé cette époque, si on fait t négatif; ainsi, on pourra par leur moyen calculer pour un temps quelconque les valeurs des quantités s^{v} & u^{v}; & d'après ces valeurs, on trouvera le lieu du nœud ascendant de l'orbite de Mercure, ainsi que l'inclinaison de son orbite, par les formules

$$\text{tang.}\,\omega^{v} = \frac{s^{v}}{u^{v}},\ \&\ \theta^{v} = \sqrt{(s^{v2} + u^{v2})},$$

ω^{v} étant la longitude du nœud comptée depuis le lieu de

l'équinoxe de 1760, & θ^{v} la tangente de l'inclinaiſon.

(55.) A l'égard du mouvement annuel des nœuds & de la variation annuelle de l'inclinaiſon, quoiqu'on puiſſe les déduire aiſément des formules précédentes, il ſera cependant plus commode de les déterminer par le moyen des formules différentielles du *n.° 23*, en y faiſant $\partial t = 1$.

De cette manière, on trouvera pour le mouvement annuel des nœuds de Mercure, par rapport aux Étoiles fixes,

$$\begin{aligned}\partial\omega^{v} = &- 1'',564 \left(1 - \frac{\theta \text{ coſ. } (\omega^{v} - \omega)}{\theta^{v}}\right)\\ &- 0'',080 \left(1 - \frac{\theta^{I} \text{ coſ. } (\omega^{v} - \omega^{I})}{\theta^{v}}\right)\\ &- 0'',867 \left(1 - \frac{\theta^{II} \text{ coſ. } (\omega^{v} - \omega^{II})}{\theta^{v}}\right)\\ &- 3'',749 \left(1 - \frac{\theta^{III} \text{ coſ. } (\omega^{v} - \omega^{III})}{\theta^{v}}\right)\\ &- 0'',051 \left(1 - \frac{\theta^{IV} \text{ coſ. } (\omega^{v} - \omega^{IV})}{\theta^{v}}\right),\end{aligned}$$

& pour la variation annuelle de l'inclinaiſon,

$$\begin{aligned}\partial\theta^{v} = &\ 1'',564\, \theta \text{ ſin. } (\omega^{v} - \omega) + 0'',080\, \theta^{I} \text{ ſin. } (\omega^{v} - \omega^{I})\\ &+ 0'',867\, \theta^{II} \text{ ſin. } (\omega^{v} - \omega^{II}) + 3'',749\, \theta^{III} \text{ ſin. } (\omega^{v} - \omega^{III})\\ &+ 0'',051\, \theta^{IV} \text{ ſin. } (\omega^{v} - \omega^{IV}).\end{aligned}$$

Ainſi, il n'y aura qu'à ſubſtituer dans ces expreſſions les valeurs des quantités θ, θ^{I}, &c. ω, ω^{I}, &c. qui répondent au temps donné, & qui réſultent des formules générales données ci-deſſus. Si on emploie celles qui répondent à l'époque de 1760, & que nous avons déduites des Tables, on trouvera pour le ſiècle préſent,

$$\partial\omega^{v} = - 4'',528,\ \partial\theta^{v} = - 0'',140.$$

ARTICLE

ARTICLE NEUVIÈME.

Sur les changemens de latitude & de longitude des Étoiles fixes, causés par le déplacement de l'orbite de la Terre.

(56.) Nous avons donné dans l'*article septième*, les formules nécessaires pour déterminer à chaque instant la position du plan de l'orbite de la Terre, par rapport au plan dans lequel cette orbite s'est trouvée au commencement de l'année 1760, que nous avons prise pour époque; ainsi, connoissant la position des Étoiles fixes à l'égard de ce dernier plan, c'est-à-dire, leurs longitude & latitude pour le commencement de 1760, il sera facile de trouver les longitudes & les latitudes pour un autre temps quelconque.

Pour cet effet, on commencera par calculer pour le temps donné, les valeurs des quantités s'' & u'' (*n.*° 51), & on en tirera celles de ω'' longitude du nœud de l'orbite de la Terre, & de y inclinaison de cette orbite, au moyen des formules $\text{tang. } \omega'' = \frac{s}{u}$, & $\text{tang. } y = \theta'' = \sqrt{(s''^2 + u''^2)}$; on ajoutera à la longitude ω'' la précession des équinoxes $50'',3\,t$, pour avoir la longitude du nœud de l'orbite de la Terre, comptée à l'ordinaire, depuis le premier point d'*Ariès*, c'est-à-dire, depuis l'intersection de l'écliptique & de l'équateur; & on nommera cette longitude x. Cela posé, comme l'inclinaison y est toujours très-petite, on trouvera aisément, par les formules différentielles connues, que l'obliquité de l'écliptique sera sujette à une variation $= y \text{ cos. } x$, & que les points équinoxiaux auront un mouvement en longitude $= \frac{y \text{ sin. } x}{\text{tang. } 23^d \frac{1}{2}}$, & un mouvement en ascension droite $= \frac{y \text{ sin. } x}{\text{sin. } 23^d \frac{1}{2}}$.

Ensuite, nommant l la longitude d'une Étoile quelconque; & λ sa latitude, calculées, en ayant égard à la précession des équinoxes, on trouvera que la variation de cette Étoile

en longitude, sera $= y \text{ cof. } (l - x) \text{ tang. } \lambda - \frac{y \text{ fin. } x}{\text{tang. } 23^d \frac{1}{2}}$;
& que sa variation en latitude sera $= - y \text{ fin. } (l - x)$.

(57.) Pour faciliter le calcul de ces formules, on remarquera qu'à cause de la petitesse de l'angle y, on aura, sans aucune erreur sensible, $y = \theta''$; donc, puisque $x = \omega'' + 50'',3\,t$, on aura $\text{fin. } x = \text{fin. } \omega'' \text{ cof. } (50'',3\,t) + \text{cof. } \omega'' \text{ fin. } (50'',3\,t)$, $\text{cof. } x = \text{cof. } \omega'' \text{ cof. } (50'',3\,t) - \text{fin. } \omega'' \text{ fin. } (50'',3\,t)$, par conséquent on aura

$$y \text{ fin. } x = s'' \text{ cof. } (50'',3\,t) + u'' \text{ fin. } (50'',3\,t)$$
$$y \text{ cof. } x = u'' \text{ cof. } (50'',3\,t) - s'' \text{ fin. } (50'',3\,t).$$

De-là il s'ensuit, que si on fait pour abréger,

$$\sigma = s'' \text{ cof. } (50'',3\,t) + u'' \text{ fin. } (50'',3\,t)$$
$$\upsilon = u'' \text{ cof. } (50'',3\,t) - s'' \text{ fin. } (50'',3\,t),$$

on aura υ pour la variation de l'obliquité de l'écliptique, & $\frac{\sigma}{\text{tang. } 23^d \frac{1}{2}}$, ou $\frac{\sigma}{\text{fin. } 23^d \frac{1}{2}}$ pour le mouvement en longitude ou en ascension droite des points équinoxiaux.

De plus, à cause de $\text{fin. } (l - x) = \text{fin. } l \text{ cof. } x - \text{cof. } l \text{ fin. } x$, & $\text{cof. } (l - x) = \text{cof. } l \text{ cof. } x + \text{fin. } l \text{ fin. } x$, on aura, pour la variation en longitude d'une Étoile quelconque,

$$(\sigma \text{ fin. long.} + \upsilon \text{ cof. long.}) \text{ tang. latit.} - \frac{\sigma}{\text{tang. } 23^d \frac{1}{2}},$$

& pour sa variation en latitude,

$$\sigma \text{ cof. long.} - \upsilon \text{ fin. long.}$$

(58.) Toute la difficulté se réduit donc à calculer, pour le temps donné, les valeurs de s'' & u'' d'après les deux formules du *n.° 51*, & en déduire ensuite celles des quantités σ & υ par les formules du *n.° précédent.*

Pour épargner ce travail aux Astronomes qui voudront faire usage de notre théorie, j'ai pris la peine de calculer les quantités dont il s'agit, de siècle en siècle, pour vingt siècles, tant avant qu'après 1760, en faisant successivement $t = -100, -200, -300$, &c. jusqu'à -2000, & ensuite $t = 100, 200, 300$, &c. jusqu'à 2000; &

afin de pouvoir mettre une plus grande exactitude dans les calculs, j'ai d'abord changé dans les expressions de s'' & de v'' du *n.° cité*, les *cosinus* en $1 - 2\,(\textit{sinus})^2$, & j'ai ensuite réduit les coëfficiens en secondes en les multipliant par 206265.

De cette manière, j'ai transformé les expressions dont il s'agit, dans celles-ci, qui sont à la fois plus simples & plus commodes pour le calcul.

$$\begin{aligned} s'' = &\ 393'',9 \text{ sin. } (25'',337\,t) - 1107'',5 \text{ sin. } (12'',668\,t)^2 \\ & - 3270'',8 \text{ sin. } (5'',980\,t) - 612'',2 \text{ sin. } (2'',990\,t)^2 \\ & + 1456'',9 \text{ sin. } (19'',798\,t) + 13229'',4 \text{ sin. } (9'',899\,t)^2 \\ & - 61'',1 \text{ sin. } (18'',308\,t) + 94'',4 \text{ sin. } (9'',154\,t)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v'' = &\ 553'',7 \text{ sin. } (25'',337\,t) + 787'',8 \text{ sin. } (12'',668\,t)^2 \\ & + 306'',1 \text{ sin. } (5'',980\,t) - 6541'',6 \text{ sin. } (2'',990\,t)^2 \\ & - 6614'',7 \text{ sin. } (19'',798\,t) + 2913'',8 \text{ sin. } (9'',899\,t)^2 \\ & - 47'',2 \text{ sin. } (18'',308\,t) - 122'',2 \text{ sin. } (9'',154\,t)^2. \end{aligned}$$

Ensuite j'ai construit d'après ces formules les deux Tables suivantes, dont la première est pour les siècles qui précèdent l'année 1760, & dont la seconde est pour ceux qui la suivent.

PREMIÈRE TABLE.

VALEURS de t.	VALEURS de s''.	VALEURS de u''.
— 100.	— 8",5347.	56",304.
— 200.	— 16,540.	112,77.
— 300.	— 24 016.	169,38.
— 400.	— 30 956.	226,13.
— 500.	— 37.365.	283.04.
— 600.	— 43.233.	340,10.
— 700.	— 48,578.	397,27.
— 800.	— 53.369.	454.57.
— 900.	— 57.633.	512.01.
— 1000.	— 61,335.	569,51.
— 1100.	— 64,521.	627,18.
— 1200.	— 67,121.	684.94.
— 1300.	— 69,213.	742,80.
— 1400.	— 70,725.	800,74.
— 1500.	— 71.697.	858,80.
— 1600.	— 72,099.	916,73.
— 1700.	— 71,910.	974,70.
— 1800.	— 71,272.	1033,28.
— 1900.	— 70,060.	1091,70.
— 2000.	— 68,287.	1150,03.

DEUXIÈME TABLE.

VALEURS de t.	VALEURS de s''.	VALEURS de u''.
100.	9",0628.	— 56",144.
200.	18,648.	— 112,12.
300.	28,760.	— 167,93.
400.	39,389.	— 223,55.
500.	50,542.	— 279,02.
600.	62,206.	— 334,28.
700.	74.391.	— 389,37.
800.	87,088.	— 444,26.
900.	100 29.	— 498,97.
1000.	114,02.	— 553,37.
1100.	128,21.	— 607,70.
1200.	142,96.	— 661,73.
1300.	158 18.	— 715,57.
1400.	173,90.	— 769,17.
1500.	190,12.	— 822,57.
1600.	206 805.	— 875 53.
1700.	223.945.	— 928,20.
1800.	241,75.	— 981,18.
1900.	259,90.	— 1033,43.
2000.	278,54	— 1085,85.

Enfin, j'ai déduit des valeurs de s'' & de u'', renfermées dans ces deux Tables, celles des quantités σ & υ, par le moyen des formules du *n.° 57*, & j'ai formé, de cette manière, les Tables troisième & quatrième, qui suivent, & dont l'une, c'est-à-dire la troisième, donne les valeurs de σ & υ qui répondent à chaque siècle, à compter du commencement de 1760, en remontant, & dont l'autre, c'est-à-dire la quatrième, donne les valeurs des mêmes quantités pour chaque siècle, à compter depuis la même époque en descendant. Il faut se souvenir que j'entends par siècle, un intervalle de cent années tropiques, lequel est moindre qu'un siècle ordinaire de cent années Juliennes, la différence étant de $18^h\ 27'$; mais comme les variations séculaires des quantités σ & υ sont moindres qu'une minute, il est clair qu'on peut, en toute sûreté, faire abstraction de la différence dont il s'agit, & prendre indifféremment des années Juliennes à la place des années tropiques.

TROISIÈME TABLE.

VALEURS de t.	VALEURS de σ.	VALEURS de v.
— 100.	— 9″,91.	56″,07.
— 200.	— 22,02.	111,82.
— 300.	— 36,33.	167,18.
— 400.	— 52,83.	222,05.
— 500.	— 71,51.	276,40.
— 600.	— 92,35.	330,16.
— 700.	— 115,36.	383,25.
— 800.	— 140,47.	435,60.
— 900.	— 167,72.	487,19.
— 1000.	— 197,03.	537,85.
— 1100.	— 228,44.	587,64.
— 1200.	— 261,86.	636,46.
— 1300.	— 297,33.	684,21.
— 1400.	— 334,74.	730,84.
— 1500.	— 374,14.	776,42.
— 1600.	— 415,36.	820,42.
— 1700.	— 458,42	863,16.
— 1800.	— 503,65	905,01.
— 1900.	— 550,58	945,28.
— 2000.	— 599,26	983,95.

QUATRIÈME TABLE.

VALEURS de t.	VALEURS de σ.	VALEURS de v.
100.	7″,69.	— 56″,34.
200.	13,17.	— 112,90.
300.	16,50.	— 169,58.
400.	17,42.	— 226,33.
500.	16,23.	— 283,09.
600.	12,80.	— 339,78.
700.	7,16.	— 396,35.
800.	— 0,68.	— 452,71.
900.	— 10,74.	— 508,84.
1000.	— 22,96.	— 564,54.
1100.	— 37,44.	— 619,94.
1200.	— 54,02.	— 674,83.
1300.	— 72,78.	— 729,22.
1400.	— 93,66.	— 782,99.
1500.	— 116,69.	— 836,14.
1600.	— 141,75.	— 888,39.
1700.	— 168,89.	— 939,78.
1800.	— 198,16.	— 990,90.
1900.	— 229,37.	— 1040,62.
2000.	— 262,73.	— 1089,69.

(59.)

(59.) Les quantités v repréſentent, comme on l'a dit plus haut *(n.° 57)*, les variations de l'obliquité de l'écliptique: on voit donc par la Table troiſième, que cette obliquité n'a ceſſé de diminuer depuis deux mille ans, & la Table quatrième, montre qu'elle doit continuer toujours à diminuer, du moins pendant l'eſpace de deux mille ans auquel cette Table s'étend. La diminution ſéculaire, eſt, pour le ſiècle préſent, d'environ 56 ſecondes, mais cette diminution n'eſt point uniforme; elle n'étoit, il y a deux mille ans, que de 38",67, depuis lors elle a augmenté continuellemeut, & elle n'arrivera à ſon *maximum* que dans quatre ſiècles: elle ſera alors de 56",76, ce qui diffère très-peu de ſa valeur actuelle; mais dans vingt ſiècles d'ici, elle ne ſera plus que de 49 ſecondes.

Si l'on prend $23^d\ 28'\ 20''$ pour l'obliquité moyenne actuelle, elle aura dû être, ſuivant la Table troiſième, de $23^d\ 44'\ 5''$, au temps d'Hipparque qui vivoit cent cinquante ans avant Jéſus-Chriſt. Il eſt vrai que cette obliquité ſeroit moindre d'environ ſept minutes que celle que les anciennes obſervations paroiſſent donner pour ce temps-là: mais on ſait que ces obſervations ne ſont pas aſſez exactes pour pouvoir ſervir à fixer la juſte valeur d'un élément ſi délicat: il doit ſuffire, ce me ſemble, qu'elles s'accordent avec la théorie, à prouver la diminution de l'obliquité de l'écliptique, & juſqu'à préſent on ne peut que s'en rapporter à celle-ci pour ce qui regarde la quantité & les loix de cette diminution.

(60.) Si on diviſe les quantités σ par tang. 23 degrés $\frac{1}{2}$, ou plus exactement par tang. $23^d\ 28' = 0{,}4341$; ou, ce qui revient au même, qu'on les multiplie par 2,3035, on aura l'équation des points équinoxiaux, c'eſt-à-dire les quantités

qu'il ſaudra ajouter ou ſouſtraire du lieu moyen du premier point d'*Ariès* ſur l'écliptique pour avoir ſon lieu vrai *(n.° 57)*. Donc, ſi on convertit les ſecondes de degrés en ſecondes de temps, à raiſon du mouvement moyen du Soleil, ce qui ſe fera en multipliant les ſecondes de degrés par 24, ou plus exactement par la fraction $\frac{24^h}{59' \, 8'',3} = 24,3497$, on aura l'équation qui ſervira à corriger le temps de l'équinoxe; de ſorte que cette équation ſera repréſentée en général par 56,089 σ. J'ai donc conſtruit la Table ſuivante, laquelle donne pour chaque ſiècle avant & après 1760, la valeur de l'équation dont il s'agit, exprimée en ſecondes de temps.

CINQUIÈME TABLE.

SIÈCLES avant 1760.	ÉQUATION des Équinoxes.	SIÈCLES après 1760.	ÉQUATION des Équinoxes.
0.	0.	0.	0.
1.	— 556″.	1.	432″.
2.	— 1235.	2.	739.
3.	— 2038.	3.	925.
4.	— 2963.	4.	977.
5.	— 4011.	5.	910.
6.	— 5180.	6.	718.
7.	— 6471.	7.	401.
8.	— 7879.	8.	— 38.
9.	— 9407.	9.	— 603.
10.	— 11051.	10.	— 1287.
11.	— 12813.	11.	— 2100.
12.	— 14688.	12.	— 3030.
13.	— 16669.	13.	— 4082.
14.	— 18775.	14.	— 5253.
15.	— 20985.	15.	— 6545.
16.	— 23297.	16.	— 7950.
17.	— 25712.	17.	— 9473.
18.	— 28250.	18.	— 11115.
19.	— 30882.	19.	— 12865.
20.	— 33613.	20.	— 14737.

Or il eſt clair que ſi on prend la différence des équations répondantes à deux ſiècles conſécutifs, dans la Table précédente, on aura l'équation par laquelle il faudra corriger la durée de cent années tropiques moyennes, pour avoir leur durée exacte: par conſéquent, la centième partie de cette équation, donnera à très-peu près l'équation de la durée des années tropiques, pour le ſiècle dont il s'agit. C'eſt ſur ce principe que j'ai formé la Table ſuivante, d'après celle qui précède: cette Table fait voir que la longueur de l'année a toujours été en diminuant depuis vingt ſiècles juſqu'à préſent, & qu'elle doit continuer à diminuer du moins pendant l'eſpace de vingt autres ſiècles, & ſi on ſouſtrait l'équation actuelle de 5″,56 de l'équation qui répond au dix-neuvième ſiècle avant 1760, & qui eſt de 27″,31, on aura 21″,75 pour la quantité dont l'année tropique a dû être plus longue au temps d'Hipparque, qu'elle n'eſt à préſent.

SIXIÈME TABLE.

SIÈCLES avant 1760.	Équation de la durée des années tropiques.	SIÈCLES après 1760.	Équation de la durée des années tropiques.
0.	5",56.	0.	5",56.
1.	6,79.	1.	4,32.
2.	8,03.	2.	3,07.
3.	9,25.	3.	1,86.
4.	10,48.	4.	0,52.
5.	11,69.	5.	— 0,67.
6.	12,91.	6.	— 1,92.
7.	14,08.	7.	— 3,17.
8.	15,28.	8.	— 4,39.
9.	16,44.	9.	— 5,65.
10.	17,62.	10.	— 6,84.
11.	18,75.	11.	— 8,13.
12.	19,81.	12.	— 9,30.
13.	21,06.	13.	— 10,52.
14.	22,10.	14.	— 11,71.
15.	23,12.	15.	— 12,92.
16.	24,15.	16.	— 14,05.
17.	25,38.	17.	— 15,23.
18.	26,32.	18.	— 16,42.
19.	27,31.	19.	— 17,50.
20.		20.	— 18,72.

(61.) Quant aux variations des Étoiles fixes en longitude & en latitude, on les déterminera aisément d'après les valeurs des quantités σ & υ des Tables troisième & quatrième, & par le moyen des formules que nous avons données plus haut *(n.° 57)*. Mais comme ces quantités n'ont été calculées que de siècle en siècle, & que leurs différences sont assez inégales; si on vouloit avoir les variations dont il s'agit, d'année en année, ou du moins de dix en dix ans pour le siècle présent, il faudroit, pour plus d'exactitude, calculer de nouveau, d'après les formules générales, les valeurs de σ & υ qui répondent à $t = 1, 2, 3,$ &c. ou à $t = 10, 20, 30,$ &c. Nous nous contenterons ici de donner les valeurs qui répondent à $t = 1$, & pour cela il suffira de se souvenir qu'on a déjà trouvé plus haut *(n.° 52)* pour $t = 1$, $s^{\text{II}} = 0'',08797$, $u^{\text{II}} = -0'',56219$; d'où l'on tire $\sigma = 0'',08783$, & $\upsilon = -0'',56221$.

De-là il s'ensuit, que pour un certain nombre d'années t, à compter depuis le commencement de 1760, on aura, avec une exactitude suffisante,

$$\sigma = 0'',08783\,t, \quad \upsilon = -0'',56221\,t;$$

& ces valeurs serviront aussi pour les années qui précèdent 1760, en faisant t négatif.

Au reste, comme les variations dont nous venons de parler, ne dépendent que du déplacement de l'écliptique, il est clair que les déclinaisons des Astres ne souffriront aucun changement; mais les ascensions droites seront toutes également diminuées de la quantité $\frac{\sigma}{\text{sin. } 23^d \frac{1}{2}}$ qui est le mouvement des points équinoxiaux en ascension droite *(n.° 57)*.



EXPOSITION D'UN NOUVEL ORDRE DE PLANTES ADOPTÉ DANS LES DÉMONSTRATIONS DU JARDIN ROYAL.

Par M. A. L. DE JUSSIEU.

PARMI les Sciences qui ont pour objet l'étude des corps naturels, la Botanique, dont l'étendue est la plus considérable, exige pour cette raison plus de méthode dans la disposition des êtres soumis à son examen. Le nombre des Auteurs qui se sont occupés successivement de ce travail, démontre sa nécessité; il prouve en même temps l'insuffisance de leurs recherches & la difficulté de trouver la méthode naturelle. Les Plantes répandues sur le globe paroissent devoir former entr'elles une chaîne continue, dont les deux extrêmes sont l'herbe la plus petite & l'arbre le plus élevé. Par une gradation insensible on s'élevera de l'une à l'autre en disposant de suite celles dont l'affinité est marquée par un plus grand nombre de rapports. Cet ordre, qui est celui de la Nature, n'intéresse pas seulement les Physiciens, il présente une utilité plus réelle. Le raisonnement, appuyé de l'expérience, démontre que les plantes conformes dans leurs caractères, jouissent aussi des mêmes propriétés; de sorte que l'ordre naturel une fois donné, on pourroit déterminer leurs vertus par des signes extérieurs. Un objet d'une telle importance méritoit d'occuper l'attention des Botanistes qui veulent réunir au titre de Savant celui de Citoyen utile.

13 Avril 1774.

Les Anciens n'avoient pas d'idée de l'ordre naturel; plus occupés des vertus des plantes que de leurs caractères sensibles,

ils avoient négligé l'examen de ces derniers, & s'étoient contentés de séparer les herbes des arbres. Leurs successeurs mieux instruits sentirent la nécessité d'une recherche plus exacte. Ils examinèrent les plantes avec soin, & virent bientôt que leurs principaux caractères devoient être tirés des parties de la fructification, seules propres à donner des résultats généraux. Mais en voulant régler la science, en décidant qu'une seule de ces parties devoit servir de base à une méthode, ils s'écartèrent de la vraie route. Ce principe donna naissance à plusieurs méthodes, les unes sur le fruit, les autres sur le calice ou la corolle, qui furent successivement adoptées & rentrèrent dans l'oubli, dès que M. Tournefort eut publié la sienne sur la fin du dernier siècle. Cet Auteur estimable, qui ne cherchoit qu'à faciliter l'étude de la science, avoit choisi la corolle, parce qu'elle est très-apparente & aisée à observer. Sa disposition seroit plus naturelle s'il ne se fût attaché qu'aux caractères essentiels, s'il eût mis plus de précision dans la détermination des genres & des espèces. La Botanique, qui avoit pris entre ses mains une forme nouvelle, étoit encore susceptible d'un plus haut degré de perfection.

M. Tournefort ignoroit, ainsi que la plupart de ses contemporains, l'usage des étamines; la découverte de leur poussière fécondante produisit une révolution dans la science, & fixa les idées sur la nature de certaines parties. On reconnut que les seuls organes sexuels, qui sont le pistil & les étamines, constituoient essentiellement la fleur, que la corolle portoit improprement ce nom, & n'étoit qu'une enveloppe colorée. Les étamines mieux connues furent observées avec plus de soin, elles firent partie des caractères génériques, & devinrent en 1737 la base d'un systême ingénieux, imaginé par M. Linnæus, célèbre Naturaliste Suédois.

Ce systême a, comme le précédent, ses beautés & ses imperfections, ses parties lumineuses & son côté foible. L'auteur voulant, selon le principe reçu, tirer d'une seule partie toutes les divisions de ses classes, a été obligé, pour les multiplier,

multiplier, d'adopter indiſtinctement les caractères eſſentiels & ceux qui ne le ſont pas. Si les progrès de la Botanique ſe meſurent par le nombre des pas qu'elle fait vers l'ordre de la Nature, le ſyſtème des étamines plus difficile & moins naturel que la méthode de M. Tournefort paroît devoir être en même proportion moins avantageux ; ſes caractères ſont quelquefois peu apparens, ſa marche toujours gênée, ſes claſſes remplies de diſparités ; mais il eſt préférable en ce qu'il a plus de préciſion, des deſcriptions génériques & ſpécifiques plus parfaites, une nomenclature plus ſimple & moins fatigante pour la mémoire, en ce qu'il raſſemble ſous des rapports donnés tous les genres connus, ſoit anciens, ſoit nouveaux. Ce ſyſtème peut, ainſi que les méthodes antérieures, être regardé comme une table raiſonnée où les plantes ſont diſpoſées ſuivant des ſignes de convention qui donnent aux Botaniſtes la facilité de s'entendre. Il a été adopté par le plus grand nombre qui aimoit mieux ſuivre un ordre tout fait, que d'en imaginer un nouveau, ou de réformer les anciens.

M. Tournefort avoit cependant conſervé quelques ſectateurs ; ſa méthode établie par lui-même dans l'école du Jardin Royal, y a ſubſiſté juſqu'à préſent, malgré les changemens ſurvenus dans la ſcience ; on auroit pu la rendre plus praticable en rectifiant les genres défectueux, en ajoutant ceux qui manquent, en ſimplifiant la nomenclature. La ſcience y eût gagné, les démonſtrations auroient été plus claires, l'étude plus facile : cette réforme ne pouvoit avoir lieu ſans augmenter l'étendue de l'École trop reſſerrée pour le nombre des eſpèces qu'elle devoit contenir, ſans faire une tranſplantation générale toujours coûteuſe, & ſouvent nuiſible aux plantes que l'on tranſporte. M. le Duc de la Vrillière, qui aime les Sciences & protège les Savans, inſtruit par M. de Buffon de l'état de ce jardin, a bien voulu mettre l'année dernière ſous les yeux du Roi un projet qui tendoit à l'embelliſſement du lieu & à l'utilité publique. Sa Majeſté, de tout temps favorable aux Botaniſtes, leur a donné en cette occaſion une

nouvelle marque de ſa bienveillance en permettant l'exécution du projet qui lui étoit préſenté ; on a doublé le local & tracé de nouvelles plates-bandes. Il ne reſtoit plus qu'à ſe décider ſur l'ordre qui ſeroit établi dans les démonſtrations, ſur la méthode qui ſeroit adoptée de préférence. Celle de M. Tournefort a beſoin de réforme; le principal mérite de celle de M. Linnæus conſiſte dans ſes genres & ſa nomenclature. Il falloit, ou corriger la première par la ſeconde, ou en faire une nouvelle qui réuniſſant les avantages particuliers à chacune, eût auſſi les ſiens propres; le premier travail paroiſſoit inſuffiſant, le ſecond rempliſſoit mieux l'objet d'utilité publique.

Cette méthode plus parfaite eſt celle qui ſe rapprochera plus de l'ordre naturel, ou plutôt elle ſera l'ordre naturel lui-même, dont toutes les méthodes artificielles ne ſont qu'une imitation très-imparfaite. La marche qu'il faut ſuivre pour le trouver eſt différente de celle qu'on a tenue juſqu'à préſent; il eſt vrai que les avantages qui doivent réſulter du ſuccès, ſont compenſés par la difficulté de l'entrepriſe : l'ordre naturel eſt comme la pierre philoſophale des Chimiſtes. L'impoſſibilité de réunir, ou même de connoître toutes les plantes qui doivent compoſer la chaîne générale, ſera toujours un obſtacle inſurmontable, & laiſſera des vides difficiles à remplir; mais ſi la Nature a diſperſé les matériaux deſtinés à la conſtruction de cet ordre, elle nous laiſſe du moins entrevoir les principes ſur leſquels il eſt appuyé. Dans le nombre des caractères que donnent les plantes, il en exiſte quelques-uns eſſentiels, généraux & invariables, qui paroiſſent devoir ſervir de baſe à l'ordre cherché. Ils ne ſont pas arbitraires, mais fondés ſur l'obſervation, & ne s'obtiennent qu'en montant du particulier au général.

Après avoir déterminé ſucceſſivement les eſpèces & les genres, on rapproche ceux qui ſe reſſemblent dans beaucoup de parties : ces approximations partielles mieux connues ſous le nom de *Familles*, ſont aiſées à obtenir, & la Nature même ſemble nous avoir favoriſé dans ce travail, en donnant des familles très-ſimples & avouées de tous les Botaniſtes. On en

compte ſept principales ; les graminées, les liliacées, les compoſées, les ombellifères, les labiées, les crucifères & les légumineuſes : ces familles précieuſes pour nous, puiſqu'elles ſont la baſe de nos recherches, offrent un ſecond avantage. Nous pourrons par leur moyen connoître & apprécier les vrais principes de l'ordre naturel : tous ceux qui tendront à ſéparer deux plantes réunies dans ces familles ſeront rejetés ; on ne conſervera que ceux qui tireront d'elles toute leur force.

Tel eſt celui-ci qui doit être admis : *Tout caractère qui varie dans le particulier ne peut avoir de valeur dans le général.* A l'aide de ce premier principe, on écarte tous les caractères qui ne ſont ni aſſez généraux, ni aſſez conſtans ; on met de côté les racines, les tiges & les feuilles qui varient dans une même famille : les liliacées offrent des racines tubéreuſes & des racines chevelues ; on voit dans les légumineuſes des tiges herbacées & d'autres ligneuſes, ce qui détruit la fameuſe diſtinction des herbes & des arbres ; enfin, les compoſées ont des feuilles alternes & oppoſées, ſimples & pinnées ; la non-exiſtence de quelques-unes de ces parties dans certaines plantes devient pour elles un nouveau motif d'excluſion.

Ce ſont donc les ſeules parties de la fructification, & ſur-tout les plus eſſentielles, qui peuvent donner les caractères primitifs de l'ordre naturel ; ainſi le calice & la corolle doivent encore être mis à l'écart, parce que ces deux enveloppes de la fleur peuvent manquer enſemble ou ſéparément dans une plante, ſans que pour cela elle ſoit moins parfaite ou moins propre à ſe reproduire. Cette dernière propriété qui ſuppoſe toutes les autres, conſtitue la véritable perfection d'un végétal ; elle eſt inhérente à l'eſpèce formée par la Nature, & réſide dans les organes ſexuels. Si quelquefois la mutilation ou l'avortement a ſupprimé ces organes dans un individu particulier, c'eſt un être dénaturé qui a manqué l'objet de ſa deſtination, une monſtruoſité qui ne peut faire exception dans l'ordre général.

Le piſtil & les étamines ſont donc les parties eſſentielles & principales ; elles concourent à former un individu nouveau

qui commence dans la germination une nouvelle vie, & n'est censé parfait que lorsqu'il a produit un autre individu semblable à lui. La reproduction des êtres est le complément des ouvrages de la Nature, le plus haut point où elle puisse atteindre; c'est aussi le terme où doivent se borner nos recherches. L'appareil de la fécondation, l'importance des organes qui l'opèrent immédiatement, de ceux même qui ne sont que parties sécondaires dans cette fonction, l'inutilité & la chute de ces organes, lorsqu'ils ont produit leur effet, tout annonce que la graine formée à si grands frais est la partie essentielle par excellence, le centre des divisions primitives de l'ordre naturel.

Nous ne parlerons point ici des différences générales observées dans la germination de cette graine, dans le développement de l'embryon qu'elle contient, différences constantes & invariables qui séparent les végétaux en trois grands ordres aussi faciles à distinguer par leur port extérieur que par leurs caractères particuliers. On a vu dans un premier Mémoire sur les Renoncules *(Mémoires de l'Académie, année 1773, page 214)* les preuves qui appuyoient la distinction des plantes acotyledones, monocotyledones & dicotyledones : ces preuves fondées sur l'observation générale, sur le rapport avec les familles connues, sur l'analogie des deux règnes organisés, sur la conformité du cœur animal avec l'embryon végétal, paroissent ne laisser aucun doute sur la solidité de cette division primitive.

Les acotyledones, qui sont les plus simples dans leur structure, forment la première & la moindre portion de la chaîne; elles sont suivies des monocotyledones plus nombreuses & mieux organisées; les dicotyledones qui succèdent ont une organisation plus complette, & sont en nombre beaucoup plus considérable : l'étendue de ces classes, & surtout des deux dernières, exige dans chacune, des divisions sécondaires dont les caractères soient de même essentiels & généraux. Avant de les chercher dans les autres parties de la plante, il faut voir si l'embryon qui a fourni les premières

distinctions, pourroit encore donner les secondes. La germination, indépendamment des différences primitives déjà énoncées, en présente de particulières dans chaque classe, sur-tout dans les monocotyledones. Ses autres caractères principaux sont sa situation dans la graine *(a)*, & la situation de celle-ci dans sa capsule. Nous avons observé ailleurs *(Mémoire déjà cité)* que le premier étoit assez uniforme dans les familles connues ; le second paroît aussi constant, mais on n'a pas assez d'observations pour généraliser cette double assertion, & placer ces caractères au second rang. N'ayant obtenu jusqu'à présent que des résultats particuliers, nous sommes obligés de laisser la question indécise, d'attendre que de nouvelles recherches & une comparaison exacte de toutes les graines, aient jeté plus de jour sur cette matière importante.

Le choix des parties qui doivent au défaut de la graine servir de base aux subdivisions, n'est pas incertain ; il est déterminé en faveur des organes sexuels, par le rapport immédiat qu'ils ont avec la graine, rapport fondé sur leur influence dans sa formation, sur la nécessité de leur existence antérieure. Comme dans l'économie végétale ils n'ont de valeur qu'en unissant leurs forces, de même leur concours est nécessaire dans l'ordre naturel pour former des caractères solides ; on sait combien dans une seule famille le nombre & la proportion des étamines peuvent varier, ainsi que la forme, la substance & le nombre des loges du pistil : ces deux parties donnent séparément beaucoup de caractères, mais celui qui résulte de leur considération respective, est le seul uniforme dans les familles connues, le seul par consé-

(a) Il paroît que c'est ce caractère que M. Linnæus a eu en vue, lorsqu'il dit dans ses *Classes plantarum*, pag. 487, *Qui clavem (methodi naturalis) fabricare student, sciant nullam partem universalem magis valere, quam illam a situ, præsertim seminis, in semine punctum vegetans, quod vel perforat longitudinaliter semen, seu undique involvitur, vel ad ejus latus reponitur; hoc vel extra cotyledones vel intra; vel in basi, juxta basim, ad latus, vel in apice seminis; basis seminis est cicatricula ista, quâ pericarpio vel receptaculo proprio affixum fuit semen.*

quent qui puiſſe être admis ; ce caractère unique eſt la ſituation des étamines relativement au piſtil, ou autrement l'inſertion des étamines ; il n'a pas été ſaiſi par le grand nombre des Botaniſtes. M. Linnæus, qui dans ſon ſyſtème, conſidère les étamines ſous tous les points, paroît faire moins de cas de leur attache, & ne l'emploie que pour caractériſer trois de ſes claſſes ; M. Adanſon en fait un uſage plus conſtant dans les caractères de ſes familles.

Les étamines peuvent être portées ſur le piſtil, ou adhérentes à ſon ſupport ; elles peuvent encore tirer leur origine du calice ou de la corolle *(b)*. Dans le Mémoire cité plus haut, nous avons prouvé par des exemples tirés des familles connues, que de ces quatre inſertions, les trois premières ſont eſſentiellement diſtinctes & incompatibles dans l'ordre naturel ; la quatrième au contraire ſuit d'autres loix, elle correſpond aux trois précédentes, & peut être alliée ſéparément à chacune d'elles. Jamais dans une famille, encore moins dans un individu iſolé, on n'a vu le mélange des inſertions ſur le piſtil, au ſupport & au calice ; chaque plante, chaque famille a la ſienne propre & conſtante. Il n'en eſt pas de même de la quatrième inſertion, qui ſe confond indifféremment avec l'une des précédentes dans une même famille, ou ce qui eſt plus ſingulier, dans une même fleur, comme l'œillet. Ce qui s'explique par la propoſition ſuivante, tirée du même Mémoire : *l'inſertion des étamines à la corolle doit être cenſée la même que celle des étamines à la partie qui ſoutient pour lors la corolle.* Cette ſingularité vient de ce que la corolle portant les étamines, tient alors au point qu'elles auroient occupé, ſi elles ne lui euſſent pas adhéré. Dans ce cas, elle peut être regardée ſimplement

(b) Il exiſte une autre eſpèce d'inſertion, quelquefois difficile à déterminer ; c'eſt lorſque les étamines ſont portées ſur un diſque ou corps charnu particulier, ſitué entre le ſupport & le calice, qui paroît une production de l'un ou de l'autre, & que l'on ne ſait ſouvent auquel des deux rapporter : dans ce cas on ſe décide par analogie, d'après l'inſertion des plantes congenères.

comme un ſupport intermédiaire, compatible avec chacune des trois inſertions principales; ſon exiſtence devient alors néceſſaire, & ſa propre inſertion ſubſtituée à celles des étamines, fait l'office de caractère eſſentiel. Il réſulte de cette conformité, que la corolle chargée des étamines doit avoir trois inſertions auſſi diſſemblables entr'elles, que le ſont les trois inſertions correſpondantes des étamines; ce que l'obſervation confirme. Une même famille, dans la ſuppoſition énoncée, ne montrera jamais des corolles portées ſur le piſtil, pendant que d'autres adhèreront au ſupport; elles ont toutes la même inſertion dans les plantes analogues.

Ces propoſitions mériteroient peut-être une diſcuſſion plus étendue; mais ſans entrer dans les détails que chacun peut aiſément ſuppléer, nous obſerverons que ce ſimple expoſé ſuffit pour indiquer la route qui mènera à la découverte de l'ordre naturel. Il exiſte dans les végétaux, comme dans les animaux, des claſſes primitives qui renferment d'autres claſſes ſécondaires; les unes & les autres ſont fondées ſur des caractères généraux & invariables qui ne peuvent être tirés que des organes les plus eſſentiels à la vie, à la reproduction de l'eſpèce; tous les êtres qui diffèrent par la ſtructure, la ſituation & l'uſage de ces organes principaux, doivent être ſéparés; de-là les premières diviſions du règne animal, d'après l'inſpection du cœur, du nombre de ſes ventricules & de ſes oreillettes. Les organes qui tiennent après lui, le premier rang dans l'économie animale, donneront les ſecondes diviſions, & ainſi de ſuite; ce principe, dont on ne s'écartera jamais ſans tomber dans l'erreur, eſt le fondement de toutes les recherches à faire dans les corps organiſés; dès-lors on ne peut ſe contenter de l'examen des parties externes, de ces parties qui fourniſſent tout au plus des caractères du troiſième ou du quatrième ordre: les méthodes fondées ſur ces caractères s'écartent toujours de la Nature, dans l'un & l'autre règne. Ces vérités n'ont pas échappé à mon oncle, & la diſpoſition de ſes familles dans le jardin du petit Trianon, prouve qu'il en étoit bien pénétré;

ſon ordre eſt plus naturel que les méthodes publiées juſqu'à préſent, parce qu'il eſt ſimple dans ſes diviſions générales, & conſerve les familles dans leur intégrité. On y retrouve les trois claſſes primitives, caractériſées par l'embryon; les acotyledones ſont diſpoſées ſuivant l'apparence plus ou moins marquée des parties de la fructification; dans les monocotyledones, l'Auteur ſe règle ſur l'inſertion des étamines, & paſſe ſucceſſivement en revue les étamines portées ſur le piſtil, celles qui adhèrent au calice, celles qui ſont attachées au ſupport. Les dicotyledones ſont diviſées de même, en obſervant que, lorſque la corolle porte les étamines, c'eſt ſon inſertion qui devient le caractère déciſif, pour rapporter les plantes à l'une des trois autres inſertions des étamines. Tel eſt à-peu-près le plan que mon oncle a ſuivi, mais ſans déſigner par aucun ſigne les points de tranſition d'une claſſe à l'autre, ſe contentant de rapprocher les familles conformes dans leurs caractères eſſentiels; ſes diviſions ſont priſes dans la Nature; on pourroit deſirer ſeulement qu'elles fuſſent plus nombreuſes, parce que chaque claſſe ſecondaire ayant alors moins d'étendue, la détermination des genres & des eſpèces deviendroit plus facile; mais il a été gêné par le nombre limité des caractères généraux, qui ne devoient être choiſis que dans les parties eſſentielles de la fructification : ces caractères déjà énoncés ſont les ſeuls eſſentiels par eux-mêmes; ils tranſmettent quelquefois leur qualité à d'autres, comme on l'a vu pour l'inſertion de la corolle, mais cette qualité dans ceux-ci eſt toujours dépendante. Quelques autres ne reçoivent de ces caractères primitifs, qu'une portion de leur qualité; ils deviennent généraux & non eſſentiels, parce qu'ils ſouffrent des exceptions. Tels ſont ceux qui réſultent des obſervations ſuivantes *(c)* : la corolle d'une ſeule pièce porte ordinairement les étamines; quand elle eſt de pluſieurs pièces, les étamines ne lui adhèrent preſque jamais, elles

(c) Filamenta ſtaminum a corollâ polypetalâ diſtincta, corollæ verò monopetalæ inſerta ſunt; exceptis antheris bicornibus. Linnæi, Philoſ. Bot. n.° 108.

ont

ont alors avec elle une origine commune; d'où il ſuit que le nombre des parties de la corolle, & ſon inſertion, conſidérés collectivement ſuffiſent pour déterminer avec aſſez de préciſion l'attache des étamines.

Cette enveloppe peut donc fournir des diſtinctions générales, & partager quelquefois avec la graine & les organes ſexuels, le privilége excluſif de donner des caractères primitifs dans l'ordre naturel. On expliquera maintenant pourquoi la méthode de M. Tournefort, fondée ſur la corolle, eſt plus naturelle que le ſyſtème de M. Linnæus, établi ſur les étamines; celui-ci, dans une partie eſſentielle, a choiſi des conſidérations qui ne le ſont pas; celui-là, en diſtinguant les corolles d'une ſeule pièce de celles qui en ont pluſieurs, a ſuivi, ſans le ſavoir, l'une des diviſions tirées de l'attache des étamines, & s'eſt rapproché, en cela, de l'ordre naturel. La méthode a ſur le ſyſtème un autre avantage, elle eſt plus ſimple, ſes caractères ſont plus apparens; ſi l'Auteur eût connu l'uſage de toutes les parties, il eſt probable que le rapport des étamines avec la corolle, ne lui auroit pas échappé, & qu'il auroit négligé la forme de celle-ci, ayant d'autres caractères plus ſolides; nous pourrons ſuppléer à ce que cet homme illuſtre a omis: ſon travail nous indique un moyen très-ſimple de multiplier les claſſes de Trianon, ſans nous écarter de l'ordre qui y eſt obſervé, ſans ceſſer de prendre l'inſertion des étamines pour baſe des diviſions ſécondaires.

Ce moyen conſiſte à diſtinguer cette inſertion, priſe collectivement en deux principales, l'une *immédiate*, l'autre *médiate;* la première a lieu toutes les fois que les étamines adhèrent immédiatement au piſtil, au ſupport ou au calice; la ſeconde, lorſque la corolle, portant les étamines, ſert de point intermédiaire entr'elle & les autres parties: cette diſtinction ne répugne pas dans l'ordre naturel, quoique les deux inſertions ſe trouvent quelquefois confondues dans une même famille, parce que ce mélange eſt très-rare & ne produit que quelques exceptions. C'eſt ainſi, que, dans les légumineuſes caractériſées par l'inſertion immédiate au calice, deux ou

trois plantes ont l'inſertion médiate, ou les étamines attachées à la corolle, qui tient elle-même au calice; mais cette exception n'arrive que parce que la corolle, polypétale dans toutes les légumineuſes, devient monopétale dans les plantes en queſtion: la réunion des pétales eſt une condition néceſſaire pour occaſionner un changement dans l'inſertion des étamines, & quand cette réunion s'opère, on eſt preſque ſûr de voir les étamines ſe porter ſur la corolle, comme pour confirmer la propoſition énoncée plus haut: *Quand la corolle eſt d'une ſeule pièce, elle porte ordinairement les étamines;* ou ſon inverſe, fondée de même ſur l'obſervation: *La corolle qui porte les étamines, eſt ordinairement d'une ſeule pièce;* cette ſympathie, frappante dans ces deux caractères, permet de les unir, & de décider, qu'à quelques exceptions près, l'un ſuffit pour annoncer l'autre; d'où il eſt naturel de conclure que le caractère d'inſertion médiate peut généralement être exprimé ou déſigné par le terme de corolle monopétale.

Cette inſertion ſuppoſe toujours une corolle; l'inſertion immédiate, au contraire, n'exige point la préſence de cette enveloppe: des familles entières, comme les graminées, en ſont dépourvues; d'autres, telles que les crucifères, les ombellifères, les légumineuſes, en ont une; nous ajouterons même, qu'il eſt rare dans une famille qui a, pour un de ſes caractères, la préſence de la corolle, de trouver des plantes qui n'en aient pas. Le *Cardamine impatiens, lin.* dans les crucifères, le *Caroubier* dans les légumineuſes, en offrent un exemple; mais comme il n'en réſulte qu'un petit nombre d'exceptions, il eſt poſſible, en les admettant, de ſéparer les familles qui ont une corolle de celles qui en ſont dénuées: cette ſéparation a pour but d'augmenter encore le nombre des diviſions ſécondaires, addition dont l'utilité eſt reconnue; on parviendra à les multiplier, même en ſe réglant toujours ſur l'inſertion des étamines, en diſtinguant ſeulement l'inſertion *eſſentiellement immédiate*, de celle qui eſt *ſimplement immédiate.*

Quand la corolle n'exiſte pas, les étamines ont eſſentiellement une inſertion immédiate aux trois points d'attache,

puiſqu'elles ne peuvent avoir de ſupport intermédiaire: ſi au contraire la corolle exiſte, cette inſertion eſt ſimplement immédiate, parce que les étamines n'adhèrent pas alors eſſentiellement aux trois points d'attache. Le voiſinage d'une partie qui fait ailleurs l'office de ſupport, peut faire varier leur inſertion, & cette variation eſt d'autant plus poſſible, que, dans l'inſertion immédiate, la corolle tient ordinairement au même point que les étamines; cette origine commune facilite la réunion accidentelle des deux parties: alors les deux baſes étant confondues, la corolle paroît porter les étamines, quoique dans le fait le filet de l'étamine ſe prolonge ſur l'onglet du pétale, juſqu'au point de l'inſertion: cette remarque peut s'appliquer auſſi à l'inſertion médiate & ſervir à confirmer les premières propoſitions générales ſur l'inſertion des étamines.

Les plantes naturellement apétales ne ſe chargent jamais d'une corolle, celles au contraire qui, dans l'origine, ont une corolle, la perdent quelquefois; de-là les deux propoſitions ſuivantes: la corolle n'exiſte jamais dans l'inſertion eſſentiellement immédiate; dans celle qui eſt ſimplement immédiate, elle exiſte ordinairement, mais peut quelquefois manquer, pourvu que la poſſibilité de ſon exiſtence ſoit reconnue. Nous avons remarqué précédemment, que cette corolle étoit de pluſieurs pièces dans l'inſertion ſuppoſée, & c'eſt ce qui rend ſa ſuppreſſion moins difficile; les corolles polypétales ſont ſujettes à avorter ou à devenir monopétales. Il n'y a pas d'exemple, au contraire, que la corolle d'une ſeule pièce ait jamais été ſupprimée: de plus, il eſt rare de la voir ſe partager en pluſieurs pétales, elle ne devient même ſujette à cette dernière variation, que lorſqu'elle s'eſt déjà écartée d'une première règle, en ne portant pas les étamines; il faut excepter, de cette propoſition, le genre du *Statice*, qui méritera, avec le *Plumbago*, une diſcuſſion particulière.

Nous ne nous arrêterons pas davantage ſur ces différentes obſervations, ce qui a été dit ſuffit pour conclure que l'inſertion eſſentiellement immédiate exige la ſuppreſſion abſolue de la corolle; que l'inſertion ſimplement immédiate ſuppoſe

Aa ij

l'existence actuelle, ou du moins possible, d'une corolle de plusieurs pièces; d'où il suit que, par le terme de plantes apétales, nous pouvons désigner la première de ces insertions, & la seconde, par celui de plantes polypétales: ces conséquences, solidement établies & jointes à celle qui est déduite de l'insertion médiate, faciliteront l'intelligence de la méthode que nous proposons pour l'École du Jardin-royal.

Les plantes y seront distinguées, comme à Trianon, en acotyledones, monocotyledones & dicotyledones.

La première classe restera indivise jusqu'à ce qu'on connoisse mieux l'organisation des végétaux qui en font partie: la plupart ont le pistil & les étamines ou invisibles ou peu apparens, & même séparés le plus souvent dans des fleurs distinctes; ce qui rend l'insertion difficile à observer, & par conséquent les divisions sécondaires impossibles.

La seconde classe renferme des plantes qui n'ont pas de corolle, mais seulement un calice, coloré dans la plupart des liliacées; l'insertion des étamines ne pouvant donc jamais être médiate, cette classe ne sera divisée qu'en trois, dont les caractères seront tirés de l'insertion immédiate des étamines au support, au calice, au pistil.

Les dicotyledones qui sont beaucoup plus étendues, auront, par le moyen de la corolle, plus de divisions; & c'est ici seulement que l'on commence à s'écarter un peu de l'ordre de Trianon. Pour multiplier les classes, il convient d'abord de distinguer les insertions médiates, essentiellement immédiates, simplement immédiates, ou, ce qui revient au même, les plantes monopétales, apétales, polypétales; chacune de ces trois classes sécondaires sera subdivisée selon l'insertion des étamines.

Les apétales, comme moins composées, seront placées les premières, & suivront immédiatement les monocotyledones, avec lesquelles elles ont un caractère commun, qui est l'absence de la corolle. On n'observe dans ces plantes que deux insertions des étamines, savoir, au support & au calice; ce qui donnera deux divisions. Nous ne connoissons pas de

plante dicotylédone & apétale, qui ait les étamines portées ſur le piſtil, à moins que les ariſtoloches ne ſoient dicotyledones.

Dans les plantes monopétales qui ſuivent, l'inſertion des étamines étant uniforme, on ſe ſert de l'inſertion de la corolle elle-même au ſupport, au calice, ſur le piſtil, pour former trois autres claſſes, dont la dernière peut encore être ſubdiviſée, en diſtinguant les plantes qui ont les anthères réunies de celles qui les ont diſtinctes; par ce moyen, on obtient une claſſe de plus, & l'on ſépare la famille des compoſées, de celles qui ont comme elle une corolle monopétale portée ſur le piſtil.

Les plantes polypétales ſe partagent auſſi en trois claſſes caractériſées par l'inſertion des étamines ſur le piſtil, au ſupport, au calice, ou ſi l'on aime mieux, par l'attache de la corolle aux mêmes parties : ce qui eſt aſſez indifférent, puiſque la corolle polypétale tient ordinairement au même point que les étamines.

A ces neuf claſſes de plantes dicotylédones, il en faut joindre une dixième qui comprendra les plantes irrégulières, exemptes par leur nature de ſuivre les loix de l'inſertion; telles ſont les fleurs à chaton, celles qui par la diſpoſition de leurs parties & leur conformation particulière ont les étamines eſſentiellement ſéparées du piſtil dans des fleurs diſtinctes : ces fleurs ſont mâles ou femelles, ſelon l'organe dont elles ſont pourvues. Les fleurs mâles ont les étamines attachées au calice ou à une écaille qui en tient lieu, ou à un pivot particulier qui s'élève du fond du calice. On ne peut tirer aucun avantage de ces différentes attaches, parce que l'inſertion en général ne devient importante que quand on détermine par ſon moyen le caractère eſſentiel qui eſt la ſituation reſpective des étamines & du piſtil; la ſéparation de ces organes rend la détermination impoſſible dans les plantes irrégulières; elles ſe trouvent les dernières ici comme à Trianon, ſoit à cauſe de cette irrégularité qui les fait différer de toute autre, ſoit parce qu'elles ont les étamines ordinairement attachées au calice, & ſe rapprochent par ce dernier caractère de la troiſième

claſſe des plantes polypétales. On ne rapporte pas ici les plantes qui ont la ſéparation des organes ſexuels, occaſionnée par un ſimple avortement.

Telle eſt la diſtribution des claſſes, au nombre de quatorze, dont on joint ici le Tableau.

ACOTYLÉDONES			1.
MONOCOTYLÉDONES.		Étamines attachées au ſupport	2.
		au calice	3.
		ſur le piſtil	4.
DICOTYLÉDONES.	Apétales	Étamines attachées au calice	5.
		au ſupport	6.
	Monopétales	corolle attachée au ſupport	7.
		au calice	8.
		ſur le piſtil, anthères réunies	9.
		ſur le piſtil, diſtinctes	10.
	Polypétales.	Étamines & corolle attachées ſur le piſtil.	11.
		au ſupport.	12.
		au calice	13.
	Irrégulières, étamines ſéparées du piſtil		14.

Chacune de ces claſſes renferme pluſieurs ordres qui ſont autant de familles dont la marque diſtinctive eſt fondée, non ſur un ſeul caractère, comme dans les ſections des méthodiſtes, mais ſur l'aſſemblage de pluſieurs; ce concours de caractères devient indiſpenſable, puiſqu'une famille n'eſt que la réunion des plantes qui ſe reſſemblent dans beaucoup de parties: il en réſulte encore que le nombre de ces caractères eſt indéfini, & qu'ils peuvent être tirés indifféremment de toutes les parties de la plante. Les uns ſont eſſentiels, invariables; les autres peuvent varier chacun ſéparément; les premiers étant plus généraux, communs à pluſieurs familles, ſervent à les lier entr'elles, à caractériſer la claſſe, & de leur différente combinaiſon réſulte tout l'ordre général; les

ſeconds moins conſtans, n'ayant de force que dans leur aſſemblage, ſont employés collectivement pour diſtinguer les familles les unes des autres. Ainſi, un embryon à deux lobes, une corolle monopétale chargée des étamines, & attachée au ſupport, ſont des caractères primitifs communs aux ſolanées, aux borraginées, aux labiées, &c. mais cette dernière famille diffère de toute autre, par un calice tubulé, une corolle irrégulière à deux lèvres, quatre étamines inégales, un piſtil composé de quatre ovaires qui deviennent autant de ſemences nues, un ſtile ſurmonté de deux ſtigmates, des feuilles & des fleurs oppoſées : chacun de ces caractères peut exiſter ſéparément dans une autre famille, mais leur aſſemblage ne ſe trouve que dans les labiées : chacun auſſi peut varier; la forme de la corolle change, un avortement ſupprime des étamines ou des ovaires, une irrégularité double le ſtyle, les ſemences ſe couvrent quelquefois d'une ſubſtance pulpeuſe : ces différences accidentelles & particulières n'éloignent pas des labiées une plante qui en a d'ailleurs tous les caractères.

En réuniſſant ainſi pluſieurs caractères pour conſtituer un ordre, on ne s'expoſe point à ſéparer des plantes congénères; en choiſiſſant pour baſe d'une méthode les caractères les plus généraux, reconnus pour uniformes & conſtans dans les familles, on eſt encore ſûr de rapprocher les familles analogues : ces deux avantages que n'ont pas les méthodes publiées juſqu'à préſent, ſont particuliers à l'ordre de Trianon ; ils ſe retrouvent auſſi dans l'arrangement du Jardin royal, tracé ſuivant les mêmes principes, & fondé également ſur le nombre des lobes de l'embryon & la ſituation reſpective des organes ſexuels ; cet arrangement eſt moins parfait que le précédent, parce qu'il a un défaut dont aucune méthode n'eſt exempte, celui de ne pouvoir ſubſiſter ſans admettre des exceptions ; quoiqu'elles ſoient en petit nombre, on eſt obligé d'y avoir égard, de reconnoître que l'inſertion des étamines à la corolle ſe confond quelquefois dans une famille avec une des trois autres inſertions, que la corolle elle-même eſt ſujette à varier dans le nombre de ſes parties.

Il ſera toujours impoſſible d'éviter les exceptions lorſqu'on voudra faire des claſſes exactement méthodiques, & les multiplier pour la facilité de l'inſtruction. Cet inconvénient ceſſera d'avoir lieu, ſi dans les diviſions primitives on néglige les caractères ſimplement généraux, pour ne s'attacher qu'à ceux qui ſont de plus eſſentiels & invariables; mais comme ces derniers ſont en petit nombre, il en réſulte que celui des claſſes dans l'ordre naturel eſt peu conſidérable. Le règne animal n'en a que ſept; on n'en compte pas plus dans le règne végétal, en ſuivant les diviſions de Trianon. Il faut encore obſerver que dans ces deux règnes les claſſes & les familles ne ſont pas tranchées avec cette préciſion qui eſt regardée comme un mérite dans les méthodes artificielles. La Nature ſuit une autre marche: les genres analogues ne le ſont pas tous en même proportion; ils diffèrent par des nuances légères dans les genres très-voiſins, plus marquées dans ceux qui s'écartent, & conſidérables ſur-tout dans les deux points les plus éloignés d'un même ordre: ces nuances paroiſſent former dans chaque famille une eſpèce de dégradation, qui s'étendant d'un centre aux extrémités, établit par le moyen de ces dernières une communication avec les familles voiſines; celles-ci s'uniſſent avec d'autres, & ainſi ſucceſſivement. Les claſſes réſultantes de leur aſſemblage ſont encore liées par des points intermédiaires; de ſorte qu'en remontant du particulier au général, on retrouve toujours une analogie entre les genres, les familles & les claſſes; on parvient au point deſiré qui eſt de trouver la chaîne des êtres, de s'élever par une gradation inſenſible de l'animal le moins parfait à celui qui l'eſt le plus, de l'herbe la plus petite au plus grand arbre. Cette manière de conſidérer les plantes n'admet pas des diviſions trop méthodiques; auſſi l'auteur de l'ordre de Trianon les a-t-il évitées; cet homme modeſte n'a pas publié ſon travail, parce qu'il s'eſt cru trop peu avancé dans la ſcience. Il vouloit auparavant diminuer le nombre des vides occaſionnés par l'abſence des familles inconnues, & attendoit que de nouvelles découvertes le miſſent à portée de réformer

les

les articles douteux. Regardant cet ouvrage comme propre aux ſeuls Botaniſtes, comme un acheminement à la perfection, & une ſimple indication de la route qui doit y conduire, il a deſiré que, pour ſatisfaire à l'objet actuel qui eſt celui de l'inſtruction publique, on travaillât plus pour les Élèves que pour les gens déjà conſommés; que ſans s'écarter des vrais principes on cherchât à établir une méthode qui eût des claſſes plus nombreuſes, plus préciſes, & conſéquemment plus faciles à ſaiſir. Il a penſé qu'il falloit encore ſe prêter, autant qu'il étoit poſſible, au préjugé reçu, qui regarde comme méthode préférable celle qui eſt fondée ſur des parties plus apparentes & aiſées à obſerver. On a cru remplir ce double objet en joignant aux caractères eſſentiels, quelquefois peu apparens, des caractères acceſſoires, conſtans & toujours viſibles, qui indiquent l'exiſtence des premiers; en aſſociant la corolle aux étamines pour déſigner les claſſes. En un mot, il a paru que dans les circonſtances préſentes, une méthode qui ſe rapprocheroit de l'ordre de Trianon, & réuniroit en même-temps les avantages particuliers aux autres méthodes les plus eſtimées, devoit être préférée. Celle du Jardin Royal ſatisfait à tous ces points; on y retrouve toutes les familles & les diviſions primitives de Trianon; les plantes apétales, monopétales, polypétales y ſont diſtinguées comme dans la méthode de M. Tournefort. De plus, étant fondée en partie ſur les étamines, elle ſe rapporte en cela au ſyſtème de M. Linnæus. Les genres de cet Auteur, quoique trop minucieux dans les détails, ſont cependant les meilleurs qui aient été faits juſqu'à préſent; les eſpèces ſont les mieux déterminées; ſa nomenclature par les triviaux ſoulage la mémoire, ſes phraſes deſcriptives donnent une idée de la plante décrite. De ſes divers ouvrages, celui-là eſt le meilleur & le plus utile; n'ayant rien de mieux à propoſer, nous croyons devoir adopter ſes genres, ſes eſpèces, ſa nomenclature. S'il nous arrive quelquefois de faire de légers changemens, de conſerver des noms anciens, généralement reçus, & de les ſubſtituer aux nouveaux qu'il a voulu introduire; cette liberté ne pourra

nuire à la ſcience. M. Linnæus a peut-être eu tort de vouloir trop innover; en ne l'approuvant pas ſur ce point, nous ſommes portés à lui rendre la juſtice qu'il mérite ſur tous les autres. La Botanique lui doit une partie de ſes progrès; ſon ſyſtème tiendra toujours un des premiers rangs dans le nombre des méthodes artificielles, & facilitera l'étude des plantes. Il ne s'en eſt pas tenu à ce travail; perſuadé, comme tous les vrais Botaniſtes, de l'exiſtence de l'ordre naturel, il a eſſayé de rapprocher par fragmens les genres conformes dans le plus grand nombre de leurs caractères. Ces fragmens correſpondent aux familles de Trianon, mais compoſés à ce qu'il paroît ſur d'autres principes, ils réuniſſent quelquefois des plantes qui devroient être ſéparées, & ſont eux-mêmes diſpoſés ſans ordre. Comme M. Linnæus ne leur a joint ni preuve, ni explication, nous ne pouvons avancer que de ſimples conjectures ſur les principes qui lui ont ſervi de baſe. On ſeroit porté à croire que donnant à tous les caractères une valeur preſque égale, il a confondu les eſſentiels avec les variables, & n'a pas fait attention que dans leur dénombrement un des premiers équivaut à pluſieurs des ſeconds: en cela, il ſe rapprocheroit de M. Adanſon, qui, dans ſes familles n'admet aucun caractère eſſentiel & primitif, mais ſeulement des caractères plus généraux les uns que les autres, & commun à un plus grand nombre de plantes. Cet Auteur va plus loin encore que M. Linnæus, car il ne reconnoît dans les végétaux aucune partie eſſentiellement exiſtante. D'où il ſuit qu'il a dû, comme M. Linnæus, laiſſer de côté les diviſions primitives, que ſa diſtribution générale s'écarte néceſſairement de celle de Trianon, que les familles doivent même différer en pluſieurs points.

Pour décider lequel de ces différens Auteurs s'approche le plus de l'ordre de la Nature, il faut réſoudre ſucceſſivement les queſtions ſuivantes: exiſte-t-il dans les végétaux des parties eſſentielles? Ces parties donnent-elles des caractères primitifs, invariables, uniformes dans les familles connues? En regardant les familles, comme un aſſemblage de plantes qui ſe

ressemblent par le plus grand nombre de leurs caractères, un seul caractère essentiel ou général, est-il équivalent à plusieurs caractères particuliers ou variables? Peut-on décider de plus que les familles conformes dans ces principaux caractères, doivent faire partie d'une même classe? Des réponses simples éclairciront ces divers articles : 1.° on connoît cet axiome généralement reçu, & difficile à détruire *(d)* : tout être vivant organisé, tire son origine d'un œuf fécondé; cette fécondation s'opère par le concours des organes sexuels : l'œuf & les organes sont donc nécessairement préexistans; la graine, les étamines & le pistil sont donc des parties essentielles dans les végétaux : 2.° le nombre des lobes de l'embryon contenu dans la graine, la situation respective du pistil & des étamines donnent des caractères généraux qui sont les seuls *(e)* uniformes & invariables dans les familles connues. Ils le seront aussi dans toutes les autres familles, s'il est vrai que celles-ci doivent être formées sur le modèle des premières; ces assertions fondées, l'une sur des faits constans, l'autre sur une forte probabilité, permettent au moins de conclure que tous les autres caractères tirés des plantes, sont plus ou moins variables dans une ou plusieurs familles, & qu'ils ne peuvent conséquemment jamais être essentiels par eux-mêmes. Ceux qui varient beaucoup, restent dans l'ordre des caractères particuliers; ceux qui varient peu, deviennent simplement généraux, ils sont ordinairement liés à quelques-uns des caractères essentiels; cette affinité est la vraie cause qui diminue le nombre des variations; elle procure en même temps des signes accessoires qui annoncent l'existence des vrais caractères, & l'on a vu

(d) M. Linnæus dans son *Philosophia Botanica*, dit, n.° 134, *omne vivens ex ovo, per consequens etiam vegetabilia*... n.° 138, *nullum ovum ante fœcundationem*... n.° 139, *omnis species vegetabilium flore & fructu instruitur, etiam ubi visus eos non detexit*.

(e) On pourroit ajouter encore la situation de l'embryon dans la graine, la position de celle-ci dans sa capsule. Mais, comme on l'a observé plus haut, ces caractères exigent un nouvel examen pour déterminer s'ils peuvent être admis au nombre des essentiels.

dans la méthode proposée, de quelle utilité pouvoient être ces signes employés avec ménagement: 3.° il n'est pas besoin d'un long raisonnement pour apprécier la valeur relative de tous les caractères. Une conformation différente dans l'embryon végétal, occasionne dans le développement & l'organisation de la plante, des différences remarquables qui constituent autant de caractères: ces différences étant dépendantes de celle de l'embryon, les caractères qu'elles donnent, dépendent également d'un seul qui détermine leur existence; d'où il suit que le caractère tiré de l'embryon, doit avoir une valeur égale à celle de tous les autres réunis ensemble: 4.° il résulte encore de-là que ce caractère équivalent à plusieurs, doit toujours être uniforme dans les familles, que s'il se reproduit le même dans deux, elles doivent être rapprochées. Telle est l'origine des divisions primitives qui paroissent démontrées dans l'ordre naturel, & fondées sur les caractères essentiels tirés des parties principales de la plante. Ce principe, s'il n'est point contesté ou détruit, assure à l'arrangement de Trianon la prééminence sur ceux de M.rs Adanson & Linnæus; il découvre un nouveau rapport entre les animaux & les végétaux, disposés suivant un même plan.

Les Sciences qui traitent de ces deux règnes, ont également leurs avantages & leurs difficultés. La Botanique a beaucoup d'espèces à décrire, mais les organes sur lesquels elle fonde ses caractères sont moins nombreux, mieux connus, presque tous extérieurs, & ont chacun leur rang déterminé dans l'économie végétale. La zoologie au contraire possède moins d'espèces, & a plus de caractères à examiner; la digestion, la respiration, le mouvement, la sensibilité qui n'ont pas lieu dans les plantes, exigent beaucoup d'organes particuliers qui dans les différentes classes d'animaux doivent varier par leur nombre, leur forme, leur structure, & le degré d'importance de leurs fonctions; il n'est pas toujours aisé de déterminer quels sont les plus essentiels, & comme ils sont tous internes, il faut avoir recours à l'anatomie pour les reconnoître, à des signes extérieurs pour les indiquer;

celui qui ſe contenteroit de ces ſignes ſécondaires, ſans établir leur affinité avec les parties intérieures, n'auroit qu'une idée imparfaite des vrais rapports qui exiſtent entre les animaux. Les ſyſtèmes ſont bons pour donner une première notion des eſpèces & de leurs différences ſenſibles, l'ordre naturel peut ſeul étendre & aſſurer nos connoiſſances. Les Botaniſtes & les Zoologiſtes doivent donc laiſſer de côté les ſyſtèmes pour travailler de concert à la recherche de cet ordre, dont l'exiſtence eſt démontrée & qui eſt fondé ſur des principes invariables.



MÉMOIRE SUR LES ORGANES DE LA CIRCULATION DU SANG DU FŒTUS.

Par M. SABATIER.

20 Décemb. 1774.

LA différence que présentent les organes de la circulation du sang du fœtus & ceux de l'adulte, est un des points de l'Anatomie les plus connus. On sait qu'une veine considérable, née du placenta, monte le long de la partie postérieure du muscle droit, depuis le nombril jusqu'au foie, où elle se rencontre avec la veine-porte; qu'il sort de l'extrémité de cette veine un canal qui va se rendre dans la veine-cave inférieure, ou dans celle des grosses veines hépatiques qui est le plus à gauche; que la cloison qui sépare les deux oreillettes est percée d'une ouverture garnie d'une valvule, dont l'usage est de permettre au sang de passer de l'une de ces cavités dans l'autre; que l'artère pulmonaire produit un canal qui s'ouvre dans l'aorte au-dessous de la sous-clavière gauche; enfin, que les artères hypogastriques ou iliaques internes donnent naissance aux ombilicales, lesquelles se perdent dans la substance du placenta. Mais la structure & les fonctions de ces parties ont-elles été suffisamment développées? Voilà ce que je me propose d'examiner dans ce Mémoire, dans lequel je ne parlerai cependant ni de la veine ombilicale, ni de sa communication avec la veine-cave inférieure au moyen du canal veineux, ces objets ayant été approfondis avec beaucoup de sagacité, par M. Bertin, dans un Mémoire sur la circulation du sang dans le foie du fœtus humain, publié parmi ceux de l'Académie, pour l'*année 1753*.

La valvule d'Eustache, placée à l'embouchure de la veine-

cave inférieure dans l'oreillette droite, fixera d'abord mon attention. M. Winslow, auquel on eſt redevable de la première deſcription exacte que l'on ait de cette valvule, avoit obſervé qu'elle eſt plus grande à proportion dans le fœtus que dans l'adulte, & qu'elle diminue ſouvent avec l'âge, au point de diſparoître, pour ainſi dire, entièrement. Cette remarque l'avoit conduit à penſer qu'elle devoit influer ſur la manière dont le ſang circule avant le temps de la naiſſance. Il croyoit que ſon uſage étoit de s'oppoſer à ce que le mélange qui s'étoit fait du ſang contenu dans l'oreillette droite & dans la gauche par le moyen du trou ovale, refluât vers la veine-cave inférieure & vers la veine ombilicale : mais on s'eſt aperçu depuis, que ce mélange ne pouvoit avoir lieu, attendu que le trou ovale eſt, en quelque ſorte, bouché par une membrane valviforme, qui permet bien au ſang de paſſer de l'oreillette droite dans la gauche, mais qui ne peut lui permettre de ſe porter de celle-ci dans la première. D'ailleurs, comment ce fluide pourroit-il retourner dans la veine ombilicale, qui n'a de communication directe avec la veine-cave inférieure, qu'au moyen d'un canal très-étroit, & à peine capable de tranſmettre la ſixième partie du ſang qui vient du placenta? Le peu de ſolidité de la valvule d'Euſtache & les dimenſions qu'elle conſerve ſouvent pendant toute la vie, ont ſans doute fait perdre de vue l'obſervation de M. Winſlow. Cependant cette obſervation me paroît très-vraie. Des recherches multipliées m'ont appris que la valvule dont il s'agit, eſt ordinairement plus grande dans le fœtus que dans un âge avancé, & que non-ſeulement elle diminue de largeur dans les adultes, mais qu'elle devient fréquemment réticulaire vers ſon bord ſupérieur & flottant, ainſi qu'il arrive à celles qui ſont ſituées au commencement de l'artère pulmonaire & de l'aorte. On pourroit peut-être penſer que cette diſpoſition vient de l'effort avec lequel le ſang agit ſur cette valvule : mais comme elle ſe rencontre ſouvent à la faulx de la dure-mère, qui n'eſt expoſée à aucune impulſion & qui ne ſupporte aucun effort, il faut qu'elle dépende d'une cauſe qui ne ſoit pas connue.

La valvule d'Euſtache reſſemble à celles qui ſe trouvent dans les autres veines. Elle a la forme d'un croiſſant, dont le bord convexe eſt fixe, & le bord concave eſt libre & flottant. Une de ſes extrémités eſt attachée en arrière à la partie moyenne & ſupérieure du pilier antérieur de la foſſe ovale, & par conſéquent entre cette foſſe & l'embouchure des veines coronaires, & l'autre en avant & un peu moins haut à la partie antérieure de la veine-cave. Sa ſituation eſt oblique, de ſorte que la première de ſes extrémités eſt à gauche, & la ſeconde eſt un peu à droite. Celle-ci répond au lieu où la veine-cave s'unit avec l'oreillette droite, & non pas à l'intervalle qui ſépare cette oreillette & le pilier poſtérieur de la foſſe ovale, comme M. Winſlow l'a penſé, ce qui feroit croire qu'elle avance beaucoup ſur la partie antérieure de la veine-cave, pendant qu'elle eſt preſque entièrement à gauche. Sa poſition eſt telle, que ſon bord fixe eſt en bas & ſon bord flottant en haut: enfin, ſa largeur eſt inégale & plus grande en arrière qu'en avant. Cette circonſtance, ſi néceſſaire pour bien juger de l'uſage auquel elle eſt deſtinée, n'a point été remarquée par les Anatomiſtes, ſi on en excepte Lanciſy, qui lui donne la figure d'une faulx, dont la partie la plus large eſt en haut, & la partie la plus étroite en bas. Cependant, comme il n'a pas fait attention aux dimenſions différentes que cette valvule préſente dans le fœtus & dans l'adulte, il n'en a tiré aucune conſéquence.

Pour bien voir la valvule d'Euſtache, il ne faut pas ſe contenter de la faire flotter dans de l'eau claire. Ce procédé au moyen duquel on en aperçoit aiſément la forme & l'étendue, ne peut donner aucune idée de ſa ſituation. J'ai trouvé qu'il étoit plus avantageux de ſe ſervir de celui qu'indique Lanciſy, & dont pluſieurs autres ont fait uſage après lui. Il conſiſte à fendre, en travers, l'oreillette droite juſqu'auprès de ſa jonction avec la veine-cave inférieure. J'en ai auſſi pluſieurs fois employé un autre, que je n'ai vu décrit nulle part & qui me paroît également propre à donner une connoiſſance exacte de cette partie: le voici. J'ouvre en long & le plus à droite

droite qu'il m'est possible, la portion des deux veines-caves qui est renfermée dans le péricarde, sans toucher aux autres parties de la poitrine que je suppose en place & dans la plus grande intégrité possible; puis écartant les bords de cette ouverture, j'examine la valvule qui n'a été altérée en rien, & dont la position reste la même que celle qu'elle avoit pendant la vie. C'est en suivant ce dernier procédé, que j'ai vu qu'elle est placée verticalement, de manière que son bord fixe est convexe & en bas, & son bord libre est concave & en haut. Elle ne peut donc soutenir le poids du sang que la veine-cave supérieure verse dans l'oreillette droite & l'empêcher de peser sur celui qui revient de la veine-cave inférieure, comme on le croit généralement. Si elle a quelque fonction dans l'adulte, ce doit être d'empêcher que le sang, entré dans l'oreillette droite, ne reflue en trop grande quantité dans la veine-cave inférieure, dans le temps où cette oreillette vient à se contracter. En effet, si rien ne s'opposoit à ce reflux, il seroit sans doute très-marqué, car le sang n'a pas plus de pente à se porter dans le ventricule droit, qu'à retourner dans les veines-caves, & la plénitude de ces veines n'apporte qu'un foible obstacle à ce dernier mouvement, puisque malgré la valvule dont je parle, & malgré celles qui se trouvent à l'entrée des grosses veines qui aboutissent aux souclavières, il se fait quelquefois sentir, par des battemens manifestes, jusque dans les veines iliaques & dans les jugulaires internes & externes.

Comme la valvule d'Eustache diminue pour le plus souvent de largeur, à mesure que l'on s'éloigne du temps de la naissance, & qu'on la trouve plutôt réticulaire que véritablement membraneuse dans un âge un peu avancé, elle devient également incapable de soutenir le poids du sang & d'en déterminer le cours d'un côté plutôt que d'un autre. Il faut donc que sa principale utilité soit relative au fœtus, comme l'a pensé M. Winslow. Cette utilité ne m'a été connue qu'après avoir souvent examiné dans le fœtus même, quelle en étoit la situation, la forme & la direction, au moyen du procédé

qui vient d'être indiqué. J'ai vu qu'elle devoit s'oppoſer à ce que le ſang, qui vient par la veine-cave inférieure, entre dans l'oreillette droite, & qu'elle devoit en diriger la totalité vers le trou ovale, d'où il paſſe dans l'oreillette & le ventricule gauche, & de-là dans l'aorte & dans les vaiſſeaux qui ſe portent à la tête & aux extrémités ſupérieures.

Le lieu où ſe rencontre ce trou, qui porte le nom de *botal*, quoiqu'il ait été décrit avec autant d'exactitude que de préciſion, par Galien & par Carcanus, & depuis par tous ceux qui ont écrit ſur l'anatomie du fœtus, favoriſe beaucoup cette idée. On a dit qu'il étoit au milieu de la cloiſon qui ſépare les deux oreillettes, & qu'il devoit permettre au ſang contenu dans ces ſacs muſculeux, de paſſer de l'un dans l'autre. L'Académie ſe rappellera, ſans peine, les diſcuſſions que le cours de ce fluide à travers l'ouverture dont il s'agit, a fait naître dans ſon propre ſein, au commencement de ce ſiècle. Le temps qui diſſipe les préjugés avec lenteur, mais qui enfin les diſſipe, a confirmé l'opinion des Anatomiſtes qui tenoient pour le ſentiment de Galien & d'Harvée, & a fait voir que le ſang paſſe toujours de droite à gauche, & que jamais il ne ſe porte dans une direction contraire; mais on n'a pas été au-delà. On n'a point vu que le trou ovale, au lieu d'être placé entre l'oreillette droite & la gauche, ſe trouve entre la réunion des deux veines-caves & la ſeconde de ces deux poches, & que celle qui eſt à droite eſt placée trop antérieurement pour répondre exactement à l'autre, au lieu que les deux veines-caves ſituées beaucoup plus en arrière & à droite, lui ſont adoſſées par leur partie poſtérieure & gauche. Il n'eſt donc pas poſſible que le ſang paſſe de l'oreillette droite dans la gauche. Il n'y a que celui de la veine-cave inférieure qui puiſſe y entrer. Celui qui deſcend de la ſupérieure eſt déterminé à ſe porter vers l'oreillette droite, tant par la direction de cette veine qui deſcend fort obliquement de droite à gauche, & de derrière en devant, que par la valvule d'Euſtache qui ſépare le courant qu'il forme d'avec celui du ſang qui revient par la veine-cave inférieure, & il eſt verſé dans l'oreillette droite,

d'où il paſſe dans le ventricule du même côté, dans le tronc de l'artère pulmonaire, dans le canal artériel, & enfin dans l'aorte deſcendante.

Ce que je viens de dire eſt confirmé par la ſituation même du trou ovale, par la manière dont il eſt formé, & par la poſition de la valvuſe qui doit le boucher après la naiſſance. En effet, cette ouverture eſt moins au milieu qu'au bas de la réunion des deux veines-caves, & par conſéquent plus près de l'inférieure que de la ſupérieure. D'ailleurs elle préſente, dans les trois-quarts ſupérieurs de ſon étendue, un bourrelet épais, qui ne s'étend pas ſur ſa partie inférieure. Ce bourrelet, de figure à-peu-près ovale vers le haut, forme en devant & en arrière deux eſpèces de piliers, épais ſupérieurement, minces inférieurement, qui ſe perdent en deſcendant dans l'épaiſſeur de la paroi poſtérieure de la veine-cave inférieure, ſans ſe rapprocher l'un de l'autre. L'intervalle qui les ſépare eſt ouvert en haut pour la formation du trou ovale, & rempli en bas par la continuité des membranes de la veine-cave aſcendante, leſquelles repouſſées de droite à gauche, donnent naiſſance à la valvule qui ſe trouve ſur le trou dont il s'agit, du côté de l'oreillette gauche. On diroit que ce trou eſt l'effet d'une cauſe mécanique qui auroit enfoncé de bas en haut, de droite à gauche, & de devant en arrière la partie poſtérieure & droite de la veine-cave inférieure, à l'endroit où cette veine va s'aboucher avec la ſupérieure, & qui y auroit formé une ouverture à peu-près ovale, en détachant un lambeau de ſes parois, lequel tiendroit encore au bord inférieur & aux côtés de cette même ouverture.

Ces circonſtances ne prouvent-elles pas que le ſang de la veine-cave inférieure eſt le ſeul qui puiſſe paſſer à travers le trou ovale, & que celui de la veine-cave ſupérieure en eſt empêché, tant par la cauſe dont j'ai parlé plus haut, que par l'épaiſſeur du bourrelet ci-deſſus mentionné, & par la valvule même qui doit boucher le trou dont il s'agit, après la naiſſance, & contre laquelle il iroit néceſſairement heurter? au lieu que le ſang contenu dans la veine-cave inférieure coulant

de bas en haut, & un peu de devant en arrière & de droite à gauche, ſoulève aiſément cette valvule, ou plutôt l'écarte des bords de l'ouverture, & qu'il y paſſe avec facilité.

Il ne ſe fait donc aucun mélange du ſang que les deux veines-caves ramènent au cœur. Celui de l'inférieure, dont une grande partie lui eſt fournie par la veine ombilicale, entre dans l'oreillette gauche; & celui de la ſupérieure dans l'oreillette droite, & de-là dans le ventricule du même côté, qui le pouſſe bientôt dans le tronc de l'artère pulmonaire.

Cette artère, très-différente de ce qu'elle doit être dans l'adulte, donne, dit-on, naiſſance à un canal qui va s'ouvrir dans l'aorte, & qui eſt connu ſous le nom de *canal artériel.* Le canal dont il s'agit, diverſement décrit par les Anatomiſtes, vient, ſuivant quelques-uns, de la partie ſupérieure & droite de l'artère pulmonaire gauche, & ſuivant les autres de la partie ſupérieure de la bifurcation du tronc pulmonaire. Sa groſſeur n'eſt pas mieux déterminée. Ceux-ci diſent qu'il eſt égal à chacune des deux branches pulmonaires, & ceux-là qu'il eſt un peu plus gros. Tous conviennent qu'il eſt à peu-près courbé comme l'aorte; qu'il embraſſe de bas en haut, de droite à gauche & de devant en arrière la racine du poumon gauche, & que deſcendant enſuite de haut en bas, dans la même direction, il va ſe joindre au tronc même de l'aorte, auquel il s'unit en faiſant un angle très-aigu, un peu au-deſſous de la ſouclavière gauche. Mes obſervations ne m'ont rien appris de plus ſur ſa forme & ſur la marche qu'il ſuit; mais elles m'ont fait voir qu'on s'eſt ſingulièrement mépris ſur le lieu de ſon origine. Il ne la tire ni de l'artère pulmonaire gauche, ni de la bifurcation du tronc qui donne naiſſance à cette artère. Il eſt lui-même le tronc de l'artère pulmonaire, continué juſqu'à l'aorte deſcendante, à laquelle il s'unit; de ſorte que ſelon l'expreſſion de Harvée, cette dernière artère a deux racines, dont l'une eſt dans le ventricule gauche & l'autre dans le ventricule droit. Les artères qui vont aux poumons, alors très-petites, relativement à l'état de ces viſcères qui ne ſont pas encore développés, en viennent comme des branches d'un

gros tronc auquel elles ne peuvent être en aucune façon comparées. L'artère du poumon droit en ſort la première & s'y porte dans une direction à-peu-près tranſverſale, au lieu que celle du poumon gauche ne s'en ſépare que quelques lignes après, & monte preſque perpendiculairement. Le calibre en eſt très-différent, celui de l'artère pulmonaire droite étant preſque le double de celui de la gauche. Ces diſpoſitions ſubſiſtent même après que l'enfant a reſpiré, & les deux artères dont il s'agit conſervent la même direction & la même groſſeur reſpective pendant toute la vie.

Il me ſemble qu'on ne s'eſt pas moins trompé ſur l'uſage du canal artériel, que ſur ſon origine & ſur ſa manière d'être. Les Phyſiciens ont toujours cru qu'il ſervoit uniquement à détourner vers l'aorte inférieure le ſang qui, ſans lui, auroit été obligé de traverſer les poumons. Je ne parle pas de l'opinion de Carcanus, qui croyoit que ce canal alloit de l'aorte à l'artère pulmonaire, & que le ſang y couloit de l'une de ces artères dans l'autre. Il y a long-temps que les notions acquiſes ſur la circulation du ſang, ont diſſipé cette erreur, en quelque ſorte pardonnable à un homme à qui cette fonction étoit abſolument inconnue. On ne peut diſconvenir que l'uſage attribué au canal artériel n'ait réellement lieu, & qu'il ne ſoit peut-être le plus naturel de ceux auxquels il eſt deſtiné; mais il n'eſt pas le ſeul. Ce canal tranſmet à l'aorte deſcendante le ſang que la veine-cave ſupérieure a ramené de toutes les parties auxquelles les artères carotides & ſouclavières ſe diſtribuent, afin que ce fluide retourne au placenta par les artères ombilicales, pour y être vivifié avant de revenir au fœtus par la veine du même nom. Il réſulte de-là que la marche du ſang dans le corps du fœtus, ne reſſemble pas mal à un 8 de chiffre. La veine ombilicale qui le puiſe dans l'arrière-faix, le verſe dans la veine-cave inférieure par le moyen du canal veineux ou par celui des veines hépatiques, après qu'il a parcouru toute la ſubſtance du foie; il paſſe à travers le trou ovale & tombe dans l'oreillette & dans le ventricule gauche; les trois groſſes branches qui s'élèvent de

la partie ſupérieure de la croſſe de l'aorte, le portent en grande partie à la tête & aux extrémités ſupérieures; il revient au cœur par la veine-cave ſupérieure; celle-ci le verſe dans l'oreillette & dans le ventricule droit qui le pouſſe à ſon tour dans l'artère pulmonaire; enfin il eſt tranſmis à l'aorte deſcendante au moyen du canal artériel, & les artères ombilicales qui naiſſent de l'extrémité de cette artère, le ramènent en grande partie au placenta. Cette mécanique ſi ſimple, & que je crois n'avoir été connue de perſonne, fait que le ſang qui a circulé dans le placenta, ne lui eſt rapporté que lorſqu'il a parcouru toutes les parties du corps du fœtus; au lieu que ſi, comme on l'a cru juſqu'ici, le ſang des deux veines-caves ſe fût mêlé dans l'oreillette droite, une partie de ce ſang ſeroit retournée au placenta ſans avoir vivifié les organes du fœtus, & une portion de celui qui a déjà circulé dans ſes vaiſſeaux, auroit recommencé ſon cours, ſans avoir reçu les influences que le placenta doit lui communiquer.

L'union de l'artère pulmonaire & de l'aorte, préſente encore une autre utilité. Le ſang pouſſé dans l'aorte inférieure par l'action des deux ventricules, y coule avec plus de force & de rapidité, & conſerve toute ſon impulſion juſque dans les dernières ramifications des artères ombilicales & dans les dernières portions de la maſſe du placenta. Il y a déjà long-temps que M. Rouhault, Membre de l'Académie, a montré (en 1718) que la circulation du ſang en cette partie, dépend principalement de la force du fœtus; & ce ſentiment devient de plus en plus probable, ſi on fait attention que le placenta ceſſe de vivre lorſque le fœtus périt dans le ſein de ſa mère; que devenu corps étranger, il détermine les contractions de la matrice que ſa préſence irrite; enfin que les efforts de ce viſcère ne ceſſent de ſe renouveler, juſqu'à ce que le fœtus & ſes dépendances en ſoient expulſés, & qu'il ſoit entièrement débarraſſé. Je crois appuyer ce que je crains d'avancer au ſujet de l'union des forces des deux ventricules par le canal artériel, en diſant que cette idée eſt de l'immortel Harvée, qui n'a pas mieux mérité des Savans,

par sa découverte de la circulation du sang, que par les observations nombreuses & délicates, dont ceux de ses Ouvrages qu'on a pu conserver & qui sont parvenus jusqu'à nous, sont remplis, & que je n'ai fait que la développer.

Les artères ombilicales elles-mêmes n'ont pas été décrites avec plus de soin que les autres parties du fœtus. On les a fait venir des artères iliaques internes ou hypogastriques, d'où elles paroissent effectivement tirer leur origine lorsqu'on les examine quelque temps après la naissance; mais tant que le fœtus est renfermé dans le sein de sa mère, tant qu'il n'a point encore respiré, & que le sang circule dans ses vaisseaux comme il vient d'être dit, elles naissent de l'aorte même. Cette artère parvenue vis-à-vis la quatrième ou la cinquième vertèbre des lombes se partage en deux grosses branches. Ce sont les artères ombilicales, lesquelles s'écartent l'une de l'autre, en descendant le long de la partie antérieure & interne du muscle psoas. Elles glissent de derrière en devant sur les côtés, le long de la ligne qui sépare le bassin supérieur d'avec l'inférieur, & remontent ensuite obliquement de bas en haut, derrière la portion inférieure du muscle droit jusqu'au nombril. Les artères dont il s'agit fournissent dans leur trajet, l'artère iliaque externe, & les branches qui doivent dans la suite sortir de l'iliaque interne ou de l'hypogastrique. Ces dernières sont fort petites & ne sont que les foibles rameaux d'une grosse tige; de sorte qu'en ce temps de la vie, les artères ombilicales sont les troncs des branches dont elles paroîtront dans la suite tirer leur origine. Le peu de grosseur des artères illiaques externes & des branches hypogastriques n'a rien de surprenant; les ombilicales sont alors celles qui jouent le plus grand rôle, & qui doivent recevoir la plus grande partie du sang de l'aorte descendante; aussi les extrémités inférieures du fœtus, privées d'une nourriture abondante, sont-elles foibles & minces en comparaison des supérieures & de la tête, auxquelles le sang se porte en beaucoup plus grande quantité.

Il est sans doute inutile d'ajouter que toutes les dispositions

dont il eſt parlé dans ce Mémoire, changent au moment même de la naiſſance, par l'interception du paſſage du ſang à travers la veine & les artères ombilicales, & par le développement des poumons, & qu'elles s'effacent entièrement plus ou moins long-temps après; mais il ne l'eſt pas de dire qu'il eſt vraiſemblable, que c'eſt pour cette raiſon qu'elles ont échappé aux Anatomiſtes, ou que ſi quelques-uns les ont entrevues, ils ne les ont pas décrites comme une choſe conſtante, & qui méritât beaucoup d'attention. J'ai cependant cru me conformer aux vues de l'Académie, en leur donnant toute la mienne, tant parce qu'on ne peut acquérir des connoiſſances trop exactes ſur la ſtructure des parties qui entrent dans la compoſition de la machine animale, que parce qu'elles montrent que la circulation ſe fait dans le fœtus d'une manière très-différente de celle qui eſt connue, & qui répond mieux à l'influence que le placenta doit avoir ſur lui, quelle que puiſſe être cette influence.



MÉMOIRE

MÉMOIRE SUR LES GRÈS EN GÉNÉRAL, ET EN PARTICULIER, SUR CEUX DE FONTAINEBLEAU.

Par M. DE LASSONE.

LES voyages que j'ai faits plusieurs années de suite à Fontainebleau, m'ont mis à portée d'observer relativement à l'Histoire naturelle, la belle suite des Grès que l'on y trouve de tous côtés, en une quantité prodigieuse, dans un amas immense de sable, qui couvre à une grande profondeur & dans une étendue considérable le terrein où est situé l'un des plus beaux & des plus anciens Châteaux de nos Rois, au milieu d'une vaste forêt. Ces roches entassées, amoncelées & dispersées par-tout avec une apparence de confusion & de désordre, présentent un spectacle peu commun dans la Nature. Il y a dans ces lieux plusieurs points de vue, d'où considérant la profusion de ces monceaux pierreux, de ces masses accumulées, & comme jetées par-tout au hasard, on les prendroit de loin pour les débris & les ruines de quelqu'ancienne ville, dont les grands monumens auroient été renversés.

20 Juillet 1774.

Cet aspect tout singulier, tout rustique & sauvage qu'il est, a quelque chose d'imposant; & l'on n'est point étonné, qu'un de nos plus grands Rois (Henri IV) qui se plaisoit beaucoup à résider avec sa Cour à Fontainebleau, datât souvent ses Lettres familières, *de son beau désert.*

Le Physicien placé dans ces lieux, y contemple la Nature sous un autre aspect; ce qui ne paroît aux yeux du vulgaire que désordre, confusion, débris, offre par-tout à ses regards plus éclairés une disposition régulière des substances minérales qu'il considère. Forcé d'en examiner l'ensemble & les

détails, il y découvre des phénomènes qui méritent ſon attention ; déterminé pareillement par l'attrait de ces recherches, j'ai fait & ſuivi les obſervations dont je vais rendre compte.

Je jetterai d'abord un coup-d'œil général ſur le ſol ou le terrein de Fontainebleau; j'examinerai enſuite la nature des grès que l'on y trouve; je rechercherai leur origine, leur formation, leur compoſition, leurs variétés, les altérations qu'ils éprouvent; je les comparerai avec des grès obſervés dans d'autres terreins, & je décrirai en même temps quelques ſubſtances pierreuſes, qui, quoique différentes par leurs caractères principaux des grès purs de Fontainebleau, exigent que j'en parle, parce qu'elles ſont placées & diſpoſées dans le même lieu. C'eſt par cette ſuite de détails que je tâcherai de développer & d'étendre un peu plus l'Hiſtoire naturelle de ces pierres ſableuſes, viles & mépriſables aux yeux du commun des hommes; mais en effet très-dignes d'intéreſſer les Phyſiciens, parce que leur homogénéité, la ſimplicité & la pureté de leur texture & de leur compoſition ſemblent leur aſſigner un des premiers rangs dans la progreſſion des ſubſtances pierreuſes, ſorties du grand atelier de la Nature.

Le terrein occupé par la vaſte forêt de Fontainebleau, n'eſt qu'un ſable entre-mêlé de gros blocs de grès; le ſable amoncelé dans ce grand eſpace s'étend à une profondeur conſidérable : vers le milieu de ce terrein, il exiſte une excavation très-étendue, en forme d'un large baſſin, dont la baſe paroît être à-peu-près le dernier terme de l'enfoncement ou de la profondeur du ſable pur. Ce qui le prouve, c'eſt que ſur ce ſol bas, & même en creuſant, on ne trouve preſque plus de grès, & que l'on commence à y découvrir des pierres d'un genre différent; & de plus un grand nombre de ſources abondantes d'une eau limpide, y forment des fontaines & des canaux qui arroſent & décorent ces lieux champêtres.

La petite ville & le château de Fontainebleau, ont été bâtis dans ce vaſte baſſin, bordé de tous côtés par différentes

chaînes formées par une longue ſuite de roches entaſſées & aſſez élevées.

Il paroît que ces blocs pierreux, d'abord enfouis dans un ſable mouvant, comme on les obſerve encore dans toutes les hauteurs de ce terrein, ont été peu-à-peu découverts & iſolés; parce que le ſable mobile répandu dans les interſtices des différens blocs a été ſucceſſivement entraîné par les effets répétés des grandes pluies & des ravines; d'où il a dû arriver que beaucoup de blocs ne portant plus ſur leur baſe ſableuſe qui a été minée, ſe ſont dérangés de leur poſition naturelle, ſont tombés confuſément les uns ſur les autres, & par cette nouvelle diſpoſition accidentelle ont formé des vides, & dans quelques endroits des antres & des eſpèces de cavernes très-ſingulières. En examinant les diverſes irrégularités de ce terrein, c'eſt-à-dire, les creux, les excavations, les valons, l'entaſſement extraordinaire des roches, on aperçoit le concours de toutes ces cauſes.

Des yeux peu exercés à bien voir & à comparer les phénomènes de la Nature, dans la diſpoſition & l'arrangement des ſubſtances minérales, qui compoſent le globe terreſtre, jugent au premier coup-d'œil, que tout ceci eſt bien plutôt l'effet d'un bouleverſement occaſionné par quelque violente ſecouſſe intérieure, par quelque exploſion ſouterreine, qui dans cet endroit a ſoulevé, rompu &, pour ainſi dire, déchiré les couches pierreuſes de la terre; & a confondu ſans ordre ces débris dans tout ce grand eſpace: c'eſt l'idée que l'on voit s'en former par la plupart de ceux qui connoiſſant moins la Nature, ne ſont d'abord frappés que par le ſpectacle de ce déſordre apparent.

Cette opinion eſt ſi peu fondée, qu'il ſeroit très-ſuperflu de s'y arrêter un inſtant pour la réfuter; il ſuffit d'obſerver, que dans toute l'étendue de ce terrein, il n'exiſte nul indice, nulle trace de ſubſtances volcaniſées. Et d'ailleurs les Phyſiciens ſavent, que de tous les lieux de la terre, ceux qui ne ſont occupés à une grande profondeur que par du ſable pur, & par des pierres uniquement ſableuſes, telles que les grès de

Fontainebleau, & où il n'y a nul veſtige de minéraux ſulfureux ou bitumineux, doivent être le moins ſoupçonnés d'avoir jamais recelé le foyer de quelque volcan allumé.

Il paroît donc certain, qu'en examinant avec plus de circonſpection l'enſemble & la diſpoſition reſpective de toutes ces ſubſtances, on eſt bien plutôt induit à reconnoître encore ici l'ordre & l'arrangement dépendans des loix que la Nature a ſuivies dans le grand édifice de la terre.

Les Cartes minéralogiques de M. Guettard démontrent, que les diverſes bandes des grès, parmi leſquelles on trouve celles de Fontainebleau, ont leurs directions particulières, & tout auſſi régulières que celles des autres ſubſtances minérales; donc la diſpoſition tient auſſi à l'ordonnance & à l'organiſation générales.

En conſidérant ces blocs dans leur poſition naturelle, & tels qu'ils ont été formés, nous les voyons conſtamment diſperſés dans le ſable, où ils ſont enfouis, & qui eſt comme leur matrice : ils y ſont ſolitaires & iſolés, de même que les ſilex ou cailloux, le ſont dans des bancs de marne ou de craie, où ils ont pris naiſſance. C'eſt exactement la même diſpoſition, le même arrangement ; & la parité eſt encore établie par la forme à-peu-près arrondie que chaque bloc affecte ordinairement dans ſes contours. Mais ceci n'a lieu en général, que pour les grès purs & homogènes, tels que ceux de Fontainebleau : car nous obſerverons que d'autres qui ſont mixtes ou mélangés ſe comportent différemment, à cauſe ſans doute de leur compoſition plus compliquée.

Et même les grès purs de Fontainebleau, quoique formant preſque toujours des blocs ſéparés, paroiſſent néanmoins en quelques endroits diſpoſés en bancs ou en maſſes continues & horizontales; parce qu'ici les maſſes ſont plus rapprochées, & qu'elles ont une épaiſſeur & une étendue plus conſidérables.

Dans cet amas immenſe de ſable, & dans tous les grès qui en ſont formés, il eſt impoſſible de démêler le moindre veſtige d'aucun corps marin, le moindre indice qu'il y en ait jamais eu. C'eſt une ſingularité d'autant plus frappante,

qu'il existe de ces dépouilles de la mer dans plusieurs endroits qui avoisinent & qui environnent cette grande forêt. Même à Fontainebleau, j'ai observé sous le grand dépôt sableux un amas ou une couche fort étendue, d'une espèce de craie condensée, que je ferai connoître plus particulièrement dans un article de ce Mémoire, où je dois en parler; elle ne paroît produite que par le *detritus* de différens corps marins, dont à la vérité on ne retrouve plus de fragmens ou des restes encore organisés; mais ils ont laissé beaucoup d'empreintes, qui ne semblent pas rendre le fait équivoque ni douteux.

Si l'on admet, que les eaux de la mer aient couvert la surface entière du globe terrestre, comme les monumens naturels universellement répandus semblent l'attester; par quelle raison le lieu principal dont il s'agit dans ce Mémoire, & plusieurs autres dans différentes contrées, sont-ils parfaitement exempts du mélange des corps marins répandus partout ailleurs en une si prodigieuse quantité? C'est une question à laquelle il est assez difficile de répondre d'une manière bien satisfaisante. Il y a pourtant, ce me semble, un moyen d'obtenir sur ce point quelqu'éclaircissement; c'est de consulter les connoissances positives que des observations multipliées nous ont fait acquérir sur la disposition des profondeurs des mers; puisque le plus grand nombre des Naturalistes les mieux instruits pensent, que les couches, les bancs & les lits des diverses substances placées & disposées au fond des mers & à la surface de la terre se ressemblent en partie, ayant une commune origine.

Or les observations nous apprennent, qu'il y a plusieurs endroits dans les mers, où l'on ne trouve qu'un amas immense de sable pur & non mélangé; tels sont plusieurs de ces bancs sableux plus ou moins étendus, qui par leur position & par leur direction paroissent avoir été sur-tout formés par l'effet des grands courans: le même effet ayant dû pareillement écarter de-là tous corps marins, ou ne leur pas permettre de s'y produire, de s'y arrêter, ni de s'y fixer. D'où il suit,

que les mêmes phénomènes comparés ſur la terre & dans le fond des mers, ont eu vraiſemblablement une même origine; que par conſéquent on peut rendre une raiſon très-probable des uns & des autres; & qu'enfin, ce qui ſemble d'abord le plus annoncer les effets de quelque déſordre accidentel & fortuit, concourt au contraire à démontrer la réalité d'un ordre univerſel, & l'uniformité des cauſes productrices.

Pluſieurs Phyſiciens ont regardé le ſable pur, comme la première matière formée & la plus ſimple dans la Nature, parmi les ſubſtances du règne minéral, comme le principe & le rudiment d'un grand nombre d'autres concrétions pierreuſes.

Parmi les partiſans zélés de cette opinion, Van-Helmont, s'eſt ſur-tout diſtingué par la manière hardie & détaillée, dont il la diſcute & la ſoutient. Cet Auteur, qui malgré ſon enthouſiaſme & ſes écarts ſur pluſieurs points de doctrine, a mérité d'être mis au rang des hommes de génie, s'explique ſur cela d'une manière remarquable; il prétend, & ſa prétention eſt fondée ſur des faits qu'il dit avoir recueillis avec ſoin, que dans certains endroits où les couches ſolides de la terre s'enfoncent moins profondément, lorſque l'on eſt parvenu au-delà de ces couches extrêmes, on ne trouve plus rien qui réſiſte: ce n'eſt plus qu'un ſable mouvant, très-ſin, ſans liaiſon, ſans conſiſtance, qui s'étend à une profondeur immenſe, & qui par lui-même a une ſorte de fluidité déterminée encore par l'eau dont il eſt entièrement pénétré. Ce qui doit le faire conſidérer comme une eſpèce de grand abyme, où tout corps ſolide abandonné à ſon propre poids ſe perdroit, s'enfonceroit & s'engloutiroit: en un mot, comme une image, ou plutôt comme le premier produit de l'ancien cahos. Van-Helmont, & après lui pluſieurs Naturaliſtes, appellent cet immenſe réſervoir, *Glarea fluida, mobilis, arena virginea, quellen, ſabulum bulliens.* De ce fond ſableux ſont ſortis, dit-on, & peuvent ſortir encore quelquefois, par l'effet des courans & de divers autres incidens, ces grands amas de ſable pur & non melangé, qui exiſtent en

plusieurs endroits dans les mers, dans l'intérieur de la terre & à sa surface.

Quoi qu'il en soit de ces opinions, qui ne sont pas destituées de toute vraisemblance, parce qu'elles s'accordent assez bien avec quelques observations générales ; on n'en est pas moins fondé à regarder chaque atome arénacé, ou chaque petit grain de sable, comme une des premières & des plus simples concrétions opérées par la Nature, travaillant à réunir & à condenser les molécules élémentaires de la matière, pour procéder ensuite à l'agrégation & à la composition ultérieure de plusieurs substances pierreuses du second ordre : telles que les grès de toute espèce, & quelques autres corps pierreux, qui se rapprochent de ceux-ci. Il faut donc examiner plus particulièrement leur formation & la progression que la Nature y observe.

J'ai déjà fait remarquer que les grès de Fontainebleau étoient au rang des plus purs & des plus homogènes ; à la vue simple & sans être armée, on reconnoît & distingue, malgré leur petitesse & leur ténuité, les grains sableux rapprochés & réunis en une masse compacte, & formant les blocs d'une manière uniforme. Sans doute l'adhérence & l'union réciproques de ces premières molécules sableuses sont procurées par un fluide subtil & affiné, qui en les aglutinant se condense avec elles ; la subtilité de ce gluten particulier est telle, que quoique universellement répandu dans la masse, comme un moyen unissant entre tous les corpuscules, il ne masque & ne fait disparoître que très-foiblement l'apparence & la forme des grains sableux ; de sorte que l'on jugeroit qu'ils n'adhèrent entr'eux que par le contact immédiat, sans mélange d'autre matière interposée.

Cependant plusieurs remarques semblent établir l'existence réelle de ce gluten pierreux, peuvent même servir à déterminer sa nature & son caractère.

En effet, parmi les différens blocs de ces grès, il en est, dont les molécules sableuses ont une agrégation sensiblement plus dense & plus compacte : les fragmens de ces blocs les

plus durs laiſſent à peine apercevoir ſur les ſurfaces de leurs caſſures les petits grains arénacés, qui ſont ici beaucoup plus ſerrés & plus fins, & comme fondus avec la matière qui paroît les lier.

L'obſervation ſuivante ſemble confirmer encore mieux l'action & le concours de ce ſuc lapidifique très-affiné.

Sur les parois extérieures & découvertes de pluſieurs blocs les plus compacts, & preſque toujours ſur les ſurfaces de ceux dont on a enlevé de grandes & larges pièces en les exploitant, j'ai obſervé un enduit vitreux très-dur : c'eſt une lame de deux ou trois lignes d'épaiſſeur, comme une eſpèce de couverte naturellement appliquée, intimément inhérente, faiſant corps avec le reſte de la maſſe, & formée par une matière atténuée & ſubtile, qui en ſe condenſant a pris le caractère pierreux le plus décidé, une conſiſtance ſemblable à celle du ſilex, & preſque à celle de l'agate; cet enduit vitreux n'eſt pas bien long-temps à ſe démontrer ſur les endroits qu'il revêt. Je l'ai vu établi au bout d'un an ſur les ſurfaces de certains blocs entamés l'*année précédente ;* on découvre & on diſtingue les nuances & la progreſſion de cette nouvelle formation ; & ce qui eſt bien remarquable, cette ſubſtance vitrée ne paroît & ne ſe trouve que ſur les faces entamées des blocs, encore engagés par leur baſe dans la minière ſableuſe qui doit être regardée comme leur matrice & le vrai lieu de leur génération; elle n'exiſte & ne ſe forme point ſur les fragmens iſolés & entièrement ſéparés des blocs dont ils faiſoient partie.

Or cette matière vitrée, bien plus pure & plus denſe que la propre ſubſtance du grès, ſuppoſant pour ſa formation, qu'il s'eſt fait du dedans au dehors une émanation, une tranſudation antérieure d'un fluide quelconque, ſuintement qui eſt ſenſible & que l'on remarque; on peut en inférer, 1.° que ce gluten pierreux eſt réellement de nature vitreſcible, puiſque ainſi que la propre ſubſtance du grès, il réſiſte à l'action des acides; 2.° il paroîtroit s'enſuivre, que la végétation des pierres, en la reſtreignant à ce pur & ſimple mécaniſme,

mécanisme, tel qu'il fut d'abord anciennement proposé par quelques Chimistes, & après eux par l'illustre Tournefort, ne seroit pas un être de raison *(a)*.

En effet, dans les blocs dont la densité & la dureté n'empêcheroient point encore une pénétration intime, une intus-susception par les porosités; si le suc lapidifique transudant du dedans au dehors à la surface du bloc, la trouvoit en contact avec le sable pulvérulent de sa minière, qui l'entoureroit, vraisemblablement il s'assimileroit avec ce sable, s'y combineroit & formeroit ainsi une nouvelle couche de semblable grès; au lieu de se condenser seul & sans mélange sur la surface isolée & découverte, où il s'est arrêté, & où il se démontre dans toute sa pureté, comme une espèce de vernis lisse & poli, formant la lame vitreuse que je viens de décrire.

Une autre observation tend à confirmer cette théorie, ou si l'on veut cette conjecture; car en examinant les blocs encore enfouis dans leur minière sableuse, on voit en les cassant leur masse intérieure sensiblement imbue & pénétrée d'une humidité qui s'y est insinuée uniformément par toutes les porosités; & que l'on peut considérer comme le véhicule subtil du gluten lapidifique, ou comme ce gluten lui-même capable de transuder.

Il est probable que cette humectation intérieure est cause aussi, que les grès dans leur minière sont toujours moins durs, & qu'ils n'achèvent de se durcir que quand ils ont, selon l'expression technique, sué long-temps en plein air.

(a) J'ai donné un exemple & une preuve bien palpable de cette espèce de végétation pierreuse, dans mes Observations d'Histoire Naturelle, faites aux environs de la ville de Compiegne, en décrivant plusieurs particularités relatives aux pierres calcaires crétacées, disposées par bancs & par couches le long de la rivière d'Oise, vis-à-vis la ville de Compiegne. *Voyez les* Mémoires de l'Académie, *année 1771*. Cet enduit vitreux ou de nature vitrescible, se forme de la même manière sur les parois pierreuses dans plusieurs souterrains ou grottes profondes. Quelques Naturalistes ont fait cette remarque, en décrivant certaines grottes; par exemple, celle d'Antiparos.

Voilà d'abord ce qui différencie la dureté respective des grès ; laquelle varie encore beaucoup par plusieurs autres circonstances que je crois devoir examiner.

En attaquant pour les casser, différens blocs, on en rencontre de si tendres, que leurs grains à peine liés se séparent facilement par la simple compression, & redeviennent pulvérulens ; d'autres dont la concrétion est plus ferme, & qui commencent à résister davantage aux coups redoublés des instrumens de fer; d'autres enfin dont la masse plus dure & plus liée, est comme sonore, & ne se casse que très-difficilement. Toutes ces variétés ont plusieurs degrés ; c'est ce qui fait que dans le choix de ces pierres pour les exploiter, les Ouvriers ont coutume de les considérer comme plus ou moins avancées vers leur état de perfection ou de maturité.

C'est peut-être à ces différens états assez souvent existans dans le même bloc, qu'il faut attribuer la facilité qu'ont certains grès d'être altérés, ou peu-à-peu décomposés dans plusieurs de leurs parties par l'action combinée des élémens, quand ils y restent long-temps exposés ; car on en trouve dont la surface est devenue très-inégale & criblée en divers endroits ; tandis que d'autres restent intacts à toutes les injures de l'air. Peut-être aussi ces mêmes phénomènes dépendent-ils d'une diversité réelle des sucs lapidifiques plus ou moins propres à former des concrétions fermes & durables : peut-être souvent ces causes concourent. Voilà bien des moyens qui doivent faire varier beaucoup la nature des grès, relativement à leur densité & à leur dureté.

Les matières moins homogènes adaptées à la formation ou à la composition de ces sortes de pierres, sont de nouvelles causes de plusieurs variétés, qui méritent d'être considérées.

J'ai déjà fait observer, que les grès les plus purs, tels que ceux de Fontainebleau, dont il s'agit ici, ne sont formés que par un sable qui paroît bien homogène ; cependant il n'y a presque point de ces blocs gréseux, où l'on n'aperçoive quelque marque d'un principe ferrugineux. En général ceux, dont les grains sableux sont le moins liés, ou qui,

ſelon l'opinion vulgaire, ſont le moins avancés vers leur maturité, ſont auſſi ceux où le principe ferrugineux eſt le plus apparent : les portions les plus externes des blocs, celles par conſéquent dont la formation ou la condenſation eſt moins ancienne, ont ſouvent une teinte jaunâtre de couleur d'ocre ou de rouille de fer ; tandis que les couches plus intérieures ne ſont nullement colorées. Il ſemble donc que dans certains grès cette teinte diſparoiſſe, à meſure que leur denſité ou que la concrétion de leurs grains augmente ; cependant on remarque des blocs très-durs, dont la maſſe entière eſt pénétrée uniformément de cette couleur ferrugineuſe plus ou moins intenſe; il y en a parmi ceux-ci quelques-uns, où le principe ferrugineux eſt ſi apparent, qu'ils ont une teinte rougeâtre très-foncée. Le ſable même pulvérulent, & n'ayant encore éprouvé aucune condenſation, coloré en pluſieurs endroits par les mêmes teintes, ſemble auſſi participer du fer, ſi l'on en juge ſimplement par la couleur ; mais l'aimant n'en attire aucune parcelle de métal, non plus que du *detritus* des grès rougeâtres.

Il réſulte de ces faits obſervés, 1.° qu'en général les grès de la forêt de Fontainebleau ſemblent être preſque tous un peu ferrugineux; 2.° que le mélange ou la combinaiſon plus ou moins abondante de ce principe métallique, ne paroiſſent produire aucune variété ſenſible dans la denſité, ni dans la dureté reſpective de ces grès.

Cette dernière opinion eſt fondée ſur un fait connu : on ſait qu'il exiſte en plus d'un endroit un ſable tellement ferrugineux, que tous les grains en ſont attirables par l'aimant. Pluſieurs Naturaliſtes le regardent comme un vrai fer natif; ce n'eſt réellement qu'une eſpèce de mine de fer pulvérulente & arénacée, fort riche à la vérité, mais très-réfractaire. Je poſsède deux eſpèces de ce ſable ferrugineux, l'une moins riche, l'autre entièrement attirable par l'aimant : les grains de celle-ci ſont fins, noirs & brillantés; on les a rapportées toutes deux de l'Amérique méridionale; elles y ont été priſes

en deux endroits différens *(b)*, au voisinage de la mer, où elles occupent un assez grand espace : & leur état pulvérulent prouve, que leurs molécules, quoique pénétrées de fer, n'en ont pas eu plus de disposition à se réunir & à former des masses concrettes. J'ajoute, qu'après avoir examiné les grès très-ferrugineux, qui sont les plus abondans parmi ceux de la forêt de Marly, je ne les ai pas même trouvés si compacts ni si durs que la plupart des grès plus homogènes de la forêt de Fontainebleau.

Il faut convenir pourtant, que quelques observations de Henckel *(c)*, celles de Zimmerman & ses expériences *(d)*, semblent prouver, que le fer peut quelquefois, apparemment avec le concours de certaines circonstances, déterminer & favoriser l'aglutination des corpuscules sableux, & d'autres substances pierreuses.

Pour bien faire connoître toutes les espèces de grès, leurs variétés & leurs caractères, il ne suffit pas de présenter la suite, quelque nombreuse qu'elle soit, de ceux qui jusqu'ici ont fourni les remarques détaillées que je viens d'exposer. En effet, n'y ayant jamais rencontré le moindre vestige d'aucun corps marin, si l'on en inséroit que ces dépouilles de la mer ne se rencontrent point avec les grès, l'induction vraie pour ces cas particuliers seroit dans sa généralité prouvée moins exacte par d'autres observations; car on trouve ailleurs de grands amas de grès, où sont incorporés beaucoup de corps marins, qui donnent lieu à de nouvelles variétés & à quelques phénomènes intéressans. Je possède plusieurs de ces grès mélangés; en les comparant aux autres, on distingue au premier coup-d'œil qu'ils sont d'un grain moins homogène; mais une particularité très-remarquable qu'ils présentent,

---

(b) 1.° Dans le quartier des François, au bord de la mer. 2.° Dans la plage de Casa-navire, autrefois un port.

(c) Voyez les Notes de Zimmerman, sur le Traité de l'origine des Pierres de Henckel, traduction françoise, *page 405*.

(d) *Idem, Ibid.*

quand ils ont acquis le degré de dureté requise pour être des grès parfaits, c'est que les coquilles qu'ils renferment sont toutes agatisées. Cela semble confirmer ce que j'ai déjà dit, de la finesse & de la subtilité du gluten lapidifique propre à la plupart des grès, & de sa nature vitrescible.

Cette assertion est encore fondée sur une observation que m'ont offert d'autres grès pareillement chargés de corps marins, mais plus mélangés de substances étrangères, & dont la concrétion beaucoup moins liée & moins ferme, prouve qu'ils ont été bien moins pénétrés par le suc lapidifique. Dans ceux-ci les coquilles n'ont pas subi le même changement, la même métamorphose; elles y conservent leur caractère primitif.

Il faut sans doute ranger aussi dans cette classe des grès plus composés les pierres arénacées, dont les grains sableux mêlés & confondus avec le *detritus* pulvérulent des corps marins, & avec une terre limoneuse, forment par leur concrétion commune une substance que l'on peut regarder comme intermédiaire entre les vrais grès & les vraies pierres calcaires; on ne les trouve point en blocs séparés & isolés. Dans leurs minières, ces pierres sont ordinairement disposées par bancs horizontaux: j'en ai vu d'assez considérables près de Compiegne, dans des fouilles faites sur la montagne du camp de César, qui n'est formée, comme je l'ai observé ailleurs en décrivant ces lieux, que par un sable limoneux *(e)*. Il en existe même à Fontainebleau; elles sont en évidence dans des carrières ouvertes & creusées assez profondément à peu de distance de la ville, au-dessous du grand dépôt sableux.

Sur la même montagne du camp de César, & dans plusieurs autres lieux où le même sable limoneux abonde, on rencontre aussi certains corps pierreux isolés, de différente grosseur, & presque toujours de forme à peu-près arrondie. C'est ce que M. de Reaumur a appelé *marrons de sable (f)*.

(e) Voyez les Mémoires de l'Académie des Sciences, *année 1771.*

(f) Voyez les mêmes Mémoires, *année 1723.*

On les a regardés comme des rudimens de ſilex; mais par leur forme, & ſur-tout par l'apparence encore un peu ſenſible des grains ſableux dans leur texture, ils ſe rapprochent bien plutôt des grès moins purs; ils fermentent avec l'acide nitreux.

De ſemblables marrons de ſable exiſtent auſſi dans d'autres terreins où le ſable eſt beaucoup plus pur & moins mélangé; mais ils ont un caractère particulier; ce ſont des eſpèces de géodes ſableux; quand on les caſſe, on trouve un vide en partie occupé par un amas de criſtaux aſſez purs, adhérens à toute la voûte intérieure, & produits ſans doute par le ſuc lapidifique, plus abondant & dégagé de toute autre matière. J'ai dans mon cabinet quelques-uns de ces géodes ſableux, que l'on peut regarder comme une eſpèce de grès; l'eau-forte n'y fait aucune impreſſion apparente.

J'ai obſervé quelquefois dans la propre ſubſtance des grès ordinaires de Fontainebleau, que je venois de faire éclater pour les diviſer en fragmens, des criſtaux aſſez ſemblables à ceux que l'on trouve dans la cavité des géodes ſableux; c'eſt-à-dire, comme eux, tranſparens & vitreux, beaucoup plus petits, iſolés & diſperſés dans la maſſe.

Mais ces petits criſtaux, à peine ſenſibles, n'ont rien de ſingulier, & ne méritent pas, à beaucoup-près, la même attention qu'une autre eſpèce de criſtalliſation de la propre ſubſtance d'un grès découvert depuis peu dans la forêt de Fontainebleau, du côté de la Belle-croix.

Il eſt compoſé d'un amas de vrais criſtaux réguliers & de forme rhomboïdale. Juſqu'à préſent, aucun Lithologiſte n'avoit parlé de pareil grès; on le trouve indiqué & décrit pour la première fois dans le Catalogue imprimé *(g)* d'un riche Cabinet d'Hiſtoire naturelle, expoſé en vente à Paris dans le mois de Juillet de cette année. Dans une note relative à cette indication, on obſerve que cette eſpèce de grès n'eſt pas pur; que l'acide nitreux l'attaque à raiſon d'une ſubſtance

---

(g) A Paris, chez Claude Hériſſant. L'auteur de ce Catalogue eſt M. Romé de Liſle.

calcaire, qui entre dans ſa mixtion & dans ſa compoſition en proportion d'un peu plus d'un tiers ſur le total; & l'on ajoute que peut-être la criſtalliſation de cette pierre ſableuſe n'a été déterminée que par le mélange & le concours de la matière calcaire, qui paroît ſervir de ciment.

Dans mon dernier ſéjour à Fontainebleau avec la Cour, j'ai fait un examen détaillé de ces grès ſinguliers. La Belle-croix où on les trouve eſt un canton de la forêt tout hériſſé de grès; en général, les blocs y ſont moins iſolés, & paroiſſent former des chaînes ou des bancs plus réguliers. C'eſt-là où actuellement on exploite & on taille en plus grande partie les pavés dont on ſe ſert pour les rues de Paris: il y a là un très-grand nombre de carrières ouvertes. Je me ſuis aſſuré que les criſtaux de grès ſont formés dans une ſeule de ces carrières, que les Ouvriers appellent *le Rocher-Germain*, & que dans nulle autre, il n'en exiſte ni indice ni apparence: il eſt prouvé au contraire qu'il ne peut y en avoir; parce qu'aucun de ces grands blocs n'offre les mêmes particularités que le Rocher-Germain; différences que je vais décrire, & qui ſerviront à diſtinguer au premier coup-d'œil d'autres bancs de grès contenant des criſtaux ſemblables, par-tout où l'on pourroit en trouver; car il eſt vraiſemblable qu'il doit en exiſter ailleurs; c'eſt-à-dire, dans les divers endroits où la Nature a formé de grands amas de grès.

Dans l'excavation faite pour découvrir la ſurface du Rocher-Germain, qui n'a qu'une médiocre étendue, on obſerve d'abord la première couche de terre végétale d'environ un pied & demi d'épaiſſeur; au-deſſous eſt une autre couche de près de quatre pieds d'un ſable qui n'eſt pas pur ou homogène; car l'acide nitreux en extrait ou en ſépare une portion de matière abſorbante ou calcaire. Sous ce ſable, on trouve le banc pierreux, dont la ſurface parfaitement horizontale eſt toute boſſelée; c'eſt-à-dire, qu'elle ne paroît compoſée que de corps pierreux arrondis en forme de boules de différentes groſſeurs, depuis un demi-pouce juſqu'à trois ou quatre de diamètre. Quelques endroits de la même ſurface ſont couverts

d'autres concrétions pierreuſes qui, par leurs configurations & tous leurs caractères ne peuvent être méconnus pour de vraies ſtalagmites ſableuſes; & les concrétions globuleuſes elles-mêmes ont auſſi ce caractère: leur intérieur eſt quelquefois diſpoſé par couches concentriques, quelquefois elles ne ſont compoſées que d'un amas de criſtaux. Cette eſpèce de toit pierreux & les diverſes ſtalagmites dont il eſt entièrement formé ne ſemblent devoir leur origine qu'à une infiltration lente & à un dépôt ſucceſſif de la ſubſtance propre à faire ces concrétions qui ont bien les caractères de grès, mais d'un grès qui n'eſt pas auſſi ſimple ou auſſi pur que tous les autres répandus dans l'étendue de la forêt de Fontainebleau; car il eſt mélangé d'une ſubſtance ſpathique ou calcaire, qui le rend beaucoup plus compact & plus dur. Et je crois, ainſi que l'auteur du Catalogue déjà cité, que cette portion ſpathique détermine la criſtalliſation des deux matières réunies ou réciproquement pénétrées, & qu'elle procure auſſi un coup-d'œil un peu vitreux ou miroité aux ſurfaces qui viennent d'être disjointes, en caſſant ou faiſant éclater les morceaux.

La couche de ce grès mélangé, n'eſt pas également épaiſſe par-tout; elle a depuis 6 pouces juſqu'à 2 & près de 3 pieds d'épaiſſeur: elle s'étend auſſi horizontalement; lorſqu'on en ſépare des morceaux en exploitant le rocher, on y découvre, en pluſieurs endroits, différentes cavités, ordinairement remplies d'un ſable pulvérulent, & dont les parois ſont garnies de diverſes concrétions pierreuſes à figures régulières; ce ſont de vrais criſtaux de la même nature de grès dont tout le reſte de la maſſe eſt compoſé. Lorſque dans l'épaiſſeur de cette couche, que je décris actuellement, il ſe rencontre quelque cavité plus grande, on y trouve quelquefois au milieu du même ſable déſuni des groupes de criſtaux, qui en ſont entourés de toutes parts, & tellement iſolés, que leur adhérence ou leur connexion avec les parois, paroît nulle. Ce fait m'a été rapporté par pluſieurs Ouvriers que j'ai interrogés ſéparément; mais je déclare que je n'ai pu, peut-être faute d'occaſion aſſez favorable, m'en aſſurer par moi-même; au reſte, il m'a

m'a paru évident que la matière dont cette couche est entièrement composée, a seule la propriété de cristalliser régulièrement; car la couche placée au-dessous de celle-ci, qui y est très-immédiatement contiguë & qui constitue par son épaisseur beaucoup plus considérable, le reste du banc ou du Rocher-Germain, dans sa portion la plus enfoncée, n'est plus qu'un grès pur & homogène, qui semblable en tout au grès commun, ne prend dans la réunion de ses parties intégrantes, nulle configuration particulière. La forme des cristaux est unique & fort régulière, quand le travail & le progrès de la Nature n'ont pas été troublés ni interrompus: ce sont des rhombes parfaits; leur grosseur & leur volume varient beaucoup; ils se groupent diversement, quelquefois même par leurs angles: les morceaux séparés, où l'on peut observer cette disposition avantageuse, sont difficiles à obtenir & à rencontrer; j'en ai où l'on remarque avec plaisir cette régularité de rhombes exacts ainsi groupés en grand nombre: quelques rhombes, en se pénétrant, pour ainsi dire, les uns les autres, offrent à peu-près le même aspect, le même arrangement que prennent entre eux certains amas de pyrites cubiques: d'autres rhombes, à moitié formés, & de cette manière confondus, présentent un assemblage d'espèces de feuillets pierreux, dont la forme est le plus souvent triangulaire, parce qu'il ne paroît que la moitié des rhombes. Quelquefois la cristallisation a été entamée en tant d'endroits, & par-là tellement interrompue, que parmi les lames pierreuses beaucoup moins épaisses, plus petites, très-multipliées & couchées les unes sur les autres, on a bien de la peine à reconnoître la forme rhomboïdale.

Quand la matière purement sableuse ou vitrescible, est mêlée avec la substance spathique ou calcaire, de sorte que ni l'une ni l'autre ne domine, & qu'il en résulte une espèce de neutralisation exacte; alors, la forme des cristaux est plus régulièrement terminée, leur matière en général paroît plus homogène & plus pure, & l'on observe sur les parois de leurs cassures, le miroité dont j'ai déjà parlé, & qui distingue cette espèce de grès mélangé qui cristallise régulièrement.

Quand au contraire parmi ces deux ſubſtances calcaire & vitreſcible, l'une, & principalement la ſableuſe, ſemble être intervenue avec excès ; la criſtalliſation, quoique toujours affectée à la forme rhomboïdale, eſt plus confuſe ; & la matière pierreuſe des criſtaux eſt moins liſſe, moins fondue, plus groſſière. Tout ceci eſt mis en évidence & confirmé par l'examen comparé des différens morceaux que je mets ſous les yeux de l'Académie.

Je vais actuellement parler des diverſes altérations qui ſurviennent aux grès en général, & de leur décompoſition ultérieure, après avoir examiné ce qui regarde leur formation.

Il ſuffit de jeter un coup-d'œil ſur les blocs de grès, diſperſés de tous côtés dans la forêt de Fontainebleau, pour reconnoître que leurs ſurfaces découvertes ſouffrent une vraie décompoſition, par le concours de pluſieurs cauſes.

L'agent le plus efficace, dont la Nature ſe ſert pour opérer ces diverſes décompoſitions ſans doute eſt l'eau, tant celle des pluies répétées, que celle qui répandue en vapeurs dans l'atmoſphère, eſt ſans ceſſe appliquée & renouvelée ; il eſt probable que celle-ci doit même avoir plus d'action, & qu'il faut principalement lui attribuer quelques-uns des effets les plus ſinguliers entre ceux dont je vais parler.

Quand l'eau ſe ramaſſe & peut ſéjourner ſur la ſuperficie de certains grès, dont apparemment la liaiſon ou l'aglutination eſt moins ferme & moins tenace, elle ramollit à la longue le gluten pierreux, l'affoiblit en s'y combinant, le rediſſout & le détache des grains de ſable qui redeviennent pulvérulens. De plus en plus le corps pierreux eſt attaqué & détruit : il s'y fait des creux de figure & de forme toujours arrondies, dont inſenſiblement la largeur & la profondeur s'accroiſſent & s'étendent. Des blocs entiers ſont quelquefois traverſés par ces trous auſſi réguliers, que s'ils euſſent été pratiqués avec un inſtrument que l'on eût fait agir en tournant.

La ſurface d'autres blocs eſt profondément ſillonnée par compartimens réguliers : les filets d'eau s'étant diviſés, ſe répandant & coulant de tous côtés, ont creuſé toutes ces

rigoles ſinueuſes. Cette ſuperficie ainſi altérée, & pour ainſi dire cariée, ſe trouve couverte de grains ſableux, peu liés & faciles à déſunir, ce qui démontre la décompoſition fort avancée & preſque conſommée par la rétrogradation du ſable condenſé à ſon premier état pulvérulent.

Voilà d'abord les deux manières les plus apparentes, dont s'opère la diſſolution des grès: j'en ai obſervé une autre plus ſingulière qui mérite d'être détaillée.

Un très-grand nombre de grès ſont recouverts en entier ou en partie d'une ſubſtance grenue, vraiment pierreuſe, mais peu ſolide, de deux ou trois lignes d'épaiſſeur, en forme de tubercules aplatis ou lenticulaires, ou comme des ſtalagmites: cette matière eſt inhérente ou identifiée aux grès, car la paroi pierreuſe d'où elle eſt enlevée, reſte inégale & raboteuſe, parce que beaucoup de molécules de la propre ſubſtance du grès ont été détachées; au premier coup-d'œil on la prendroit pour une ſorte de végétation ou criſtalliſation confuſe & groſſière, & l'on ſeroit d'abord tenté de la caractériſer par la dénomination d'*uſnée pierreuſe :* on la voit en quelques endroits enduire, envelopper & incruſter certaines mouſſes qui végètent ſur les grès, & ſe ramifier pour ainſi dire avec elles.

Lorſque l'on examine avec ſoin, les tubercules pierreux détachés dont je viens de parler, on y remarque une bonne quantité de petits lichens membraneux & noirâtres, qui y ſont diſperſés & confondus; tout cela forme ce que les Naturaliſtes déſignent par la dénomination générique de lichen pierreux, lichen des rochers en forme de verrues; & c'eſt ici cette matière, qui, ſelon la remarque & l'obſervation de M. Bernard de Juſſieu, ayant une parfaite ſimilitude avec celle que l'on tire & recueille depuis long-temps de pluſieurs autres lieux, pourroit tout auſſi bien être employée à préparer une très-belle orſeille pour les teintures, & devenir un objet intéreſſant de commerce. Les expériences & les eſſais ultérieurs de M. Hellot *(h)*, ont mis ceci hors de doute.

(h) Voyez l'*Art de la Teinture*, par M. Hellot.

En recherchant comment ſe forme cette eſpèce d'effloreſcence vraiment pierreuſe, on reconnoît par les ſeules marques que je viens d'indiquer, qu'elle eſt en grande partie produite par la propre ſubſtance du grès altéré & décompoſé de cette manière. Il n'eſt pas ſi facile de diſtinguer nettement comment ſe fait une telle altération, & pourquoi ſon apparence eſt toujours la même ; le mécaniſme de ces effets ayant piqué ma curioſité, voici les réſultats les plus exacts, auxquels j'ai cru devoir m'arrêter.

Avant que l'altération dont il s'agit, ait lieu ſur les grès qui y ſont diſpoſés, j'ai toujours remarqué qu'il ſe formoit d'abord ſur leurs ſurfaces découvertes, une grande quantité de petits points noirâtres, unis, arrondis, un peu ſaillans, diſtincts les uns des autres, mais aſſez rapprochés, intimément collés & adhérens à la pierre; on diſcerne avec la loupe, que tous ces points noirs ſont autant de très-petites mouſſes minces & à peine organiſées; détachées alors & bien examinées, on ne ſauroit méconnoître leur caractère végétal.

Or, chacune de ces petites mouſſes doit être conſidérée comme une lamine ou pellicule ſpongieuſe, capable de s'imbiber du principe aqueux, de le conſerver & de le tenir ſans ceſſe appliqué à la ſurface des grès; au moyen de quoi les particules d'eau s'inſinuant mieux dans les poroſités de la pierre pénètrent peu-à-peu, & détrempent le ciment lapidifique, affoibliſſent l'aglutination, rompent l'agrégation ſolide, comme il arrive en grand dans la décompoſitition précédemment décrite; en un mot, la pierre commence à ſe ramollir & à ſe diſſoudre: il en réſulte un mélange pâteux qui ſe gonfle & s'accroît par l'eau combinée; & ſur chaque point de la ſuperficie des grès où s'opère cette altération plus cachée, plus lente & plus diviſée, il s'élève & ſe forme une multitude de tubercules pierreux qui ſe réuniſſent en groſſiſſant, & compoſent une couche grenue plus ou moins étendue, plus ou moins épaiſſe, ayant toutes les apparences que j'ai décrites *(i)*.

(i) En général, toutes les petites mouſſes qui naiſſent & végètent ſur les

On ne ſauroit enlever cette couche, ſans que la propre ſubſtance du grès ne ſoit elle-même entamée. On voit donc clairement qu'il y a ici identité, & que la transformation ſeule établit quelque différence.

Quand on détache cette matière encore imbue d'une portion d'eau qui la ramollit, on lui trouve une ſorte de liant & de ductilité, à peu-près comme à l'argile ; cependant elle en diffère eſſentiellement, car on y diſtingue les grains ſableux dont l'aglutination, qu'ils conſervent en partie, & qui ne peut dépendre de la ſeule préſence du principe aqueux, démontre ici le concours & le mélange d'un gluten lapidifique ſimplement affoibli ſans être détruit.

Cette même matière, par l'effet de la deſſiccation ayant perdu l'eau ſurabondante qui la détrempoit & la rendoit pâteuſe, conſerve encore un peu de tenacité, telle à peu-près que celle des ſubſtances bolaires ; & ſi après l'avoir réduite en poudre, on la ſoumet à l'action des acides, ils n'y font aucune impreſſion ; nouvelle preuve qu'il faut joindre aux précédentes, & qui achève d'infirmer ou du moins de contredire le ſentiment du Commentateur de Henckel, dans le Traité de l'origine des Pierres *(k)*, lequel ſoutient que le ciment ſervant à lier les particules des grès eſt de différente nature calcaire & vitreſcible. Tout indique au contraire qu'il n'a que ce dernier caractère; cependant certains grès plus compoſés, où il entre une matière calcaire, & dont j'ai parlé, ſembleroient faire quelqu'exception à la règle qui d'ailleurs paroît générale pour les grès purs & homogènes.

En conſidérant le caractère pâteux & liant, & la ſorte de ductilité dont eſt pourvue la matière qui réſulte de l'eſpèce de décompoſition des grès purs, dont j'ai fait mention dans

---

grès, ſemblent coopérer par le même mécaniſme, à détruire ou à décompoſer plus ou moins les couches ſuperficielles de la pierre ; mais nulle de ces altérations n'eſt auſſi marquée ni auſſi ſingulière.

(k) Traduction françoiſe, *page 405.*

l'article précédent, il m'a d'abord paru que les grains ſableux ayant été peu-à-peu atténués & diviſés par l'action immédiate & continue du principe aqueux, au point de pouvoir contracter avec eux un commencement de combinaiſon; dès-lors cette ſubſtance devient aſſez ſemblable à une terre argileuſe, ou, ce qui eſt à peu-près le même, à la terre ſubtile & pâteuſe que l'on obtient en précipitant la liqueur des cailloux. Or, cette ſubſtance ſableuſe ainſi altérée eſt ſuſceptible de ſe gonfler en ſe combinant avec l'eau; elle doit donc enſuite en ſe ſéchant, & par ces viciſſitudes répétées, prendre de la retraite, ſouffrir des gerſures multipliées ſur preſque tous les points de ſa ſurface, & par-là ſe trouver diviſée en une infinité de parcelles, comme autant de petits tubercules ou des eſpèces de ſtalagmites.

Tout ceci rapproché des remarques antérieures, concourt à rendre raiſon d'une manière directe & naturelle des apparences ſous leſquelles ſe démontre cette matière ſingulière ſur beaucoup de grès où elle ſe forme, & que l'on prendroit mal-à-propos pour une ſorte de criſtalliſation.

Je l'ai ſoumiſe à l'action de l'acide vitriolique, qui ne produit avec elle, comme je l'ai déjà dit, aucune efferveſcence. Après avoir continué la digeſtion pluſieurs jours de ſuite au bain de ſable, cet acide a pris une couleur très-foncée & preſque noire; & il a contracté une odeur toute pareille à celle que communiquent au même acide les petites mouſſes qui végètent ſur les grès, quand on les y tient plongées. De-là ſeulement on pourroit inférer que cette ſubſtance pierreuſe renferme & contient quelques parcelles imperceptibles de ces lichen membraneux & lenticulaires, mais de plus, on les y aperçoit. La liqueur filtrée & évaporée a fourni quelques petits criſtaux ſoyeux, eſpèce de ſélénite à baſe de terre vitreſcible: ce qui fait connoître que la matière ſableuſe avoit déjà ſouffert une grande atténuation, & qu'elle commençoit à paſſer à l'état de terre argileuſe.

Telle eſt la ſuite des obſervations & des remarques que

j'ai cru pouvoir réunir & rapprocher, pour servir à l'histoire détaillée & comparée des grès en général, & en particulier de ceux de Fontainebleau.

Mais il reste un article relatif à cette histoire, & par lequel j'ai cru qu'il convenoit de terminer ce Mémoire. Il s'agit de décrire en peu de mots la manière d'exploiter & de travailler les grès dans la forêt de Fontainebleau, pour s'en servir à paver les rues de Paris & plusieurs grands chemins du Royaume. Ces détails sont peu connus & ne sont pas indignes de l'être.

Les ouvriers livrés à ce genre de travail ne sont pas réunis en corps de métier, & ne sont assujettis à aucune règle particulière; ils sont libres d'aller choisir parmi les différens blocs, les grès qui ont les qualités nécessaires pour être exploités avec avantage; c'est-à-dire, ceux qui sont assez compacts ou d'une densité requise. Ce choix est plutôt déterminé par l'habitude du coup-d'œil que par les signes & les remarques particulières qui pourroient annoncer la bonté des grès. Cependant les ouvriers ont souvent recours à un moyen qui m'a paru bon par l'examen que j'en ai fait moi-même: ils frappent avec un gros marteau sur le bloc qu'ils veulent sonder. Si par la percussion répétée, ce bloc paroît bien sonnant, c'est-à-dire, s'il rend une espèce de son aigu, net & distinct, il est jugé de bonne qualité; si au contraire, la percussion du marteau ne fait qu'un bruit sourd, le bloc est jugé trop tendre. L'inspection & cette épreuve trompent rarement.

Il arrive pourtant qu'après avoir entamé un bloc entier, on est quelquefois obligé de l'abandonner, parce qu'après en avoir séparé quelques morceaux, les parties intérieures sont d'inégales densités : on y trouve aussi différens creux ou des cavités plus ou moins grandes & remplies d'un sable fin & sans liaison; mais quand le bloc n'a pas ces défauts, & que l'on a bien rencontré, voici comme on procède.

D'abord on travaille à fendre le bloc dans une direction presque toujours verticale, pour en séparer des dales fort

épaiſſes, qui doivent enſuite être diviſées & taillées en morceaux cubiques, tels que ſont les pavés employés pour les grandes routes & pour les rues de Paris.

La ſéparation des grandes dales eſt l'ouvrage le plus long & le plus pénible. Un ouvrier, aſſis ſur le bloc, travaille à coups redoublés à faire d'abord un creux aſſez profond, en forme de gouttière d'un demi-pied de longueur; l'outil de fer dont il ſe ſert eſt une eſpèce de marteau, ou plutôt de double coignée d'un pied de long, qui a la forme de deux coins réunis par leurs baſes, où l'on a laiſſé un trou quarré pour l'emmancher. On pratique cette gouttière pour y placer deux planchettes de bon fer, & au milieu, un ou deux coins de médiocre longueur: on eſt quelquefois deux & trois jours à achever cette gouttière; pour la faire, chaque coup de marteau, en agiſſant ſur le grès, en fait élever une pouſſière fine & très-ſubtile. L'ouvrier travaillant ne manque pas, quelque précaution qu'il prenne, & il en prend ordinairement fort peu, de reſpirer l'air chargé d'une portion de ces atomes dangereux? C'eſt la ſource de pluſieurs accidens très-graves, flux de ſang, maux d'eſtomac, toux sèche, crachement de ſang, hémophtiſie & pulmonie, auxquels ces ouvriers ſont fort ſujets & qui abrègent preſque toujours leur vie, dont le terme ne s'étend guère au-delà de quarante ou cinquante ans, s'ils ſont forcés, pour ſubſiſter, de ſuivre long-temps ces travaux.

Lorſque le coin eſt placé entre les deux planchettes de fer, on trace par de petits coups répétés avec le même marteau qui a creuſé la gouttière, une ligne ou ſinuoſité droite, peu profonde & dans la même direction : cette empreinte de quelques lignes d'enfoncement eſt prolongée de part & d'autre ſur toute la ſurface ſupérieure du grand bloc, & s'il eſt poſſible ſur les côtés; elle détermine exactement la direction ſelon laquelle doit ſe faire dans l'épaiſſeur du bloc la caſſure du gros morceau de grès qui doit être ſéparé de la maſſe totale; cette direction de la caſſure eſt preſque toujours verticale. Ce n'eſt pas que l'agrégation des blocs de grès ſoit formée par des eſpèces de fibres pierreuſes, ou des feuillets ainſi

ainsi disposés, & d'où puisse dépendre la plus grande facilité de la cassure selon cette direction : comme il arrive à presque toutes les pierres calcaires, qui par cette raison ne peuvent être bien taillées qu'en un sens déterminé, & placées de même, pour en faire des assises solides & durables dans les bâtimens où elles sont employées. Le vrai grès, comme je l'ai fait observer, est une concrétion pierreuse entièrement homogène, également propre à être cassée & divisée sans nul inconvénient, selon toutes les directions possibles, & disposée à prendre telle forme que l'on veut lui donner. L'expérience & les observations le prouvent évidemment ; & à leur défaut l'inspection seule de l'agrégation uniforme qui lie les grains sableux, pour en former les blocs entiers, suffiroit pour en convaincre ; on ne préfère à fendre & à faire éclater verticalement, que parce qu'alors la manœuvre en est un peu moins difficile, & que la grande pièce une fois éclatée & détachée du reste du bloc, s'en écarte & s'en sépare seule & sans effort.

Pour déterminer la fente dans l'épaisseur & la profondeur, & pour opérer la disjonction & la séparation totale de la grande dale, on procède par une manœuvre simple, mais longue & pénible. Un Ouvrier n'a besoin que de frapper à grands coups redoublés sur le coin placé & engagé entre les deux planchettes de fer, dans la rigole creusée, comme je l'ai dit, sur la surface du bloc. L'outil particulier dont on se sert pour donner au coin des impulsions très-puissantes, est un cube de fer, dont chaque face est à-peu-près de quatre ou cinq pouces, & percé dans son milieu, où l'on insinue un fort manche nécessaire pour le soulever, & le faire agir à la manière d'un très-gros marteau ; chaque coup de cette espèce de massue de fer, déchargé de très-haut sur le coin, imprime & transmet dans toutes les molécules de l'épaisseur du bloc, qui correspondent à l'impulsion & à la chute perpendiculaire du gros marteau, une secousse profonde & un ébranlement violent. Et comme l'effort redoublé du coin frappé, est tout-à-la-fois vertical & latéral, le bloc de grès se

ſend enfin dans une grande profondeur, & le gros morceau ſe ſépare: cette opération pour être terminée exige ſouvent, que pendant pluſieurs jours de ſuite, on faſſe agir le gros marteau ſur le coin; & il n'eſt pas rare, qu'après tous ces efforts répétés, on ne ſoit forcé de renoncer à cet ouvrage. On en reconnoît l'inutilité abſolue, lorſqu'il ne ſe forme nulle apparence de disjonction ou de fente au voiſinage de la cavité, où le coin eſt implanté entre les planchettes de fer; ſi ce ſigne infaillible de réuſſite ne ſe démontre pas, on creuſe la gouttière plus profondément, pour y inſinuer un coin plus long & beaucoup plus gros, ou bien on pratique ſur un autre endroit de la ſurface du bloc une nouvelle gouttière profonde, pour y placer les planchettes & le coin de fer. Quelquefois on fait tout de ſuite la même diſpoſition préliminaire, ſur une partie latérale du bloc; on obſerve de faire ces creux dans le trajet de la ligne ou de l'empreinte faite pour tracer la direction ſelon laquelle doit arriver la caſſure pour ſéparer la grande pièce; alors on recommence à frapper les coins avec le gros marteau, & l'on parvient enfin à ſéparer ce fragment principal.

Les Ouvriers préfèrent toujours ces manœuvres pour parvenir à leurs fins; il eſt très-rare qu'ils emploient la poudre à canon, pour faire d'abord éclater ces grands blocs; leur préférence eſt fondée ſur deux motifs principaux; la cherté de la poudre qui leur ſeroit néceſſaire, comparée à la modicité de leur gain, d'abord les arrête. Ils ont de plus éprouvé que l'effet de la poudre rompt & fait éclater les pièces d'une manière ſouvent trop inégale & déſavantageuſe; ils aiment beaucoup mieux varier, comme je l'ai dit, leurs premières manœuvres, & y employer plus de temps, & de plus grands efforts aux dépens de leurs bras & de leurs propres forces. Ce premier travail eſt le plus long, le plus pénible & le plus difficile de tous: ce qui reſte à faire eſt beaucoup plus ſimple.

On équarrit, autant qu'il eſt poſſible, la grande dale, & on la partage enſuite en pluſieurs parallélipipèdes que l'on

divise en dernier lieu en cubes à peu-près égaux, qui ont les dimensions requises pour être employés en pavés : ces partages & ces divisions exigent moins de peine; on en vient à bout assez facilement avec la double cognée seule. On trace avec la partie tranchante de l'instrument, & à petits coups répétés sur trois faces du parallélipipède, la ligne ou empreinte qui détermine la cassure que l'on veut faire ; & pour l'effectuer on frappe ensuite à plus grands coups avec le tranchant de la même cognée de fer; le morceau ne tarde pas à se séparer, en suivant exactement dans l'épaisseur & la profondeur la ligne auparavant tracée extérieurement. C'est en quoi consiste tout le travail de cette seconde exploitation.

Les Ouvriers qui ont équarri ces pavés, les vendent ensuite à leur profit. Pour un millier de pavés taillés, ils en fournissent onze cents vingt-deux; chaque millier, les cent vingt-deux en sus y compris, est vendu par les Tailleurs de grès de la forêt de Fontainebleau, quarante-deux livres, pourvu que cette somme soit payée comptant en livrant les pavés ; car le prix du millier augmente en proportion des délais convenus pour les payemens. De cette première somme totale, il faut défalquer trois livres : c'est la redevance à laquelle les Ouvriers sont obligés pour la permission qui leur est accordée d'exploiter les blocs de grès dans la forêt. Le seul pavé vendu pour être employé dans les rues de Fontainebleau, & dans les grands chemins qui traversent la forêt, est exempt au profit des Tailleurs de grès de cette petite redevance.

En calculant d'après ces prix fixés, on trouve que chaque pavé, tels que sont ceux dont on fait usage pour les rues de Paris, & pour plusieurs grands chemins du Royaume, coûte, en l'achetant directement de l'Ouvrier qui l'exploite, environ dix deniers; si l'on met en ligne de compte les frais de transport, & le gain que doivent faire les Entrepreneurs chargés de paver les rues des villes & les grands chemins, il est évident que chaque pavé, quand il est employé, coûte réellement dix-huit à vingt deniers.

On travaille & l'on taille aussi le grès de la forêt pour

la bâtiſſe des maiſons; on voit au château de Fontainebleau pluſieurs morceaux importans d'architecture, notamment la belle porte de la cour des cuiſines, celle de la cour ovale, & le magnifique eſcalier en fer-à-cheval de la vaſte cour des Miniſtres, bâti par François I.er où le grès ſeul a été employé dans les parties principales, & dont on admire la conſervation. Le grès deſtiné à ces uſages, doit être choiſi parmi les blocs les plus durs & les plus compactes : ſa première exploitation ne diffère pas de la précédente ; mais enſuite on le taille & le façonne à-peu-près comme les autres pierres calcaires.



MÉMOIRE SUR LA VARIATION DE L'AIMANT, AU JARDIN DU TEMPLE ET À L'OBSERVATOIRE ROYAL.

Par M. LE MONNIER.

L'ANCIENNE Méridienne, tracée ſur le parapet de la terraſſe en face de l'Obſervatoire royal, & au ſud du château, m'a donné, 31 Août 1774.

Le 5 Novembre 1772 .... 20d 02′ ½
Le 29 Avril 1773 .... 20. 00.

Avec une bouſſole à chape d'agate ordinaire & en forme de règle d'acier ou ſans pointes, ſur le milieu de laquelle on a tracé un trait délié, je l'ai trouvé de quelques minutes plus grande en Mai; mais pour plus d'exactitude, & une plus grande commodité, on a élevé, ſans aucun mélange de fer ni de crampons, dans le milieu du jardin du Temple, par ordre de S. A. S. M.gr le Prince de Conti, une demi-colonne ou piédeſtal en pierre de taille & cylindrique, avec une baſe quarrée ou ſocle de plus de trois pieds : ſur cette demi-colonne, ou ſur la ſurface ſupérieure circulaire, & qui eſt à hauteur d'appui, on y place les bouſſoles & on viſe pour les pinnules, tantôt à la tour la plus auſtrale du Temple, ce qui donne un rayon de 180 pieds ou 30 toiſes, & d'autres fois à une mire placée ſur le mur oppoſé vers le Sud, laquelle mire a été établie par le moyen de l'inſtrument des paſſages & des hauteurs égales du Soleil, tant à l'orient qu'à l'occident. Or, le rayon qui part du centre des bouſſoles,

& qui rase la tour, forme, avec la méridienne, un azimut de 70^d 27′, c'est-à-dire, 19^d 33′ avec la ligne qui va dans l'Est. Ainsi

Le 4 Novembre 1772 après midi, j'ai trouvé la variation.. 20^d 12′$\frac{1}{2}$
Le 7 Juin 1773.. 20. 02.

On avoit trouvé, avec une autre boussole,

Le 22 Avril.. 20. 04$\frac{1}{2}$

& cette boussole que venoit d'achever l'Artiste, n'avoit seulement que ses extrémités en pointes.

J'ai encore trouvé

Le 27 Mai 1774, après midi........................ 20^d 17′
Le 12 Août.. 20. 12.



MÉMOIRE SUR LES PLUS GRANDES DIGRESSIONS OBSERVÉES DE MERCURE À L'ÉGARD DU SOLEIL.

Par M. LE MONNIER.

DANS l'Écrit que j'ai lû au commencement de ce mois à l'Aſſemblée, j'ai rapporté deux obſervations du lieu de Mercure, faites au Méridien, comme auſſi lors de l'immerſion de cette Planète ſous le diſque de la Lune, qui avoit précédé ce paſſage : dans l'un & l'autre cas, l'erreur des Tables de Halley, *en excès*, s'eſt trouvée de 1′ 20″ ; on a négligé ſans riſque les effets de l'aberration, tant de Mercure que du Soleil, qui ſe compenſoient en quelque manière, mais il ſera toujours facile d'entrer dans les détails de ces légères corrections, ainſi que de celles qui ont dû influer ſur l'immerſion totale, à cauſe de l'atmoſphère lunaire : ces foibles corrections ne ſauroient altérer que très-légèrement l'erreur des Tables qu'il en a fallu conclure. 31 Août 1774.

Mercure étoit alors au-delà de l'aphélie, ayant 36 degrés d'anomalie moyenne, & cette Planète avoit par conſéquent une bien moindre élongation, que ſi cette plus grande digreſſion, à l'égard du Soleil, eût répondu aux temps du paſſage par ſon aphélie : l'élongation a paru ce jour-là au paſſage par le Méridien $25^d\ 55'\ 50''$, ou bien 1′ 20″ plus grande que ſelon Halley, en ce point de l'orbite de Mercure. Cette erreur doit s'attribuer plutôt à l'aphélie qu'au défaut de l'excentricité que donnent les Tables.

En effet, Street nous a recueilli dans ſes Tables Carolines, pluſieurs obſervations de ces élongations les plus grandes ;

mais d'abord celle de Tycho, faite à Prague, le $\frac{19}{29}$ Avril 1601, répond aux environs des moyennes diſtances, l'anomalie moyenne étant $8^s\ 19^d$, & l'élongation $20^d\frac{3}{8}$; enſuite les obſervations de Gaſſendi, qu'il a choiſi en premier lieu, proche le périhélie, en Septembre 1634, ne donnent guère que 18 degrés pour la plus grande élongation, dans cette plus grande digreſſion de Mercure au Soleil. Enfin celle du $\frac{6}{16}$ Juillet 1636, répond à 27 degrés d'élongation, l'anomalie moyenne étant de $11^s 4^d 35'$.

Mercure vers ſa plus grande digreſſion périhélie, n'étoit qu'environ quatre degrés au-delà du point oppoſé à l'aphélie. Or ſa longitude obſervée $3^s\ 23^d\ 21'$ géocentrique, à l'inſtant de l'obſervation du $\frac{6}{16}$ Juillet 1636, lorſqu'il s'approchoit de ſon aphélie, y ayant, comme je l'ai dit, près de 27^d, ou $26^d\ 56'$ d'élongation à l'égard du Soleil. Je l'ai trouvée plus grande, le 4 Août 1747, d'environ 22 minutes, mais dans une ſituation plus avantageuſe, Mercure ayant paſſé ce jour-là même, ſur le ſoir, par ſon aphélie ou grand axe de ſon orbite, comme on le verra ci-après.

Il eſt viſible que ces obſervations fondamentales ont ſervi à fixer l'excentricité la même, dans les Tables de Street & de Halley, de 7970, la moyenne diſtance de Mercure au Soleil étant de 38710, ſelon ces deux Auteurs, dont 100000 eſt la moyenne de la Terre au Soleil; il s'agira donc d'examiner quelles corrections nous devons faire actuellement à cette même excentricité, & ſucceſſivement aux époques & à la longitude de l'aphélie de Mercure : j'entrerai donc à ce ſujet dans les plus grands détails, y ayant encore, comme on le verra bientôt, de nouvelles difficultés à ſurmonter.

J'avertirai néanmoins, qu'ayant examiné ſoigneuſement, en l'année 1747, toutes les phaſes des paſſages obſervés de Mercure ſur le Soleil, & dont les détails ſe trouvent dans des cahiers lûs & dictés pour lors au Collége Royal, je fis voir à l'Académie que le nœud de Mercure étoit rétrograde : j'en ai lû toutes les preuves à l'Aſſemblée *, dans un Mémoire que je n'ai pas fait imprimer, mais j'en ai averti ſuffiſamment ailleurs,

* *Voy. le regiſtre de l'Acad. & les détails; &c.*

ailleurs, ainſi que dans un autre Mémoire, qu'on trouvera parmi ceux de l'année 1753, à l'occaſion du paſſage de Mercure ſur le Soleil, vu au nœud deſcendant, par un temps fort ſerein, & que nous attendions pour compléter cette partie de la Théorie de Mercure. J'avois eu égard à l'inégale préceſſion de l'équinoxe, non-ſeulement, dans cette recherche du mouvement du nœud, mais auſſi dans celle de la révolution périodique de Mercure, en y employant les paſſages obſervés ſur le Soleil depuis 1631 : enfin, ſi je n'ai pas publié ce que je deſtinois pour lors à un ſupplément au livre des Inſtitutions, ça été faute d'une Théorie de la Terre aſſez complète. M. Euler nous rendit pour lors cette théorie plus indéciſe & plus compliquée, & en même temps les obſervations extraordinairement pénibles : nous ne pouvions compter aſſez ni ſur l'égalité du mouvement des horloges à pendule, ni ſur les erreurs du plan des quarts-de-cercle muraux : comment découvrir ainſi, en obſervant le vrai lieu du Soleil, l'équation du mouvement de la Terre qui s'accroît des nouvelles Lunes aux quadratures, & au contraire ? Perſonne n'ignore d'ailleurs les vaines tentatives faites juſqu'à ce jour, pour établir l'accélération du mouvement de la Terre, & que nous ne pouvons pas même décider par les années Gelaléennes * ni par les Grégoriennes.

Toutes ces circonſtances retardoient néceſſairement les travaux que j'avois annoncés ſur la Théorie de Mercure, & cependant, en 1765, & les deux années ſuivantes, je rappelai à de nouvelles obſervations les digreſſions aphélies, obſervant Mercure pour cet effet à mon grand quart-de-cercle mural. Voici d'abord l'extrait de mon regiſtre au 4 Août 1747. On n'a pas appliqué la nutation aux Tables de Halley.

** Voyez les Notes de Golius ſur Alfragan.*

Au Mural de 5 pieds.		*Au vrai Méridien.*	*Diſtances au Zénith.*
$9^h\ 38'\ 30''\frac{1}{4}$	Sirius a paſſé. . . .	$9^h\ 38'\ 35''\frac{1}{4}$	$65^d\ 14'\ 22''\frac{1}{2}$
10. 30. 29	Procyon.	10. 30. 30 $\frac{1}{2}$	43. 01. 15.
12. 00. $24\frac{3}{4}$	le Soleil en 2′ 12″.	12. 00. 23	au Zén. 1. 40.
13. 43. $32\frac{1}{3}$	Mercure.	13. 43. 33 $\frac{1}{2}$	42. 14. 15.

La pendule retardoit, par jour, de 10 ſecondes ſur le Temps vrai, ſelon les obſervations du 5 Août, & on avoit trouvé ſeulement 15 ſecondes du 2 au 4 Août, par les obſervations du Soleil à midi.

Ainſi l'on doit conclure qu'à $1^h 43' 10''$ de Temps vrai, Mercure avoit $159^d 54' 50''$ d'aſcenſion droite, avec une déclinaiſon boréale de $6^d 38' 49'' \frac{1}{2}$, ayant égard à l'erreur des diviſions de 10 ſecondes, & à ſa parallaxe, de $6\frac{1}{2}$ à $7''$, ce qui donne la longitude apparente au ſigne de la Vierge, $8^d 57' 04''$, & la latitude auſtrale, $1^d 42'$.

Les Tables de Halley donnent pour le même inſtant, $8^d 56' 32''$, c'eſt-à-dire, la longitude 32 ſecondes moins avancée: je trouve auſſi, en comparant la longitude obſervée avec le lieu du Soleil, tiré des Tables de l'Aſtronomie Nautique, l'élongation orientale, de $27^d 17' 53''$.

Cette élongation eſt une des plus grandes que j'aie pu obſerver juſqu'à ce jour, quoique j'ai vu Mercure pluſieurs fois aux environs de ſon aphélie à l'heure de ſon paſſage par le Méridien: en voici l'énumération.

Le 21 Août 1765.

Au grand Mural de 7 pieds ½.		*Au Méridien.*	*Diſt. au Zénith.*	*Mercure obſervé.*
$7^h 29' 30'' \frac{3}{4}$	Procyon	$7^h 29' 28'' \frac{1}{2}$	$43^d 02' 05''$	♍ $22^d 51' 48'' \frac{1}{3}$
10. 05. 24	ou $23\frac{3}{4}$ le Soleil.	10. 05. 19	Zén. + $22\frac{1}{2}$	Bor.. 0. 34. 05
11. 35. $24\frac{2}{3}$	Mercure	11. 35. $23\frac{1}{2}$	46. 31. $52\frac{1}{2}$	Élong. 24. 15. 15.

La pendule de Graham avançoit alors par jour de 16 ſecondes ſur la révolution des Étoiles fixes & ſur le mouvement vrai du Soleil, par les midis obſervés de $3' 59''$ & $57''$; ainſi Mercure a paſſé ce jour-là au vrai méridien à $1^h 29' 47'' \frac{1}{2}$ de temps apparent. Environ ſix jours après, Mercure étoit dans ſa plus grande digreſſion orientale & dans ſon aphélie, mais il ne fut pas poſſible d'en faire l'obſervation, l'air étant moins ſerein à meſure que la chaleur augmente; ce qui eſt moins avantageux que lorſqu'elle renaît avec un ciel ſerein; l'erreur des Tables de Halley, ſans la nutation — $1' 52'' \frac{1}{2}$.

L'année ſuivante 1766, j'ai fait deux tentatives avec

ſuccès, pour voir Mercure dans ſa plus grande digreſſion, l'une le 6 Août, lorſqu'il paſſa au vrai Méridien à $1^h\ 37'\ 52''$; & l'autre, le 8 Août, lorſqu'il paſſa à $1^h\ 39'\ 21''$: j'aurai occaſion de parler dans la ſuite de cette dernière obſervation, qui indiquoit une des plus grandes digreſſions, mais il faut convenir que Mercure étoit encore éloigné d'environ ſix jours de ſon paſſage par l'aphélie.

Enfin le 30 Juillet 1767, à $1^h\ 44'\ 37''\frac{1}{2}$ ou $38''$ de temps vrai, Mercure a paſſé par le Méridien, étant aux environs de ſa plus grande digreſſion & fort près de ſon aphélie, où il a paſſé le matin du premier jour d'Août. Je vais rapporter ici le détail des obſervations qui en ont été faites:

Le 30 Juillet 1767, le vrai Midi conclu à $8^h\ 35'\ 58''\frac{1}{2}$ de la pendule.

		Diſt.ces corr. au Zénith.
$10^d\ 20'\ 58''\frac{2}{3}$	Paſſage de Mercure.............	$40^d\ 17'\ 10''$
19. 38. 14.	α de l'Aigle....................	40. 35. 00.

La pendule avançoit par jour de 23 ſecondes ſur la révolution des Étoiles fixes, & ſur le mouvement vrai du Soleil de $4'\ 18''$; ſoit l'aſcenſion droite apparente de α de l'Aigle, $294^d\ 52'\ 11''$, on aura celle de Mercure $155^d\ 35'\ 34''$; & ſa déclinaiſon boréale étant $8^d\ 34'\ 14''$, on aura ſa longitude apparente ♍ $4^d\ 15'\ 34''$*, plus grande de $1'\ 11''\frac{1}{2}$ que ſelon les Tables de Halley : ſa latitude obſervée étoit auſſi $1^d\ 29'\ 34''\frac{1}{2}$ méridionale, & celle des Tables $1^h\ 28'\ 27''\frac{3}{4}$.

On voit donc ici deux obſervations déciſives des plus grandes élongations de Mercure, l'une de l'année 1747, & l'autre faite vingt ans après, leſquelles dépoſent irrévocablement que les Tables de Halley ne donnent que très-peu d'erreur dans la plus grande élongation en aphélie, laquelle n'eſt pas aſſez forte; & l'erreur des Tables, étant négative dans les deux cas : ſavoir — 32 ſecondes & $71\frac{1}{2}$ ſecondes. Mais la nutation étant la même, on a — $1\frac{7}{8}$ min. en 1765.

---

* Si le lieu du Soleil, ſelon mes Tables, étoit alors ♌ $7^d\ 01'\ 41''$, l'élongation a dû être $27^d\ 13'\frac{7}{8}$.

Les Tables de Halley donnent encore moins d'erreur dans la longitude géocentrique & dans l'élongation observée vers le périhélie & aux grandes digressions : on s'en assure facilement par les observations déjà publiées, & en dernier lieu par celles de l'année 1753, lorsque mon quart-de-cercle mural étoit allé, par mer, à Berlin; M. Messier m'a assuré que toutes réductions faites pour le temps vrai, à cause des déviations de l'instrument des passages dont il s'est servi, Mercure a dû passer par le plan du Méridien, le 26 Septembre, à $10^h\ 56'\ 41''\frac{2}{3}$ au matin ; je trouve pour cet instant le lieu du Soleil par mes Tables ♎ $3^d\ 26'\ 50''$, ce qui donne l'ascension droite de Mercure $167^d\ 20'\ 10''$; mais la déclinaison étant boréale de $6^d\ 51'\ 27''$, on aura pour observation la longitude géocentrique ♍ $15^d\ 41'\ 01''\frac{1}{2}$; les Tables de Halley la donnent seulement 29 secondes plus grande ; au reste, il faudroit nécessairement discuter diverses autres observations, & d'abord celles du 20 Septembre 1701, Mercure ayant passé au quart-de-cercle mural de M. de la Hire, à $11^h\ 07'\ 42''$ de la pendule, sa hauteur méridienne $50^d\ 12'$ ou environ; car il n'a pu la déterminer aussi exactement que le jour précédent, son quart-de-cercle mobile ayant donné cette hauteur, le 19 Septembre, $50^d\ 33'\ 45''$: or le Soleil avoit employé au quart-de-cercle mural $2'\ 8''$ à passer au fil de la lunette, & le centre a dû y passer à $12^h\ 5'\ 34''$ de la pendule; le jour suivant, 21 Septembre, Mercure n'a pu être observé à son passage, & il n'a été vu qu'à l'instant de sa sortie de la lunette du quart-de-cercle mural : savoir, à $11^h\ 11'\ 21''$. M. de la Hire en ôte $1'\ 56''$ pour réduire l'instant de cette sortie à celui du passage qu'il établit à $11^h\ 9'\ 25''$: la hauteur méridienne observée ce jour-là au quart-de-cercle mobile étoit $49^d\ 37'\ 40''$, & le Soleil y a passé en $2'\ 8''$, savoir à $12^h\ 4'\ 59''$ de la pendule. J'ai préféré la première des deux observations, celle du 20 Septembre, & je trouve à $11^h\ 2'\ 12''$ de temps vrai, la longitude géocentrique de Mercure ♍ $10^d\ 50'\ 09''$: mais il faut ôter de la hauteur méridienne, qui est douteuse, 4 minutes tout au plus ;

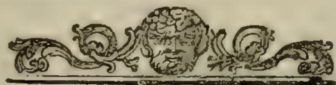
on aura donc ♍ $10^d\ 51'\ 40''$ pour la longitude obſervée, ſavoir, 25 ſecondes moins avancée que ſelon les Tables.

EXAMEN CRITIQUE de cette dernière & des précédentes Obſervations.

AVANT que d'entrer dans la diſcuſſion de la hauteur méridienne, il conviendroit ici de vérifier l'erreur dans la poſition du grand axe, qui pourroit influer ſur l'équation du centre, & nous indiquer une erreur des Tables, tant ſoit peu différente de celle qui auroit paru ſe faire à l'inſtant du périhélie; ſur-tout ſi le périhélie doit répondre préciſément à la plus grande digreſſion : on riſque peu néanmoins de la négliger. En effet, dans le cas de ces plus grandes digreſſions, quelle que ſoit l'erreur dans la longitude héliocentrique, elle influe fort peu ſur l'élongation, ou, ce qui revient au même, ſur la longitude géocentrique, laquelle ſe termine à un rayon ſtationnaire ou à une tangente à l'orbite de la Planète; en un mot, celle-ci ſe confond, pour ainſi dire, avec l'arc de l'orbite apparente de Mercure, & quelques minutes de plus ou de moins en erreur dans la longitude héliocentrique, influent à peine ſur l'élongation apparente.

Or, je trouve d'abord une obſervation du 12 Septembre, faite par M. de la Hire, au paſſage par le Méridien; Mercure y ayant paru au quart-de-cercle mobile élevé de $52^d\ 05'$, & le paſſage réduit en temps vrai à $10^h\ 54'\ 54''$; j'en rapporterai ci-après tous les détails : or l'erreur des Tables n'a été ce jour-là que de $20''\frac{1}{2}$ en excès, ou même a été $0''$, ſi l'on admet $1'\frac{1}{3}$ d'erreur tout au plus dans la hauteur méridienne.

La ſuite de ce Mémoire a été lûe le 15 Mars 1775, immédiatement après la digreſſion périhélie obſervée le 3 Mars; l'anomalie moyenne étant 6 ſignes $0^d\frac{3}{4}$.



CONJONCTION IMMÉDIATE DE LA LUNE À MERCURE,

Vûe à Toulouse, par M. Garipuy, & comparée aux Observations de la Lune faites au méridien, le même jour à Paris.

Par M. LE MONNIER.

13 Août 1774.

L'ATMOSPHÈRE, dans une année très-pluvieuse pendant l'hiver & le printemps, n'a pu être ici autant favorable aux Observations qu'aux Provinces méridionales du royaume, où le Soleil, les jours que le ciel étoit serein, faisoit sans doute moins évaporer de parties aqueuses que dans notre climat; ainsi, quoiqu'il fût fort serein, le 8 Mai, au matin, nous n'avons pu voir ici Mercure, soit au moment de son occultation, soit à son passage par le Méridien, j'ai vu néanmoins, le 6 & le 7 Mai, au matin, les passages des bords de la Lune, à mon quart-de-cercle mural: en voici les observations.

Le 7 Mai, au matin, à $9^h\ 43'\ 31''$ de temps vrai, j'ai conclu l'ascension droite du second bord de la Lune $10^d\ 13'\ 10''$, l'ayant comparée le même jour au passage du Soleil & à l'étoile β de la Vierge, comme il suit:

$0^h\ 33'\ 16''\frac{3}{4}$	passage du second bord, sa distance au Zénith.	$47^d\ 02'\ 20''$.
11. 31. $24\frac{3}{4}$	.... β de la Vierge........	45. 49. 05.

La pendule réglée à très-peu de chose près, sur la révolution des Étoiles fixes, avançoit par jour de 10 secondes un tiers, & le midi vrai le 7 Avril à $2^h\ 50'\ 06''\ \frac{1}{4}$ de la Pendule; d'où il a été facile de conclure que le 6 Mai à $21^h\ 39'\ 48''$ de temps moyen..............................

la longit. de la Lune étoit ♈ 1^d 07′ 40″ avec une latitude auſtrale 1^d 40′ 50″,
Tables Newton. des Inſt. ♈ 1 0. 04. 34 . . . . 1. 41. 49.

Ainſi l'erreur des Tables étoit — 3. 06,

& elle ſeroit moindre, ſi l'on avançoit l'époque, comme cela doit être ſuivant nos Tables corrigées.

Le 8 Mai, au matin, à 10^h 28′ 45″ de temps vrai ou apparent, j'ai conclu encore plus exactement l'aſcenſion droite du ſecond bord de la Lune, lequel a paſſé à la même hauteur que Procyon, ſavoir 22^d 31′ 00″, & celle du centre 22^d 15′ 50″.

A 1^h 22′ 38″ $\frac{1}{4}$, paſſage du ſecond bord, la diſt. du centre au Zénith 43^d 03′ 30″,
7. 20. 05 $\frac{1}{4}$ . . . . Procyon 43. 04. 15,

c'eſt-à-dire qu'au 7 Mai à 22^h 24′ 56″ de temps moyen, la longitude du centre de la Lune étoit

♈ 22^d 58′ 47″, la latitude méridionale 2^d 43′ 06″ $\frac{1}{2}$,
les Tables ♈ 22. 55. 44 . . . . 2. 43. 35 $\frac{1}{2}$,

l'erreur . . . . — 3. 03,

en ſorte que l'erreur des Tables, en longitude, étoit à très-peu de choſe près, la même qu'au jour précédent.

M. Garipuy a obſervé au château de Bon-repos, proche Toulouſe, ſous la latitude de 43^d 40′ 40″; & 43 ſecondes de temps à l'orient de cette ville, les paſſages au méridien tant de la Lune que de Mercure: voici ſes obſervations.

Le 7 Mai au matin.		*Le 8 Mai au matin.*
9^h 43′ 38″,	le ſecond bord de la Lune	10^h 28′ 52″,
10. 24. 22,	. . . . Mercure	10. 24. 18.

Pour en déduire l'aſcenſion droite de Mercure, il a fallu avoir égard au mouvement de la Lune, tant en longitude qu'en latitude pour 0^h 2′ 59″, d'où l'on a tiré enſuite l'aſcenſion droite qui convenoit au ſecond bord de la Lune à l'heure de ſon paſſage obſervé par M. Garipuy; ſavoir, le 8 Mai au matin, à 22^d 32′ 51″ $\frac{1}{2}$ pour le ſecond bord; ainſi, l'aſcenſion droite de Mercure, étoit le 8 au matin, 21^d 24′ 21″ $\frac{1}{2}$ au méridien de l'Obſervatoire, ſitué proche Toulouſe;

n'ayant pas la déclinaiſon de Mercure, je me ſuis ſervi de la latitude géocentrique, tirée des Tables, ce qui ne ſauroit induire, en pareil cas, ſenſiblement en erreur.

Par mes Tables du Soleil, imprimées en 1771, dans l'Aſtronomie Nautique, le lieu du Soleil étoit ♉ 17^d 48′ 10″½, & ſon aſcenſion droite, 45^d 40′ 02″½, ce qui donne encore celle de Mercure, pour l'heure à laquelle M. Garipuy l'a vu paſſer au Méridien; ſavoir, 21^d 24′ 32″½, à 11 ſecondes près de celle que j'ai déduite de mes obſervations du paſſage de la Lune, à mon quart-de cercle mural, comparée, comme je l'ai dit, avec l'étoile Procyon qui a paſſé à la même hauteur.

Il reſte à tirer quelqu'uſage des obſervations de Mercure, pour perfectionner la théorie de cette Planète; d'abord, le Soleil étoit fort près de la ligne des nœuds de ſon orbite, puiſqu'il a dû s'y rencontrer le 6 Mai, au matin; en ſorte que l'obſervation de M. Garipuy ſembleroit, en ce cas, l'une des plus avantageuſes que nous ayons pour en déduire l'inclinaiſon de l'orbite de cette Planète au plan de l'écliptique, mais il n'a pas obſervé la hauteur méridienne, & nous n'avons pu voir ici Mercure à ſon paſſage par le Méridien, ce qui nous prive de ſa déclinaiſon obſervée. Ainſi, il faudra avoir recours à l'occultation de Mercure par la Lune, pour en déduire, en ſuppoſant la latitude de la Lune obſervée, quelle a dû être celle de Mercure.

Avant que de nous jeter dans ces détails, & de traiter cette matière dans toute l'étendue qui lui convient, je chercherai d'abord quelle a été l'erreur des Tables de Mercure.

Je me ſervirai de celles de Halley, parce qu'elles ont été long-temps travaillées à la manière de Stréet, qui, le premier, a eu l'avantage de faire un uſage très-étendu des obſervations du ſeizième ſiècle, & ſur-tout des deux paſſages obſervés de Mercure ſur le Soleil, à l'un & à l'autre nœud.

Le 26 Avril, vieux ſtyle, jour de l'immerſion obſervée, les Tables donnent, à 22^h 14′ 02″, la longitude héliocentrique de Mercure, 9^f 8^d 39′ 50″½, & l'inclinaiſon ou latitude,

latitude, $5^d\ 34'\ 48''$: le lieu du Soleil, ♉ $17^d\ 48'\ 08''$, & la longitude géocentrique ♈ $21^d\ 53'\ 41''\frac{1}{2}$, avec une latitude auſtrale de $3^d\ 09'\ 02''\ \frac{1}{2}$; mais par l'obſervation faite aux environs de Toulouſe, la longitude de Mercure étoit ♈ $21^d\ 52'\ 20''\frac{1}{2}$, moins avancée de $1'\ 21''$ ou $20''\frac{1}{2}$, que les mêmes Tables.

Il reſte à examiner ce qu'annonce le phénomène de l'immerſion, ce que l'on doit rechercher également par la latitude tirée des Tables; on auroit pu y employer d'ailleurs l'aſcenſion droite & la déclinaiſon tirées des latitudes géocentriques des 7 & 8 Mai, à l'heure du paſſage de Mercure par le méridien : ces déclinaiſons ſe ſont trouvées le 7 Mai, de $5^d\ 16'\ 20''$, & le 8 Mai de $5^d\ 35'\ 16''$ boréales, avec un accroiſſement diurne de $18'\ 56''$, la latitude de Mercure n'ayant varié en vingt-quatre heures que de $4'\ 12''$.

M. Garipuy ajoute, qu'avec la lunette achromatique de Dollond, de 42 pouces de foyer, la pointe de la corne auſtrale de Mercure a touché la Lune vers le Nord à $7^h\ 13'\ 58''$, qu'à $7^h\ 14'\ 11''$ s'eſt faite l'immerſion de Mercure ſous le diſque apparent de la Lune, & la diſparition totale à $7^h\ 14'\ 13''$.

Ainſi lorſque Mercure a dû paroître diſtant du centre de la Lune, d'une quantité égale au demi-diamètre lunaire moins le demi-diamètre de Mercure, il étoit à Paris, le 8 Mai au matin, $7^h\ 17'\ 05''$, ou de temps moyen $7^h\ 13'\ 20''$: les Tables de Halley donnent, pour cet inſtant, la longitude héliocentrique $9^s\ 8^d\ 16'\ 53''\frac{1}{3}$, l'inclinaiſon $5^d\ 33'\ 05''\frac{2}{3}$, le lieu du Soleil $1^s\ 17^d\ 40'\ 27''$, & par conſéquent la longitude géocentrique de Mercure ♈ $21^d\ 46'\ 32''$, avec une latitude auſtrale de $3^d\ 08'\ 36''$.

Pour en déduire le lieu obſervé, il faut d'abord connoître la longitude vraie & apparente de la Lune au moment de cette occultation, ainſi il nous faut d'abord établir l'angle parallactique dans la ſphère, &c. avec la parallaxe d'azimuth, ſelon les formules d'Euler. Voyez l'*Almanac de Berlin de 1751, & nos Mémoires de 1764*: le lieu du Soleil pour ce moment-là,

ſelon les Tables de l'Aſtronomie Nautique, étoit ♉ 17^d 40′ 32″, & ſon aſcenſion droite 45^d 12′ 22″ $\frac{1}{2}$; d'où l'on tire l'aſcenſion droite du milieu du ciel 333^d 45′ 37″ $\frac{1}{2}$.

Les Tables newtoniennes corrigées, en y ajoutant 3′ 3″ $\frac{1}{2}$ déjà trouvées aux momens des paſſages obſervés à Paris par le Méridien, donnent ♈ 21^d 20′ 00″, & quant à la latitude auſtrale, elles donnent 2^d 36′ 06″ $\frac{2}{3}$ qu'on peut réduire à 2^d 35′ 35″, puiſque cette latitude a paru d'une demi-minute au moins plus petite, lors des obſervations de la Lune des 7 & 8 Mai, faites au quart-de-cercle mural.

On tire delà l'angle parallactique dans la ſphère 17^d 49′ 20″, & ſi l'on admet pour parallaxe horizontale 54′ 58″, celle de hauteur ſera dans le ſphéroïde 45′ 47″, & la parallaxe d'azimut 17″ $\frac{1}{3}$ ſeulement : ſuppoſant donc l'angle parallactique dans le ſphéroïde de 18^d 07′ $\frac{1}{3}$, on aura la parallaxe de longitude 14′ 14″ $\frac{1}{2}$, celle de latitude 43′ 31″; d'où l'on tire la longitude apparente de la Lune ♈ 21^d 34′ 14″ $\frac{1}{2}$, ſa latitude apparente 3^d 19′ 06″. Mercure étoit, ſelon les Tables de Halley, 10′ 30″ plus au Nord, ou plutôt à cauſe de ſa parallaxe 10′ 21″ $\frac{1}{3}$, on aura donc ſa longitude apparente 11′ 2″ $\frac{7}{8}$, plus avancée que la longitude de la Lune apparente; c'eſt-à-dire ♈ 21^d 44′ 17″ $\frac{1}{2}$, & ayant égard à la parallaxe en longitude 2″,85, on aura la vraie longitude de Mercure 21^d 44′ 14″ $\frac{1}{2}$, moins avancée de 1′ 17″ $\frac{1}{2}$ que ſelon les Tables.

On n'a pas encore eu égard, il eſt vrai, dans les calculs précédens aux effets de l'aberration de Mercure & du Soleil, y ayant compenſation pour la plus grande partie, ni aux effets de l'atmoſphère lunaire dans l'immerſion, parce qu'il ſera toujours temps d'introduire ces foibles corrections, qui ne peuvent altérer que très-légèrement l'erreur des Tables qu'on vient de conclure la même, par les deux obſervations de M. Garipuy : cette obſervation faite à 36 degrés d'anomalie moyenne, doit nous éclairer ſur le choix d'une théorie plus approchée, ou ſur de nouveaux élémens des Tables.

Ainſi il reſte à examiner quelles corrections nous devons

faire aux époques tirées des Tables, & à la situation qu'elles donnent au grand axe de l'orbite de Mercure; c'est-à-dire, à la longitude de son aphélie. Pour cet effet, je vais d'abord rapporter celles que j'ai faites en 1747, au temps du passage de Mercure par son aphélie, & je les comparerai, autant qu'il me sera possible, à d'autres élongations observées aux environs du périhélie.

J'ai vu Mercure passer au fil de la lunette de mon quart-de-cercle mural, de 5 pieds de rayon, le 4 Août 1747, à $1^h\ 43'\ 09''\ \frac{3}{4}$ de temps vrai : l'ayant comparé ce jour-là à Sirius, & par conséquent à Procyon, lequel a dû passer à même hauteur, ou bien à un degré près sur le limbe ; j'en ai déduit l'ascension droite $159^d\ 54'\ 52''\ \frac{1}{2}$, mais par le lieu du Soleil, selon mes Tables ♌ $11^d\ 39'\ 11''$, ou plutôt à l'aide de son ascension droite $134^d\ 07'\ 14''$, celle de Mercure a dû être $159^d\ 54'\ 50''$; quant à sa hauteur méridienne $47^d\ 47'\ 22''\ \frac{1}{2}$ qu'il faut réduire à 10 secondes de moins, à cause de l'erreur des divisions de l'instrument, & on en déduira la déclinaison boréale de Mercure $6^d\ 38'\ 49''\ \frac{1}{2}$, à cause de sa parallaxe, $6''\ \frac{1}{2}$ à $7''$, dont la hauteur doit être augmentée, & la longitude de Mercure, ♍ $8^d\ 57'\ 2''$ avec une latitude australe de $1^d\ 42'\ 01''\ \frac{1}{2}$: les Tables de Halley, donnent — 32 secondes en longitude, & si l'on rectifie le lieu du Soleil, elles donnent l'élongation trop grande de 33 secondes; ainsi on représenteroit mieux cette élongation, si on avançoit l'aphélie des Tables de 10 minutes, mais puisque sans avancer l'aphélie ou la longitude du grand axe de l'orbite de Mercure, ces mêmes Tables représentent très-bien les observations faites vers le périhélie, & même l'élongation à un quart de minute près, en corrigeant le lieu du Soleil; il s'ensuit qu'on ne doit plus chercher ainsi, s'il faut avancer de 10 minutes le lieu de l'aphélie.

* Le 11 Octobre 1700, à $6^h\ 8'$ du matin, Mercure a paru à M. de la Hire, plus près de l'équateur que le bord inférieur de la Lune, de $0^d\ 20'\ 10''$; & il précédoit le bord oriental au fil horaire, de $0^h\ 4'\ 49''$.



DIVERSES OBSERVATIONS FAITES AUX SOLSTICES ET SUR LES RÉFRACTIONS, À Saint-Sulpice, en 1774.

Par M. LE MONNIER.

23 Décemb. 1774. AU ſolſtice d'été, le bord ſeptentrional, 1 ligne $\frac{2}{5}$ ou 1 ligne $\frac{1}{2}$, le 22 Juin au-deſſous du terme, gravé ſur le marbre le plus près du ſtile; ce qui répond à 24″ $\frac{1}{2}$ ou 23.

L'autre bord méridional ou le plus éloigné du pied du ſtile, 1 ligne $\frac{4}{5}$ ou $\frac{3}{4}$ au-deſſous du terme gravé en 1745; ce qui répond à 28 ou 29″ $\frac{1}{2}$.

La nutation donnoit alors 17″ $\frac{3}{4}$ Sud, & le Soleil étoit déjà deſcendu de 13″ $\frac{1}{4}$ au-deſſous du tropique.

La ſomme des nutations, & de ce qui s'en manquoit pour que le Soleil fût au tropique, étant ainſi de 31 ſecondes, l'excès devient alors négatif de 4 $\frac{1}{2}$ à 5 ſecondes.

Au ſolſtice d'hiver, à l'obéliſque, le 21 Décembre, on a fait l'obſervation ſuivante: il n'avoit pas gelé, le vent Sud-eſt; l'image du Soleil étoit foible, à cauſe que la brume faiſoit paroître au dehors le Soleil moins vif & plus rouge qu'à l'ordinaire.

Le bord ſeptentrional étoit 30 à 35 ſecondes au-deſſous du terme gravé il y a trente années, & l'image du bord auſtral qui paroît le plus élevé ſur l'obéliſque, étoit 55 ſecondes au-deſſous de l'ancien terme: on aura donc, par un milieu, 42″ $\frac{1}{2}$ à 45″.

Soit la nutation en ce moment, 17″,3. Or, le Solei étoit 0″,6 au-deſſus du tropique du Capricorne, la ſomme ſera donc 18″ ou 17″,9.

Les obſervations du ſolſtice d'hiver, donnent ainſi 24″ $\frac{1}{2}$ ou 27″, pour la diminution en trente ans, & au contraire, celles du ſolſtice d'été, 4″ $\frac{1}{2}$ à 5″ d'augmentation.

Si les réfractions d'hiver ſont ſuppoſées les mêmes, & les parties du gnomon invariables, on auroit 20″ à 22″ pour la variation abſolue de la diſtance des tropiques, & la moitié ſeroit ainſi, 10″ à 11″ pour la diminution d'obliquité.

Sur l'Amplitude occidentale du Soleil.

Le même jour 21 Décembre 1774, à 3^h 59′ 15″, le Soleil touche le ſol de l'horizon ſenſible vers les fermes de Villebon, au parc de Meudon, & à 4^h 3′ 25″, le bord ſupérieur diſparoît au comble d'une deſdites fermes, laquelle ſe confondoit avec l'horizon; & en 1741, le 21 Décembre à l'Obſervatoire royal, il a diſparu à 4^h 00′ $\frac{7}{8}$ dans l'horizon ſenſible.

A 4^h 00′ 46″, le deuxième bord ou bord oriental, s'eſt détaché d'un Arbre dont on donnera ci-après l'angle avec la Méridienne. A l'Obſervatoire royal, l'horizon proche les buttes de Châtillon ou Clamart, au ſolſtice d'hiver s'élève de 43 minutes.

Sa Majeſté ayant envoyé des ordres par M. Bertin, Miniſtre d'État, pour achever le grand Portail de l'égliſe de Saint-Sulpice, il y a lieu d'eſpérer qu'on nous y procurera bientôt les commodités néceſſaires pour y obſerver les amplitudes. Ma ſtation étoit dans le rayon qui raſe la tour auſtrale du côté de la colonnade, au-deſſus du grand portail, & la rupture de l'horizon ſenſible de Paris, s'y fait par une gorge * qui s'étend au-delà des granges auſtrales de la ferme de Villebon.

* *Rupture au ſol trop élevé, qui borde à l'Oueſt, l'horizon de Paris.*



MÉMOIRE

Sur les Rapports qui ſe trouvent entre les uſages & la ſtructure des quatre extrémités dans l'Homme & dans les Quadrupèdes.

Par M. VICQ-D'AZYR.

ON appelle du nom d'*Anatomie comparée*, cette Science qui oppoſe la ſtructure de l'homme à celle des autres animaux, pour en apercevoir les rapports & les différences. C'eſt en ſuperpoſant les objets, c'eſt en meſurant leurs contours & leurs ſurfaces, que l'on peut en acquérir une parfaite connoiſſance. Quelques Anatomiſtes modernes ſe ſont ſur-tout livrés à ce travail, & l'on ſait combien ils ont augmenté, par ce moyen, les connoiſſances médicinales & philoſophiques. Si donc l'Anatomie comparée a rendu des ſervices auſſi importans, ne pourroit-on pas en inſtituer une ſeconde, qui ne s'occuperoit uniquement que des rapports qu'ont entr'elles les parties du même individu? Ces nouvelles conſidérations ne jetteroient-elles pas un plus grand jour ſur les uſages & ſur le mécaniſme des pièces qui le compoſent? Ne ſeroit-il pas poſſible qu'elles fiſſent apercevoir des analogies ſurprenantes? Et ſi les parties qui diffèrent le plus en apparence, ſe reſſembloient au fond, ne pourroit-on pas en conclure, avec plus de certitude, qu'il n'y a qu'un enſemble, qu'une forme eſſentielle, & que l'on reconnoît par-tout cette fécondité de la Nature, qui ſemble avoir imprimé à tous les êtres deux caractères nullement contradictoires, celui de la conſtance dans le type, & de la variété dans les modifications.

L'Anatomie offre pluſieurs exemples dans leſquels on les retrouve de la manière la plus frappante; mais ils ne ſont peut-être nulle part auſſi marqués que dans les extrémités de l'homme & des quadrupèdes: former les quatre extrémités

avec le plus d'économie & de ressemblance possible, les disposer de sorte que deux puissent se mouvoir dans tous les sens pour le ployer au gré de nos besoins & de nos desirs, tandis que les deux autres plus solides sont destinées à la locomotion de l'individu, sans être cependant absolument incapables de remplir les fonctions pour lesquelles les premiers ont été principalement formés; & pour cela, ne point altérer la forme primitive, alonger seulement ou raccourcir quelques pièces osseuses, donner plus ou moins d'étendue à une apophyse, creuser plus ou moins profondément certaines cavités, détacher & transposer certaines éminences, alonger quelques muscles, serrer plus ou moins le tissu de quelques ligamens, ajouter à la longueur d'une artère ou d'un nerf, ôter quelques nuances aux mouvemens d'une articulation, & ne se permettre ces légers changemens que dans le plus pressant besoin; tel est l'énoncé du problème dont j'ai cru voir la solution dans la structure & le mécanisme des extrémités, & que j'entreprends de développer dans ce Mémoire.

Pour le faire avec méthode, j'ai choisi, parmi les quadrupèdes, un de ceux qui sont les plus éloignés de l'homme & un de ceux qui tiennent à peu-près le milieu de l'espace intermédiaire, afin qu'en démontrant la même analogie aux deux extrémités & au milieu de la chaîne, l'on puisse en tirer des conséquences pour le reste des individus, dont le nombre considérable offriroit un champ trop vaste à nos recherches. Le chat & le chien, parmi les fissipèdes non claviculés; le bélier, parmi les bisulques; & le cheval, parmi les solipèdes, nous fourniront des pièces de comparaison. Nous aurons au reste peu de chose à dire sur les animaux; celles des parties qui composent leurs extrémités, & qui ont quelque rapport avec l'homme, conservent la même analogie; les autres sont en petit nombre.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à considérer ces objets d'une manière qui soit commode au parallèle que nous nous proposons d'en faire; cet ordre sera celui des parties qui entrent dans leur composition. Chaque extrémité est formée

par des pièces osseuses, par des muscles & par des vaisseaux: chacune de ces divisions nous occupera séparément, & nous tâcherons de présenter un tableau précis & méthodique des rapports qui se trouvent entr'elles. Mais auparavant d'entrer en matière, il est important d'observer que cette espèce d'anatomie comparée, peut s'étendre non-seulement aux os, aux muscles & aux vaisseaux, mais encore aux viscères; ce n'est pas que les Anatomistes gardent à cet égard un silence profond: il n'en est aucun qui n'ait avancé quelques-unes des propositions que je me propose de développer aujourdhui; mais leurs assertions sont vagues, elles ne sont point confirmées par les détails, & par les comparaisons; en un mot, elles sont plutôt desirer qu'elles ne donnent les preuves de l'analogie qu'elles annoncent.

Parallèle des os qui composent les extrémités.

Presque tous les Anatomistes rangent l'omoplate parmi les os de l'extrémité supérieure, & presque aucun ne compte l'os des îles parmi ceux de l'extrémité inférieure: une analogie très-marquée entre ces deux os, ne nous permet pas d'imiter ces Auteurs, & nous croyons, pour des raisons que nous exposerons plus bas, qu'il faut les en exclure l'un & l'autre ou les admettre tous deux. Nous comptons donc quatre parties principales dans chaque extrémité; l'omoplate & l'os des isles, le femur & l'humérus, l'avant-bras & la jambe, le pied & la main; mais avant d'entrer dans aucuns détails, jetons un coup-d'œil sur la position respective de ces différentes pièces.

Dans l'homme, les extrémités sont parallèles à la longueur du tronc, & placées de sorte que la paume de la main est tournée en dedans, & la plante du pied en bas & en arrière; la rotule se trouve à la partie antérieure & l'olécrâne est située postérieurement. Si nous supposons que la jambe & l'avant-bras soient fléchis, l'angle que l'avant-bras fait alors avec l'humérus, est ouvert en devant; celui de la jambe avec le fémur, l'est au contraire en arrière: les angles de la main avec l'avant-bras & celui du pied avec la jambe sont encore

en même proportion l'un avec l'autre. La poſition des deux extrémités eſt donc inverſe ; lorſque la pronation eſt très-forte, la tête de l'humérus roule vers la partie poſtérieure, l'omoplate s'élève, l'olécrâne ſe porte en devant, & le talon de la main en arrière ; alors les extrémités approchent plus du parallélisme, mais dans cet état forcé l'appréhenſion & l'exploration ne peuvent plus ſe faire d'une manière commode, & l'humérus tourné trop en arrière ne peut plus ſe mouvoir avec la même facilité. Il étoit donc eſſentiel que la paume de la main fût placée en devant & en dedans, & non abſolument en arrière & en bas : d'un autre côté ſi dans l'extrémité inférieure le talon eût été tourné en devant, comme il l'eſt dans l'extrémité ſupérieure, alors le porte-à-faux du thorax & de la tête, & la facilité avec laquelle le corps ſe ploie & tombe en devant l'auroient précipité à chaque pas ; il étoit donc néceſſaire que les deux extrémités fuſſent oppoſées dans leurs angles.

Les obſervations que nous venons de faire ſur le ſquelette humain, ſe ſont encore avec plus de facilité ſur celui des quadrupèdes. L'angle que l'omoplate fait avec l'humérus eſt plus manifeſtement oppoſé à celui du fémur avec l'os des iſles. L'olécrâne & la rotule ſont également oppoſés l'un à l'autre, ainſi que les angles au ſommet deſquels ces apophyſes ſont placées. La tête du radius eſt en dehors, comme dans l'homme, mais elle eſt beaucoup plus en devant, & ſon extrémité inférieure, ainſi que ſon apophyſe ſtyloïde ſont dans tous les fiſſipèdes tournées en devant, & de ſorte que les deux os ſe croiſent ; cette conformation eſt dûe à une pronation forcée & conſtante, qui augmente la ſurface ſur laquelle ils ſont appuyés. Il n'eſt donc pas étonnant, d'après les principes établis plus haut, que les brutes ſoient privés des avantages attachés à l'appréhenſion & à l'exploration des objets. Le pied & la main ſont dans leurs extrémités les ſeules parties qui ne ſoient point oppoſées ; dans les ſinges, le radius n'eſt pas à beaucoup près auſſi tourné en dedans, & plus nous avancons vers le modèle le plus parfait, plus nous

ſentons les avantages de cette oppoſition, que nous avons remarquée dans les angles des extrémités.

Maintenant, ſi nous détachons une des extrémités antérieures d'un fiſſipède quelconque, & que nous la placions du côté oppoſé, de ſorte que les bords & les faces de l'os des iſles & de l'omoplate, l'humérus & le fémur, la jambe & l'avant-bras ſoient parallèles, alors la main eſt oppoſée au pied; & cette oppoſition ceſſeroit, ſi la pronation ceſſoit elle-même. L'apophyſe ſtyloïde radiale ſe placeroit en dehors, & le talon de la main en arrière. Il ſuit de-là, qu'une extrémité antérieure répond & reſſemble principalement à la poſtérieure du côté oppoſé dans les quadrupèdes, & l'extrémité ſupérieure à l'inférieure du côté oppoſé dans l'homme; vérité qui, quoique paradoxale en apparence, eſt cependant, comme nous le ferons voir plus bas, ſuſceptible de la démonſtration la plus rigoureuſe.

Ces principes une fois établis, mettent dans la plus grande évidence ce qu'il nous reſte à dire ſur l'analogie des différentes parties qui compoſent les extrémités de l'homme & des quadrupèdes.

Omoplaté. Os des iſles. 1.° L'omoplate & l'os des iſles, ſont, de tous les os des extrémités, ceux qui diffèrent le plus l'un de l'autre; mais cette différence qui frappe tant au premier coup-d'œil, s'évanouit par un examen ſérieux & plus réfléchi. N'eſt-il pas facile de voir que ces deux os ſont plats, que tous les deux ont une face concave & une bombée, que tous les deux ont une cavité articulaire, & que dans le voiſinage de ces cavités ſe trouvent deux apophyſes? Dans l'os des iſles, elles ſont confondues l'une avec l'autre, pour former le pubis & le trou ovalaire; dans l'omoplate, elles ſont réunies ſeulement par un tiſſu ligamenteux. Si on place, comme nous avons dit plus haut, une extrémité ſupérieure au côté oppoſé, de ſorte que le fémur & l'humérus ſoient ſur la même direction, alors on obſerve que la cavité articulaire de l'omoplate eſt tournée en arrière & en bas; que le bec de corbeau eſt

tout-à-fait inférieur, & répond à la tubérosité sciatique; que la côte supérieure de l'omoplate répond à l'échancrure du même nom, les fosses épineuses aux fosses iliaques, & l'espace compris entre les apophyses au trou ovalaire. On peut faire les mêmes observations, d'une manière inverse, c'est-à-dire, en plaçant un os des isles auprès d'une omoplate du côté opposé, de telle sorte que l'humérus & le fémur soient toujours sur la même ligne; la largeur des omoplates & celle de l'os des isles, sont d'ailleurs toujours proportionnelles. Dans les quadrupèdes, ces deux os sont étroits & longs; dans l'homme au contraire, ils sont arrondis & plus larges. C'est cette étroitesse & cette longueur des os des isles dans les quadrupèdes, qui augmente l'étendue du diamètre antérieur de leur bassin; c'est au contraire la largeur de ces os & leur peu de longueur dans l'homme, qui diminuent les dimensions de ce diamètre, & qui mettent tant de différence dans la facilité avec laquelle le fœtus franchit le détroit supérieur dans l'un & dans l'autre. La crête qui sépare en deux la face externe de l'omoplate ne peut éloigner l'analogie, non plus que la crête du sternum des oiseaux n'empêche qu'il ne ressemble beaucoup à celui des quadrupèdes. L'articulation des os des isles entr'eux & avec la colonne épinière, n'est pas non plus un obstacle; l'extrémité supérieure destinée principalement à la facilité des mouvemens, à l'agilité & à la souplesse dans l'homme, comme dans les quadrupèdes, ne devoit point être fixée contre l'épine. C'est pour cela que des muscles font dans l'extrémité supérieure, ce que la synchondrose fait dans l'inférieure; les côtes ne permettent pas non plus aux apophyses de se réunir en devant. Dans quelques genres cependant un os intermédiaire en opère la réunion, & alors elle se fait par le moyen de celle des deux éminences que nous avons dit plus haut répondre au pubis. Les rapports de l'omoplate avec l'os des isles sont donc réels, & l'on peut rendre une raison satisfaisante des différences qui se trouvent entre ces deux os.

2.° Le fémur présente toutes les parties que l'on démontre Fémur.

ordinairement dans l'humérus; ſon col eſt ſeulement plus alongé, & ſes tubéroſités plus ſaillantes & plus exprimées. Inférieurement les deux condyles internes de ces os font une boſſe plus conſidérable en dedans & en bas; la facette radiale eſt plus antérieure, comme le condyle externe du fémur & la reſſemblance ſeroit parfaite s'il n'y avoit pas trois facettes dans le ginglime de l'avant-bras, tandis qu'il n'y en a que deux dans celui de la jambe. La ſinuoſité bicipitale manque encore; mais un ligament intérieur fait la fonction du tendon qu'elle loge.

Avant bras. Jambe. 3.° L'avant-bras & la jambe ſe reſſemblent moins que l'humérus & le fémur : ces deux derniers os ne faiſant, pour ainſi dire, qu'alonger le lévier, leurs différences ne devoient pas être très-conſidérables; on devoit au contraire trouver dans l'avant-bras une diſpoſition favorable à la mobilité la plus parfaite, & dans la jambe un appui ferme & ſolide qui pût réſiſter aux chocs, & tranſporter avec aiſance & ſûreté le centre de gravité d'un point à un autre. Il falloit donc faire dans la ſtructure les changemens relatifs aux conditions que nous venons d'énoncer; c'eſt pour cela que les deux os de l'avant-bras, à-peu-près égaux, roulent facilement l'un ſur l'autre, que l'un eſt un centre de force, tandis que l'autre eſt un centre de mobilité; c'eſt pour cela enfin, que la main s'articule avec ce dernier; dans l'extrémité inférieure la pronation & la ſupination auroient été des mouvemens dangereux. Le pied pour être ſolide devoit s'articuler avec celui des deux os qui l'étoit davantage; auſſi s'articule-t-il principalement avec le tibia qui répond au cubitus, & non avec le péroné : ce dernier, ſi l'on y réfléchit bien, ne peut avoir d'autre uſage, que celui de former une malléole mobile, & de rendre poſſible par ſon obliquité le jeu & le gliſſage de ſon extrémité ſupérieure dans le choc; ce qui prévient & éloigne les fractures par un mécaniſme auſſi beau qu'il eſt ſimple. A ces différences près, leur analogie eſt ſenſible dans tous les points; on trouve dans la jambe les malléoles qui répondent aux apophyſes

ſtyloïdes, la rotule qui tient lieu d'olécrâne, comme plusieurs Anatomiſtes l'ont démontré, & au-deſſous de la rotule une empreinte muſculaire, comme on en trouve une au-deſſous de l'olécrâne. Lorſque la jambe eſt fléchie, elle exécute un mouvement de rotation qui tient lieu de ſupination & de pronation, ſans rien ôter à la ſolidité de l'articulation du pied avec les malléoles. Il eſt donc facile de voir que le tibia, n'eſt qu'un cubitus renforcé qui s'articule avec le pied & qui exécute tous les mouvemens, & que le péroné répond au radius dont il conſerve à peine quelques uſages, parce qu'il importoit au mécaniſme de l'extrémité inférieure de perdre de vue la mobilité, pour ne ſonger qu'à la ſolidité des pièces.

4.° La main & le pied ſe reſſemblent principalement dans le nombre & dans la ſtructure des doigts & des os qui les ſoutiennent; mais les différences ſont ſi marquées dans le carpe & dans le tarſe, que l'on déſeſpéreroit volontiers de pouvoir rapprocher ces deux objets. Si cependant on compte les pièces qui les compoſent, on en trouve à-peu-près un égal nombre, & cette analogie doit en faire ſoupçonner de nouvelles; mais auparavant il eſt à propos de raiſonner ſur les uſages auxquels la main & le pied ſont deſtinés, & ſur les beſoins auxquels ces deux parties doivent ſatisfaire. Pour que l'appréhenſion & l'exploration ſe fiſſent commodément, il falloit que le plan de la main & celui de l'avant-bras fuſſent preſque continus; autrement le radius n'auroit pu promener la main ſur les objets qu'elle devoit connoître ou ſaiſir. Le pied devoit au contraire être diſpoſé de façon que ſa partie poſtérieure fût un levier commode pour les puiſſances muſculaires, & un appui ſûr pour la maſſe du corps qu'elle ſoutient: il falloit donc qu'elle fût prolongée. D'un autre côté l'articulation du pied avec la jambe ne devoit ſe faire que par le moyen d'un ſeul os, ſans quoi elle n'auroit pas été ſolide. Enfin, comme c'eſt la partie tibiale du tarſe qui, dans le marcher, ſe meut principalement ſur la portion métatarſienne,

Main. Pied.

& que c'eſt la partie la plus mobile à laquelle dans preſque toutes les articulations la tête appartient, il falloit que dans le tarſe, elle appartînt aux os de la première rangée; dans la main au contraire c'eſt la portion métacarpienne du carpe qui ſe meut principalement ſur la première rangée, il falloit donc que la tête appartînt à la ſeconde rangée dans le carpe. D'après ces réflexions, nous pouvons rendre raiſon des différences & des rapports qui ſe trouvent entre ces deux parties.

Le grand os cunéiforme s'articule avec les deux premiers os du métatarſe & avec le ſcaphoïde, comme le trapèze s'articule avec le ſcaphoïde & les deux premiers os du métacarpe. Le trapézoïde tient le milieu entre le trapèze & le grand os, qui tous deux le ſurpaſſent en grandeur, comme le ſecond cunéiforme entre les deux autres; le troiſième cunéiforme s'articule avec le ſecond & le troiſième os du métatarſe, comme le grand os avec le ſecond & le troiſième du métacarpe dans la main. Le cuboïde reſſemble en tout à l'unciforme, comme lui il ſoutient deux os par la face antérieure, comme lui il a un tubercule inférieurement, comme lui il eſt incliné & approche de la forme triangulaire. Le ſcaphoïde dans le pied comme dans la main ſoutient les trois premiers os de la ſeconde rangée, mais ſa poſition eſt inverſe pour les raiſons que nous avons expoſées plus haut.

L'aſtragal reſſemble au ſemi-lunaire auquel on auroit ajouté la tête du grand os. Dans cette ſuppoſition on y retrouveroit les faces articulaires, latérales & ſupérieures, le bord tranchant, la face concave & la tête articulaire qui auroit été tranſpoſée; enfin le calcaneum eſt comme le triangulaire placé en dehors, il s'articule avec le cuboïde qui répond à l'unciforme & le gros tubercule du talon répond à l'os piſiforme que l'on ſuppoſeroit ſoudé avec la pointe du triangulaire. Les principales différences que l'on obſerve, conſiſtent donc dans la forme du calcaneum, dans la poſition inverſe du ſcaphoïde, & dans la tranſpoſition de la tête articulaire, qui dans l'ex-

trémité supérieure, tient au troisième os de la première rangée, tandis que dans l'inférieure elle tient au second os de la première; dans la plante du pied, on trouve comme dans la paume de la main les éminences qui reçoivent les insertions des muscles. Le crochet de l'unciforme répond à la tubérosité du cuboïde, l'os pisiforme au calcaneum, la base du premier cunéiforme à l'éminence du trapèze, & la petite tubérosité du scaphoïde à celle de l'os qui porte le même nom. L'analogie est donc complète & s'étend plus loin que l'on ne s'y seroit attendu, d'après la première inspection des pièces.

Les rapports du métacarpe & du métatarse, & ceux des doigts les uns avec les autres, sont si sensibles qu'il ne faut que les indiquer. Il suffira d'observer que si la face articulaire antérieure du premier cunéiforme étoit plus sur le côté & en dedans, que si le premier os du métacarpe étoit détaché & plus mobile, & les phalanges plus alongées, ces deux organes seroient les mêmes en tout point. Métacarpe. Métatarse. Doigts.

Les parties osseuses qui composent les extrémités antérieures & postérieures des quadrupèdes, n'ont pas moins de rapport entr'elles que celles qui composent les extrémités supérieures & inférieures dans l'homme. Déjà nous avons fait voir les rapports de l'os des isles & de l'omoplate dans les quadrupèdes; nous avons aussi fait remarquer ceux de l'avant-bras des fissipèdes avec leur jambe qui ressemble beaucoup à celle de l'homme. L'humérus & le fémur, dans tous les quadrupèdes, sont tellement semblables, qu'il suffit de les voir l'un après l'autre pour s'en convaincre. Il ne nous reste donc plus qu'à faire connoître les rapports de la jambe & de l'avant-bras, du tarse & du carpe dans les quadrupèdes à canon qui, comme M. Daubenton l'a démontré, sont les plus éloignés de l'homme. Dans ces derniers, le cubitus est le plus court des os de l'avant-bras: c'est un véritable os styloïde terminé par une grosse apophyse. Le péroné ressemble exactement à un os styloïde, l'avant-bras & la jambe sont donc formés par deux os très-considérables, qui sont le radius & le tibia, & par deux os

ſtyloïdes, dont l'un a une groſſe apophyſe que l'on ne remarque point dans l'autre, & qui paroît avoir été tranſportée en devant pour former la rotule. Le radius eſt donc l'os le plus important de l'avant-bras, puiſque plus nous nous éloignons de l'homme, plus nous voyons qu'il augmente, & qu'enfin il reſte preſque ſeul dans les ſolipèdes dont le cubitus eſt réduit preſque à rien. Le tibia conſerve la même étendue dans l'extrémité poſtérieure dont le péroné eſt tellement diminué, qu'on en retrouve à peine quelques traces.

Tarſe. Carpe. Le tarſe & le carpe, dans les ſolipèdes, ont moins d'analogie que dans l'homme. Prenons le cheval pour exemple. Le calcaneum & l'aſtragal, mal-à-propos appelés *os de la poulie*, ſont tellement conformés qu'on ne peut leur trouver de reſſemblance avec aucun os du carpe; mais le trapézoïde appelé *grand os* par quelques-uns, reſſemble beaucoup aux deux ſcaphoïdes du tarſe; le cuboïde, mal-à-propos appelé *difforme & pyramidal*, ſemble être un aſſemblage des petits os que dans le carpe on nomme triangulaire & cunéiforme, de ſorte que l'on trouve toujours aſſez de rapports pour juſtifier notre propoſition : d'ailleurs le canon, le pâturon, la couronne & le pied ſe reſſemblent tellement dans l'extrémité antérieure & poſtérieure, que les légères différences du tarſe & du carpe n'empêchent point l'analogie de ſubſiſter entr'elles; il eſt même eſſentiel de remarquer que le métacarpe, le métatarſe & les doigts de l'une & de l'autre extrémité ſe reſſemblent auſſi parfaitement dans les fiſſipèdes, & que l'homme eſt celui de tous les animaux dans lequel ces parties diffèrent le plus l'une de l'autre : obſervation importante, & qui peut donner la ſolution de pluſieurs Problèmes propoſés depuis long-temps & réſolus différemment par différens Philoſophes.

Parallèle des muſcles qui compoſent les extrémités.

Les rapports ne ſont pas moins ſenſibles entre les muſcles des extrémités, qu'ils ne le ſont entre les pièces oſſeuſes qui les

les compoſent. On obſerve auſſi entr'eux des différences; mais elles ſont relatives aux uſages particuliers, & il eſt toujours poſſible d'en rendre raiſon; par exemple, l'os des iſles qui doit être regardé comme une eſpèce d'omoplate, n'a cependant ni releveur propre, ni trapèze, ni grand dentelé. Ces muſcles auroient été de trop, puiſque ſon articulation avec l'épine empêche les mouvemens auxquels ils ſont deſtinés.

Le quarré des lombes eſt le ſeul qui puiſſe avoir quelques rapports avec le rhomboïde; au moins ſes inſertions ſont à peu-près les mêmes.

Il n'en eſt pas ainſi des muſcles qui meuvent le fémur; ils ont de grands rapports avec ceux de l'humérus; le grand feſſier fait dans l'extrémité inférieure, la fonction du deltoïde; comme lui il eſt formé par un grand nombre de muſcles ſubalternes; comme lui il s'insère dans le voiſinage des apophyſes qu'il recouvre en partie, & à la région poſtérieure de l'os des iſles, qui répond à la crête de l'omoplate. Le muſcle iliaque & le pſoas tiennent la place du ſous-ſcapulaire, & leur tendon combiné s'insère à la petite tubéroſité qui dans le fémur s'appelle petit trochanter. Le moyen & le petit feſſier ſont ſitués comme le ſous-épineux; mais ils ſont principalement abducteurs: dans l'extrémité ſupérieure, au contraire, les muſcles de la foſſe ſous-épineuſe, ſont principalement rotateurs: cette différence tient à ce que l'os des iſles doit être regardé comme une omoplate inverſe dont l'apophyſe coracoïde ſeroit tournée en bas & en arrière, & avec laquelle l'os humérus qui tient lieu de fémur, s'articuleroit en ſens contraire, & de ſorte que les deux tubéroſités fuſſent dirigées vers la foſſe ſous-épineuſe qui répond à la foſſe iliaque externe; alors les muſcles qui s'y insèrent deviendroient abducteurs au lieu d'être rotateurs, comme ils le ſont dans l'épaule. Par la raiſon des contraires, les obturateurs qui ſont placés entre les apophyſes, le quarré & les jumeaux qui tiennent lieu du ſur-épineux, ſont ſimplement rotateurs, quoiqu'ils ſoient placés comme les courts releveurs de l'humérus. Les adducteurs du fémur ont auſſi

quelque rapport avec le grand pectoral & le pectinée en a de très-marqués avec le petit pectoral, qui dans l'extrémité inférieure ne devoit point agir sur l'os qui tient lieu d'omoplate, mais porter toute son action sur le fémur qu'il rapproche en le fléchissant : le muscle du *fascia lata* tient aux aponévroses de la cuisse & du grand dorsal, dont il semble être une continuation.

Les mêmes observations peuvent se faire sur les muscles qui meuvent la jambe & l'avant-bras; la longue tête du triceps s'insère au-dessous de la cavité glénoïdale de l'omoplate, comme le droit antérieur au-dessus de la cavité articulaire fémorale. Il faut toujours se souvenir que d'après nos réflexions l'épine inférieure & antérieure de l'os des isles, répond à la tubérosité qui est au-dessous de la cavité articulaire de l'omoplate: les deux vastes répondent aux deux anconés latéraux, le couturier est un muscle ajouté pour opérer la flexion de la jambe, pour la porter vers sa semblable, de sorte que toutes deux se croisent, & pour soutenir avec force dans la station & dans le marcher la masse du bassin qui porte à faux sur la tête fémorale; or il n'est aucun de ces mouvemens qui ne soient inutiles dans l'extrémité supérieure.

Les muscles postérieurs de la cuisse, quoique plus nombreux que ceux qui sont placés à la partie antérieure du bras, ont cependant une structure & des usages analogues. Le biceps se joint au demi-nerveux, comme il le fait avec le coraco-brachial dans l'extrémité supérieure, il s'insère à la tubérosité qui tient lieu de bec de corbeau, & s'attache au péroné qui répond au radius. Le muscle qui répond au brachial a été dirigé du côté de l'extension dans l'extrémité inférieure; le crural lui ressemble beaucoup. Nous avons déjà trouvé plusieurs exemples de parties ainsi transposées; le demi-membraneux & le droit interne sont encore des muscles ajoutés, comme le couturier; la flexion & l'extension de la jambe devoient se faire avec une force bien plus considérable que celle de l'avant-bras, dans lequel la pronation & la supination

importoient au moins autant que les mouvemens par lesquels il se fléchit & s'étend. Le petit anconé est encore transposé dans l'extrémité inférieure; au lieu de se trouver auprès de la rotule qui tient lieu d'olécrâne, il est placé dans le pli du jarret, où il s'insère au condyle externe comme dans le bras: il étoit nécessaire dans cet endroit pour faire, lorsque la jambe est fléchie, les mouvemens de rotation en dedans qui répondent à la pronation; ceux qui se font en dehors, & qui répondent à la supination sont exécutés par le biceps. Ce muscle est donc supinateur dans les deux extrémités, ce qui établit encore entr'elles une nouvelle analogie.

Les muscles qui s'insèrent à la jambe & à l'avant-bras, & qui meuvent les doigts ont même structure & mêmes usages; ceux qui sont destinés aux mouvemens du carpe & du tarse offrent plus de différences; on aperçoit cependant plusieurs rapports entre le cubital interne & le jambier postérieur, entre le cubital externe & le jambier antérieur, entre les péroniers & les radiaux; & si les insertions de leurs tendons ne sont pas les mêmes, c'est que dans le pied il étoit important qu'ils s'étendissent d'un bord à l'autre, afin que les plus grands efforts eussent pour effet principal de faire bomber le pied & d'en rapprocher les pièces. Le plantaire grêle répond encore au grêle palmaire. Le solaire & les jumeaux sont des muscles ajoutés pour l'extension du pied, comme les supinateurs & les pronateurs le sont dans l'extrémité supérieure pour la facilité des mouvemens que la main doit exécuter. On trouve donc par-tout le même modèle avec quelques transpositions ou quelques additions, qui ne font que confirmer l'analogie loin de la détruire.

Les extrémités des solipèdes & des fissipèdes ont un grand nombre de muscles qui sont les mêmes que ceux de l'homme; alors les mêmes rapports subsistent. Les muscles qui offrent les principales différences se rencontrent également dans les quatre extrémités: dans le chien, par exemple, les extenseurs de l'avant-bras sont en plus grand nombre que dans l'homme:

les extenſeurs de la jambe & les muſcles qui répondent au droit antérieur ſont auſſi plus nombreux. Le biceps brachial n'a qu'une tête, de même le biceps fémoral n'en a qu'une; dans le cheval, le muſcle que l'on appelle *omo brachial* eſt un coraco brachial, celui que l'on appelle *adducteur de l'humérus* eſt un grand rond, *le long* & *le court fléchiſſeur* de l'avant-bras tiennent lieu de biceps: *le biceps fémoral & le grêle interne* répondent aux adducteurs ou triceps cruraux; la principale différence conſiſte dans les extenſeurs de l'avant-bras, que l'on compte au nombre de cinq, auſſi les extenſeurs de la jambe ſont-ils plus exprimés & plus conſidérables proportionnellement que dans l'homme; les autres muſcles deſtinés au mouvement du canon & du pied ſont moins nombreux, mais ils répondent tous à certains muſcles de l'extrémité humaine, & conſervent la même analogie avec beaucoup moins de différence.

Parallèle des vaiſſeaux & des nerfs qui entrent dans la compoſition des extrémités.

La diſtribution des vaiſſeaux ſanguins & des nerfs ſe fait auſſi à peu-près de la même manière dans les deux extrémités. L'artère axillaire répond à l'iliaque; la mammaire externe qui ſe diſtribue aux muſcles pectoraux & les rameaux qui fourniſſent au coraco-brachial & au biceps, répondent aux branches hypogaſtriques qui paſſent ſoit au-deſſous du pubis, ſoit par le trou obturateur pour ſe diſtribuer aux triceps, à la tête du biceps & du demi-nerveux. La thorachique inférieure ſe porte le long de la côte de l'omoplate, comme le rameau externe de l'iliaque, ſe contourne le long de la crête de l'os des iſles. La ſcapulaire interne ſe diſtribue au ſous-ſcapulaire, comme les artères iliaques aux muſcles qui portent le même nom; la ſcapulaire externe paſſe par l'échancrure de l'omoplate, & l'on doit ſe ſouvenir que la côte ſupérieure de cet os répond à la région ſciatique de l'os des iſles, par l'échancrure

de laquelle paſſe l'artère qui porte le même nom, & leur diſtribution ſe fait aux muſcles analogues. L'humérale ſe diſtribue au deltoïde, comme la feſſière dans le muſcle qui en tient lieu. Enfin, l'épigaſtrique répond à la mammaire interne avec laquelle elle s'anaſtomoſe; ne ſeroit-il pas à propos de remarquer que ces rapports conſtamment obſervés dans les os, dans les muſcles & dans les vaiſſeaux des parties qui forment le baſſin, & de celles qui ſont placées ſur le devant & ſur le côté du thorax doivent faire ſoupçonner entre elles une ſympathie très-grande; c'eſt auſſi ce que l'expérience journalière confirme. Si on pourſuit plus loin les ramifications artérielles, on trouve des muſculaires & des collatérales qui ſont les mêmes dans les deux extrémités. L'artère ſe comporte dans le pli de la jambe comme dans celui du coude; la péronière répond à la radiale, & les tibiales antérieures & poſtérieures aux deux artères cubitales & interoſſeuſes de l'avant-bras.

Les nerfs qui accompagnent les artères du baſſin & de l'omoplate ont entre eux les mêmes rapports, & il ſeroit inutile de les répéter; on y trouve de même un rameau qui naît comme le diaphragmatique & que l'on connoît ſous le nom d'*obturateur;* à l'égard des autres, il nous ſuffira d'obſerver que le médian, le radial & le cubital naiſſent principalement des dernières paires cervicales & de la première paire dorſale, comme le ſciatique naît des derniers nerfs ſpinaux; au contraire, les cutanés doivent leur naiſſance aux paires cervicales ſupérieures, comme le crural doit la ſienne aux paires lombaires qui ſont au-deſſus des nerfs ſacrés. Le ſciatique ſemble donc tenir lieu du médian, du cubital & du radial; comme eux, il donne des rameaux à tous les doigts inférieurement; le ſciatique externe tient lieu du cubital; les nerfs plantaires internes & externes tiennent lieu du radial & du médian, & le crural fournit les nerfs muſculaires & ſaphéens qui répondent aux deux cutanés de l'extrémité ſupérieure; au reſte, dans l'une comme dans l'autre, ils ont un caractère

qui ſemble être particulier aux nerſs de l'épine, & ſur-tout à ceux de la queue de cheval: c'eſt qu'ils ſont longs, grêles, & qu'ils ſont beaucoup de chemin avant d'arriver à leur deſtination.

Nous finirons-là nos recherches, que nous convenons être de pure curioſité : mais l'Anatomie éclaire le Philoſophe comme elle inſtruit le Médecin, & l'on ne peut diſconvenir qu'il étoit intéreſſant de connoître juſques à quel point la main, cet organe, auquel nous devons tant de connoiſſances, peut reſſembler au pied, c'eſt ce que nous avons tâché de faire, en comparant les différentes parties qui compoſent les extrémités, & nous croyons avoir rigoureuſement démontré la vérité de ce vieux Adage qui dit que le pied eſt une ſeconde main : *pes altera manus.*



MÉMOIRE
CONTENANT
LES OBSERVATIONS
DE LA XVe COMÈTE

*Observée à Paris, de l'Observatoire de la Marine; depuis le 13 Octobre au matin 1773, jusqu'au 14 Avril soir 1774 *.*

Par M. MESSIER.

OCCUPÉ depuis plusieurs jours aux Observations de la disparition & réapparition des anses de l'anneau de Saturne, je passai une partie de la nuit, du 12 au 13 Octobre, dans mon Observatoire, le ciel étoit beau & serein : j'examinai Saturne avec une excellente Lunette achromatique de trois pieds & demi, appartenante à M. le Président de S**, qui augmentoit environ cent quinze fois l'objet, & je ne reconnus aucune trace ni apparence des anses de l'anneau, qui avoient disparu pour moi le 11 de ce mois. 20 Décemb. 1774.

Mais après avoir bien examiné Saturne, je parcourus le ciel avec une lunette de nuit de deux pieds de foyer, & je découvris à l'Orient une lumière nébuleuse & foible, qui paroissoit dans la partie du ciel où se trouvoit alors Saturne, entre les constellations du Sextant & du Lion, au-dessous de *Régulus*. La lumière ou la nébulosité que j'apercevois au moyen de ma petite lunette, n'étoit pas visible à la vue simple : comme le crépuscule commençoit à devenir sensible, je ne pris que le temps nécessaire pour passer à une lunette ordinaire de trois pieds & demi, montée sur une machine parallactique,

* C'est la LXIIe Comète dont l'orbite a été calculée.

garnie d'un micromètre à fils que je règle sur le parallèle des Étoiles : je comparai le noyau ou le centre de la nébulosité, à trois Étoiles qui en étoient voisines ; deux de la septième grandeur, & une de la sixième. Je reconnus les jours suivans que de ces trois Étoiles, il y en avoit deux connues, & déterminées dans le Catalogue de Flamstéed, savoir la quarante-troisième & la quarante-huitième de la constellation du Lion, l'une & l'autre marquées de la sixième grandeur.

Le noyau de la Comète étoit peu apparent, d'une lumière blanchâtre, sans être terminé, environné d'une légère nébulosité qui paroissoit un peu s'étendre vers l'Occident. Je pris dans le Catalogue de Famstéed, seconde édition, la position de l'Étoile quarante-huitième du Lion, & l'ayant réduite au temps de cette première observation, son ascension droite se trouva de $155^d 45' 29''$, & sa déclinaison boréale $8^d 7' 33''$.

Le 12 Octobre, à $17^h 23' 53''$ temps vrai, la différence en ascension droite entre cette Étoile & la Comète, étoit de $2^d 4' 45''$, & la différence en déclinaison de $1^d 29' 34''$; de ces différences & de la position de l'Étoile, il a résulté pour l'ascension droite de la Comète, $153^d 40' 44''$, & pour sa déclinaison $6^d 37' 59''$ boréale. Les autres positions de la Comète, déduites de celles des deux autres Étoiles, se trouveront ci-après dans la première Table, & celles des Étoiles dans la seconde Table, à la suite de ce Mémoire. Je ne rapporte les détails que pour cette première observation, on trouvera dans les deux Tables, la suite ou le résultat des déterminations de la Comète, avec celle des Étoiles qui auront servi à en déterminer les positions ; mais je rapporterai à chaque jour d'observation la détermination des Étoiles, dont les lieux n'étoient pas encore connus, avec les mêmes Numéros que je leur donnerai dans la seconde Table, qui est à la suite de ce Mémoire. Voici la détermination de l'Étoile qui étoit ce jour-là près de la Comète.

Ascension

N.^os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.^r	
	D. M. S.	D. M. S.		
1.	152. 52. 59.	6. 51. 34.	7.	déterm. par la 43.e du Lion, Comète comparée les 12, 13 & 14 Octobre.

Le 14 Octobre, ciel couvert une partie de la nuit du 13 au 14; avant quatre heures du matin je montai dans mon Obſervatoire, toute la partie du ciel du côté du Levant étoit couverte de nuages, j'avois perdu l'eſpérance de revoir la Comète cette nuit: cependant vers les cinq heures cette partie du ciel commença à ſe découvrir, & entre les nuages, je cherchai la Comète avec la lunette de deux pieds, je la retrouvai ſans peine dans le voiſinage des Étoiles, avec leſquelles je l'avois comparée la veille; ſa lumière me parut augmentée & plus apparente que le jour précédent, le noyau plus clair, ſans être terminé, environné d'une nébuloſité de quatre minutes environ de diamètre, & d'une continuité de lumière de huit minutes d'étendue, eſtimée groſſièrement, parce que je n'eus pas le temps d'y donner beaucoup de ſoin. Je vis cependant la Comète à la vue ſimple, quoiqu'avec beaucoup de difficulté, & je préſumai qu'on l'auroit vue plus aiſément, ſi le crépuſcule avoit été moins ſenſible. Je pris la configuration de la Comète avec pluſieurs Étoiles du Lion, & j'en comparai le noyau aux trois Étoiles de la veille en aſcenſion droite & en déclinaiſon : de ces obſervations, j'ai déduit la poſition de la Comète, qu'on trouvera rapportée dans la première Table.

La nuit du 14 au 15, beau temps juſqu'à quatre heures du matin que le ciel ſe couvrit de nuages rares : on ne pouvoit voir la Comète que difficilement; car plus elle approchoit de l'horizon, plus les nuages rares augmentoient avec les vapeurs, de manière qu'il ne fut pas poſſible de l'apercevoir à la vue ſimple, & de juger de ſes apparences. Vers les trois

heures & demie du matin, je commençai à voir la Comète avec la lunette de deux pieds, je comparai le noyau aux trois Etoiles des jours précédens en aſcenſion droite & en déclinaiſon, il en a réſulté la poſition de la Comète, à l'égard de ces trois Étoiles de quatre manières différentes rapportées dans la première Table.

Le 16 Octobre au matin, le ciel parfaitement beau, la Comète paroiſſoit diſtinctement, & je commençai à la voir preſqu'auſſitôt ſon lever avec la lunette de deux pieds : lorſqu'elle fut plus élevée, on la voyoit à la vue ſimple, mais il étoit néceſſaire de ſavoir exactement le lieu du ciel où elle ſe trouvoit, parce que ſa lumière étoit extrêmement foible. Une Étoile téleſcopique eſtimée de neuvième grandeur, ſe trouvoit enveloppée dans la lumière de la queue, aux deux tiers de ſa longueur, & placée au milieu de ſa largeur : l'autre tiers de la queue qui alloit au-delà de l'Étoile, étoit d'une lumière extrêmement foible & preſque éteinte; je déterminai la poſition de cette Étoile téleſcopique, en la comparant à l'Étoile quarante-huitième du Lion, ſuivant Flamſtéed: voici ſa poſition.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
15	154. 42. 44.	7. 46. 58.	9.	déterminée par l'étoile 48.me du Lion.

Je comparai le noyau de la Comète à l'épaiſſeur d'un des fils du micromètre adapté à la lunette qui étoit employée à ces obſervations, je trouvai que le noyau, quoique mal terminé égaloit un des fils, dont l'épaiſſeur meſurée étoit de quarante-quatre parties qui répondoient à 47 ſecondes de degré de grand cercle.

J'examinai la même nuit, le noyau de la Comète & ſa

queue avec la lunette achromatique de trois pieds & demi, dont j'ai déjà parlé, grossissant l'objet cent quinze fois: ce grossissement faisoit paroître la Comète assez grande, mais obscure, ainsi que la queue, la nébulosité qui environnoit le noyau étoit sensible, & paroissoit sous la forme de fumée ou de vapeur. Je reconnus que ce grossissement trop considérable, n'étoit nullement propre à l'examen & à tous les détails dont la Comète étoit susceptible : ces observations demandent beaucoup de lumière, & on ne peut se la procurer qu'avec un grossissement moindre; je réduisis donc le grossissement de cette lunette à trente-sept fois, par une combinaison d'oculaires, j'y gagnai beaucoup de lumière, plus de netteté & un plus grand champ, de manière que le noyau de la Comète paroissoit plus brillant, la chevelure plus distincte, plus claire, & les limites plus décidées; son étendue étoit contenue dans l'ouverture ou le champ de l'instrument; je m'assurai de plus en plus, comme je l'avois déjà remarqué pour la Comète de 1769, que ce grossissement étoit celui que l'on devoit employer pour ces observations.

Je comparai le noyau de la Comète à des heures différentes à l'Étoile quarante-huitième du Lion, sixième grandeur : pour être bien assuré de la position de cette Étoile, je la comparai à l'Étoile ρ, quatrième grandeur, de la même constellation, & cela par une petite Étoile télescopique intermédiaire.

Je suivis la Comète jusqu'à cinq heures trois quarts, le crépuscule étoit alors considérable : la Comète étoit d'une lumière extrêmement foible.

Le 17 Octobre au matin, ciel serein, cependant pas si beau que la veille : j'examinai la Comète avec la lunette achromatique de trois pieds & demi, & avec le grossissement de trente-sept fois; l'extrémité de la queue de la Comète enveloppoit l'Étoile quarante-huitième, sixième grandeur du Lion, l'Étoile n'étoit pas exactement au milieu de la queue, elle paroissoit un peu au-dessus de la ligne qui l'auroit partagée également. Le noyau vu à la lunette étoit brillant, & sa lumière à peu de chose près la même que les jours précédens.

La Comète se voyoit à la vue simple, mais avec un peu plus de difficulté que la veille, parce que le ciel étoit plus chargé de vapeurs.

Je comparai comme la veille à des heures différentes le noyau de la Comète à la même Étoile quarante-huitième du Lion : les déterminations sont rapportées dans la première Table.

Le 18 au matin, beau temps : la Comète paroissoit comme les jours précédens, le noyau étoit près de deux Étoiles télescopiques, l'une & l'autre de la neuvième grandeur ; je déterminai la position de ces deux Étoiles, en les comparant à la quarante-huitième du Lion. La première étoit placée près du bord supérieur de la chevelure : voici leurs positions.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
16	156. 51. 29.	8. 32. 21.	9.	déterminées par l'Étoile
17	156. 55. 29.	8. 35. 57.	9.	48.me du Lion.

Le 19 Octobre, à trois heures du matin, le ciel étoit entièrement couvert, & continua de l'être jusqu'à 10 heures.

Le 20, ciel parfaitement beau toute la nuit du 19 au 20 : le 20, à trois heures & demie du matin, je vis la Comète qui avoit les mêmes apparences que les jours précédens ; je comparai le noyau à la même Étoile quarante-huitième du Lion, ensuite cette Étoile à l'Étoile ρ, quatrième grandeur de la même constellation, & cette dernière à *Régulus* : ces observations me donnèrent la détermination de l'Étoile quarante-huitième, avec plus de précision qu'elle n'étoit rapportée dans le Catalogue de Flamsteed.

Le 21 au matin, beau temps sans nuage, comme les jours précédens : la Comète, la chevelure & le noyau avoient la même lumière, on la voyoit à la vue simple. Je comparai directement le noyau aux Étoiles quarante-huitième & ρ du

Lion : les positions de la Comète sont rapportées dans la première Table.

Le 22 Octobre au matin, beau temps, cependant il y avoit quelques nuages à l'horizon. La Comète avoit la même lumière; je déterminai la position du noyau, en le comparant à une des Étoiles de la veille ρ, quatrième grandeur du Lion.

Le 23 au matin, ciel également beau, à trois heures la Comète paroissoit à la vue simple, comme les jours précédens; je déterminai sa position en comparant le noyau à l'Étoile de la veille ρ & à l'Étoile *l*, sixième grandeur de la même constellation du Lion. Il y avoit trois Étoiles, toutes trois télescopiques, & de la neuvième grandeur, qui avoisinoient la Comète; je déterminai leurs positions en les comparant directement avec le noyau de la Comète, que j'avois déterminé par les Étoiles ρ & *l* du Lion. Voici leurs positions en ascension droite & en déclinaison.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	*D. M. S.*		
2[1]	159. 49. 59.	10. 25. 22.	9.	déterminées par la Comète.
2[2]	159. 50. 29.	10. 20. 12.	9.	
2[3]	160. 1. 44.	10. 15. 17.	9.	

Le 24 au matin, ciel serein, la Comète paroissoit à la vue simple, comme les jours précédens; afin de connoître la position de la Comète, je comparai le noyau aux mêmes Étoiles de la veille ρ & *l* du Lion, & ces deux Étoiles entr'elles, pour en bien connoître les positions : je déterminai aussi par le moyen de ces deux Étoiles, une autre de la huitième grandeur qui n'étoit pas encore connue : voici sa position.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	G rd.	
	D. M. S.	D. M. S.		
2.	159. 16. 35.	11. 20. 36.	8.	déterminée par les étoiles ρ & l du Lion.

Le 25 Octobre au matin, beau temps, la Comète paroissoit avoir perdu un peu de sa lumière, ce qui provenoit peut-être de ce que le ciel étoit plus ou moins chargé de vapeurs; on pouvoit encore la voir à la vue simple, mais avec beaucoup de peine. Je comparai le noyau aux mêmes Étoiles de la veille ρ & *l* du Lion; & je déterminai ensuite le lieu de plusieurs Étoiles qui étoient aux environs de la Comète, en les comparant directement aux Étoiles ρ & *l* du Lion : ces Étoiles n'avoient pas encore été déterminées: voici leurs positions.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
1[8]	157. 24. 14.	11. 52. 30.	8.	déterminées par les Étoiles ρ & *l* du Lion.
1[9]	157. 33. 29.	11. 31. 41.	8.	
1[10]	158. 6. 14.	11. 32. 58.	8.	
1[11]	158. 56. 44.	11. 37. 42.	8.	
2[4]	161. 35. 12.	10. 55. 21.	9.	
2[5]	161. 55. 20.	12. 19. 59.	8.	

Le 26 Octobre au matin, beau temps, la Comète avoit les mêmes apparences que les jours précédens; je comparai le noyau à la même Étoile *l* du Lion, & cette Étoile directement à l'Étoile *ι* de la même constellation quatrième grandeur, qu'on ne trouve que dans Flamstéed. Je comparai également l'Étoile *n* du Lion, sixième grandeur, rapportée

dans le Catalogue des Éphémérides de M. l'Abbé de la Caille, sous le *n.º 290*, à l'Étoile θ du Lion, troisième grandeur; & je déterminai par le moyen de ces observations, les positions de sept Étoiles, dont les lieux n'étoient pas connus, de ce nombre il y en avoit six de la septième grandeur, & une de la huitième, cette dernière étoit au-dessous & près de la Comète : voici leurs positions.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
3.	161. 55. 35.	11. 8. 2.	8.	près de la Comète, détermin. par l'étoile *l* du Lion.
4.	164. 57. 18.	15. 37. 23.	7.	déterm. par les étoiles θ & *n* du Lion.
5.	166. 2. 19.	13. 50. 35.	7.	déterm. par l'étoile *n* du Lion.
6.	166. 2. 19.	14. 4. 26.	7.	déterm. par la même étoile.
7.	166. 39. 8.	13. 13. 12.	7.	déterm. par l'ét. *n.º 5* ci-dessus
8.	166. 46. 37.	15. 30. 57.	7.	déterm. par celles *n.º 4*.
9.	166. 49. 34.	14. 37. 50.	7.	déterm. par *n* du Lion.

Le 27 au matin, beau temps, à l'exception de quelques nuages rares : je comparai le noyau de la Comète à la même Étoile que la veille *l* du Lion; ensuite j'observai de nouveau les Étoiles que j'avois déterminées le jour précédent, en les comparant aux Étoiles connues θ & *n* du Lion, afin de pouvoir prendre un milieu entre les résultats, & déterminer ainsi leurs positions avec plus de précision. Je recherchai aussi la même nuit les Étoiles qui environnoient la Comète le jour que je l'avois découverte, les ayant reconnues, je les comparai encore à l'Étoile quarante-huitième du Lion; & je déterminai la position de deux Étoiles qui n'étoient pas encore connues, en les comparant à l'Étoile rapportée au 13 Octobre au matin, *n.º 1*, l'une de la huitième grandeur, & l'autre de la septième : voici leurs positions.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.'	
	D. M. S.	D. M. S.		
0[1]	152. 13. 44.	6. 43. 45.	8.	déterm. par l'étoile rapportée au 13 Octob. matin, *n.° 1.*
1[1]	152. 55. 44.	6. 0. 34.	7.	

Ciel couvert la nuit du 27 au 28, ainsi que celle du 28 au 29.

Le 29 Octobre, au soir, le ciel s'éclaircit, il resta serein jusqu'au 30, 2 heures du matin: la trop grande lumière de la Lune, qui étoit pleine, affoiblissoit beaucoup celle de la Comète, & diminuoit ses apparences, ce qui fit que j'eus peine à la revoir; j'en comparai le noyau aux Étoiles *l* & *n* du *Lion.* La détermination de la Comète par l'étoile *n* ne me parut pas si précise que par l'étoile *l:* la différence de déclinaison entre le noyau de la Comète & l'étoile *n* étoit fort grande; après avoir comparé la Comète à ces deux Étoiles, je recherchai, comme le 27 matin, les Étoiles qui environnoient la Comète, le jour de la première apparition, 13 Octobre matin: je comparai ces Étoiles à celles qui étoient déjà connues, quarante-troisième & quarante-huitième du Lion, suivant le Catalogue de Flamstéed: voici la détermination de celles dont les positions n'étoient pas encore connues.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.'	
	D. M. S.	D. M. S.		
0.	152. 10. 44.	7. 34. 57.	8.	détermin. par l'étoile *n.° 1,* rapportée au 13 Octobre matin.
1[2]	153. 53. 29.	8. 23. 28.	8.	
1[3]	154. 23. 49.	7. 26. 14.	8.	
1[4]	154. 38. 59.	8. 13. 25.	8.	
3[1]	161. 56. 35.	12. 54. 5.	7.	déterm. par l'étoile *l* du Lion.
3[2]	164. 40. 5.	12. 31. 21.	8.	

A 5 heures du matin, le ciel se couvrit en grande partie, peu

peu de temps après il le fut entièrement, & il tomba de la pluie.

Le 31 Octobre à 3 heures du matin, le ciel étoit serein, mais le vent étoit grand : la Lune répandoit une grande lumière qui diminuoit considérablement les apparences de la Comète: il ne fut pas possible de juger de sa lumière; je comparai le noyau à l'étoile *n* du Lion, sixième grandeur: la Comète avoit déjà été comparée la veille à cette Étoile, les positions déterminées sont rapportées dans la première Table.

Le 1.er Novembre, à 3 heures du matin, le ciel étoit serein, à l'exception de quelques nuages qui étoient à l'horizon & au-dessous de la Comète; après avoir cherché avec soin le parallèle de l'étoile *n* du Lion, je comparai, à deux reprises différentes, le noyau de la Comète à cette Étoile, & j'en déterminai la position qu'on trouvera dans la première Table. La lumière de la Lune empêcha, comme les jours précédens, de juger de ses apparences : cependant ce matin, comme la pleine Lune étoit passée, la Comète sembloit avoir un peu plus de lumière que les deux jours précédens.

Le 2 Novembre, le ciel ayant été couvert une grande partie de la nuit du 1 au 2, il s'éclaircit; à 4 heures & demie, il devint entièrement serein, la Comète parut avec plus de lumière que la veille, & plus la Lune perdit de la sienne, plus celle de la Comète devint apparente, elle sembla redevenir aussi éclatante qu'elle l'étoit avant que la Lune y formât obstacle. La Comète paroissoit ce matin sans apparence de queue, comme les jours précédens, à cause de la lumière de la Lune: le noyau étoit environné seulement d'une nébulosité; je comparai plusieurs fois le noyau de la Comète à la même Étoile que la veille, *n* du Lion: les positions de l'étoile & de la Comète sont rapportées dans les Tables qui suivent; je déterminai de nouveau, & la même nuit, la position des Étoiles *numéros 7, 8 & 9*, en les comparant à l'étoile *n* du Lion, elles sont rapportées au 26 Octobre matin.

Le ciel fut couvert la nuit du 2 au 3. Le 3, à 4 heures du matin, il tomboit beaucoup de pluie.

Il plut une partie de la nuit du 3 au 4. Ce même jour, vers les 5 heures & demie du matin, le ciel étant découvert en grande partie, j'eus encore le temps, avant le jour, de revoir la Comète, & de comparer ſon noyau à la même Étoile que les jours précédens, *n* du Lion; la lumière de la Comète devenoit plus ſenſible à meſure que celle de la Lune diminuoit; l'Étoile *n.° 9*, rapportée au 26 Octobre, ſe trouvoit ce matin ſur le parallèle de la Comète.

Le ciel couvert, avec pluie une grande partie de la nuit du 4 au 5. Le 5 au matin, vers les 4 heures, le ciel offrit des intervalles clairs : je vis la Comète & j'eſſayai pluſieurs fois d'en déterminer la poſition en comparant le noyau à la même étoile *n* du Lion; j'obſervai bien le paſſage de l'Étoile au fil horaire du micromètre, mais celui de la Comète ne put y être obſervé à cauſe des nuages.

Le 6, depuis 4 heures du matin juſqu'au jour, le ciel fut totalement couvert.

Le 7, ciel couvert ainſi que le 6 & le 8 au matin.

Le 9, à 3 heures du matin, le ciel étoit entièrement couvert; à 4 heures, la Lune paroiſſoit un peu à travers les nuages; à 5 heures, les nuages étoient ſéparés : dans un intervalle de peu de durée, j'aperçus la Comète ſans pouvoir juger de ſes apparences, elle paroiſſoit ſur le parallèle de l'Étoile quatre-vingt-cinquième, & ſixième grandeur du Lion, ſuivant l'Atlas de Flamſtéed : je jugeai cette Étoile trop éloignée de la Comète, pour y comparer le noyau; d'ailleurs, les nuages n'auroient pas permis d'en faire l'obſervation : j'y employai l'Étoile quatre-vingt-huitième, & ſixième grandeur du Lion, mais l'obſervation ne fut pas encore des plus préciſes, le temps ayant manqué pour diriger, avec ſoin, ſur le parallèle de cette Étoile, le fil du micromètre : cependant l'obſervation ne doit pas s'écarter beaucoup; il ne fut pas poſſible de la répéter à cauſe des nuages; la détermination de la Comète, d'après cette obſervation, eſt rapportée dans la première Table.

Le 10 Novembre, à 3 heures du matin, le ciel étoit

entièrement couvert; à 5 heures il devint ferein: je recherchai la Comète que je trouvai fur le parallèle de l'étoile θ, troifième grandeur du Lion, & la quatre-vingt-cinquième & fixième grandeur de la même conftellation, fuivant Flamftéed. Je comparai le noyau de la Comète à ces deux Étoiles, après avoir bien déterminé le parallèle de ces Étoiles par le fil du micromètre : je comparai enfuite entr'elles les Étoiles quatre-vingt-unième, quatre-vingt-huitième & quatre-vingt-dixième, toutes trois de fixième grandeur du Lion, pour connoître fi leurs pofitions étoient exactes dans le Catalogue de Flamftéed. La Lune étoit dans le voifinage de la Comète & affez près de Saturne : la lumière de la Comète étoit apparente malgré celle de la Lune; les pofitions déterminées du noyau de la Comète, par ces Étoiles, font rapportées dans la Table.

Le 11, à quatre heures & demie du matin, le ciel étoit en partie ferein; je comparai le noyau de la Comète aux Étoiles quatre-vingt-cinquième & quatre-vingt-dixième du Lion. Les nuages m'incommodèrent fouvent pendant les obfervations : la détermination du noyau de la Comète, par l'Étoile quatre-vingt-dixième, eft très-bonne, l'Étoile fuivoit parfaitement le fil du micromètre.

Le 12, ciel couvert, la nuit du 11 au 12 avec beaucoup de pluie & un vent confidérable du Sud-oueft; je ne pus rien voir de la Comète.

Le 13, ciel en grande partie ferein la nuit du 12 au 13. Le 13 entre trois & quatre heures du matin, je revis la Comète, & je comparai le noyau à l'Étoile quatre-vingt-dixième du Lion. Le ciel n'étoit pas parfaitement pur, il y avoit des nuages rares qui empêchèrent de juger de fes apparences.

Le 14, ciel en grande partie couvert la nuit du 13 au 14. Le 14, vers les cinq heures & demie du matin étant devenu ferein & pur, la Comète ne paroiffoit pas avoir perdu fenfiblement de fa lumière, je crus cependant la voir encore à la vue fimple, le tuyau de la lunette me fervant

de direction pour connoître la place où elle étoit. Je comparai le noyau à la même Étoile que la veille, la quatre-vingt-dixième du Lion, & je répétai plusieurs fois l'observation : les positions de la Comète, déduites de cette Étoile, sont rapportées dans la première Table.

Le 15, à quatre heures du matin, le ciel étoit couvert, il continua de l'être jusqu'au jour, & ensuite il tomba de la pluie.

Le 16 Novembre, à quatre heures & demie du matin, le ciel étoit serein : la Comète paroissoit conserver, à peu de chose près, la même lumière que les jours précédens; on la voyoit encore à la vue simple, mais avec beaucoup de peine. J'en comparai le noyau à la même Étoile des jours précédens, la quatre-vingt-dixième du Lion; je déterminai aussi, à l'égard de cette Étoile, la position de trois autres Étoiles qui ne se trouvent pas sur les Cartes; savoir, deux de la huitième grandeur, placées à-peu-près sur le parallèle de la Comète, & l'autre de la septième : ces Étoiles étant connues, pouvoient servir les jours suivans à la détermination du lieu du noyau de la Comète; l'Étoile quatre-vingt-dixième du Lion devant se trouver trop éloignée pour cet objet : voici les positions de ces trois Étoiles.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
10.	174. 24. 37.	19. 29. 54.	8.	déterm. par l'étoile 90.me du Lion, Comète comparée à l'ét. *n.°* 12, 16 & 17 Nov.
12.	175. 35. 30.	19. 25. 52.	8.	
13.	176. 30. 30.	18. 25. 32.	7.	

Le 17, ciel entièrement serein la nuit du 16 au 17. Le 17, à cinq heures du matin, la Comète paroissoit avec la même lumière que la veille; je comparai le noyau à une des trois Étoiles, déterminées & rapportées ci-dessus *n.°* 12, & ensuite directement à l'Étoile quatre-vingt-treizième du

Lion, de quatrième grandeur, ſuivant le Catalogue & les Cartes de Flamſtéed. La chevelure de la Comète vue à la lunette achromatique (qui ne groſſiſſoit que trente-ſept fois) s'étendoit juſqu'à une petite Étoile téleſcopique de neuvième grandeur : voici la poſition de cette Étoile, déterminée par celle de la Comète.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.'	
	D. M. S.	D. M. S.		
11.	174. 30. 25.	20. 11. 30.	9.	la chevelure de la Comète à cette Étoile.

Le 18, à quatre heures & demie du matin, le ciel étoit couvert; mais entre cinq & ſix heures, il devint en grande partie ſerein; je comparai le noyau de la Comète aux mêmes Étoiles que la veille; ſavoir, à la quatre-vingt-treizième du Lion, quatrième grandeur, & à l'Étoile déterminée le 16, *n.° 12*. Les poſitions de la Comète ſont rapportées dans la Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire.

Le 19, ciel couvert avec pluie, la nuit du 18 au 19.

Le 20, ciel couvert la nuit du 19 au 20; pluie depuis quatre heures du matin juſqu'à neuf.

Le 21, ciel entièrement couvert la nuit du 20 au 21.

Le 22 & le 23, ciel couvert toute la nuit.

Le ciel preſque totalement couvert avec pluie la nuit du 23 au 24. Le 24, vers les cinq heures du matin, il paroiſſoit quelques Étoiles entre des éclaircis de nuages; j'aperçus la Comète, mais je ne pus la voir qu'un inſtant, à cauſe des nuages qui la couvroient fréquemment, & il ne fut pas poſſible de juger de ſa lumière; ayant vu auprès de la Comète une Étoile, je l'y comparai; les nuages qui étoient en grand nombre ne me permirent pas d'obſerver avec beaucoup de préciſion; l'obſervation fut douteuſe de pluſieurs ſecondes.

Sans toucher à l'inſtrument, j'y attendis le paſſage d'une ſeconde Étoile qui paſſa au fil horaire du micromètre, trois minutes environ après le paſſage de la Comète; mais cette ſeconde obſervation ne fut abſolument qu'eſtimée, ſoit pour ſon paſſage au fil horaire, ſoit pour la différence en déclinaiſon, les nuages l'ayant couverte au moment de ces obſervations. Les deux Étoiles étoient connues, ce ſont la deuxième & la cinquième de la chevelure de Bérénice, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed.

Le 25 au matin, ciel entièrement couvert avec pluie & neige.

Le 26, à trois heures du matin, le ciel étoit couvert, mais à cinq heures, il étoit devenu en grande partie ſerein, à ſix heures il l'étoit entièrement. Je cherchai la Comète, que je revis ſans beaucoup de peine, elle paroiſſoit entre les deux Étoiles, *n.° 2* & *h* de la chevelure de Bérénice, la première de la ſixième grandeur, & la ſeconde de la quatrième, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed; mais je n'eſtimai la dernière que de la cinquième grandeur. Je comparai le noyau de la Comète à ces deux Étoiles : les déterminations ſont rapportées dans la Table. La lumière de la Comète étoit encore très-apparente à l'inſtrument; mais il ne fut pas poſſible de l'apercevoir à la vue ſimple, quoique mon œil fût dirigé au point du ciel où elle paroiſſoit dans la lunette. La chevelure vue à l'inſtrument étoit ſenſible, le noyau toujours mal terminé, avoit moins de lumière.

Le 27, à quatre heures du matin, le ciel étoit ſerein, mais la Lune qui approchoit de ſon plein, répandoit une grande lumière qui diminuoit conſidérablement celle de la Comète, quoiqu'elle en fût éloignée : après le coucher de la Lune, la lumière de la Comète devint plus apparente, mais j'aperçus qu'elle perdoit de ſa lumière, le noyau n'avoit pas autant d'apparence que les jours précédens, & ſa chevelure étoit diminuée : je comparai le noyau de la Comète à l'Étoile *h*, cinquième grandeur de Bérénice, qui paſſoit preſque en même temps qu'elle au fil horaire du micromètre, & dans

le même champ de la lunette; les positions de la Comète sont rapportées dans la Table. Comme j'avois reconnu précédemment que mes observations, faites le 17 Novembre matin, ne s'accordoient pas avec l'Étoile quatre-vingt-treizième du Lion, suivant Flamstéed, & que je soupçonnois une erreur dans la position de cette Étoile en ascension droite; je vérifiai cette position, en comparant cette Étoile quatre-vingt-treizième, à l'Étoile δ du Lion seconde grandeur, & à l'Étoile *n.º 2* de la chevelure de Bérénice. J'observai aussi au Méridien les passages de plusieurs Étoiles, avec lesquelles le noyau de la Comète avoit été comparé, c'étoit *Régulus*, les Étoiles quarante-troisième, quarante-huitième *l*, *n*, & *i* du Lion : ces passages étoient difficiles à observer, à cause du peu de lumière qu'avoient une partie de ces Étoiles. Rapportant ces passages à celui de *Régulus*, je déterminai la position de toutes les autres Étoiles.

Le 28 Novembre, ciel constamment couvert de brouillards la nuit du 27 au 28.

Le 29, couvert de même la nuit du 28 au 29.

Le 30, même ciel.

Le 1.er Décembre, à trois heures & demie du matin, le ciel étoit tout pommelé de nuages, peu de temps après, il se couvrit entièrement de brouillards élevés, & à six heures le brouillard tomboit en pluie fine.

Le 2, ciel entièrement couvert la nuit du 1 au 2.

Le 3, couvert comme la nuit précédente.

Le 4, le 5 & le 6, le ciel couvert de même.

Le 7 au matin. La veille à dix heures & demie du soir, le ciel étoit encore entièrement & également couvert; mais ce matin à deux heures, il devint en grande partie serein, sur-tout au couchant; le levant étoit couvert de beaucoup de nuages rares, & de vapeurs qui s'élevoient à une très-grande hauteur au-dessus de l'horizon. Je recherchai la Comète que je n'avois pu voir depuis le 27 Novembre au matin, & ce ne fut pas sans peine que je la trouvai : sa lumière

paroiſſoit preſqu'éteinte, à cauſe des nuages rares & de la grande lumière de la Lune qui étoit dans le voiſinage ; je vis la Comète entre l'Étoile *c* & la trentième de la chevelure de Bérénice, plus près de la trentième que de celle déſignée par la lettre *c*. Ayant reconnu ces Étoiles & celles qui environnoient la Comète, je vis que je pouvois comparer le noyau à l'Étoile *c*, je recherchai en conſéquence le parallèle de cette Étoile au fil du micromètre, j'obſervai ſon paſſage au fil horaire; mais au moment de celui du noyau de la Comète, les nuages rares étoient devenus ſi abondans qu'il ne fut pas poſſible de la voir : j'eſtimai ſeulement que la Comète pouvoit ſuivre l'Étoile *c* au fil horaire du micromètre d'environ 12 à 13 minutes, & que la Comète pouvoit être inférieure à l'Étoile de quinze cents parties du micromètre, qui répondent à 26′ 58″. Je n'ai pas rapporté cette poſition dans la Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire, ni ſur la Carte de la route de la Comète, n'ayant pas jugé qu'elle fût aſſez ſûre pour en faire uſage.

Le 8 au matin, le ciel entièrement & également couvert avec pluie.

Le 9 au matin, le ciel couvert comme le 8.

Le 10 Décembre, à trois heures & demie du matin, le ciel étoit encore entièrement couvert, mais à ſix heures étant devenu ſerein, je recherchai la Comète. Je dérangeai pour cette recherche la machine parallactique qui portoit la lunette; le lieu où elle étoit placée les jours précédens ne pouvoit plus convenir à l'obſervation, l'ayant miſe en place, je recherchai la Comète que je trouvai ſans beaucoup de peine entre l'Étoile *c* & la trente-ſeptième, de cinquième ou ſixième grandeur, l'une & l'autre de la chevelure de Bérénice : je recherchai enſuite le parallèle de l'Étoile *c* au fil du micromètre, l'ayant bien connu, je comparai le noyau de la Comète à cette Étoile & à la trente-ſeptième. Les poſitions de la Comète, à l'égard de ces deux Étoiles, ſont rapportées dans la Table. La Lune, dans le temps de ces obſervations, étoit

étoit ſur l'horizon dans la partie du ciel où paroiſſoit la Comète, ſes apparences en étoient un peu diminuées : je reconnus malgré cet obſtacle, que la Comète avoit beaucoup perdu de ſa lumière depuis mes dernières obſervations, le noyau étoit à peine ſenſible, environné de nébuloſités ſans être terminé; je remarquai la même choſe avec la lunette achromatique de trois pieds & demi, dont le groſſiſſement n'étoit que de trente-ſept fois.

Le 11, le 12, le 13 au matin, ciel couvert.

Le 14, à quatre heures & demie du matin, le ciel étoit encore en grande partie couvert, j'aperçus la Comète entre des nuages, mais il ne fut pas poſſible de juger de ſes apparences : les nuages permirent ſeulement de comparer le noyau à l'Étoile trente-ſeptième, cinquième grandeur, de la chevelure de Bérénice, ſuivant Flamſtéed, mais ils empêchèrent de répéter les obſervations, qui ſont douteuſes de quelques ſecondes.

Le 15 au matin, le ciel parfaitement beau & ſans Lune, la Comète fort élevée au-deſſus de l'horizon, étoit près du Méridien; on la voyoit parfaitement bien à la lunette de nuit, & elle paroiſſoit très-apparente à la lunette de la machine parallactique, ainſi qu'à la lunette achromatique de Dollond, de trois pieds & demi. Je reconnus cependant qu'elle perdoit de ſa lumière, que celle du noyau ne ſe diſtinguoit plus que par une plus grande lumière au milieu de celle qui l'environnoit; la chevelure paſſoit au-deſſus d'une Étoile téleſcopique de la neuvième grandeur, l'Étoile à peu-près ſur le parallèle de la Comète : j'en déterminai la poſition, en la comparant au noyau; ſa détermination fera juger de la direction de la chevelure qui paſſoit cette Étoile. Je déterminai auſſi la poſition de deux autres Étoiles qui n'étoient pas dans nos Catalogues, l'une de la ſeptième grandeur, & la ſeconde de la huitième, en les comparant l'une & l'autre à l'Étoile trente-ſeptième de la chevelure de Bérénice. La détermination du lieu du noyau de la Comète, fut comparée pluſieurs fois à cette même Étoile trente-ſeptième; les poſitions

en sont rapportées dans la Table qui est à la suite de ce Mémoire.

La même nuit du 14 au 15, j'observai *Regulus* au Méridien avec différentes Étoiles qui avoient été employées jusqu'à présent à la détermination des lieux du noyau de la Comète; savoir, dans le Lion, *Regulus*, les Étoiles quarante-troisième, quarante-huitième, *l*, *n*, *ι*; la quatre-vingt-huitième & la quatre-vingt-dixième, & dans la chevelure de Bérénice la deuxième, *h*, *c*, & la trente-septième, suivant l'ordre du Catalogue de Flamstéed.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
14*	189. 57. 48.	32. 42. 28.	9.	détermin. par la Comète, la chevelure passant cette ét.
17.	192. 22. 3.	32. 59. 31.	7.	déterm. par l'ét. 37.me de la chevelure de Bérénice.
20.	193. 13. 33.	32. 13. 35.	8.	

Le 16 Décembre, ciel entièrement couvert, avec pluie la nuit du 15 au 16.

Le 17, couvert, & beaucoup de pluie la nuit du 16 au 17.

Le 18, couvert la nuit du 17 au 18.

Le 19, pluie une grande partie de la nuit du 18 au 19.

Le 20, couvert, pluie & grand vent la nuit du 19 au 20.

Le 21 couvert, & pluie la nuit du 20 au 21.

Le 22, couvert de même la nuit du 21 au 22.

Le 23, couvert & grand vent la nuit du 22 au 23.

Le 24 Décembre, à quatre heures du matin, le ciel étoit encore entièrement couvert, mais à six heures, il devint en grande partie serein : je recherchai la Comète que le mauvais temps avoit empêché de revoir, depuis le 15 Décembre matin, je la revis dans le voisinage de l'Étoile quatorzième,

cinquième grandeur de la constellation des Chiens-de-chasse d'Hévélius : le temps ne permit pas de déterminer exactement son lieu; quelques momens après, le ciel se couvrit entièrement. J'estimai seulement que la Comète pouvoit être supérieure à l'Étoile quatorzième, de quinze minutes, & que la Comète pouvoit suivre l'Étoile au fil horaire du micromètre d'environ quatre minutes de temps, ou un degré de grand cercle. Cette observation ne fut faite qu'à l'estime; je n'en ai pas rapporté la position dans la Table, ni le lieu sur la Carte céleste. Je reconnus par le peu de temps que je vis la Comète, qu'elle perdoit considérablement de sa lumière.

Le 25, ciel entièrement couvert avec pluie, la nuit du 24 au 25.

Le 26, couvert la nuit du 25 au 26.

Le 27, couvert de même la nuit du 26 au 27.

Le 28 Décembre, ciel serein une grande partie de la nuit du 27 au 28 : mais la machine parallactique étoit placée de manière à ne pouvoir y observer la Comète que le matin entre 5 & 7 heures, & pour lors le ciel étoit couvert.

Le 29, pluie toute la nuit du 28 au 29.

Le 30, ciel presque totalement couvert la nuit du 29 au 30.

Le 31 Décembre, à 3 heures du matin, le ciel étant devenu en grande partie serein, une heure après il le devint entièrement & resta découvert jusqu'à 7 heures; comme la Comète avoit peu de lumière & qu'il étoit difficile de la retrouver dans le ciel, je recherchai la *Claire* du lien des Chiens-de-chasse, au-dessous de la queue de la grande Ourse qui est entre la deuxième & la troisième grandeur : ayant reconnu cette Étoile, je recherchai la Comète aux environs, je devois l'y trouver suivant la route que mes dernières observations lui faisoit tenir; la Lune qui étoit sur l'horizon, & qui n'avoit passé son plein que depuis deux jours, devenoit un obstacle considérable à sa recherche : quoique je l'eusse cherchée assez long-temps & que j'eusse perdu toute espérance de la revoir; je persistai cependant à tâcher de la découvrir,

je l'aperçus enfin près de l'étoile de ſeptième grandeur qui eſt la vingt-troiſième des Chiens-de-chaſſe, ſuivant Flamſtéed: elle paroiſſoit d'une lumière extrêmement foible & preſque éteinte. Je déterminai ſon lieu en comparant le noyau directement à la Claire des Chiens-de-chaſſe: la poſition de la Comète, qui a réſulté de cette obſervation, eſt rapportée dans la Table: je déterminai auſſi, par le moyen de la même Étoile, une Étoile qui n'étoit pas encore connue que j'eſtimai de la ſixième grandeur: voici ſa poſition.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
21.	195. 51. 25.	41. 21. 50.	6.	déterminée par la *claire* des Chiens-de-chaſſe.

J'obſervai auſſi le paſſage, au Méridien, de la claire des Chiens-de-chaſſe avec l'Etoile déterminée de ſixième grandeur, *n.° 21*, la Comète étoit trop foible pour y être obſervée.

Le 1.er Janvier 1774, ciel couvert la nuit du 31 Décembre au 1.er Janvier.

Le 2, couvert de même la nuit du 1 au 2, beaucoup de neige le 2.

Le 3, à 4 heures du matin, le ciel étoit en grande partie couvert, les nuages furent fréquens juſqu'au jour: je recherchai la Comète, ſa lumière, toujours extrêmement foible, l'étoit encore davantage à cauſe de celle de la Lune; j'avois commencé à comparer la Comète à l'Étoile vingt-troiſième des Chiens-de-chaſſe, ſuivant l'ordre du Catalogue de Flamſtéed, lorſque les nuages ſurvinrent & m'empêchèrent de faire l'obſervation; j'obſervai, à l'inſtrument, le paſſage de pluſieurs Étoiles qui n'étoient pas encore déterminées, & j'eſtimai, par leurs poſitions, qu'elles pourroient ſervir dans la ſuite à la détermination du lieu du noyau de la Comète; ces Étoiles

furent comparées à la vingt-troisième des Chiens-de-chasse, de septième grandeur : voici leurs positions.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
33.	201. 56. 40.	42. 37. 29.	8.	déterminées par la 23.me des Chiens-de-chasse.
36.	203. 10. 40.	42. 50. 39.	6.	
43.	204. 4. 47.	42. 11. 3.	8.	
44.	204. 8. 47.	42. 14. 39.	6.	

Le 4 Janvier, à quatre heures du matin, le ciel étoit entièrement serein, vers les cinq heures des nuages rares se formèrent & augmentèrent jusqu'au jour : dans une partie du ciel parfaitement claire, je recherchai la Comète, l'ayant trouvée, je la comparai à l'Étoile vingt-troisième des Chiens-de-chasse, la même Étoile déjà citée ci-dessus ; j'y comparai aussi les quatre Étoiles, dont les positions sont rapportées plus haut : ayant pris un milieu entre les déterminations de la veille & celles de ce matin, leurs positions furent bien déterminées à l'égard de cette Étoile vingt-troisième. La lumière de la Comète étoit extrêmement affoiblie, & diminuée encore par celle de la Lune qui étoit sur l'horizon : le passage du centre de la Comète au fil horaire du micromètre fut douteux, à deux secondes de temps environ. Je déterminai ce matin le lieu d'une Étoile : voici sa position.

N.o	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
27.	199. 36. 40.	41. 55. 22.	8.	déterm. par l'étoile 23.me des Chiens-de-chasse.

Le 5 Janvier, ciel entièrement couvert la nuit du 4 au 5.

Le 6, ciel couvert la nuit du 5 au 6.

Le 7, ciel également couvert la nuit du 6 au 7.

Le 8, ciel couvert la nuit du 7 au 8.

Le 9, même ciel la nuit du 8 au 9.

Le 10, couvert, comme les nuits précédentes, la nuit du 9 au 10.

Le 11 à 3 heures du matin, le ciel étoit parfaitement ſerein, vers les 4 heures je recherchai la Comète avec la lunette montée ſur la machine parallactique, & ce ne fut qu'avec beaucoup de peine que je pus la revoir, ſa lumière étoit fort affoiblie: on ne diſtinguoit plus le noyau d'avec la chevelure, la Comète ne reparoiſſoit que comme une tache blanchâtre, peu ſenſible à la lunette, de manière qu'on la perdoit de temps en temps de vue, ſuivant les dernières obſervations, & la route tracée ſur une Carte céleſte, la Comète devoit ſe trouver près de l'Étoile de cinquième grandeur, vingt-cinquième des Chiens-de-chaſſe ſelon Flamſtéed: je recherchai donc cette Étoile à la lunette, & ce fut inutilement, il n'y eut pas moyen de la reconnoître. Je comparai la Comète à une Étoile de la ſeptième grandeur, qui n'étoit pas encore connue, & je liai enſuite l'Étoile avec la vingt-quatrième des Chiens-de-chaſſe de cinquième grandeur, & cette vingt-quatrième Étoile à l'Étoile η de ſeconde grandeur de la queue de la grande Ourſe: ces obſervations ne furent pas faites bien exactement, excepté cependant la détermination de la Comète avec l'Étoile de ſeptième grandeur. J'ai rapporté dans la Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire, & ſur la Carte de la route, la poſition de la Comète.

Nébuleuſe découverte dans la conſtellation des Chiens-de-chaſſe d'Hévélius.

En obſervant ce matin, la Comète, je découvris, à peu de diſtance d'elle, près de l'oreille d'un des Chiens-de-chaſſe, & au-deſſous de l'étoile η de la queue de la grande Ourſe, une petite nébuleuſe ſans Étoile, qui eſt une trace de lumière peu ſenſible & d'une très-petite étendue, je l'obſervai à une lunette ordinaire montée ſur une machine parallactique; j'en déterminai le lieu en la comparant directement à l'Étoile de ſeptième grandeur, à laquelle la Comète venoit d'être

comparée ; & je l'ai rapportée ſur la Carte de la route de la Comète qui eſt à la ſuite de ce Mémoire. Cette petite nébuleuſe n'eſt pas dans le Catalogue que j'ai publié dans nos Mémoires, *année 1771, page 435*, & que M. de la Lande a publié dans le *Tome VII* des Éphémérides : voici ſa poſition avec celle de deux Étoiles que j'ai déterminées.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
26.	199. 9. 56.	47. 12. 16.	7.	Comète comp. à cette Étoile, le 10 & le 11 Janvier.
	200. 5. 48.	48. 24. 24.	....	*Nébuleuſe*, déterm. par l'Ét. ci-deſſus, *n.o 26*.
30.	200. 37. 39.	48. 23. 56.	8.	déterm. par l'Ét. 24.me des Chiens-de-chaſſe.

Le 12 Janvier à quatre heures du matin, le ciel étoit parfaitement beau, je recherchai la Comète, & je la comparai directement comme la nuit précédente à la même Étoile de ſeptième grandeur dont la poſition eſt rapportée ci-deſſus, *n.o 26*; je liai encore cette Étoile avec d'autres, pour parvenir comme la veille à la lier avec η de la queue de la grande Ourſe. Je recherchai auſſi avec ſoin l'Étoile vingt-cinquième, cinquième grandeur des Chiens-de-chaſſe, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed, qui eſt rapportée ſur ſes Cartes; cette Étoile devoit ſe trouver ce matin ſuivant ſa poſition rapportée dans Flamſtéed, fort près de la Comète; il ne fut pas poſſible de la découvrir, & il y a lieu de conjecturer qu'elle n'exiſte pas du moins à cette place; je ne trouvai pas même aux environs de la Comète, d'Étoiles de ſeptième, de ſixième & de cinquième grandeur. Voici la poſition d'une Étoile qui n'étoit pas encore connue, & que j'ai déterminée.

L'Étoile 25.me de la 5.me grandeur des Chiens-de-chaſſe n'exiſte pas.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
29.	199. 56. 12.	48. 58. 14.	8.	Déterm. par η de la Grande Ourse.

Le 13 Janvier au matin, le ciel entièrement couvert.

Le 14, ciel également couvert.

Le 15 à cinq heures du matin, le ciel étoit ſerein, je recherchai la Comète que je trouvai ſans peine; pour en déterminer le lieu, il fallut toucher à la machine parallactique pour la placer ailleurs, & rechercher au fil du micromètre le parallèle de l'Étoile η de la queuë de la grande Ourſe, ce qui demandoit du temps; pendant que j'en étois occupé, la Comète avoit paſſé l'endroit par lequel je devois l'obſerver, & il ne fut pas poſſible de déterminer ce matin le lieu de la Comète.

Le 16 au matin, ciel couvert.

Le 17 au matin, ciel couvert au moment des obſervations.

Le 18 à cinq heures du matin, le ciel étoit en grande partie ſerein, je recherchai la Comète qui, ſuivant mes dernières obſervations, devoit ſe trouver dans le voiſinage & fort près de l'étoile η ſeconde grandeur, qui eſt à l'extrémité de la queue de la grande Ourſe: l'ayant reconnue, je comparai directement le centre de la Comète à cette Étoile. La poſition en eſt rapportée dans la Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire.

La lumière de la Comète étoit extrêmement affoiblie, on avoit de la peine à la voir, quoique près du zénith dégagé de toutes les vapeurs. Elle ne paroiſſoit plus à la lunette de la machine parallactique, que ſous la forme d'un petit nuage blanchâtre, d'une lumière preſque uniforme & avec peu d'étendue: en la regardant avec une lunette de nuit de deux pieds, on avoit de la peine à la reconnoître; & il y avoit lieu de préſumer qu'auſſitôt que la Lune paroîtroit ſur l'horizon en même temps que la Comète, celle-ci ne pourroit plus s'apercevoir.

Le 19

Le 19 Janvier, à 5 heures du matin, le ciel étoit parfaitement beau & ſerein, la Comète paroiſſoit ſur le parallèle de l'Étoile η de la queue de la grande Ourſe; je comparai pluſieurs fois le centre de la Comète, directement à cette Étoile η, & l'obſervation réuſſit parfaitement.

Le 20 Janvier, à cinq heures du matin, le ciel étoit parfaitement beau, la Comète paroiſſoit comme la veille, ſa lumière toujours extrêmement foible, je la comparai à la même Étoile η de la grande Ourſe *(voyez les poſitions rapportées dans la Table)*; après avoir fait les obſervations pour la détermination de la Comète, je recherchai l'Étoile de la ſeptième grandeur, avec laquelle la Comète avoit été comparée le 11 & le 12 de ce mois, pour la comparer à d'autres Étoiles connues : j'obſervai ſon paſſage au fil horaire du micromètre, enſuite celui d'une Étoile de la huitième grandeur, & cette dernière pouvoit l'être directement à l'Étoile η de la queue de la grande Ourſe; mais le montant d'un des volets de mon Obſervatoire, m'empêcha de faire cette comparaiſon. J'eſſayai enſuite de déterminer la poſition de ces Étoiles par leurs paſſages au Méridien, il ne fut pas poſſible d'y apercevoir l'Étoile de la ſeptième grandeur, quoique le ciel fût ſerein; ce qui pouvoit provenir de la grande obſcurité de l'inſtrument des paſſages, qui a trop de groſſiſſement : c'eſt le même obſtacle qui empêcha d'y obſerver auſſi le paſſage de la Comète.

Le 21 au matin, ciel entièrement couvert.

Le 22, ciel parfaitement ſerein; la nuit du 21 au 22, à 4 heures du matin, la Comète paroiſſoit un peu au-deſſus de l'Étoile η de la queue de la grande Ourſe. La Comète & l'Étoile paroiſſoient en même temps dans le champ de la lunette, de manière qu'il étoit aiſé de comparer l'un avec l'autre; je déterminai à deux repriſes différentes le lieu de la Comète; les poſitions ſont rapportées dans la Table. Je reconnus que la Comète perdoit chaque jour de ſa lumière, qu'il étoit à craindre qu'on ne la perdît entièrement de vue, lorſque la Lune ſeroit ſur l'horizon, en même temps je

craignois même que passé ce temps, il ne fût plus possible de la revoir : ce n'étoit plus qu'une lumière extrêmement rare, ayant très-peu d'étendue, de manière qu'il falloit savoir exactement son lieu dans le ciel, pour être assuré qu'elle existoit encore.

La même nuit, je recherchai encore l'Étoile de la septième grandeur, qui avoit servi directement à la détermination du lieu de la Comète, le 11 & le 12 de ce mois; l'ayant reconnue, je la comparai à trois Étoiles de huitième grandeur, qui n'étoient pas encore déterminées : ensuite je comparai une de ces Étoiles avec la vingt-quatrième des Chiens-de-chasse de cinquième grandeur, & avec η de la queue de la grande Ourse. Pour avoir exactement les lieux de la Comète, pour le 11 & le 12 Janvier, je comparai encore à la vingt-quatrième Étoile des Chiens-de-chasse, une Étoile de la sixième grandeur qui en étoit voisine, & qui n'étoit pas encore déterminée, ainsi qu'une autre Étoile de huitième grandeur qui se trouvoit placée entre la Comète & η de la grande Ourse; celle-ci servit à en déterminer le lieu; cette Étoile de huitième grandeur pouvoit être employée les jours suivans à la détermination des lieux de la Comète; η de la queue de la grande Ourse ne pouvoit plus servir directement à cet usage, parce que la Comète en devoit être trop éloignée: voici la position des Étoiles déterminées la nuit du 21 au 22

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.	
	D. M. S.	D. M. S.		
31.	200. 58. 21.	48. 55. 6.	8.	déterm. par η de la grande Ourse.
31'	201. 26. 14.	50. 8. 4.	8.	déterm. par celle du 12 Janv. *n.° 29.*
32.	201. 52. 59.	50. 39. 25.	6.	déterminée par la 24.me des Chiens-de-chasse.
46.	204. 46. 6.	51. 22. 50.	8.	Entre la Comète & η, déterm. par η.

Le 23 & le 24 Janvier 1774 au matin, le ciel entièrement couvert.

Le 25, beau temps la nuit du 24 au 25; à cinq heures du matin, je cherchai la Comète au-dessus de l'Étoile η de la queue de la grande Ourse, ayant à peu de chose près la même ascension droite que cette Étoile : sa lumière étoit extrêmement affoiblie. Je comparai le centre à une Étoile de la sixième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, & aux Étoiles κ & θ de la main du Bouvier : les positions sont rapportées dans la Table. Pour connoître la position de l'Étoile de sixième grandeur, je la déterminai par celle de la Comète, & par celle de l'Étoile de huitième grandeur, observée & déterminée le 22 de ce mois, *n.° 26* : voici sa détermination.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.'	
	D. M. S.	D. M. S.		
40.	203. 49. 14.	53. 11. 44.	6.	Comète compar. déterm. par η de la grande Ourse.

En observant la Comète le 25 Janvier, à 6 heures 18 minutes, un globe de feu aussi grand & aussi brillant que *Vénus*, tomba du ciel dans la direction du plan du Méridien; il commença à paroître près de l'Étoile de l'*Épi de la Vierge* qui avoit passé le Méridien il y avoit une heure & demie, & alla se perdre derrière le dôme de la Sorbonne: ce globe répandoit de la lumière.

Globe de feu, grand comme Vénus.

Le 26, beau temps, à cinq heures & demie du matin, je montai à mon Observatoire, mais trop tard, la Comète avoit déjà passé l'ouverture du volet par où je l'observois, il auroit fallu déranger l'instrument; ce qui auroit demandé du temps, de manière que la position de la Comète ne fut pas déterminée. J'eus le temps encore de comparer l'Étoile de huitième grandeur, *n.° 46*, rapportée au 22, & qui se

trouvoit ce jour-là entre la Comète & l'Étoile η de la queue de la grande Ourse, j'en vérifiai aussi plusieurs autres: & ces comparaisons assurèrent de plus en plus leurs positions, & en même temps celles de la Comète.

Le 27, le 28, le 29 & le 30 Janvier matin, le ciel couvert.

Le 31 Janvier matin, le ciel couvert comme les jours précédens.

Le 1.er Février, beau temps le soir, je recherchai la Comète au-dessous du pôle avec la lunette achromatique de trois pieds & demi, qui ne grossissoit que trente-sept fois l'objet. La Comète devoit se trouver, suivant mes dernières observations, & sa route décrite sur une Carte céleste, à peu de chose près sur le parallèle de l'Étoile ζ, de seconde grandeur, à la queue de la grande Ourse; je ne fus pas long temps à la retrouver, sa lumière paroissoit toujours très-foible, & je reconnus qu'elle étoit, à peu de chose près, sur le parallèle de l'Étoile quatre-vingt-unième, sixième grandeur de la grande Ourse, suivant l'ordre du Catalogue de Flamstéed; j'observai seulement à la lunette achromatique la sortie de l'Étoile du champ de l'instrument, ensuite celui de la Comète, & j'estimai ainsi la différence en déclinaison. La Comète suivoit l'Étoile quatre-vingt-unième, de 20′ 36″ de temps, ou 5^d 9′ de grand cercle : la Comète supérieure à l'Étoile de huit minutes de degré; d'après ces observations, on juge que l'on ne peut pas beaucoup compter sur cette détermination, & qu'on ne doit la regarder que comme déterminée à peu-près. La lunette ordinaire montée sur la machine parallactique garnie de son micromètre ne put être employée à cette observation, à cause de l'heure & de la grande déclinaison qu'avoient la Comète & l'Étoile. J'ai cependant rapporté dans la Table qui est à la suite de ce Mémoire, la position de la Comète, ainsi que son lieu sur la Carte de sa route.

La Comète observée le matin, depuis

Toutes les déterminations précédentes, ou les observations de la Comète, depuis le jour de sa découverte, le 13 Octobre

jusqu'aujourd'hui, avoient été faites le matin; celles qui suivent le furent le soir, jusqu'à ce qu'elle disparut entièrement, le 14 Avril.

le 13 Octobre jusqu'au 1.er Février, & le soir depuis le 1.er Février jusqu'au 14 Avril.

Le 2 Février, beau temps la nuit du 2 au 3, jusqu'au lever de la Lune: le 2 avant minuit, je recherchai la Comète avec la même lunette achromatique; l'ayant trouvée, j'attendis que vers une heure du matin, je pusse l'observer à la lunette montée sur la machine parallactique garnie de son micromètre; mais le ciel se trouva couvert.

Le 3, pendant la journée, je dérangai la machine parallactique, pour la remettre dans une position à pouvoir y observer avantageusement & commodément: je la fis répondre à un volet de mon Observatoire, placé au Nord-est, d'où, lorsqu'il étoit ouvert, je pouvois voir la Comète, & la suivre depuis neuf heures & demie du soir, jusqu'à une heure & demie du matin, ce qui procuroit un intervalle de quatre heures & demie. Pour placer la machine parallactique dans le plan du Méridien, j'y observai le même jour le Soleil à midi; le soir (le 3) le ciel étant parfaitement serein, je recherchai avec grand soin au fil du micromètre le parallèle des Étoiles, qui avoient à peu de chose près même déclinaison que ζ de la queue de la grande Ourse: cette déclinaison ne différoit guère de celle de la Comète; quand l'Étoile ζ put être observée à la lunette, je m'occupai à trouver au micromètre la direction de son parallèle: ayant reconnu que cette Étoile suivoit bien le fil, j'observai son passage au fil horaire, ensuite celui de la quatre-vingt-unième Étoile, sixième grandeur de la queue de la grande Ourse, & celle d'une Étoile de la huitième grandeur qui suivoit également, & qui n'étoit pas encore connue; cette dernière Étoile déterminée, je la comparai ensuite au centre de la Comète: les mêmes observations furent répétées une seconde fois, & la Comète fut comparée dans cette seconde observation, directement à l'Étoile ζ de la grande Ourse: les déterminations sont rapportées dans la Table.

La Comète paroissoit bien foiblement, sa lumière étoit

extrêmement diminuée depuis les jours précédens; la présence de la Lune auroit été je crois suffisante pour effacer sa lumière; & c'est ce que je voulus prévoir en déplaçant la machine parallactique, pour éviter la Lune qui ne se levoit que le matin.

Étoile ζ de la grande Ourse, 2.me grandeur, mal déterminée dans Flamst.

Par les observations que je viens de rapporter, je reconnus que la position de l'Étoile ζ, seconde grandeur, de la queue de la grande Ourse, étoit mal déterminée dans le Catalogue de Flamstéed, seconde édition, & mal rapportée sur ses Cartes célestes. Son ascension droite dans Flamstéed, est de $197^d\ 22'\ 0''$, au lieu de $197^d\ 50'\ 9''$ qu'elle devoit être; ainsi l'erreur de cette Étoile, est de $28'\ 9''$ en ascension droite.

Position de l'Étoile de huitième grandeur, déterminée par ζ de la grande Ourse, la Comète comparée à cette Étoile.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
45.	204. 12. 45.	57. 2. 23.	8.	déterm. par ζ, & la Comète comp. à cette Etoile *n.° 45.*

Le 4 Février soir, les Étoiles paroissoient; mais il y avoit du brouillard qui empêcha de revoir la Comète.

Le 5, ciel entièrement couvert de brouillard élevé.

Le 6, beau temps le soir, entre dix & onze heures, je comparai l'Étoile ε, seconde grandeur de la queue de la grande Ourse, à l'Étoile ζ de la même constellation; pour être assuré de l'erreur de cette dernière Étoile, de laquelle j'ai parlé plus haut, j'observai aussi la quatre-vingt-unième Étoile de la grande Ourse, de sixième grandeur; ensuite l'Étoile de la huitième grandeur, déjà observée le 3 Février, *n.° 45*; une autre Étoile de septième grandeur, avec une seconde de la même grandeur, près de laquelle la Comète

paroiſſoit, & à ces deux dernières Étoiles, je comparai le centre de la Comète; les déterminations en ſont rapportées dans la Table, qui eſt à la ſuite de ce Mémoire.

La Comète perdoit toujours de ſa lumière, ce n'étoit pas ſans peine & ſans beaucoup d'attention qu'on pouvoit la retrouver dans le ciel, avec la lunette montée ſur la machine parallactique; la Comète ne reſſembloit plus qu'à un petit nuage de lumière très-foible, d'une très-petite étendue, & le centre très-peu lumineux. Je rapporte ici la détermination des Étoiles qui n'étoient pas encore connues, & qui furent obſervées le ſoir.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
35.	202. 59. 8.	58. 20. 43.	7.	déterm. par ε Comète compar. les 6 & 8 Février.
48.	205. 35. 46.	59. 38. 40.	7.	déterm. par *n.° 35*, Comète comp. les 6, 8 & 11 Févr.

Le 7 Février au ſoir, le ciel couvert.

Le 8, beau temps le ſoir: j'obſervai & comparai beaucoup d'Étoiles entr'elles, la plupart étoient celles qui avoient déjà été obſervées le 3 & le 6 de ce mois: les obſervations ſervirent à conſtater plus exactement leurs poſitions, & par elles plus ſûrement celle de la Comète que j'y avois comparée. Je comparai le centre de la Comète aux mêmes Étoiles que le 6, *n.os 35* & *48*: les poſitions de la Comète ſont rapportées dans la Table.

La Comète, à la lunette, paroiſſoit très-foible, très-difficile à apercevoir, & ce n'étoit pas ſans peine qu'on en pouvoit déterminer le lieu.

J'examinai, le même ſoir, α de la queue du Dragon qui eſt rapportée dans Flamſtéed, dans les Éphémérides du Père Hell, de la ſeconde grandeur, & dans les Éphémérides de

α du Dragon de la 3.me à la 4.me grandeur.

M. l'abbé de la Caille, de la troisième grandeur: j'estimai qu'elle n'étoit que de la troisième à la quatrième grandeur.

N.^{os}	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.^{r}	
	D. M. S.	D. M. S.		
37.	203. 32. 45.	56. 51. 54.	8.	déterm. par l'étoile du 3 fév. *n.° 45.*
41.	203. 57. 0.	56. 46. 29.	8.	déterminée par la même.

Le 9 au soir, le ciel couvert.

Le 10, ciel couvert le soir comme le 9.

Le 11, ciel en partie serein le soir: je comparai la Comète à l'Étoile déterminée le 6 & le 8 de ce mois, *n.° 48;* la détermination de la Comète, par cette Étoile, est un peu douteuse: avant l'observation, j'avois touché au micromètre, & l'Étoile ne suivoit pas exactement le fil, ce qu'il étoit essentiel de bien connoître à cause du mouvement lent de la Comète, causé par sa grande déclinaison; dans toutes les déterminations on ne peut pas répondre des observations à plusieurs secondes.

Le 12 Février au soir, le ciel entièrement couvert.

Le 13, ciel couvert le soir comme la veille.

Le 14, le ciel parfaitement beau, le soir je recherchai la Comète, quoiqu'elle fût dans le champ de la lunette, il n'étoit pas possible de l'apercevoir à cause d'un léger brouillard qui s'étoit élevé à la fin du jour & qui avoit été en augmentant, de manière que les Étoiles paroissoient nébuleuses: j'observai encore l'Étoile déjà observée le 6 & le 8 de ce mois, *n.° 48*, je la comparai à quatre Étoiles: savoir, la première de la huitième grandeur, la seconde de la septième grandeur, la troisième, placée sur le parallèle de cette dernière, de la huitième grandeur, & la quatrième de la sixième grandeur: voici la position de ces quatre Étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées.

N.^{os}

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.	
	D. M. S.	D. M. S.		
28.	199. 51. 1.	61. 3. 40.	6.	déterminées par l'étoile du 20 Février, n.° 42, la Comète compar. les 17, 18 & 20 Févr. à l'Ét. n.° 47.
40.	203. 49. 31.	61. 13. 33.	8.	
47.	205. 45. 51.	62. 38. 46.	7.	
48.	207. 17. 46.	62. 34. 14.	8.	

Le 15 au soir, ciel couvert.

Le 16, même ciel que la veille.

Le 17, beau temps le soir : je retrouvai bien les Étoiles observées le 14 : mais la Comète fut plus difficile à reconnoître, la lumière de la Lune l'effaçoit presque entièrement, & je ne pus l'apercevoir qu'avec beaucoup de peine : je la comparai cependant plusieurs fois à l'Étoile que j'avois déterminée les jours précédens, sa position est rapportée au 14 de ce mois, *n.° 47*, & la Comète étoit près de cette Étoile : je déterminai le même soir deux Étoiles de la huitième grandeur qui n'étoient pas encore connues, en les comparant à l'Étoile α du Dragon : voici leurs positions.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.	
	D. M. S.	D. M. S.		
50.	207. 34. 50.	63. 53. 46.	8.	déterminée par α du Dragon.
49.	207. 43. 25.	62. 34. 17.	8.	déterm. par l'Ét. du 14 Févr. n.° 47.

Le 18 au soir, le ciel parfaitement beau, mais la Lune, qui étoit sur l'horizon, répandoit une très grande lumière, & la Comète ne paroissoit que bien foiblement, ce ne fut pas sans peine qu'elle put être comparée deux fois à l'Étoile du 14 Février, *n.° 47*, les deux observations se suivirent de près, & j'ai pris un milieu pour avoir plus exactement

la détermination du lieu de la Comète, qui est rapportée dans la Table.

Le 19 Février, le ciel entièrement couvert.

Le 20, ciel parfaitement serein le soir : les apparences de la Comète étoient si diminuées, par la grande lumière de la Lune, qu'il ne restoit plus qu'un soupçon de son existence, & ce ne fut pas sans beaucoup de peine que je pus la comparer à la même Étoile du 17 & du 18 de ce mois, *n.° 47*. Le même soir, je comparai plusieurs Étoiles entr'elles : ces Étoiles avoient déjà été comparées les jours précédens, & je ne multipliai ces observations que pour mieux connoître leurs positions, ce qui étoit essentiel ; parce que la plupart de ces Étoiles avoient été employées à la détermination du lieu de la Comète. J'observai ce soir une Étoile de la huitième grandeur qui n'avoit pas encore été déterminée, en la comparant à l'Étoile *n.° 48*, rapportée au 6 Février : voici sa position.

N.°	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.	
	D. M. S.	D. M. S.		
42.	204. 0. 18.	61. 15. 36.	8.	déterm. par l'Étoile rapportée au 6 Févr. *n.° 48*.

Le 21 au soir, ciel couvert.

Le 22, ciel couvert comme la veille.

Le 23, couvert.

Le 24, beau temps le soir : il ne fut pas possible de revoir la Comète, sa lumière étoit effacée par celle de la Lune ; & tout le temps que la Lune resta sur l'horizon, il ne fut pas possible de la revoir. Ainsi je passe au 1.er Mars.

Le 1.er Mars, ciel parfaitement beau le soir ; la Lune ne devoit paroître sur l'horizon qu'à 9 heures 18 minutes. Avant son lever, je comparai l'étoile ζ de la queue

de la grande Ourſe à l'Étoile de la huitième grandeur déjà déterminée les jours précédens, près de laquelle la Comète s'étoit trouvée le 3 Février, & qui avoit ſervi à ſa détermination; ſa poſition y eſt rapportée *n.° 45.* La comparaiſon de ce ſoir étoit importante à faire, pour ſavoir le lieu où je devois chercher la Comète : je reconnus, par ces obſervations & par la route qu'elle devoit tenir, tracée ſur une Carte céleſte, que je devois la chercher ſur le parallèle de α de la queue du Dragon; effectivement elle s'y trouva, ſa lumière paroiſſoit extrêmement rare, & je reſtai dans l'incertitude ſi c'étoit la Comète; elle formoit un triangle équilatéral avec deux Étoiles de la ſeptième grandeur que l'on n'avoit pas encore déterminées. Je comparai la Comète à une de ces deux Étoiles, & enſuite aux Étoiles *i* de cinquième grandeur, & α de la queue du Dragon. J'ai rapporté dans la Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire, la détermination de la Comète par α comme la plus certaine; je déterminai ſéparément la poſition des deux Étoiles qui étoient près de la Comète, en les comparant entr'elles & l'une des deux, enſuite directement à α du Dragon. Ces deux Étoiles déterminées pouvoient ſervir dans la ſuite à déterminer les lieux de la Comète ſi l'on pouvoit encore la voir & l'obſerver : voici la poſition de ces deux Étoiles.

N.os	Ascension droite. D. M. S.	Déclinais. boréale. D. M. S.	Grand.r	
38.	203. 36. 44.	65. 58. 32.	7.	déterminée par α du Dragon, Comète comp. 3 & 6 Mars.
39.	203. 47. 22.	66. 25. 24.	7.	déterminée par celle ci-deſſus *n.° 38.*

Le 2 Mars au ſoir, ciel couvert avec pluie.

Le 3, beau temps : je recherchai les deux Étoiles près deſquelles la Comète avoit paſſé le 1.er de ce mois, elle ne devoit

pas en être fort éloignée à cause de la lenteur de son mouvement : je trouvai sa lumière extrêmement rare & presque entièrement éteinte dans la lunette de la machine parallactique, mais à celle achromatique, de trois pieds & demi, dont le grossissement n'étoit que de trente-sept fois, sa lumière paroissoit un peu plus sensible : cette Comète, telle qu'elle étoit le soir, étoit bien difficile à observer, il falloit l'avoir suivie, connoître le degré de sa lumière & bien exactement le lieu qu'elle occupoit dans le ciel pour pouvoir la reconnoître & la suivre ; depuis plusieurs jours il n'étoit plus possible de l'apercevoir avec une lunette de nuit, fort claire, de deux pieds de foyer, quoique la Comète fût dans le champ de la lunette, & qu'on reconnût près d'elle les Étoiles qui l'environnoient ; je comparai la Comète à l'Étoile de la septième grandeur déterminée le 1.er de ce mois, sa position y est rapportée, *n.° 38* ; je vérifiai encore le même soir la position de cette Étoile en la comparant à α du Dragon.

Le 4, ciel couvert le soir.

Le 5, le ciel également couvert.

Le 6, vers les six heures du soir, le ciel commença à se découvrir, entre sept & huit heures il devint serein : je recherchai la Comète avec la lunette achromatique de trois pieds & demi ; comme cette lunette étoit fort claire, & que son grossissement de trente-sept fois procuroit beaucoup de lumière & un grand champ, je retrouvai la Comète dont la lumière étoit extrêmement affoiblie ; je pus cependant encore la comparer à la même Étoile des jours précédens, *n.° 38*, & à deux reprises différentes : les positions sont rapportées dans la Table.

Depuis la nuit du 6 au 7 Mars, jusqu'à celle du 11 au 12, le ciel fut couvert avec pluie.

Le 12 Mars, ciel parfaitement serein le soir, & sans Lune : je recherchai la Comète avec la lunette achromatique de trois pieds & demi. Je la retrouvai ; mais ce ne fut pas sans peine : je l'observai à la lunette de la machine

parallactique, & je la comparai à deux Étoiles de septième & de huitième grandeur, dont les lieux n'étoient pas encore connus : pour les connoître, je comparai ces deux Étoiles entr'elles, & celle de la huitième grandeur à l'Étoile que j'avois déterminée le 1.er de ce mois, *n.o 39*, je répétai l'observation, & ayant pris un milieu, j'obtins leurs positions telles que je les rapporte ici.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
25.	197. 47. 7.	68. 23. 40.	7.	détermin. par l'Ét. *34*, Com. compar. les 12, 13, 14, 15 & 16 Mars.
34.	202. 30. 52.	68. 11. 17.	8.	détermin. par l'Ét. *39*, Com. compar. ce soir.

Le 13, ciel pur & serein le soir; je comparai la Comète à une des deux Étoiles de la veille, la première dont la position est rapportée ci-dessus, *n.o 25*, cette Étoile étoit la veille assez près de la Comète; mais le soir, elle s'en étoit encore rapprochée : après avoir fait les observations de la Comète pour la détermination de son lieu, je liai l'Étoile, *n.o 25*, à deux autres Étoiles de la huitième grandeur qui se touchoient presque : il y en avoit une troisième télescopique de la dixième grandeur, cette dernière formoit un triangle équilatéral avec les deux autres : j'ai rapporté ces trois Étoiles sur la Carte de la route de la Comète, & je rapporte ici la détermination de deux de ces Étoiles.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
22.	196. 15. 7.	68. 31. 28.	8.	déterm. par l'Ét. *25*, Com. comparée le 30 Mars.
23.	196. 22. 44.	68. 29. 27.	8.	déterm. par la même, Comète comp. les 17, 18 & 19 Mars.

La lumière de la petite Étoile, *n.° 25*, qui étoit près de la Comète, & à laquelle elle fut comparée, affoiblissoit ou diminuoit sa lumière; ce qui fait voir combien ses apparences étoient peu sensibles, & combien il étoit difficile de la découvrir dans le ciel, & de la comparer aux Étoiles pour déterminer son lieu.

Lumière zodiacale observée.

Le ciel étoit ce soir, comme je l'ai déjà dit ci-dessus, extrêmement pur & serein, & tel qu'il est rare de le voir à Paris : la lumière zodiacale parut, & je l'observai avec soin, j'en rapporterai ici quelques observations.

TEMPS vrai.	
H. M.	
à 7. 15	commencement de la lumière zodiacale; elle alloit se terminer aux Pléïades.
7. 30	elle étoit plus apparente & plus sensible.
7. 48	elle commençoit à perdre un peu de sa lumière.
8. 30	elle paroissoit encore sensible.
9. 0	il en restoit encore un soupçon.

La lumière zodiacale diminuoit de hauteur à proportion de l'abaissement des Pléïades, & de celui du Soleil au-dessous de l'horizon : le sommet de la lumière étoit constamment dans les Pléïades.

Le 14 Mars, beau temps le soir, j'observai la Comète, & j'en comparai le centre à l'Étoile de la septième grandeur, déterminée le 12, & rapportée sous le *n.° 25* : cette comparaison fut faite à une lunette achromatique de trois pieds de foyer à triple objectif, appartenante à M. Bertin, Ministre; construite à Paris par M. de l'Estang, & à laquelle j'avois adapté un micromètre, à la place des fils trop fins qui y étoient, j'y avois mis en place des cheveux, pour pouvoir être aperçus pendant la nuit, sans être obligé de les éclairer; car la moindre lumière auroit fait disparoître

la Comète. Pour avoir beaucoup de lumière à cette lunette, je mis un oculaire d'un long foyer; l'inftrument par ce moyen ne groffiffoit pas beaucoup, donnoit un très-grand champ, & étoit fort clair : cette lunette ainfi arrangée étoit préférable à celle que j'avois employée jufqu'à préfent, qui étoit une lunette ordinaire, & à laquelle je ne pouvois prefque plus voir la Comète. La nouvelle lunette bien fupérieure à l'ancienne & montée fur la machine parallactique, me donna l'efpérance de fuivre encore quelque temps les obfervations de la Comète.

Le 15, beau temps le foir, vers les huit heures, j'obfervai la Comète, & je la comparai à la même Étoile que les jours précédens, *n.° 25*, je répétai l'obfervation, peu de minutes après la première, prenant un milieu entre les deux obfervations, je déterminai la pofition de la Comète; elle eft rapportée dans la Table.

Lumière zodiacale & Aurore bor.

Le même foir, après le coucher de la Lune, à 8 heures 15 minutes, & même auparavant, l'on apercevoit la lumière zodiacale; & à l'horizon du côté du Nord, il y paroiffoit un peu de lumière qui annoncoit le commencement d'une aurore boréale. Peu de temps après, cette lumière devint plus fenfible; à minuit elle le fut encore davantage : elle s'étendoit depuis le Nord jufqu'à l'Oueft; un brouillard femblable à une fumée occupoit toute cette partie de l'horizon jufqu'à la hauteur d'environ dix degrés, & à cette hauteur fortoit de cette fumée ou brouillard une lumière égale, blanchâtre & vive, & de cette lumière des gerbes ou jets d'une lumière affez vive & continuellement en mouvement; outre les gerbes de lumière, il en paroiffoit d'autres obfcures, qui étoient formées par le brouillard. Les gerbes ne s'élevoient guère qu'à 25 degrés au-deffus de l'horizon : ce phénomène ne difparut qu'avec le jour.

Le 16 Mars, beau temps le foir : je comparai la Comète deux fois à la même Étoile que la veille & les jours précédens, *n.° 25*, après ces obfervations le ciel fe couvrit.

Le 17, ciel en partie couvert le foir : il y avoit cependant

quelques endroits qui étoient ſereins, j'y aperçus la Comète & je la comparai à une des deux Étoiles déterminées le 13, *n.° 23:* la poſition de la Comète qui en a réſulté eſt rapportée dans la Table.

Le 18 au ſoir, entre les nuages, le ciel étoit aſſez ſerein pour rechercher la Comète, l'ayant trouvée, je la comparai à la même Étoile que la veille, *n.° 23:* le mauvais temps ne permit pas de répéter l'obſervation, de manière que je ne puis répondre de ſon exactitude, & cette détermination peut être regardée comme douteuſe; je n'ai pas laiſſé que de la rapporter dans la première Table.

Le 19, le ciel en grande partie couvert le ſoir, je profitai d'un intervalle qui étoit ſerein & dans lequel ſe trouvoit la Comète: je la comparai à la même Étoile que les jours précédens, *n.° 23*, l'obſervation fut répétée une ſeconde fois: comme les comparaiſons ſe ſuivoient de près, j'ai pris un milieu pour la détermination du lieu de la Comète, & ſa poſition eſt rapportée dans la Table.

Depuis le 19 juſqu'au 30 Mars, il ne fut pas poſſible de revoir la Comète à cauſe de la grande lumière de la Lune qui étoit reſtée pendant tout ce temps ſur l'horizon à l'heure des obſervations. Le 30, par un beau ciel & ſans Lune, je recherchai la Comète, & ce ne fut pas ſans peine que je pus la revoir, ſa lumière n'étoit preſque plus ſenſible: elle m'échappoit à chaque inſtant quoiqu'elle fût contenue dans le champ de la lunette. Je comparai le centre à l'Étoile de la huitième grandeur, déterminée le 13 de ce mois, *n.° 22.* La Comète fut encore comparée à une Étoile de la huitième grandeur, dont la poſition n'étoit pas connue; je remis au lendemain les obſervations à faire pour en déterminer le lieu; la détermination de la Comète ne fut pas bien préciſe, le micromètre s'étoit dérangé & le fil ne reſtoit plus ſur le parallèle des Étoiles, de manière que les poſitions que j'en ai rapportées dans la Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire, doivent être regardées comme douteuſes.

Le 31 Mars, ciel entièrement ſerein le ſoir & ſans Lune: je profitai du crépuſcule pour placer le fil du micromètre ſuivant le parallèle des Étoiles, en employant l'étoile κ troiſième grandeur de la queue du Dragon, peu éloignée du lieu du ciel où devoit ſe trouver la Comète; ayant bien connu la poſition du micromètre, je recherchai la Comète, qui étoit aiſée à trouver, connoiſſant ſa poſition par les Étoiles de la veille, mais il falloit des yeux bien accoutumés à la ſuivre pour l'apercevoir; des perſonnes qui obſervent quelquefois étoient venues à mon obſervatoire dans le deſſein d'obſerver la Comète, ils ne purent l'apercevoir quoiqu'elle fût contenue dans le champ de la lunette. Je la comparai le même ſoir à une Étoile de la ſeptième grandeur, dont le lieu n'avoit pas encore été déterminé; pour connoître ſa poſition, je comparai cette Étoile aux Étoiles *n.°* 7 de ſixième grandeur & *n.°* 9 du Dragon, ſuivant l'ordre du Catalogue de Flamſtéed: ayant connu la poſition de cette Étoile de la ſeptième grandeur, elle ſervit à connoître l'Étoile de la huitième grandeur qui avoit été employée la veille à la détermination du lieu de la Comète: voici la poſition de ces deux Étoiles.

N.^{os}	Ascension droite. D. M. S.	Déclinais. boréale. D. M. S.	Grand.^{r}	
15.	192. 0. 57.	68. 27. 25.	7.	déterm. par la 7.me du Drag. Com. comp. 31 Mars, 2, 3, 4 & 5 Avril.
16.	192. 2. 27.	69. 48. 27.	8.	détermin. par celle ci-deſſus, *n.°* 15, Com. comp. le 30 Mars.

Le 1.er Avril, ciel parfaitement beau pendant la journée & le ſoir, juſque vers les huit heures & demie que des nuages s'élevèrent du Midi & couvrirent entièrement le ciel, il ne fut pas poſſible de voir la Comète; avant huit heures & demie, je comparai entr'elles pluſieurs Étoiles que j'avois

déjà obſervées les jours précédens, & avec leſquelles la Comète avoit été comparée.

Le 2, ciel ſerein le ſoir: je comparai la Comète à la même Étoile du 31 Mars, *n.° 15*, la poſition qui en a réſulté eſt rapportée dans la Table.

Le 3, beau temps le ſoir, dans un grand crépuſcule je recherchai l'étoile κ troiſième grandeur de la queue du Dragon, & je comparai pluſieurs Étoiles entr'elles, ſur-tout celle des jours précédens, pour avoir toujours plus exactement leurs poſitions & celle de la Comète; après ces obſervations, je comparai la Comète à trois repriſes différentes, à l'Étoile de la veille: la poſition de cette Étoile eſt rapportée au 31 Mars, *n.° 15*. Ces obſervations étoient fort près les unes des autres, & comme la Comète ne changeoit pas ſenſiblement de poſition, j'ai pris un milieu pour avoir ſon lieu, il eſt rapporté dans la Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire.

Le 4, ciel parfaitement beau le ſoir du côté du Nord, preſque totalement couvert du côté du Midi: je recherchai la Comète & la comparai à l'Étoile *n.° 7*, ſixième grandeur du Dragon, ſuivant Flamſtéed, & à l'Étoile de la ſeptième grandeur des jours précédens, *n.° 15*. Comme le ciel étoit un peu nébuleux, & que la lumière de la Comète étoit extrêmement difficile à apercevoir, les obſervations ſont douteuſes: je n'ai pas laiſſé que de les rapporter dans la Table.

Le 5 Avril, beau temps le ſoir, ce ne fut pas ſans peine que je pus revoir la Comète, je doutai ſi c'étoit elle qui paroiſſoit dans le champ de la lunette, environnée de petites Étoiles téleſcopiques, qui étoient un obſtacle, & qui, par leur lumière, effaçoient preſque entièrement celle de la Comète: je la comparai à l'Étoile de la ſeptième grandeur des jours précédens; ſa poſition eſt rapportée au 31 Mars, *n.° 15*: celle qui en a été déduite pour la poſition de la Comète, eſt rapportée dans la Table. Je comparai le même ſoir pluſieurs Étoiles entr'elles, il s'en trouva dans le nombre, deux de la huitième grandeur, qui n'étoient pas encore connues: voici leurs poſitions.

N.os	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Grand.r	
	D. M. S.	D. M. S.		
18.	192. 26. 35.	69. 54. 8.	8.	détermin. par l'Étoile du 31 Mars, *n.o 16*.
19.	192. 40. 10.	69. 58. 44.	8.	déterm. par l'Étoile *n.o 4* du Dragon.

Le 10, beau temps le ſoir, je recherchai la Comète avec la même lunette achromatique des jours précédens, montée ſur la machine parallactique, mais la conſtruction de cette machine empêcha de pouvoir diriger la lunette dans l'endroit du ciel où paroiſſoit la Comète, ce qui étoit occaſionné par ſa grande déclinaiſon ; cette machine ne pouvant plus ſervir à ces obſervations ni aux recherches de la Comète, je l'abandonnai & je recherchai la Comète avec l'excellente lunette achromatique de trois pieds & demi, qui appartenoit à M. le Préſident de S**, montée ſur ſon pied à trois branches, je la retrouvai à cette lunette, elle y paroiſſoit d'une lumière ſi foible qu'elle échappoit à chaque inſtant, quoiqu'elle fût contenue dans le champ de cet inſtrument : il ne fut pas poſſible d'en déterminer le lieu, n'y ayant pas de micromètre à cette lunette.

Le 11, beau temps le ſoir : pendant la journée du 11, j'ôtai la lunette achromatique de M. Bertin, de deſſus la machine parallactique, pour la placer ſur le pied & en place de celle de M. le Préſident de S**. Le ſoir, dans le crépuſcule je recherchai, au micromètre qui étoit adapté à cette lunette, le parallèle des Étoiles qui avoient, à peu de choſe près, même déclinaiſon que la Comète, ce qui n'étoit pas encore ſuffiſant, car en faiſant mouvoir plus ou moins cette lunette ſur le pied qui la portoit & qui n'avoit que le mouvement horizontal & vertical ; le micromètre ne pouvoit pas conſerver le parallèle des Étoiles, de manière que les obſervations que je vais rapporter ſont très-douteuſes : de plus, la Comète étoit ſi foible qu'on la perdoit ſouvent de vue, quoique

contenue dans le champ de l'inſtrument. Je comparai la Comète à l'Étoile *n.º 7*, ſixième grandeur du Dragon, ſuivant le Catalogue de Flamſtéed : ſa poſition eſt rapportée dans la Table.

Le 12, ciel ſerein le ſoir, je revis la Comète avec la même difficulté que la veille; avant de déterminer ſa poſition, je recherchai au micromètre le parallèle des Étoiles qui étoient auprès d'elle, & je la comparai enſuite à une Étoile de la huitième grandeur, qui n'étoit pas encore déterminée & à l'étoile du Dragon, *n.º 7*, qui avoit déjà été employée la veille; j'ai rapporté dans la Table la poſition de la Comète, déduite de ces deux Étoiles: voici la poſition de l'Étoile de huitième grandeur, déterminée par la ſeptième du Dragon.

N.º	Ascension droite.			Déclinais. boréale.			Grand.	
	D.	M.	S.	D.	M.	S.		
14.	184.	38.	27.	68.	9.	21.	8.	déterm. par la 7.e du Dragon, Com. comp. les 12, 13 & 14 Avril.

Le 13 Avril, ſix mois après que j'avois découvert cette Comète, beau temps le ſoir, même difficulté que la veille pour l'apercevoir & l'obſerver: la lunette étoit reſtée dans la même poſition ſans y toucher, j'y attendis le paſſage de la Comète & des mêmes Étoiles qui devoient y paſſer à la même heure que la veille: je reconnus que le micromètre étoit aſſez bien placé, les Étoiles ſuivoient le fil aſſez exactement: j'ai rapporté dans la Table les poſitions de la Comète qui ont réſulté de ces obſervations.

Dernière Obſervation.

Le 14 Avril, beau temps le ſoir, mais plus de difficulté encore que la veille à revoir la Comète: j'avois échappé, ce ſoir, le moment où elle devoit paſſer à l'inſtrument à la même heure que la veille: je fus obligé de déranger la lunette pour rechercher les Étoiles qui étoient près de la Comète; je m'occupai enſuite à trouver le parallèle de ces Étoiles, ce

qui me donna beaucoup de peine, encore y réussis-je assez mal; je comparai ensuite la Comète à l'Étoile de la huitième grandeur, déterminée la veille & rapportée sous le *n.° 14*. La comparaison fut répétée trois fois avec la même Étoile, mais ces observations sont douteuses : ayant pris un milieu entre les observations, j'en ai déduit la position de la Comète, elle est rapportée dans la Table qui va suivre.

C'est au 14 d'Avril que se sont terminées les observations de cette Comète, ne pouvant être suivie plus long-temps à cause de la grande foiblesse de sa lumière qui ne pouvoit qu'être effacée par celle de la Lune qui devoit paroître sur l'horizon en même temps qu'elle ; aussi aucun Astronome de l'Europe n'a pu l'observer aussi long-temps, ils eurent même de la peine à la découvrir d'après l'avis que j'en avois donné aux grandes Académies, & sur l'annonce de la découverte que je publiai dans la *Gazette de France, du 18 Octobre 1773*. Les observations que contient ce Mémoire, sont presque uniques, c'est pourquoi je les ai rapportées dans le plus grand détail. De quinze Comètes que j'ai observées avec le plus grand soin & la plus grande exactitude, celle-ci est la seule qui m'ait donné autant de peine pendant un temps aussi considérable, son apparition ayant duré six mois & un jour.

Le cours de cette Comète m'a donné occasion de déterminer la position de soixante & treize Étoiles & d'une nébuleuse, qui n'étoient pas encore connues : j'ai rapporté dans ce Mémoire leurs déterminations en ascensions droites & en déclinaisons à chaque jour qu'elles ont été observées, on les trouvera également avec les mêmes numéros dans la seconde Table.

Des deux Tables que je joins à ce Mémoire, la première contient tous les lieux de la Comète en ascension droite & en déclinaison, avec les différences de passages de la Comète, & des Étoiles au fil horaire du micromètre adapté aux lunettes employées aux observations, & il en est de même dans la colonne qui suit; pour les différences en déclinaison entre

la Comète & les Étoiles, le ſigne + ſignifie qu'il faut ajouter ces différences obſervées aux poſitions des Étoiles avec leſquelles la Comète a été comparée pour avoir celle de la Comète; il en eſt de même du ſigne — pour ôter.

La ſeconde Table contient les aſcenſions droites & les déclinaiſons des Étoiles qui ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, réduites au temps des obſervations: je n'y ai fait d'autre réduction que celle qu'on trouve dans les Catalogues ſous le titre de *Variation annuelle.*

La diſpoſition de ces deux Tables rend les obſervations de la Comète ſuſceptibles de vérification en tout temps, car, ſi dans la ſuite, on déterminoit avec plus de préciſion le lieu des Étoiles qui ont été employées à la détermination des lieux de la Comète, ces mêmes lieux pourront être rectifiés par les deux colonnes de la première Table qui repréſentent les différences obſervées en aſcenſion droite & en déclinaiſon entre la Comète & les Étoiles.

Je joins auſſi à ce Mémoire une Carte céleſte qui repréſente la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes, ſuivant mes obſervations; cette Carte eſt diviſée en degrés d'aſcenſion droite & de déclinaiſon, de manière qu'il ſera aiſé de juger, à l'inſpection ſeule de la Carte, de la poſition de la Comète & de celle des Étoiles, près deſquelles elle a paſſé: on reconnoîtra aiſément auſſi la grandeur des Étoiles ſur cette Carte en conſultant le modèle des grandeurs que j'y ai rapportées. La Comète a parcouru, ſuivant cette Carte, les conſtellations ſuivantes: le Lion, la chevelure de Bérénice, les Chiens-de-chaſſe d'Hevelius, l'extrémité de la queue de la grande Ourſe, & celle du Dragon où elle a ceſſé de paroître.

Diſparitions & réapparitions des anſes de l'anneau de Saturne.

J'ai marqué auſſi ſur cette Carte, près de l'écliptique, les quatre poſitions des diſparitions & réapparitions des anſes de l'anneau de Saturne que j'obſervai pendant l'apparition de la Comète. Le 12 Octobre 1773, les anſes étoient diſparues, la veille elles paroiſſoient encore. Le 11 Janvier 1774 matin, je commençai à revoir les anſes, le ciel avoit été couvert les

nuits précédentes. Le 5 Avril ſoir, les anſes étoient diſparues pour la ſeconde fois : le 3, les anſes paroiſſoient encore, Le 1.er Juillet ſoir, l'anſe occidentale commença à reparoître, & le lendemain, 2 Juillet, elles paroiſſoient toutes deux. Après cette réapparition des anſes de Saturne, je continuai d'obſerver la Planète, pendant pluſieurs jours, avec les mêmes inſtrumens dont j'avois fait uſage pour mes obſervations de l'anneau; j'aperçus très-diſtinctement & pendant un grand nombre de jours, des points lumineux parſemés ſur les anſes de l'anneau; ces points de lumière étoient vifs, blanchâtres, ſcintillans, ſemblables aux Étoiles téleſcopiques vues avec de bonnes lunettes: ils n'étoient pas tous également brillans, & pluſieurs paroiſſoient ſéparés les uns des autres: ces points lumineux parurent trop conſtamment, trop fréquemment, en trop grande quantité & dans un trop grand crépuſcule, pour n'être pas réellement ſur l'anneau de Saturne. Points lumineux.

Nota. Voyez *page 49* de ce Volume, où il eſt parlé plus amplement de ces points lumineux.

TABLE I. *Des positions apparentes de la Comète observée en 1773 & 1774, comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 13 Octobre jusqu'au 14 Avril.*

1773.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAISON Boréale observée.	DIFFÉRENCE en ascension droite avec les Étoiles	DIFFÉRENCE en déclinaison avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettr. de Bayer & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Oct. 12	17. 23. 53	153. 40. 44	6. 37. 59	2. 4. 45 —	1. 29. 34 —	6	48	du Lion.
	17. 34. 2	153. 40. 59	6. 36. 36	2. 4. 30 —	1. 30. 57 —	6	48	
	17. 23. 53	153. 40. 44	6. 38. 35	0. 52. 30 +	1. 3. 22 —	7	43	
	17. 23. 53	153. 40. 44	6. 38. 35	0. 47. 45 +	0. 12. 59 —	7	1	déterminée.
13	17. 17. 10	154. 22. 44	7. 2. 25	0. 22. 45 —	1. 5. 8 —	6	48	du Lion.
	17. 17. 10	154. 21. 44	7. 2. 35	1. 33. 30 +	0. 39. 22 —	7	43	
	17. 17. 10	154. 21. 44	7. 2. 35	1. 28. 45 +	0. 11. 1 +	7	1	déterminée.
14	15. 55. 11	154. 56. 44	7. 20. 6	0. 48. 45 —	0. 47. 27 —	6	48	du Lion.
	16. 17. 12	154. 56. 59	7. 20. 21	0. 48. 30 —	0. 47. 12 —	6	48	
	16. 17. 12	154. 56. 59	7. 20. 6	2. 8. 45 +	0. 21. 51 —	7	43	
	16. 17. 12	154. 56. 59	7. 20. 44	2. 4. 0 +	0. 29. 10 +	7	1	déterminée.
15	15. 52. 3	155. 35. 59	7. 41. 8	0. 9. 30 —	0. 26. 25 —	6	48	du Lion.
	16. 10. 58	155. 35. 59	7. 41. 19	0. 9. 30 —	0. 26. 14 —	6	48	
	16. 18. 9	155. 36. 14	7. 41. 42	0. 9. 15 —	0. 25. 51 —	6	48	
	17. 15. 33	155. 37. 44	7. 41. 57	0. 7. 45 —	0. 25. 36 —	6	4	
	17. 39. 8	155. 38. 14	7. 42. 4	0. 7. 15 —	0. 25. 29 —	6	48	
16	15. 58. 44	156. 14. 29	8. 2. 37	0. 29. 0 +	0. 4. 56 —	6	48	
	16. 18. 24	156. 15. 14	8. 2. 42	0. 29. 45 +	0. 4. 51 —	6	48	
	16. 49. 40	156. 16. 14	8. 3. 14	0. 30. 45 +	0. 4. 19 —	6	48	
	17. 15. 12	156. 16. 44	8. 3. 27	0. 31. 15 +	0. 4. 6 —	6	48	
17	16. 17. 48	156. 53. 44	8. 24. 2	1. 8. 15 +	0. 16. 29 +	6	48	
	16. 29. 7	156. 53. 59	8. 24. 21	1. 8. 30 +	0. 16. 48 +	6	48	
	17. 10. 10	156. 55. 14	8. 25. 31	1. 9. 45 +	0. 17. 58 +	6	48	
19	15. 50. 11	158. 9. 14	9. 7. 32	2. 23. 45 +	0. 59. 59 +	6	48	
	16. 19. 21	158. 10. 29	9. 7. 42	2. 25. 0 +	1. 0. 9 +	6	48	
	17. 53. 49	158. 14. 14	9. 8. 38	2. 28. 45 +	1. 1. 5 +	6	48	
20	16. 20. 39	158. 49. 14	9. 29. 38	3. 3. 45 +	1. 22. 5 +	6	48	
	16. 55. 59	158. 49. 59	9. 29. 41	3. 4. 30 +	1. 22. 8 +	6	48	
	17. 12. 16	158. 50. 29	9. 29. 33	3. 37. 15 +	0. 58. 31 —	4	ρ	
21	17. 30. 15	159. 30. 29	9. 51. 8	4. 17. 15 +	0. 36. 56 —	4	ρ	
	17. 50. 18	159. 30. 59	9. 51. 22	4. 17. 45 +	0. 36. 42 —	4	ρ	
22	15. 56. 59	160. 4. 50	10. 12. 16	0. 45. 30 +	1. 31. 57 —	6	l	
	16. 18. 15	160. 5. 44	10. 12. 20	4. 52. 30 +	0. 15. 44 —	4	ρ	

1773.	Temps vrai.	Ascension droite observée.	Déclinaison Boréale observée.	Différence en ascension droite avec les Étoiles.	Différence en déclinaison avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	Étoiles avec lesquelles la Comète a été observée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Oct. 22	16. 53. 15	160. 5. 50	10. 12. 22	0. 46. 30 +	1. 31. 51 —	6	l	
	17. 14. 47	160. 6. 44	10. 12. 56	4. 53. 30 +	0. 15. 8 —	4	ρ	
23	15. 30. 3	160. 40. 44	10. 33. 25	5. 27. 30 +	0. 5. 21 +	4	ρ	
	15. 54. 0	160. 42. 20	10. 34. 40	1. 23. 0 +	1. 9. 33 —	6	l	
	16. 19. 31	160. 42. 29	10. 33. 48	5. 29. 15 +	0. 5. 44 +	4	ρ	
24	15. 49. 15	161. 19. 44	10. 56. 0	6. 6. 30 +	0. 27. 56 +	4	ρ	
	16. 3. 1	161. 20. 5	10. 56. 5	2. 0. 45 +	0. 48. 8 —	6	l	
	16. 48. 57	161. 21. 29	10. 57. 33	6. 8. 15 +	0. 29. 29 —	4	ρ	
	17. 11. 21	161. 22. 27	10. 57. 23	2. 3. 7 +	0. 46. 50 —	6	l	
25	16. 32. 48	161. 58. 50	11. 17. 54	2. 39. 30 +	0. 26. 19 —	6	l	
	17. 58. 3	162. 0. 50	11. 19. 14	2. 41. 30 +	0. 24. 59 —	6	l	
26	16. 18. 14	162. 35. 35	11. 40. 42	3. 16. 15 +	0. 3. 31 —	6	l	
	16. 39. 0	162. 36. 35	11. 40. 53	3. 17. 15 +	0. 3. 20 —	6	l	
29	15. 22. 46	164. 27. 20	12. 46. 11	5. 8. 0 +	1. 1. 58 +	6	l	
	15. 29. 37	164. 30. ·1	12. 47. 42	1. 30. 15 —	1. 44. 34 —	6	n	
30	15. 35. 35	165. 6. 1	13. 9. 7	0. 54. 15 —	1. 23. 9 —	6	n	
	15. 41. 20	165. 6. 16	13. 9. 6	0. 54. 0 —	1. 23. 10 —	6	n	
31	15. 20. 13	165. 43. 1	13. 31. 33	0. 17. 15 —	1. 0. 43 —	6	n	
	15. 21. 15	165. 43. 1	13. 31. 42	0. 17. 15 —	1. 0. 34 —	6	n	du Lion.
Nov. 1	16. 18. 46	166. 21. 46	13. 55. 21	0. 21. 30 +	0. 36. 55 —	6	n	
	16. 39. 46	166. 22. 1	13. 55. 41	0. 21. 45 +	0. 36. 35 —	6	n	
	17. 3. 18	166. 22. 31	13. 56. 3	0. 22. 15 +	0. 36. 13 —	6	n	
	17. 27. 37	166. 23. 46	13. 56. 26	0. 23. 30 +	0. 35. 50 —	6	n	
3	18. 4. 28	167. 37. 46	14. 43. 3	1. 37. 30 +	0. 10. 47 +	6	n	
	18. 12. 37	167. 38; 1	14 43. 8	1. 37. 45 +	0. 10. 52 +	6	n	
8	16. 45. 37	170. 35. 44	16. 39. 49	0. 34. 0 +	1. 2. 39 +	6	88	
9	17. 22. 18	171. 14. 59	17. 3. 32	1. 46. 45 +	0. 23. 59 +	6	85	
	17. 48. 43	171. 15. 14	17. 3. 55	1. 47. 0 +	0. 24. 22 +	·6	85	
	17. 48. 43	171. 14. 58	17. 4. 17	5. 39. 45 +	0. 24. 22 +	3	θ	
10	16. 55. 11	171. 50. 7	17. 28. 27	1. 7. 0 +	0. 34. 28 —	6	90	
	17. 57. 35	171. 51. 21	17. 28. 33	2. 23. 7 +	0. 49. 0 +	6	85	
	17. 57. 35	171. 51. 52	17. 28. 30	1. 8. 45 +	0. 34. 25 —	6	90	
	18. 7. 3	171. 52. 7	17. 28. 33	1. 9. 0 +	0. 34. 22 —	6	90	
12	15. 26. 5	172. 58. 52	18. 14. 46	2. 15. 45 +	0. 11. 51 +	6	90	
13	17. 31. 53	173. 36. 7	18. 41. 46	2. 53. 0 +	0. 38. 51 +	6	90	
	17. 45. 48	173. 36. 52	18. 41. 55	2. 53. 45 +	0. 39. 0 +	6	90	
	18. 5. 50	173. 37. 37	18. 42. 3	2. 54. 30 +	0. 39. 8 +	6	90	

1773.	TEMPS vrai.	ASCENSION droite obſervée.	DÉCLINAISON Boréale obſervée.	DIFFÉRENCE en aſcenſion droite avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinaiſon avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles	ÉTOILES avec leſquelles la Comète a été comparée
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Nov. 15	17. 9. 44	174. 46. 7	19. 30. 2	4. 3. 0 +	1. 27. 7 +	6	90	du Lion.
	17. 37. 3	174. 47. 22	19. 30. 15	4. 4. 15 +	1. 27. 20 +	6	90	
16	17. 2. 30	175. 21. 0	19. 55. 1	0. 14. 30 —	0. 29. 9 +	8	12	déterminée.
	17. 12. 41	175. 25. 56	19. 56. 10	1. 21. 22 +	1. 32. 8 —	4	93	
	17. 30. 10	175. 26. 25	19. 56. 19	1. 21. 51 +	1. 31. 59 —	4	93	
17	17. 48. 21	176. 0. 34	20. 21. 35	1. 56. 0 +	1. 6. 43 —	4	93	du Lion.
	18. 1. 11	176. 1. 15	20. 21. 59	1. 56. 41 +	1. 6. 19 —	4	93	
	18. 6. 16	175. 57. 15	20. 21. 10	0. 21. 45 +	0. 55. 18 +	8	12	déterminée.
23	17. 44. 34	179. 25. 34	22. 54. 28	1. 14. 45 +	0. 10. 55 +	6	2	
25	17. 26. 50	180. 32. 19	23. 47. 30	2. 21. 30 +	1. 3. 57 +	6	2	
	17. 29. 58	180. 35. 41	23. 48. 9	0. 38. 30 —	1. 24. 14 —	5	h	
	17. 43. 12	180. 33. 4	23. 48. 26	2. 22. 15 +	1. 4. 53 +	6	2	
	17. 48. 12	180. 36. 41	23. 48. 40	0. 37. 30 —	1. 23. 43 —	5	h	
26	16. 13. 54	181. 6. 41	24. 13. 11	0. 7. 30 —	0. 59. 12 —	5	h	
	17. 26. 16	181. 7. 56	24. 14. 8	0. 6. 15 —	0. 58. 15 —	5	h	de Bérénice.
Déc. 9	18. 36. 58	188. 2. 59	30. 18. 36	4. 8. 30 +	0. 46. 57 +	5	c	
	18. 39. 3	188. 3. 48	30. 19. 21	4. 16. 30 —	1. 41. 15 —	6	37	
13	16. 54. 59	190. 0. 48	32. 12. 15	2. 19. 30 —	0. 11. 39 +	6	37	
14	17. 13. 47	190. 32. 3	32. 43. 33	1. 48. 15 —	0. 42. 57 +	6	37	
	18. 32. 6	190. 33. 18	32. 45. 14	1. 47. 0 —	0. 44. 38 +	6	37	
	18. 48. 15	190. 33. 48	32. 45. 21	1. 46. 30 —	0. 44. 45 +	6	37	
30	18. 6. 14	197. 44. 10	40. 50. 52	6. 22. 45 +	1. 18. 20 +	3	12	la claire des Chiens de-chaſſe.
1774.								
Janv. 3	17. 18. 58	199. 17. 25	42. 55. 3	1. 45. 0 +	1. 33. 45 +	7	23	des Chiens-de-chaſſe.
10	17. 10. 59	201. 46. 26	46. 27. 24	2. 36. 30 +	0. 44. 52 —	7	26	déterminée.
11	17. 12. 37	202. 5. 26	46. 57. 26	2. 55. 30 +	0. 14. 50 —	7	26	
17	17. 33. 6	203. 45. 29	49. 57. 29	0. 55. 0 —	0. 30. 0 —	2	η	
18	17. 4. 21	204. 1. 14	50. 28. 1	0. 39. 15 —	0. 0. 32 +	2	η	
	17. 20. 0	204. 1. 14	50. 28. 39	0. 39. 15 —	0. 1. 10 +	2	η	
	17. 43. 55	204. 1. 14	50. 28. 52	0. 39. 15 —	0. 1. 23 +	2	η	
19	17. 10. 23	204. 14. 52	50. 56. 50	0. 25. 37 —	0. 29. 21 +	2	η	de la grande Ourſe.
	17. 15. 22	204. 14. 44	50. 56. 58	0. 25. 45 —	0. 29. 29 +	2	η	
21	17. 8. 50	204. 40. 29	51. 54. 24	0. 0. 0 —	1. 26. 55 +	2	η	
	16. 26. 53	204. 39. 59	51. 53. 0	0. 0. 30 —	1. 25. 31 +	2	η	
24	17. 18. 23	205. 19. 14	53. 17. 15	1. 30. 0 +	0. 5. 31 +	6	40	déterminée.
	17. 22. 0	205. 19. 47	53. 19. 0	9. 5. 45 —	0. 24. 29 +	4	θ	du Bouvier.
Févr. 1	9. 4. 2	206. 28. 53	56. 38. 28	5. 9. 0 +	0. 8. 0 +	6	81	grande Ourſe.
3	10. 33. 11	206. 25. 0	57. 37. 54	2. 12. 15 +	0. 35. 31 +	8	45	déterminée.

1774.	Temps vrai. H. M. S.	Ascension droite observée. D. M. S.	Déclinaison boréale observée. D. M. S.	Différence en ascension droite avec les Étoiles. D. M. S.	Difference en déclinaison avec les Étoiles. D. M. S.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	Etoiles avec lesquelles la Comète a été comparée
Fevr. 3	11. 6. 21	206. 24. 33	57. 38. 12	7. 41. 30 +	1. 31. 28 +	2	ζ	Grande-Ourse.
6	10. 45. 56	206. 31. 38	58. 50. 50	3. 32. 30 +	0. 30. 7 +	7	35	
	10. 53. 50	206. 30. 16	58. 50. 4	0. 54. 30 +	0. 48. 36 —	7	47	
8	10. 47. 12	206. 27. 8	59. 37. 20	3. 28. 0 +	1. 16. 37 +	7	35	
	11. 3. 12	206. 27. 46	59. 37. 27	0. 52. 0 +	0. 1. 13 —	7	47	
11	11. 9. 18	206. 23. 46	60. 44. 58	0. 48. 0 +	1. 6. 18 +	7	47	déterminées.
17	7. 54. 5	206. 1. 36	62. 51. 6	0. 15. 45 +	0. 12. 20 +	7	48	
	9. 47. 18	206. 0. 36	62. 52. 4	0. 14. 45 +	0. 13. 18 +	7	48	
	10. 33. 31	206. 0. 21	62. 53. 19	0. 14. 30 +	0. 14. 33 +	7	48	
18	9. 48. 9	205. 50. 36	63. 12. 19	0. 4. 45 +	0. 33. 33 +	7	48	
20	10. 8. 48	205. 25. 21	63. 50. 15	0. 20. 30 —	1. 11. 29 +	7	48	
Mars... 1	7. 39. 45	202. 53. 59	66. 13. 12	6. 40. 15 —	0. 45. 34 +	3	α	du Dragon.
3	9. 5. 30	202. 16. 44	66. 39. 25	1. 20. 0 —	0. 40. 53 +	7	38	
6	7. 30. 16	201. 11. 59	67. 15. 56	2. 24. 45 —	1. 17. 24 +	7	38	
	8. 2. 45	201. 11. 14	67. 17. 5	2. 25. 30 —	1. 18. 33 +	7	38	
12	8. 14. 24	108. 32. 37	68. 14. 17	0. 45. 30 +	0. 9. 23 —	8	25	
	8. 14. 24	198. 32. 37	68. 14. 17	3 58. 15 —	0. 3. 0 +	7	34	
13	7. 29. 53	198. 10. 52	68. 23. 40	0. 23. 45 +	0. 0. 0	8	25	
14	7. 55. 23	197. 38. 52	68. 30. 19	0. 8. 15 —	0. 6. 39 +	8	25	
15	8. 11. 18	107. 10. 52	68. 37. 37	0. 36. 15 —	0. 13. 57 +	8	25	
16	8. 50. 43	196. 44. 52	68. 45. 8	1. 2. 15 —	0. 21. 28 +	8	25	déterminée.
17	8. 14. 20	196. 16. 29	68. 49. 6	0. 6. 15 —	0. 19. 39 +	8	23	
18	8. 38. 34	195. 57. 44	68. 56. 44	0. 25. 0 —	0. 27. 17 +	8	23	
19	9. 12. 27	195. 26. 29	69. 1. 23	1. 5. 45 —	0. 31. 56 +	8	23	
30	8. 26. 55	190. 7. 37	69. 19. 27	6. 7. 30 —	0. 47. 59 +	8	22	
	8. 26. 55	190. 11. 57	69. 21. 8	1. 50 30 —	0. 27. 19 —	8	16	
31	7. 59. 19	189. 36. 42	69. 20. 12	2. 24. 15 —	0. 52. 47 +	7	15	
Avril. 2	7. 52. 21	188. 45. 42	69. 17. 45	3. 15. 15 —	0. 50. 20 +	7	15	
3	8. 26. 48	188. 13. 42	69. 16. 31	3. 47. 15 —	0. 49. 6 +	7	15	
4	8. 22. 30	187. 43. 12	69. 14. 57	1. 48. 15 —	1. 13. 9 +	6	7	du Dragon.
	8. 22. 30	187. 42. 1[illegible]	69. 15. 8	4. 18. 45 —	0. 47. 43 +	7	15	déterminées.
5	8. 9. 54	187. 30. 12	69. 12. 38	4. 30. 45 —	0. 45. 13 +	7	15	
11	9. 58. 6	184. 57. 57	68. 45. 11	4. 33. 30 —	0. 43. 23 +	6	7	du Dragon.
12	9. 22. 39	184. 37. 57	68. 43. 28	4. 53. 30 —	0. 41. 40 +	6	7	la même.
	9. 22. 39	184. 37. 1[illegible]	68. 42. 57	0. 1. 15 —	0. 33. 36 +	8	14	déterminée.
13	9. 18. 20	184. 15. 42	68. 41. 37	5. 15. 45 —	0. 39. 49 +	6	7	du Dragon.
	9. 18. 20	184. 16. 27	68. 41. 33	0. 22. 0 —	0. 32. 12 +	8	14	déterminée.
14	9. 35. 20	184. 2. 27	68. 40. 4	0. 36. 0 —	0. 30. 43 +	8	14	

TABLE II. *Des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles qui ont été employées à la détermination des lieux de la Comète, observée en 1773 & 1774. Les positions réduites au temps des observations.*

ASCENSION droite. D. M. S.	DÉCLINAISON Boréale. D. M. S.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
152. 10. 44	7. 34. 57	8	o	déterminée par l'Étoile n.° 1, rapportée au 13 Oct.
152. 13. 44	6. 43. 45	8	o¹	déterminée par la même n.° 1.
152. 48. 14	7. 41. 57	6	43	du Lion, la Com. comp. les 12, 13 & 14 Octobre.
152. 52. 59	6. 51. 34	7	1	déterm. par la 43.ᵉ du Lion, Com. comp. les 12, 13 & 14 Octobre.
152. 55. 44	6. 0. 34	7	1¹	déterminée par celle ci-dessus n.° 1.
153. 53. 29	8. 23. 28	8	1²	déterminée par la même n.° 1.
154. 23. 49	7. 26. 14	8	1³	déterminée par la même n.° 1.
154. 38. 59	8. 13. 25	8	1⁴	déterminée par la même n.° 1.
154. 42. 44	7. 46. 58	9	1⁵	déterminée par la 48.ᵉ du Lion.
155. 13. 14	10. 28. 4	4	ρ	du Lion, la Caille, Comète comparée les 20, 21, 22, 23 & 24 Octobre.
155. 45. 29	8. 7. 33	6	48	du Lion, Com. comp. les 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19 & 20 Octobre.
156. 51. 29	8. 32. 21	9	1⁶	déterminée par la 48.ᵉ du Lion.
156. 55. 29	8. 35. 57	9	1⁷	déterminée par la même.
157. 24. 14	11. 52. 30	8	1⁸	déterminée par les Étoiles ρ & l du Lion.
157. 33. 29	11. 31. 41	8	1⁹	déterminée par les mêmes.
158. 6. 14	11. 32. 58	8	1¹⁰	déterminée par les mêmes.
158. 56. 44	11. 37. 42	8	1¹¹	déterminée par les mêmes.
159. 16. 35	11. 20. 36	8	2	déterminée par l'Étoile l du Lion.
159. 19. 20	11. 44. 13	6	l	du Lion, la Caille, Comète comparée les 22, 23, 24, 25, 26 & 29 Octobre.
159. 49. 59	10. 25. 22	9	2¹	déterminée par la Comète.
159. 50. 29	10. 20. 12	9	2²	déterminée de même.
160. 1. 44	10. 15. 17	9	2³	déterminée par la Comète.
161. 35. 12	10. 55. 21	9	2⁴	déterminée par les Étoiles ρ & l du Lion.
161. 55. 20	12. 19. 59	8	2⁵	déterminée par les mêmes.
161. 55. 35	11. 8. 2	8	3	déterminée par l'Étoile l du Lion.
161. 56. 35	12. 54. 5	7	3¹	déterminée par la même.
164. 40. 5	12. 31. 21	8	3²	déterminée par l'Étoile l du Lion.
164. 57. 18	15. 37. 23	7	4	déterminée par les Étoiles θ & n du Lion.
165. 35. 13	16. 39. 55	3	θ	du Lion de la Conn. des Tem. Com. comp. le 9 Nov.

Ascension droite.	Déclinaison Boréale.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Ba. & N.os des Étoiles.	Noms des Étoiles qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
166. 0. 16	14. 32. 16	6	π	du Lion, Com. comp. les 29, 30, 31 Oct. 1 & 3 Nov.
166. 2. 19	13. 50. 35	7	5	déterminée par π du Lion.
166. 2. 19	14. 4. 26	7	6	déterminée par la même.
166. 39. 8	13. 13. 12	7	7	déterminée par l'Étoile ci-dessus n.° 5.
166. 46. 37	15. 30. 57	7	8	déterminée par l'Étoile ci-dessus n.° 4.
166. 49. 34	14. 37. 50	7	9	déterminée par π du Lion.
169. 28. 14	16. 39. 33	6	85	du Lion, déd. de Fla. Com. comp. le 9 & le 10 Nov.
170. 1. 44	15. 37. 10	6	88	du Lion, déd. de Flamst. Com. comparée le 8 Nov.
170. 43. 7	18. 2. 55	6	90	du Lion, déd. de Flamst. Com. comp. les 10, 12, 13 & 15 Novembre.
174. 4. 34	21. 28. 18	4	93	du Lion, déd. de Fl. Com. comp. le 16 & le 17 Nov.
174. 24. 37	19. 29. 54	8	10	déterminée par la 90.e du Lion.
174. 30. 25	20. 11. 30	9	11	déterm. par la Comète, la Chevel. se terminant à cette Étoile le 16 Novembre.
175. 35. 30	19. 25. 52	8	12	déterm. par la 90.e du Lion, Com. comp. le 16 & le 17 Novembre.
176. 30. 30	18. 25. 32	7	13	déterminée par la même.
178. 10. 49	22. 43. 33	6	2	de la Chevel. de Bérénice, déduite de Flamst. Comète comparée le 23 & le 25 Novembre.
181. 14. 11	25. 12. 23	5	h	de Bérén. déd. de Fl. Com. comp. le 25 & le 26 Nov.
183. 54. 29	29. 31. 39	5	c	de Bérénice, déd. de Flamst. Com. comp. le 9 Déc.
184. 38. 27	68. 9. 21	8	14	déterm. par la 7.e du Dragon, Com. comp. les 12, 13 & 14 Avril.
189. 31. 27	68. 1. 48	6	7	du Dragon, déd. de Flamst. Com. comp. les 4, 11, 12 & 13 Avril.
189. 57. 48	32. 42. 28	9	14*	déterm. par la Com. la Chevel. passoit cette Étoile.
191. 21. 25	39. 32. 32	3	12	la Claire des Chiens-de-chasse déd. de Flamst. Comète comparée le 30 Décembre.
192. 0. 57	68. 27. 25	7	15	déterminée par la 7.e du Dragon, Comète comparée les 31 Mars, 2, 3, 4 & 5 Avril.
192. 2. 27	69. 48. 27	8	16	déterm. par la 15.e ci-dess. Com. comp. le 30 Mars.
192. 20. 18	32. 0. 36	6	37	de Bérén. déd. de Fl. Com. comp. les 9, 13 & 14 Déc.
192. 22. 3	32. 59. 31	7	17	déterminée par la 37.e de Bérénice.
192. 26. 35	69. 54. 8	8	18	déterminée par celle ci-dessus n.° 16.
192. 40. 10	69. 58. 44	8	19	déterminée par la 4.e du Dragon.
193. 13. 33	32. 13. 35	8	20	déterminée par la 37.e de Bérénice.
195. 51. 25	41. 21. 50	6	21	déterminée par la Claire des Chiens-de-chasse.
196. 15. 7	68. 31. 28	8	22	déterm. par celle ci-dessus n.° 25, Comète comp. le 30 Mars.
196. 22. 44	68. 29. 27	8	23	déterminée par la même, Comète comparée les 17, 18 & 19 Mars.

ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. boréale.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer, & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES, qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
197. 32. 25	41. 21. 18	7	23	des Chiens-de-chasse, déduite de la Claire, Comète comparée le 3 Janvier.
197. 47. 7	68. 23. 40	7	25	déterminé par le n.° 34, Comète comparée les 12, 13, 14, 15 & 16 Mars.
198. 43. 3	56. 6. 44	2	ζ	de la grande Ourse, déduite des Éphém. comp. à ε, Comète comparée le 3 Février.
199. 9. 56	47. 12. 16	7	26	déterminée par le n.° 30, par λ du Bouvier, & η de l'Ourse, Comète comparée les 10 & 11 Janvier.
199. 36. 40	41. 55. 22	8	27	déterminée par la 23.e des Chiens-de-chasse.
199. 51. 1	61. 3. 40	6	28	déterminée par le n.° 42.
199. 56. 12	48. 58. 14	8	29	déterminée par η de la grande Ourse.
200. 5. 48	48. 24. 24	...	néb.	petite nébuleuse, déterminée par le n.° 26.
200. 37. 39	48. 23. 56	8	30	déterminée par la 24.e des Chiens-de-chasse.
200. 58. 21	48. 55. 6	8	31	déterminée par η de la grande Ourse.
201. 19. 53	56. 30. 28	6	81	de la gr. Ourse, déd. de ζ Com. comp. le 1.er Févr.
201. 26. 14	50. 8. 4	8	31'	déterm. par le n.° 29, rapportée au 12 de Janvier.
201. 52. 59	50. 39. 25	6	32	déterminée par la 24.e des Chiens-de-chasse.
201. 56. 40	42. 37. 29	8	33	déterminée par la 23.e des Chiens-de-chasse.
202. 30. 52	68. 11. 17	8	34	déterminée par le n.° 39, Com. comparée le 12 Mars.
202. 59. 8	58. 20. 43	7	35	dét. par ε de la gr. Ourse, Com. comp. les 6 & 8 Févr.
203. 10. 40	42. 50. 39	6	36	déterminée par la 23.e des Chiens-de-chasse.
203. 32. 45	56. 51. 54	8	37	déterminée par le n.° 45.
203. 36. 44	65. 58. 32	7	38	déterm. par α du Dragon, Com. comp. les 3 & 6 Mars.
203. 47. 22	66. 25. 24	7	39	déterminée par le n.° 38.
203. 49. 14	53. 11. 44	6	40	déterm. par η de la gr. Ourse, Com. comp. 24 Janv.
203. 49. 31	61. 13. 33	8	40'	déterminée par le n.° 42.
203. 57. 0	56. 46. 29	8	41	déterminée par le n.° 45.
204. 0. 18	61. 15. 36	8	42	déterminée par le n.° 48.
204. 4. 47	42. 11. 3	8	43	déterminée par la 23.e des Chiens-de-chasse.
204. 8. 47	42. 14. 39	6	44	déterminée par la même.
204. 12. 45	57. 2. 23	8	45	déterm. par ζ de la gr. Ourse, Com. comp. le 3 Fév.
204. 40. 29	50. 27. 29	2	η	de la gr. Ourse, Com. comp. les 17, 18, 19 & 21 Janv.
204. 46. 6	51. 22. 50	8	46	déterminée par η de la grande Ourse
205. 35. 46	59. 38. 40	7	48	déterm. par le n.° 35, Com. comp. les 6, 8 & 11 Févr.
205. 45. 51	62. 38. 46	7	47	déterm. par le n.° 42, Com. com. les 17, 18 & 20 Fév
207. 17. 46	62. 34. 14	8	48'	déterminée par le n.° 42.
207. 34. 50	63. 53. 46	8	50	déterminée par α du Dragon.
207. 43. 25	62. 34. 17	8	49	déterminée par le n.° 47.
209. 34. 14	65. 27. 38	3	α	du Dragon déd. de la Caille, Com. comp. 1.er Mars.
214. 25. 32	52. 54. 31	4	θ	du Bouvier, Comète comparée le 24 Janvier.

Ayant communiqué à M. Pingré une partie de mes premières observations, il en a déduit les élémens de l'orbite de deux manières différentes; les premiers élémens me furent communiqués par M. Pingré le 18 Décembre, & le 22 du même mois il donna à l'Académie les seconds *(a)* : les voici l'un & l'autre.

ÉLÉMENS.	I. ÉLÉMENS.				II. ÉLÉMENS.			
	S.	*D.*	*M.*	*S.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*
Nœud ascendant	4.	1.	20.	0	4.	1.	15.	37
Inclinaison de l'orbite		61.	30.	0		61.	25.	21
Lieu du Périhélie	2.	16.	10.	26	2.	15.	35.	43
Logar. de la distance périhélie	10,056965				10,054576			
Passage au Périhélie, temps moy. au Méridien de Paris, 5 Sept. 1773, à	17^h 9′ 2″				11^h 18′ 45″			
Son mouvement direct, c'est-à-dire suivant l'ordre des signes.								

RECUEIL des Observations de la Comète qui a paru en 1773 & 1774 (b).

À GREENWICH.

Il est rapporté, dans le Recueil *in-folio* des Observations Astronomiques, publiées à Londres en 1776, par M. Maskelyne, Astronome royal, deux comparaisons de la Comète avec l'Étoile β du Lion, le 7 & le 13 de Novembre.

À BERLIN.

Dans les Éphémérides de Berlin pour 1777, on trouve une Observation de la Comète faite le 12 Novembre matin; & dans la Gazette de France, *N.° 100, année 1773*, une

(a) Déjà publiés dans la Connoissance des Temps de 1775, *page 332*.

(b) Le peu de lumière qu'avoit la Comète, & la grande difficulté de l'observer, ont rendu les observations peu nombreuses.

seconde Observation le 23 du même mois: ces observations comparées avec les miennes en diffèrent un peu; les voici.

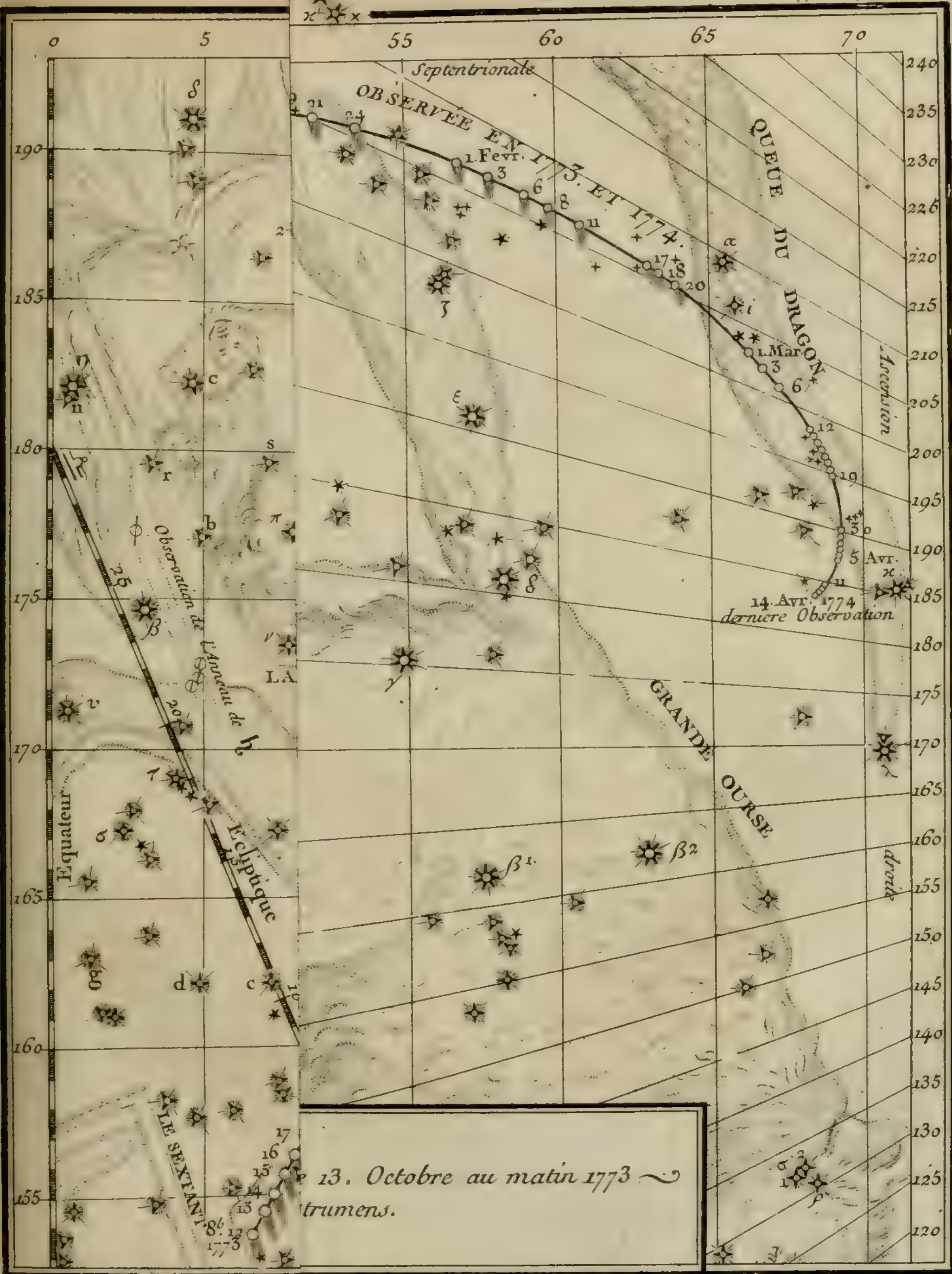
1773.		Ascension droite.	Déclinais. Boréale.
Mois.	*Heures.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*
Nov. 12	Mat.....	173. 0. 0	10. 0. 0
23	Matin. 2	178. 48. 0	22. 27. 0

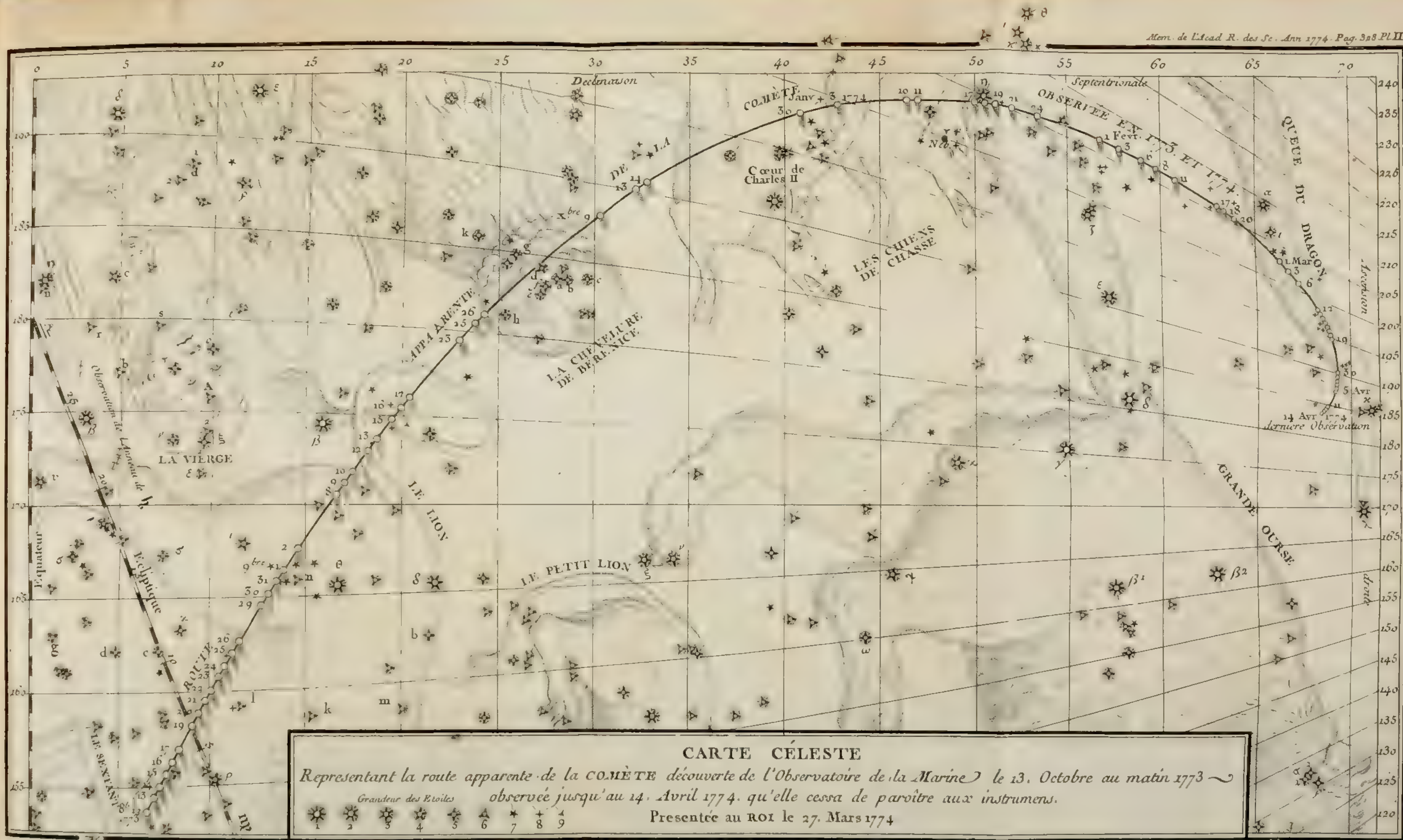
Dans les Éphémérides que je viens de citer, les élémens de l'orbite de cette Comète, calculés par M. Lambert & par M. Schulz, sont rapportés de la manière suivante:

ÉLÉMENS	Selon M. Lambert.	Selon M. Schulz.
	S. D. M.	*S. D. M.*
Nœud ascendant................	4. 3. 15	4. 3. 35
Inclinaison de l'orbite..........	62. 33	62. 36
Lieu du Périhélie................	2. 21. 40	2. 20. 43
Distance périhélie	1,238.	1,2155.
Passage au Périhélie le 2 Sept. 1773, à	12^h	19^h

À Stockholm.

M. Wargentin me manda « aussitôt que j'eus reçu votre » lettre du 14 Octobre 1773, je me mis à chercher la Comète » par un beau temps le 4 de Novembre, mais ce fut en vain, » quoique je la cherchai soigneusement dans la constellation » du Lion & les environs. La lumière de la Lune me la déroboit » peut-être: après ce jour, le ciel fut presque continuellement » couvert jusqu'au 27 du même mois, alors je la trouvai enfin » au bord de la chevelure de Bérénice, mais si foible qu'elle » ressembloit à la moindre nébuleuse, sans aucun corps: je doutai » même si c'en étoit une, jusqu'au 3 Décembre; alors je » m'aperçus que la prétendue nébuleuse n'étoit plus à sa place, & je


Septentrionale
OBSERVÉE EN 1773. ET 1774.
QUEUE DU DRAGON
Ascension
droite
1. Fevr.
1. Mar.
5 Avr.
14. Avr. 1774
derniere Observation
GRANDE OURSE
Observation de l'Anneau de ♄
Ecliptique
Equateur
LE SEXTANT
8b.
1773
e 13. Octobre au matin 1773
trumens.



Mem. de l'Acad. R. des Sc. Ann. 1774. Pag. 328 Pl. III
Declinaison Septentrionale
COMÈTE DE LA
APPARENTE
ROUTE
OBSERVÉE EN 1773. ET 1774.
Janv. 1774
1 Fevr.
1 Mars
5 Avr.
14 Avr. 1774
derniere Observation
Xbre
9bre
Cœur de Charles II
LES CHIENS DE CHASSE
LA CHEVELURE DE BERENICE
QUEUE DU DRAGON
GRANDE OURSE
LE PETIT LION
LE LION
LA VIERGE
LE SEXTANT
Equateur
Ecliptique
Ascension droite
Observation de l'Anneau de ♄
CARTE CÉLESTE
Representant la route apparente de la COMÈTE découverte de l'Observatoire de la Marine le 13. Octobre au matin 1773
observeé jusqu'au 14. Avril 1774. qu'elle cessa de paroître aux instrumens.
Presentée au ROI le 27. Mars 1774
Grandeur des Etoiles
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Gravé par Y. le Gouaz d'après le dessin de M. MESSIER.
Régulus

& je ne puis la revoir : ainsi je n'ai vu qu'une seule fois cette « Comète, sans en avoir déterminé la position ; & vous me « feriez plaisir de m'instruire comment il faut s'y prendre pour « observer & suivre des Comètes aussi foibles, qui ne souffrent « pas qu'on éclaire le moins du monde les fils du micromètre ».

À COPENHAGUE.

La Comète ne fut aperçue que le 3 & le 4 de ce mois (Décembre) à l'Observatoire de cette ville. *Gazette de France, 1773, n.° 103.*

À LA HAYE.

La Comète ne fut aperçue que le 21 Novembre, par M. Klinkenberg; & à Zütphen, dans la Gueldre Hollandoise, que le 29 du même mois; son lieu fut déterminé à $7^h\ 27'$ du matin; son ascension droite étoit de 180 degrés $\frac{1}{2}$, & sa déclinaison boréale, de 22 degrés $\frac{1}{4}$.

À BRUXELLES.

M. l'Abbé Chevalier, Correspondant de l'Académie, m'écrivit, « je viens d'apprendre que vous étiez encore occupé à observer la Comète : j'ignore si cette Comète est la même « que vous avez observée depuis le mois d'Octobre, ou une « nouvelle : nous ne voyons plus celle que vous nous avez « annoncée ».



MÉMOIRE
SUR LES
RÉFRACTIONS HORIZONTALES
Au bord de la mer dans la Zone torride;
Avec quelques Remarques ſur l'Obſervation des Hollandois dans la nouvelle Zemble.

Par M. LE GENTIL.

27 Nov. 1774. LES Réfractions horizontales ſont ſi ſujettes à varier, & d'une quantité ſi conſidérable, même d'un moment à l'autre, qu'on ne peut ſe flatter, quelqu'exactitude que l'on apporte à les bien obſerver, que d'avoir une quantité moyenne, ſouvent très-éloignée de la véritable, c'eſt-à-dire, des réſultats très-différens les uns des autres. Cette inégalité eſt encore aſſez ſenſible à quelques degrés au-deſſus de l'horizon, pour nuire aux obſervations; & les Aſtronomes exacts ont une grande attention, dans les recherches délicates qu'ils font, de n'employer que des obſervations faites à d'aſſez grandes hauteurs pour n'avoir rien à craindre de l'inégalité des réfractions.

Pendant mon ſéjour à Pondichéry, je me ſuis beaucoup occupé des réfractions aſtronomiques, je me propoſe d'en rendre compte à l'Académie dans ce Mémoire & le ſuivant; dans celui-ci je parle des réfractions horizontales pendant l'été & pendant l'hiver dans la Zone torride, & d'une inégalité que j'ai en même temps remarquée dans le lever du Soleil; inégalité qu'on ne peut bien obſerver que ſur le bord de la mer. Dans le Mémoire ſuivant, je traiterai des réfractions à différens degrés de hauteur au-deſſus de l'horizon.

On avoit long-temps penſé, avant que l'expérience le confirmât, que vers l'Équateur les réfractions étoient diffé-

rentes de ce qu'elles ſont en France; & on avoit conclu que la différence alloit en augmentant à meſure qu'on approchoit du pôle; on croyoit même la réfraction horizontale aux environs du pôle, double de ce qu'elle eſt en France; on ſe fondoit principalement ſur les obſervations de Spole & de Bilberg, faites en Lapponie en 1695, par ordre de Charles XI, Roi de Suède.

M. de Maupertuis, dans ſon Livre de la Figure de la Terre, conclud cependant que *ſi les réfractions ſont plus petites vers l'Équateur qu'à Paris, & y ont une différence conſidérable, il faut croire que de Paris au Cercle polaire, cette différence n'eſt pas ſenſible.*

Mais M. de Maupertuis, pour tirer cette concluſion, ne rapporte que des obſervations faites à deux degrés de hauteur au-deſſus de l'horizon; or à cette hauteur les réfractions commencent à n'être plus ſi inégales. C'eſt à l'horizon que ſe font remarquer les grandes variations; & dès que le Soleil eſt élevé de deux degrés, ces grandes variations & les différences ne ſe font preſque plus ſentir, même d'une ſaiſon à l'autre; c'eſt ce dont on ſe convaincra aiſément, en examinant les obſervations rapportées dans ce Mémoire & le ſuivant.

On n'a ſu trop que penſer juſqu'à ce moment de l'obſervation des Hollandois dans la nouvelle Zemble en 1597, elle eſt tout-à-fait contraire à ce qu'on ſait de la réfraction horizontale; car quoiqu'elle varie beaucoup, on ne peut pas ſe figurer qu'elle ſoit ſi différente près du pôle de ce qu'elle eſt dans les autres climats.

Pluſieurs célèbres Auteurs ont cherché à expliquer ce ſingulier phénomène vu par les Hollandois, entr'autres Képler & Jacques Dominique Caſſini; ce dernier eſt celui de tous qui en donne la raiſon la plus vraiſemblable, en ſuppoſant que ce que les Hollandois ont vu étoit une eſpèce de *parhélie:* on peut voir ſur cela le Volume de l'Académie, *année 1700.*

Pour moi je penſe avec *Scotto*, que les Hollandois ſe ſont trompés; & quoiqu'ils cherchent à prévenir l'objection qu'ils prévoyoient qu'on ne manqueroit pas de leur faire à leur retour,

ſur leur erreur, & qu'ils aient en conſéquence écrit fort en détail leur obſervation; il ne m'en paroît pas moins certain qu'ils ont vu le contraire de ce qu'ils devoient voir; car au lieu de voir anticiper le lever du Soleil, ils auroient dû le voir retarder: en effet, j'ai conſtamment trouvé, à Pondichéry, par mes obſervations, la réfraction au lever du Soleil, ſur le bord de la mer, d'environ 2 minutes plus grande en été qu'en hiver; pendant que j'ai obſervé la réfraction horizontale, la même à quelques ſecondes près, dans les deux ſaiſons.

J'avois commencé, dès l'Iſle-de-France, qui eſt dans la Zone torride, à obſerver les réfractions depuis 10 degrés de hauteur, en deſcendant, juſqu'à l'horizon: or en faiſant ces obſervations, je remarquai, que quoiqu'il fît le plus beau temps, quoique le ciel fût ſans nuages, que l'horizon fût de la plus grande netteté, je remarquai, dis-je, que le Soleil qui, à la vue ſimple, m'avoit toujours paru ſe plonger dans l'horizon de la mer, ſe plongeoit réellement dans un horizon élevé au-deſſus de l'horizon de la mer, d'une quantité aſſez conſidérable, & qui n'étoit par conſéquent qu'un horizon faux ou apparent; cette quantité, que je ne meſurai pas pour lors avec exactitude, pouvoit aller à quatre ou cinq minutes: ce phénomène me ſurprit beaucoup la première fois que je l'obſervai, je ne manquai jamais de le voir toutes les fois qu'il fit beau, c'eſt-à-dire, lorſque je voyois coucher le Soleil; mais comme du Port-Louis, où j'obſervois, on ne voit que la partie de l'horizon de la mer qui répond au coucher du Soleil en hiver, je ne pus vérifier en été ce que j'avois obſervé en hiver.

Dans ce temps-là, je paſſai de l'Iſle-de-France aux Philippines dans l'intention d'y obſerver le paſſage de Vénus par-devant le Soleil; je comptois vérifier à Manille ce que j'avois vu à l'Iſle-de-France, il me fut impoſſible de le faire, n'étant pas placé aſſez avantageuſement pour ce genre d'obſervations.

Ce fut pendant mon ſéjour à Pondichéry, que je vérifiai cette obſervation: j'étois, pour la faire, le plus avantageuſement ſitué du monde, dans un obſervatoire très-ſolide (j'en

ai donné la deſcription à l'Académie) je voyois le lever d'hiver & celui de l'été à l'horizon de la mer; mon quart-de-cercle ne changeant point de poſition, étoit dans le cas de me donner fort exactement les différences de réfractions de l'été à l'hiver.

Qui pourroit décrire la beauté du ciel, à Pondichéry, pendant les mois de Janvier & de Février? j'en ai déjà parlé à l'Académie, en rapportant les obſervations des ſatellites de Jupiter; malgré ce beau ciel, qui n'a rien de comparable, ſans un ſeul petit nuage, un horizon ſuperbe: le Soleil, pendant tout l'hiver, n'a pas paru une ſeule fois à l'horizon de la mer, mais toujours au-deſſus, d'une quantité même aſſez conſidérable: l'effet en étoit très-ſingulier, comme on va le voir dans le détail des obſervations.

Et au contraire pendant les mois de Juin & de Juillet, qui ſont à Pondichéry le temps des grandes chaleurs, pendant lequel temps le ciel n'eſt plus à beaucoup près ſi beau; que l'air au contraire eſt toujours rempli de vapeurs, le Soleil ſe lève conſtamment à l'horizon de la mer; & pendant que je ſupportois aiſément, à la vue ſimple, la lumière de cet aſtre en hiver, tant qu'il n'avoit point eu atteint un degré d'élévation; j'avois au contraire beſoin en été du ſecours du verre enfumé, dès l'inſtant que le bord ſupérieur du Soleil avoit paru au-deſſus de l'horizon: or mon quart-de-cercle étant placé ſur $0^d\ 0'$, le bord ſupérieur du Soleil employoit en été 59 ſecondes à parvenir de l'horizon au fil horizontal de ma lunette; & en hiver il n'employoit que 35 ſecondes, la différence 24 ſecondes, eſt, à peu de choſe près, la différence de hauteur des deux horizons de l'été à l'hiver pour le lever du Soleil; parce que cet aſtre employoit quelquefois $2'\ 25''$ à ſe lever, & d'autres fois $2'\ 28''\frac{1}{2}$.

J'ai conclu de mes obſervations, que pendant l'hiver, l'air au-deſſus de la mer eſt aſſez condenſé juſqu'à une certaine hauteur, même dans la Zone torride, pour former comme un ſecond horizon; que la réfraction à cet horizon eſt plus petite qu'elle n'eſt au véritable horizon de la mer; que par

cette même raiſon le Soleil ſe lève plus tard en hiver, qu'il ne feroit ſi cet effet n'avoit pas lieu.

Les Hollandois, dans la nouvelle Zemble, ont vu lever le Soleil au-deſſus de la mer. Ils étoient élevés au-deſſus de ſon niveau, de 40 à 50 pieds, à peu-près comme moi à Pondichéry ; ils auroient donc dû en effet voir lever le Soleil plus tard, au lieu de le voir anticiper comme ils ont fait, puiſqu'ils ont dû le voir au travers d'un air extraordinairement condenſé, & à un point qu'il devoit former un ſecond horizon, c'eſt-à-dire, un horizon faux ou apparent, comme j'ai trouvé qu'il en forme un en hiver dans la Zone torride.

Je paſſe aux obſervations qui m'ont fourni les remarques précédentes; je ne fais ici que copier mon Journal, dont les obſervations ſuivantes ſont un extrait.

OBSERVATIONS

Faites pendant les mois de Janvier & de Février.

Le 6 Janvier 1769.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	*D. M.*	*H. M. S. T.*	*H. M. S. T.*
7. 45. 48. 30	21. 30	3. 52. 22. 30	11. 49. 5. 30.
*7. 48. 10. 15 *d.*	22. 0	3. 50. 1. 15	11. 49. 5. 45.
7. 50. 33. 30	22. 30	3. 47. 38. 0	11. 49. 5. 45.
7. 52. 56. 15	23. 0	3. 45. 15. 0	11. 49. 5. 38.

Midi conclu par un milieu à.................. 11. 49. 5. 39.

La correction.......................... — 2. 19.

Donc Midi vrai à........................ 11. 49. 3. 20.

Le 7 Janvier.

À 5h 52′ du matin, le quart-de-cercle ayant été placé ſur — 0d 10′, j'ai trouvé pour l'horizon de la mer + 50″, c'eſt-à-dire que l'horizon de la mer étoit abaiſſé de 10′ 50″.

À 6h 4′ 28″ 0‴, le Soleil pointe.

6. 6. 56. 30, le ſecond bord quitte l'horizon.

* La lettre *d*, que l'on trouve à côté de quelques-unes des hauteurs correſpondantes, déſigne que cette hauteur eſt marquée douteuſe dans le Journal, mais elle ne change rien au réſultat moyen du Midi.

J'attendois le Soleil à l'horizon de la mer que je voyois fort distinctement; mais lorsque cet astre a commencé à pointer, il a paru au-dessus de l'horizon de la mer, chose assez singulière & que j'avois déjà remarquée à l'Isle-de-France. Lorsque le Soleil a été à moitié levé, l'horizon de la mer s'est abaissé, & a paru moins élevé qu'auparavant d'environ les trois quarts des 50 secondes trouvées avant le lever du Soleil, c'est-à-dire de 36 secondes environ: le centre du Soleil étant tout-à-fait levé, le bord supérieur a paru refluer des deux côtés de l'horizon de la mer, & former comme le haut d'une urne : enfin le bord inférieur a quitté l'horizon bien au-dessus de l'horizon de la mer. L'effet en a été singulier : il m'a semblé qu'une partie du haut de l'urne est rentrée sous l'horizon, & que le reste s'est joint au Soleil comme deux morceaux qu'on auroit détachés avec le ciseau.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 45. 59. 0	21. 30	3. 53. 3. 15	11. 49. 31. 8.
7. 48. 21. 30	22. 0	3. 50. 41. 15	11. 49. 31. 23.
7. 50. 43. 45	22. 30	3. 48. 18. 30	11. 49. 31. 8.
8. 47. 22. 45	34. 0	2. 51. 40. 10	11. 49. 31. 28.
8. 49. 57. 30	34. 30	2. 49. 5. 0	11. 49. 31. 15.
8. 52. 32. 30	35. 0	2. 46. 30. 0	11. 49. 31. 15.

Midi par un milieu entre les hauteurs prises à 8h.. 11. 49. 31. 13.
Et par celles prises à 9 heures............. 11. 49. 31. 19.

Le milieu sera,........................ 11. 49. 31. 16.
La correction est...................... — 0. 2. 26.

Donc Midi vrai à...................... 11. 49. 28. 50.

Le 8 Janvier.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 46. 9. 15	34. 0	3. 53. 43. 30	11. 49. 56. 23.
7. 48. 31. 15	34. 30	3. 51. 21. 15	11. 49. 56. 15.
7. 50. 13. 30 *d.*	35. 0	3. 48. 57. 30	11. 49. 56. 0.

Par un milieu . . . . 11. 49. 56. 19.

La correction . . . . — 0. 3. 38.

Donc Midi vrai à . . . . 11. 49. 53. 41.

Le 9 Janvier.

Le quart-de-cercle ayant été placé comme le 7, j'ai trouvé, comme ce jour-là, l'horizon de la mer abaiſſé de 10′ 50″,

Le Soleil a pointé beaucoup au-deſſus de l'horizon à 6^h 5′ 58″ 30‴; à meſure que le Soleil paroiſſoit monter, l'horizon de la mer s'abaiſſoit de façon qu'il s'eſt trouvé moins élevé d'environ le quart des 50 ſecondes trouvées ci-deſſus, c'eſt-à-dire de 12 ou 13 ſecondes: enfin le ſecond bord du Soleil s'eſt dégagé de l'horizon bien au-deſſus de l'horizon de la mer à 6^h 8′ 25″ $\frac{1}{2}$; ce qui a produit l'effet de deux ſoleils qui ſe détachoient & ſe quittoient, dont l'un retournoit du côté de l'horizon & n'a diſparu que 5 à 6 ſecondes après s'être détaché du véritable.

Le 10 Janvier,

ayant placé le quart-de-cercle ſur 0^d 0′.

À 6^h 6′ 15″ 0‴, le Soleil pointe.

6. 6. 50. 0, le bord ſupérieur touche le fil.

6. 8. 39. 45, le Soleil quitte l'horizon, accompagné des phénomènes vus le 9.

6. 10. 15. 15, le bord inférieur quitte le fil.

Hauteurs

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 48. 45. 30	22. 00	3. 52. 40. 45	11. 50. 43. 8.
7. 51. 7. 15	22. 30	3. 50. 19. 30	11. 50. 43. 23.
7. 53. 29. 15	23. 00	3. 47. 57. 0	11. 50. 43. 8.
7. 55. 51. 15	23. 30	3. 45. 35. 0	11. 50. 43. 8.
8. 47. 24. 30	34. 00	2. 54. 2. 15	11. 50. 43. 15.
8. 49. 57. 30	34. 30	2. 51. 28. 15	11. 50. 43. 00.
8. 52. 32. 45	35. 00	2. 48. 54. 0	11. 50. 43. 23.

Par les hauteurs prises à 8h, Midi .... 11. 50. 43. 13.
Par celles prises à 9h, Midi .... 11. 50. 43. 12.
La correction est de .... — 0. 2. 51.

Donc Midi vrai à .... 11. 50. 43. 13.

J'ai remarqué au lever du Soleil les mêmes phénomènes que j'avois vus le 9.

Le 26 Janvier.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 47. 46. 40	35. 00	3. 1. 23. 45	11. 54. 35. 13.
8. 50. 13. 10	35. 30	2. 58. 58. 15	11. 54. 35. 43.
8. 52. 40. 30	36. 00	2. 56. 30. 45	11. 54. 35. 38.
8. 55. 8. 40	36. 30	2. 54. 2. 30	11. 54. 35. 35.

Midi par un milieu à .... 11. 54. 35. 33.
La correction est de .... — 0. 4. 38.

Donc Midi vrai à .... 11. 54. 30. 55.

Le 27 Janvier.

Le quart-de-cercle étant placé sur 0d 0'.

À 6h 7' 34" 30‴, le bord supérieur du Soleil au fil horizontal.

Le 28 Janvier.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 47. 33. 30	35. 0	3. 2. 55. 50	11. 55. 14. 40.
8. 49. 59. 10	35. 30	3. 0. 30. 45	11. 55. 14. 58.
8. 52. 25. 10	36. 0	2. 58. 4. 45	11. 55. 14. 57.

Midi par un milieu à .... 11. 55. 14. 52.

La correction est de .... — 0. 4. 47.

Donc Midi vrai à .... 11. 55. 10. 05.

Le 31 Janvier.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 54. 15. 0	24. 00	3. 56. 9. 30	11. 55. 12. 15.
7. 56. 31. 45	24. 30	3. 53. 53. 30	11. 55. 12. 38.
7. 58. 48. 0	25. 0	3. 51. 37. 30	11. 55. 12. 45.

Midi par un milieu à .... 11. 55. 12. 33.

La correction .... — 0. 4. 52.

Donc Midi vrai à .... 11. 55. 7. 41.

Le 1.er Février.

À 6^h 6′ 14″ 30‴, le Soleil pointe.

6. 8. 39. 30, le Soleil quitte l'horizon, accompagné des phénomènes vus le 9.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 37. 33. 50	33. 30	3. 13. 0. 0	11. 55. 16. 55.
8. 39. 55. 30	34. 0	3. 10. 38. 45	11. 55. 17. 15.
8. 42. 17. 50	34. 30	3. 8. 17. 10	11. 55. 17. 30.

Midi par un milieu à .... 11. 55. 17. 13.

La correction est de .... — 0. 4. 56.

Donc Midi vrai à .... 11. 55. 12. 17.

Le 3 Février.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 45. 51. 40	35. 30	3. 4. 57. 40	11. 54. 24. 40.
8. 48. 14. 40	36. 0	3. 2. 34. 45	11. 55. 24. 45.
8. 50. 37. 15	36. 30	3. 0. 12. 30	11. 55. 24. 53.
8. 53. 0. 0d.	37. 0	2. 57. 49. 24	11. 55. 24. 50.

Midi par un milieu à .... 11. 55. 24. 47.
La correction est de .... — 0. 5. 1.

Donc Midi vrai à .... 11. 55. 19. 46.

Le 4 Février.

Le quart-de-cercle ayant été placé sur $0^d\ 0'$,

À $6^h\ 6'\ 16''\ 30'''$, le bord supérieur du Soleil touche le fil horizontal.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 35. 52. 15	33. 30	3. 15. 2. 30	11. 55. 27. 23.
8. 38. 12. 30	34. 0	3. 12. 42. 45	11. 55. 27. 38.
8. 40. 32. 40	34. 30	3. 10. 23. 0	11. 55. 27. 50.

Midi par un milieu conclu à .... 11. 55. 27. 37.
La correction est de .... — 0. 5. 4.

Donc Midi vrai à .... 11. 55. 22. 33.

OBSERVATIONS

Faites pendant les mois de Juin & de Juillet 1769.

Le 15 Juin.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 8. 19. 0	40. 0	3. 1. 23. 45	11. 34. 51. 23.
8. 10. 30. 0	40. 30	2. 59. 12. 45	11. 34. 51. 23.
8. 12. 41. 15	41. 0	2. 57. 1. 0	11. 34. 51. 8.
8. 14. 52. 10	41. 30	2. 54. 50. 15	11. 34. 51. 18.
8. 27. 59. 45	44. 30	2. 41. 42. 30	11. 34. 51. 8.
8. 30. 11. 30	45. 0	2. 39. 31. 0	11. 34. 51. 15.
8. 32. 23. 15	45. 30	2. 37. 18. 45	11. 34. 51. 0.
8. 34. 34. 15	46. 0	2. 35. 7. 30	11. 34. 50. 53.

Midi par un milieu	11. 34. 51. 11.
La correction	+ 0. 0. 8.
Donc Midi vrai à	11. 34. 51. 19.

Le 16 Juin.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 8. 28. 30	40. 0	3. 1. 33. 30	11. 35. 1. 0.
8. 10. 40. 15	40. 30	2. 59. 22. 15	11. 35. 1. 8.
8. 12. 51. 30	41. 0	2. 57. 10. 30	11. 35. 1. 0.
8. 15. 2. 20	41. 30	2. 54. 58. 50	11. 35. 0. 53.
8. 30. 22. 15	45. 0	2. 39. 39. 50	11. 35. 1. 3.
8. 32. 34. 30	45. 30	2. 27. 28. 0	11. 35. 1. 15.
8. 34. 45. 45	46. 0	2. 35. 16. 10	11. 35. 0. 58.

Midi moyen à	11. 35. 0. 54.
La correction	+ 0. 0. 7.
Donc Midi vrai à la Pendule à	11. 35. 1. 1.

Le 18 Juin.

Le quart-de-cercle posé sur $0^d\ 0'$,

À $5^h\ 11'\ 4''\ 15'''$, le bord supérieur du Soleil touche le fil.

Cet astre a employé $2'\ 28''$ à se lever; je n'ai vu aucun des phénomènes que j'avois remarqués l'hiver dernier.

Le 20 Juin.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 15. 47. 0	41. 30	2. 55. 37. 15 *d.*	11. 35. 42. 15.
8. 17. 58. 30	42. 0	2. 53. 27. 0	11. 35. 42. 45.
8. 20. 9. 30	42. 30	2. 51. 15. 15	11. 35. 42. 23.
8. 22. 20. 45	43. 0	2. 49. 3. 40	11. 35. 42. 13.
Midi vrai ou corrigé à...................			11. 35. 42. 26.

Le 13 Juillet.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 58. 7. 45	40. 0	2. 51. 55. 30	11. 25. 1. 38.
8. 0. 17. 30	40. 30	2. 49. 46. 0	11. 25. 1. 45.
8. 2. 27. 10	41. 0	2. 47. 36. 10	11. 21. 1. 40.
8. 4. 37. 10	41. 30	2. 45. 26. 10	11. 25. 1. 40.
Midi par un milieu à...................			11. 25. 1. 41.
La correction..........................			— 0. 0. 17.
Donc Midi vrai à.......................			11. 25. 1. 24.

Le 14 Juillet.

À $5^h\ 1'\ 22''$, le Soleil pointe.

5. 2. 21, le bord du Soleil au fil fixe de la lunette.

Le Soleil a paru ſubitement & préciſément à l'horizon de la mer, c'eſt-à-dire, que j'ai aperçu un petit trait ou filet de lumière qui a doré l'horizon ; & ce filet étoit le Soleil. Cet aſtre parut bien différemment l'hiver dernier, il reſſembloit à une portion très-ſenſible d'un fluide agité qui ſe faiſoit voir ſubitement au-deſſus même de l'horizon de la mer ; de l'inſtant ou le Soleil a paru, juſqu'au moment où il a touché le fil fixe horizontal de la lunette du quart-de-cercle placé ſur $00^{d}\ 00'$, il s'eſt écoulé 59 à 60", pendant que cet hiver il ne s'écouloit que 35"; & cependant le Soleil montoit cet hiver un peu plus obliquement. Une autre choſe à remarquer, eſt que le Soleil a paru avec beaucoup d'éclat même à l'horizon ; car j'ai eu beaucoup de peine à ſupporter ſa lumière l'inſtant d'après qu'il a paru, & j'ai eu beſoin d'emprunter le ſecours du verre enfumé ; que le quart de ſon globe à peine étoit au-deſſus de l'horizon, pendant que l'hiver dernier, je ſupportois aiſément la lumière de cet aſtre, tant qu'il n'étoit pas élevé d'un degré au-deſſus de l'horizon rationel.

Il eſt donc évident que dans la Zone torride, l'air eſt beaucoup plus condenſé en hiver qu'en été ; quoique la différence de température de l'été à l'hiver ne ſoit pas à Pondichéry, de plus de 5 à 6^{d} le matin, & de 13 à 14^{d} dans l'après-midi. Il m'a paru naturel de conclure de ces obſervations, que dans les pays ſeptentrionaux, ſi on obſervoit le lever du Soleil à l'horizon de la mer pendant l'été & pendant l'hiver, on trouveroit une prodigieuſe différence dans ces deux ſaiſons ; que pendant l'hiver l'air doit y être condenſé à un point que le Soleil n'eſt en état de ſe faire voir au travers de l'atmoſphère, que lorſqu'il eſt déjà élevé au-deſſus de l'horizon de la mer ; que l'air doit par conſéquent former dans ces pays pendant l'hiver, comme dans l'Inde, un faux horizon au-deſſus de celui de la mer ; d'où j'ai conclu que loin de voir anticiper le lever du Soleil dans la nouvelle Zemble, on devroit au contraire le voir retarder. Cette obſervation m'a rendu très-ſuſpecte celle des Hollandois

dans la nouvelle Zemble. On ne peut pas dire que la réfraction à ce ſecond horizon doit être plus grande, parce que l'air y eſt plus condenſé. Ce ſecond horizon étant plus élevé que le véritable horizon de la mer, la réfraction doit auſſi y être moindre ; c'eſt en effet ce que je trouve par mes obſervations, comme on le verra ci-après par les réſultats : car pour le dire en paſſant, la différence de ces deux horizons m'ayant paru de 25 ſecondes de temps; cette quantité répond à 5′ 30″, à raiſon de 2′ 28″ pour le diamètre du Soleil, dont le faux horizon m'a conſtamment paru plus haut que le véritable horizon de la mer. Or la réfraction m'a auſſi paru plus petite d'environ 2 minutes à ce ſecond horizon, qu'elle n'étoit au véritable.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 59. 8. 45	40. 0	2. 52. 0. 30	11. 25. 5. 8.
8. 0. 20. 10	40. 30	2. 49. 51. 0	11. 25. 5. 35.
8. 2. 29. 30	41. 0	2. 47. 41. 30	11. 25. 5. 0.
8. 4. 38. 30	41. 30	2. 45. 32. 0	11. 25. 5. 15.
Midi par un milieu			11. 25. 5. 15.
La correction			— 0. 0. 16.
Donc Midi vrai à			11. 25. 4. 59.

Le 19 Juillet.

À 5ʰ 3′ 21″, à une ſeconde près, le bord ſupérieur du Soleil touche le fil horizontal fixe de la lunette du quart-de-cercle poſé ſur 0ᵈ 0′.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 58. 9. 0	40. 0	2. 52. 14. 50	11. 25. 11. 55.
8. 4. 34. 45	41. 30	2. 45. 49. 30	11. 25. 11. 45.
Midi par un milieu à			11. 25. 11. 50.
La correction			— 0. 0. 13.
Donc Midi vrai à			11. 25. 11. 37.

Le 20 Juillet.

À 5^h 3′ 27″, le bord ſupérieur du Soleil touche le fil horizontal fixe de la lunette du quart-de-cercle poſé ſur 0^d 0′.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 58. 7. 0	40. 0	2. 52. 13. 45	11. 25. 10. 23.
8. 0. 15. 30	40. 30	2. 50. 5. 45	11. 25. 10. 38.
8. 2. 23. 30	41. 0	2. 47. 57. 10	11. 25. 10. 20.
8. 4. 32. 0	41. 30	2. 45. 49. 15	11. 25. 10. 38.

Midi par un milieu à........................ 11. 25. 10. 30.

La correction........................ — 0. 0. 13.

Donc Midi vrai à........................ 11. 25. 10. 17.

Le 22 Juillet.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 10. 49. 45	43. 0	2. 39. 25. 45	11. 25. 7. 48.
8. 17. 14. 45	44. 30	2. 33. 1. 30	11. 25. 8. 8.
8. 23. 40. 0 *d.*	46. 0	2. 26. 36. 30	11. 25. 8. 15.
8. 25. 48. 0	46. 30	2. 24. 28. 30	11. 25. 8. 15.

Midi par un milieu à........................ 11. 25. 8. 6.

La correction........................ — 0. 0. 13.

Donc Midi vrai à........................ 11. 25. 7. 53.

Le 23 Juillet.

À 5^h 4′ 6″, le bord ſupérieur du Soleil touche le fil horizontal fixe de la lunette du quart-de-cercle poſé ſur 0^d 0′.

Hauteurs

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 0. 6. 30	40. 30	2. 50. 5. 45	11. 25. 6. 8.
8. 2. 15. 0 *d.*	41. 0	2. 47. 57. 45	11. 25. 6. 0.
8. 4. 22. 30	41. 30	2. 45. 49. 30	11. 25. 6. 0.
8. 6. 30. 30	42. 0	2. 43. 41. 30	11. 25. 6. 13.
8. 10. 46. 10	43. 0	2. 39. 26. 15	11. 25. 6. 20.
8. 12. 54. 10	43. 30	2. 37. 18. 30	11. 25. 6. 20.
8. 15. 2. 15	44. 0	2. 35. 9. 45	11. 25. 6. 0.
8. 17. 9. 30	44. 30	2. 33. 2. 40	11. 25. 6. 5.

Midi par un milieu à..................	11. 25. 6. 9.
La correction..........................	— 0. 0. 10.
Donc Midi vrai à..................	11. 25. 5. 59.

Le 24 Juillet.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 57. 56. 15	40. 0	2. 52. 12. 45	11. 25. 4. 30.
8. 0. 5. 0 *d.*	40. 30	2. 50. 4. 30	11. 25. 4. 45.
8. 2. 12. 30	41. 0	2. 47. 56. 40	11. 25. 4. 35.
8. 17. 6. 15	44. 30	2. 33. 3. 15	11. 25. 4. 45.
8. 19. 14. 30	45. 0	2. 30. 55. 30 *d.*	11. 25. 5. 0.
8. 21. 22. 0 *d.*	45. 30	2. 28. 47. 15	11. 25. 4. 38.
8. 23. 30. 15	46. 0	2. 26. 39. 15	11. 25. 4. 38.
8. 25. 37. 30	46. 30	2. 24. 31. 15	11. 25. 4. 23.

Midi par un milieu à..................	11. 25. 4. 39.
La correction..........................	— 0. 0. 8.
Donc Midi vrai à..................	11. 25. 4. 31.

Le 25 Juillet.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 17. 1. 0	44. 30	2. 33. 2. 15	11. 25. 1. 38.
8. 19. 9. 0	45. 0	2. 30. 54. 30	11. 25. 1. 45.
8. 21. 16. 45	45. 30	2. 28. 46. 45	11. 25. 1. 45.
8. 23. 24. 30	46. 0	2. 26. 39. 45	11. 25. 2. 0.

Midi par un milieu à.......................... 11. 25. 1. 47.
La correction.............................. — 0. 0. 7.

Donc Midi vrai à...................... 11. 25. 1. 40.

Le 26 Juillet.

À $5^h\ 3'\ 20''$, le Soleil ſe lève, comme il avoit fait le 14, & comme il a fait tous les jours précédens; c'eſt-à-dire à l'horizon exactement.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 16. 55. 45	44. 30	2. 33. 1. 0	11. 24. 58. 23.
8. 19. 3. 30	45. 0	2. 30. 53. 0	11. 24. 58. 15.
8. 21. 11. 0	45. 30	2. 28. 46. 0	11. 24. 58. 30.
8. 23. 18. 0	46. 0	2. 26. 37. 50	11. 24. 58. 10.

Midi par un milieu à.......................... 11. 24. 58. 19.
La correction.............................. — 0. 0. 6.

Donc Midi vrai à...................... 11. 24. 58. 13.

Le 27 Juillet.

À $5^h\ 4'\ 38''\ 30'''$, le bord ſupérieur du Soleil touche le fil horizontal fixe du quart-de-cercle poſé ſur $0^d\ 0'$.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 59. 53. 10	40. 30	2. 49. 56. 30	11. 24. 54. 50.
8. 1. 59. 40	41. 0	2. 47. 50. 30 *d.*	11. 24. 55. 55.
8. 6. 14. 30	42. 0	2. 43. 34. 30 *d.*	11. 24. 54. 53.
8. 16. 49. 30	44. 30	2. 33. 0. 15	11. 24. 54. 53.
8. 18. 57. 30	45. 0	2. 30. 52. 30	11. 24. 55. 0.
8. 21. 5. 0	45. 30	2. 28. 45. 40	11. 24. 55. 25.
8. 23. 11. 45	46. 0	2. 26. 37. 45	11. 24. 54. 45.
8. 25. 19. 15	46. 30	2. 24. 30. 15	11. 24. 54. 45.

Midi par un milieu à......................	11. 24. 54. 47.
La correction eſt.........................	— 0. 0. 4.
Donc Midi vrai..........................	11. 24. 54. 43.

Pour tirer de ces obſervations tout le parti que je me ſuis propoſé dans mes recherches, j'ai réſolu, comme a fait M. Bouguer, un triangle ſphérique, dans lequel j'ai ſuppoſé deux côtés & l'angle compris connus; ſavoir, la diſtance du zénith au pôle, celle du Soleil au pôle, & l'angle horaire; pour réſoudre ce triangle, M. Bouguer abaiſſe une perpendiculaire du Soleil ſur le Méridien; au lieu que je la ſuppoſe abaiſſée du zénith ſur le cercle horaire ou de déclinaiſon, ce qui revient au même. Le troiſième côté que je calculois, me donnoit la diſtance du Soleil au zénith, à laquelle j'ai eu ſoin d'appliquer la parallaxe, quoique petite; par le moyen de cette méthode, j'ai réduit toutes les obſervations rapportées ci-deſſus, ce qui m'a donné les réſultats ſuivans.

Réfraction près de l'horizon par les Observations faites en Janvier & Février.

Janvier 10	28′ 09″.
11	27. 57.
28	25. 10.
Février 4	27. 27.
Réfraction moyenne en hiver	27. 07.

Réfraction près de l'horizon par les Observations faites en Juin & Juillet.

Juin 18	24′ 15″.
Juillet 14	25. 36.
19	27. 00.
20	29. 24.
23	27. 26.
27	29. 14.
Réfraction moyenne en été	27. 09.

Abaissement du Soleil au-dessous de l'horizon à l'instant de son lever, pendant les mois de Janvier & de Février.

Janvier 7	35′ 35″.
9	36. 28.
10	36. 06.
Février 1	36. 31.
Abaissement par un milieu	36. 10.

Abaissement du Soleil au-dessous de l'horizon à l'instant de son lever à l'horizon de la mer, pendant les mois de Juin & de Juillet.

Juillet 14	42′ 07″.
26	44. 52.
Abaissement en été	43. 29.
Abaissement en hiver	36. 10.
Différence	7. 19.

M. Bouguer, dans son Mémoire sur les Réfractions astronomiques qu'il a observées au Pérou au niveau de la mer, remarque qu'il a vu varier la réfraction horizontale depuis 25 minutes jusqu'à 29 minutes; d'où il prend 27 pour la réfraction moyenne à l'horizon : je pense que cette quantité est trop petite d'environ deux minutes & trois quarts. Je trouve bien, comme M. Bouguer, que la réfraction proche de l'horizon varie depuis 24 minutes & demie jusqu'à 29 minutes & demie, à peu de chose près; mais je n'ai pas observé précisément à l'horizon. J'aurois desiré que M. Bouguer nous eût donné le détail de ses observations, & non pas seulement des résultats comme il a fait. Mon résultat moyen est, à quelques secondes près le même que le sien, puisque je trouve 27′ 8″, & lui 27′ 00″. Or mon quart-de-cercle bien vérifié par plusieurs méthodes, donnoit les hauteurs trop petites de 2′ 4″ 50‴; il faut donc augmenter de cette quantité la réfraction trouvée ci-dessus; mais parce que le fil horizontal de ma lunette, quoique très delié, étoit encore vu sous un angle de 13 secondes; il faut pour réduire ces observations au milieu de ce fil, ôter 6″ 30‴ de 2′ 4″ 50‴. Donc à 0d 1′ 58″ 20‴ de hauteur apparente, la réfraction m'a paru de 29′ 6″ 20‴. A cette quantité, j'ajoute encore 17 secondes, à cause de la latitude de Pondichéry que j'avois d'abord supposée de 11d 56′ 30″, & qui n'est que de 11d 55′ 39″, comme on le verra dans le Mémoire suivant, & 21 secondes pour réduire cette même quantité à l'horizon; d'où j'ai conclu la réfraction horizontale à Pondichéry, & par conséquent dans la Zone torride, de 29′ 44″; c'est-à-dire, deux minutes trois quarts plus grande que M. Bouguer ne dit qu'elle est au Pérou.

Par les mêmes observations, j'ai trouvé, comme on vient de le voir, l'abaissement du Soleil en hiver à l'inst. de son lever, de	00d 36′ 10″.
Y ajoutant.	17.
On a.	00. 36. 27.
Mon quart-de-cercle étoit placé sur.	00. 0. 0.

Otant de cette quantité l'erreur de l'inſtrument moins la demi-épaiſſeur du fil	0d 1′ 58″
On a pour la diſtance au zénith	89. 58 02.
Le Soleil s'étoit levé plus bas d'environ	7. 38.
Donc abaiſſement apparent	00. 05. 40.
Je l'ai obſervé de	0. 36. 27.
Donc réfraction en hiver	30. 47.
En été, le Soleil employant, comme je l'ai dit, 59 à 60 ſecondes à parvenir de l'horizon de la mer au fil fixe du quart-de-cercle, pendant qu'il n'employoit en hiver que 25 ſecondes à parvenir de l'horizon faux au même fil fixe; l'horizon de la mer paroiſſoit abaiſſé de	0. 11. 15.
Les obſervations ci-deſſus, donnent	0. 43. 46.
Donc réfraction en été	0. 32. 31.
Réfraction en hiver	0. 30. 47.
Différence	— 1. 44.

Nota. *Comme j'étois ſur le point de remettre ce Mémoire ès mains de M. le Secrétaire, pour l'impreſſion, j'ai relu, avec une nouvelle attention, l'extrait de l'Obſervation des Hollandois, que j'avois fait il y a plus de vingt ans: il m'a paru évident qu'ils ſe ſont trompés; c'eſt ce que je crois avoir prouvé dans les Remarques que j'ai préſentées à ce ſujet à l'Académie, le 6 Août 1777, pour en prendre date. Ces Remarques ont été paraphées le même jour par M. le Secrétaire. Elles doivent paroître inceſſamment dans le premier volume de mon Voyage.*



MÉMOIRE
SUR LA CALCINATION DE L'ÉTAIN DANS LES VAISSEAUX FERMÉS;
Et sur la cause de l'augmentation de poids qu'acquiert ce Métal pendant cette opération.

Par M. LAVOISIER.

IL résulte des expériences dont j'ai rendu compte dans les chapitres V & VI de l'ouvrage que j'ai publié au commencement de cette année, sous le titre d'*Opuscules physiques & chimiques*, que lorsqu'on calcine au verre ardent du plomb ou de l'étain sous une cloche de verre, plongée dans de l'eau ou dans du mercure, le volume de l'air diminue d'un vingtième environ par l'effet de la calcination, & que le poids du métal se trouve augmenté d'une quantité à peu-près égale à celle de l'air détruit ou absorbé.

Lû à la rentrée publique de la S.t Martin 1774. Remis le 10 Mai 1777.

J'ai cru pouvoir conclure de ces expériences, qu'une portion de l'air lui-même ou d'une matière quelconque, contenue dans l'air, & qui y existe dans un état d'élasticité, se combinoit avec les métaux, pendant leur calcination, & que c'étoit à cette cause qu'étoit dûe l'augmentation de poids des chaux métalliques.

L'effervescence, qui a constamment lieu dans toutes les revivifications de chaux métalliques, c'est-à-dire, toutes les fois qu'une substance métallique passe de l'état de chaux à celui de métal, est venue à l'appui de cette théorie; je crois avoir prouvé que cette effervescence est dûe au dégagement d'un fluide élastique d'une espèce d'air qu'on peut retenir & mesurer, & il a résulté des expériences multipliées auxquelles je l'ai soumis, que lorsqu'il avoit été séparé des métaux, par l'addition de la poudre de charbon ou d'une matière quel-

conque, contenant du phlogiſtique, il ne différoit en rien de la ſubſtance à laquelle on a donné le nom d'air fixe, air fixé, gas méphitique, acide méphitique, toutes expreſſions ſynonymes, & que ce gas étoit exactement le même, ſoit qu'il fût dégagé des chaux métalliques, par la poudre de charbon, des végétaux par la fermentation, ou des alkalis ſalins & terreux par leur diſſolution dans les acides.

Quelque déciſives que paruſſent ces expériences, elles étoient en contradiction avec celles publiées par Boyle, dans ſon Traité de la peſanteur de la flamme & du feu : ce célèbre Phyſicien avoit eſſayé de calciner du plomb & de l'étain dans des vaiſſeaux de verre, ſcellés hermétiquement; il étoit parvenu à les y calciner en effet, du moins en partie, & les chaux qu'il avoit obtenues s'étoient trouvées de quelques grains plus peſantes que le métal employé; Boyle en avoit conclu que la matière de la flamme & du feu pénétroit à travers la ſubſtance du verre, qu'elle ſe combinoit avec les métaux, & que c'étoit à cette union qu'étoit dûe la converſion des métaux en chaux, & l'augmentation de poids qu'ils acquéroient.

Des expériences auſſi préciſes, faites par un Phyſicien tel que Boyle, étoient bien capables de me mettre en garde contre ma propre opinion, quelque démontrée qu'elle fût à mes yeux, & je me ſuis propoſé en conſéquence, non-ſeulement de les répéter telles qu'elles ont été faites par Boyle, mais d'y ajouter toutes les circonſtances qui me paroîtroient propres à les rendre plus concluantes encore s'il étoit poſſible.

Voici d'abord le raiſonnement que je me ſuis fait à moi-même : ſi l'augmentation de poids des métaux calcinés dans les vaiſſeaux fermés, eſt dûe, comme le penſoit Boyle, à l'addition de la matière de la flamme & du feu qui pénètre à travers les pores du verre & qui ſe combine avec le métal, il s'enſuit que ſi après avoir introduit une quantité connue de métal dans un vaiſſeau de verre, & l'avoir ſcellé hermétiquement, on en détermine exactement le poids, qu'on procède enſuite à la calcination par le feu des charbons, comme l'a fait Boyle;

Boyle: & enfin, qu'on repèſe le même vaiſſeau après la calcination, avant de l'ouvrir, ſon poids doit ſe trouver augmenté de toute la quantité de matière du feu qui s'eſt introduite pendant la calcination.

Si au contraire, me ſuis-je dit encore, l'augmentation de poids de la chaux métallique n'eſt point dûe à la combinaiſon de la matière du feu ni d'aucune matière extérieure, mais à la fixation d'une portion de l'air contenu dans la capacité du vaiſſeau, le vaiſſeau ne devra point être plus peſant après la calcination qu'auparavant, il devra ſeulement ſe trouver en partie vide d'air, & ce n'eſt que du moment où la portion d'air manquante ſera rentrée, que l'augmentation de poids du vaiſſeau devra avoir lieu.

D'après ces réflexions, je me ſuis muni de plomb & d'étain très-pur, que j'ai coulé en baguettes ou cylindres de trois à quatre lignes de diamètre au plus, afin d'avoir la facilité de les introduire dans des cornues de verre d'une ouverture étroite. Pour parvenir à les couler ainſi en cylindres, je m'y ſuis pris ainſi qu'il ſuit: j'ai coupé, avec des ciſeaux, de petites bandes de papier de ſix à huit lignes de largeur, je les ai roulées en ſpirales de manière à former des moules ou cylindres creux; pour donner plus de conſiſtance à ces moules, je les ai garnis de pluſieurs tours de ficelle fine, enfin, je les ai étranglés par le bout qui devoit former le fond du moule par un tour de ficelle bien ſerré; lorſque mes moules ont été ainſi préparés, j'ai verſé dans chacun d'eux avec un entonnoir de carte, du plomb ou de l'étain, & lorſque le métal a été ſuffiſamment refroidi, j'ai retiré leur enveloppe de papier, & j'ai nettoyé, très-exactement, la ſurface des cylindres en les grattant avec un couteau.

Cette première opération faite, j'ai raſſemblé une certaine quantité de cornues neuves, de verre blanc, de capacité convenable & parfaitement propres en dedans; j'ai introduit dans chacune huit onces de plomb ou d'étain, peſées avec l'exactitude la plus ſcrupuleuſe, après quoi j'ai tiré l'extrémité de

leur col à la lampe d'émailleur, de manière qu'il se terminât en un tube capillaire très-fin que j'ai laissé ouvert.

D'un grand nombre de cornues, de capacités différentes, que j'avois ainsi préparées, les trois quarts & demi au moins ont cassé, soit à la lampe d'émailleur, soit pendant la fusion ou le refroidissement du métal : je dois observer même que ce genre d'expérience n'est pas sans danger, & que lorsque les vaisseaux ont été une fois scellés hermétiquement, on ne doit point opérer sans avoir le visage couvert d'un masque solide, par exemple, de fer-blanc & garni de glaces très-épaisses à l'endroit des yeux.

Ces difficultés se sont trouvées telles dans le détail des opérations, que je n'ai pu amener que deux expériences à bien pour l'étain, & à peine une pour le plomb ; mais indépendamment des conséquences précises & certaines que j'ai pu tirer de celles qui ont eu un succès complet, quelques-unes des autres n'ont pas été absolument perdues, soit relativement au but de ce Mémoire, soit relativement à d'autres objets que je n'avois pas directement en vue.

Calcination de l'ÉTAIN, dans une cornue de verre, de quarante-trois pouces cubiques de capacité.

J'ai pris une des cornues préparées, comme je viens de l'exposer, c'est-à-dire, dont le col avoit été rétréci à la lampe en un tube capillaire ; cette cornue contenoit, comme toutes les autres, huit onces d'étain, pesées très-exactement ; l'ayant pesé pour connoître le poids de la cornue, indépendamment des huit onces d'étain qu'elle contenoit, j'ai eu le résultat qui suit.

SAVOIR ;

	Onces.	Gros.	Grains.
Poids de l'Étain	8.	0.	0,00.
Poids de la Cornue	5.	2.	2,50.
TOTAL	13.	2.	2,50.

La balance dont je me suis servi pour toutes les expériences contenues dans ce Mémoire, a été construite par M. Chemin,

Ajuſteur de la Monnoie, avec des précautions particulières, elle peut peſer juſqu'à huit & dix livres, & j'ai lieu de croire qu'il n'exiſte aucun inſtrument de ce genre qui ſoit plus parfait. J'ai déjà eu occaſion de parler de cette même balance dans un Mémoire ſur le changement d'eau en terre, qui ſe trouve dans les *Mémoires de cette Académie, année 1772.*

Après avoir ainſi déterminé le poids de la cornue & de l'étain qu'elle contenoit, je l'ai préſentée ſur un feu de charbon, en la tenant d'une main par le col à une diſtance convenable du feu, & en ayant ſoin de chauffer lentement pour éviter les fractures: j'ai ainſi continué à faire chauffer juſqu'à ce que l'étain commençât à fondre: alors, ſans retirer la cornue de deſſus le feu, j'ai fait ſceller avec un chalumeau l'ouverture capillaire qui reſtoit au bout du col de la cornue, puis j'ai fait refroidir le vaiſſeau auſſi lentement que je l'avois échauffé.

Cette précaution de faire ſortir une portion de l'air contenue dans la cornue avant de la fermer hermétiquement, eſt indiſpenſable, ſans quoi on s'expoſeroit à des exploſions dangereuſes, ou bien on ſeroit obligé d'employer des cornues d'un verre très-épais, & alors leur grande peſanteur rendroit la balance moins ſenſible, & il en réſulteroit une nouvelle ſource d'incertitude & d'erreur.

Lorſque la cornue a été ainſi vidée d'une partie de l'air qu'elle contenoit & qu'elle a été ſcellée hermétiquement, je l'ai reporté de nouveau à la balance, & j'ai trouvé pour ſon poids,

		Onces.	Gros.	Grains.	*Peſanteur moyenne.* Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Baſſins	*N.°* 1.....	13.	1.	67,0.	13.	1.	68,75.
	N.° 2.....	13.	1.	70,50.			

J'ai recommencé la même peſée trois jours après, & j'ai eu

Dans les Baſſins	*N.°* 1.....	13.	1.	68,00.	13.	1.	69,00.
	N.° 2.....	13.	1.	70,00.			
TOTAL des deux peſanteurs moyennes....					26.	3.	65,75.
Et pour la moitié que je regarderai comme la peſanteur effective....................					13.	1.	68,87.

Quelqu'exactes que soient les balances qu'on emploie, cette manière de peser, en changeant de bassin & en prenant un milieu entre les résultats, est la seule qui puisse conduire à une exactitude rigoureuse.

	Onces.	Gros.	Grains.
Le poids, avant la sortie de l'air & avant que la cornue eût été scellée hermétiquement, étoit de......	13.	2.	2,50.
Il s'est trouvé ensuite de....................	13.	1.	68,87.
Partant, poids de l'air qui avoit été chassé par la chaleur.	0.	0.	5,63.

Ce poids équivaut à peu-près à douze pouces cubiques; la capacité de la cornue étoit de quarante-trois pouces cubiques environ; d'où il suit que j'avois fait sortir par la chaleur, avant de sceller hermétiquement la cornue, à-peu-pres les $\frac{2}{7}$ de la quantité totale d'air contenue dans sa capacité.

Ces différentes opérations préliminaires faites, j'ai procédé à la calcination, & je vais transcrire à cet égard ce qui se trouve sur mon Journal d'expérience, à l'article du 14 Février de cette année 1774.

La cornue a été présentée au feu à 10 heures 45 minutes du matin, mais l'étain n'a été mis en fusion complète qu'à 10 heures 52 minutes, c'est-à-dire, au bout de 7 minutes. Bientôt sa surface a perdu le brillant qu'elle avoit dans le premier instant, elle s'est couverte d'une pellicule, qui, peu-à-peu, a pris plus de consistance, & qui s'est comme ridée: il s'y est formé en même temps des espèces de flocons noirs. Peu de temps après, je me suis aperçu qu'il se déposoit au fond du vase, sous l'étain, une poudre noire, plus pesante que le métal en fusion; cette espèce de chaux ne paroissoit pas se former à la surface du métal, comme dans la calcination à l'air libre, mais au contraire, au fond & sous le métal. Au bout d'une demi-heure, la quantité de poudre noire a cessé d'augmenter, la surface même du métal s'est nettoyée, il ne s'y est plus montré de pellicule ni de flocons noirs, elle étoit seulement un peu moins brillante que n'étoit le métal dans le premier instant de la fusion.

La poudre noire, dont je viens de parler, quoique plus

lourde que le métal en fusion, étoit dans un tel état de division, que lorsqu'on agitoit la cornue il s'en élevoit une portion qui voltigeoit dans son intérieur comme une espèce de suye très-légère qui se déposoit aux parois intérieures du vaisseau.

Au bout d'une heure 10 minutes, voyant qu'il ne se présentoit aucune circonstance nouvelle dans l'expérience, & que toutes choses demeuroient dans le même état, j'ai commencé à laisser refroidir : quoique j'eusse beaucoup ménagé le feu, pendant le cours de l'opération, le fond de la cornue cependant s'étoit un peu déformé & s'étoit alongé en forme de poire, ce qui sembleroit indiquer qu'il ne s'étoit pas fait, pendant le cours de l'opération, de pression extérieure qui tendît à la faire rentrer sur elle-même, ou au moins, que cette pression avoit été plus que contre-balancée par le poids des huit onces d'étain qui pesoient sur le fond de la cornue.

Lorsque le vaisseau a été suffisamment refroidi, je n'ai rien eu de plus pressé que de le peser de nouveau sans l'ouvrir, & avant même qu'il fût entièrement refroidi, j'ai eu les résultats qui suivent :

Pesanteur totale avant la rentrée de l'air.

		Onces.	Gros.	Grains.	Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Bassins	*N.°* 1.	13.	1.	66,90.	13.	1.	68,60.
	N.° 2.	13.	1.	70,30.			
La pesanteur de la même cornue scellée herméti-quement avant la calcination, étoit de.					13.	1.	68,87.
Différence en moins.							0,27.

Cette différence est si petite, qu'elle peut être regardée comme nulle ; on verra d'ailleurs dans la suite, qu'il existe d'autres causes d'incertitude & d'erreur que je ne connoissois pas alors, & qui peuvent occasionner des différences plus considérables.

D'après cette première observation, on peut déjà regarder comme constant qu'il ne se combine avec les métaux, pendant leur calcination, rien d'extérieur à la cornue ; en supposant

donc, comme la ſuite de cette expérience va le faire voir; qu'il y eût augmentation de poids du métal, il falloit en chercher la cauſe dans l'intérieur même de la cornue.

Cette première vérité reconnue, j'ai procédé à l'ouverture de la cornue, en la chauffant bruſquement vers le milieu de ſa panſe avec un charbon ardent, & en mouillant enſuite la place échauffée avec un peu d'eau; je ſuis parvenu à l'aide de cet artifice à former une languette ou fêlure, que j'ai conduite enſuite avec un charbon ardent; & j'ai diviſé ainſi la cornue en deux portions preſque égales. J'ai eu ſoin de faire cette opération ſur une grande feuille de papier blanc, afin de m'aſſurer qu'il ne s'étoit pas perdu le moindre petit fragment de la cornue.

Lorſque la cornue a été ainſi ouverte, & que l'air de l'extérieur a été remis en équilibre avec celui de l'intérieur du vaiſſeau, j'ai repeſé de nouveau le tout enſemble; ſavoir, la cornue, le plomb & la poudre noire ou chaux, & j'ai trouvé,

Peſanteur totale après la rentrée de l'air.

		Onces.	Gros	Grains.	Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Baſſins	*N.°* *1*.	13.	2.	6,75.	13.	2.	5,63.
	N.° 2.	13.	2.	4,50.			
Cette même cornue pleine d'air, peſoit avant la calcination.					13.	2.	2,50.
Donc, augmentation de poids pendant la calcination.							3,13.

On vient de voir que tant que la cornue étoit demeurée ſcellée hermétiquement, il n'y avoit eu aucune augmentation de poids par l'effet de la calcination, que cette augmentation n'avoit eu lieu qu'après la rentrée de l'air extérieur; donc dans cette opération il s'eſt trouvé plus d'air dans la cornue après qu'avant la calcination, & c'eſt évidemment à cet excès d'air qu'eſt dûe l'augmentation du poids: ſi donc cette même augmentation de poids ſe retrouve dans le métal, il ſera prouvé que l'excès d'air qui eſt rentré, a ſervi à remplacer

la portion qui s'étoit combinée avec le métal pendant la calcination, & qui en avoit augmenté le poids : J'ai en conséquence pesé séparément la cornue, le plomb & la chaux que j'avois obtenus, & j'ai eu les résultats qui suivent;

SAVOIR;

Poids de l'étain. — *Pesanteur moyenne.*

		Onces.	Gros.	Grains.	Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Bassins	*N.° 1.....*	7.	6.	37,75.	7.	6.	37,50.
	N.° 2.....	7.	6.	37,25.			
	N.° 1.....	7.	6.	37,50.	7.	6.	37,25.
	N.° 2.....	7.	6.	37,00.			
Somme des deux pesanteurs...........					15.	5.	2,75.

	Onces.	Gros.	Grains.
Moitié ou pesanteur effective...............	7.	6.	37,37.
Poids de la poudre noire ou chaux d'étain à la balance d'essai.........................	0.	1.	37,75.
TOTAL du poids tant de l'étain que de la chaux..	8.	0.	3,12.
Ce même étain ne pesoit avant la calcination, que	8.	0.	0.
Augmentation..................................			3,12.

Pour faire ma preuve, j'ai pesé les deux monceaux de ma cornue, & j'ai eu

	Onces.	Gros.	Grains.
Poids de la cornue seule..................	5.	2.	2,50.
Poids de l'étain...........................	7.	6.	37,37.
Poids de la poudre noire ou chaux d'étain......	0.	1.	37,75.
Pesanteur totale après la calcination...........	13.	2.	5,62.
Pesanteur avant la calcination...............	13.	2.	2,50.
Augmentation..............................			3,12.

La quantité d'air contenue dans la cornue étoit de 43 pouces cubiques, c'est-à-dire d'environ 21 grains; on en avoit chassé, comme on l'a vu plus haut, 5 grains $\frac{2}{3}$ avant de sceller hermétiquement le vaisseau; la calcination ne s'étoit donc opérée que dans 15 grains $\frac{1}{3}$ d'air, & l'absorption avoit été d'un cinquième environ. L'expérience suivante ayant été faite dans

un vaisseau beaucoup plus grand, présentera une augmentation de poids plus marquée, & donnera par conséquent des résultats plus satisfaisans.

Calcination de l'ÉTAIN dans une Cornue de verre de 250 pouces cubiques de capacité.

J'ai pris une cornue de 250 pouces cubiques environ de capacité, j'y ai introduit 8 onces d'étain en baguettes, & j'en ai tiré l'extrémité du col à la lampe en un tube capillaire, comme ci-dessus.

Le poids réuni de l'étain & de la cornue, pesoit dans cet état, c'est-à-dire avant que j'eusse fermé l'ouverture capillaire de la cornue,

		Onces.	Gros.	Grains.	*Pesanteur moyenne.* Onces.	Gros	Grains.
Dans les Bassins	*N.°* 1.....	20.	6.	56,00.	20.	6.	51,75.
	N.° 2.....	20.	6.	47,50.			
Ce qui donne pour le poids de la cornue seule...					12.	6.	51,75.

J'ai ensuite fait fondre doucement l'étain sur un feu de charbon, & j'ai fermé, comme ci-dessus, l'ouverture capillaire avec un chalumeau, après quoi ayant pesé de nouveau la cornue, j'ai eu,

		Onces	Gros.	Grains.	*Pesanteur moyenne.* Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Bassins	*N.°* 1.....	20.	6.	16,50.	20.	6.	16,88.
	N.° 2.....	20.	6.	17,25.			
Différence occasionnée par la sortie de l'air..............							34.87.

J'ai ensuite procédé à la calcination, comme dans l'expérience précédente, & j'ai commencé à 6 heures 15 minutes. A 6 heures 45 minutes, l'étain a commencé à se fondre, mais la fusion n'a été complète & l'étain bien coulant qu'à 7 heures 15 minutes: jusque-là, la chaleur n'avoit pas été probablement assez forte, & l'étain sembloit conserver la consistance d'un amalgame. Dès 7 heures 15 minutes, la surface du métal commençoit à être terne & ridée, mais de cet

cet instant, la fusion étant devenue très-parfaite, il a commencé à se former une quantité très-considérable de poudre noire, qui d'abord nageoit en flocons à la surface de l'étain, mais qui bientôt après, devenant spécifiquement plus pesante, gagnoit le fond & devenoit d'un noir plus décidé. Vers 7 heures 45 minutes, la surface de l'étain s'est presque entièrement nettoyée; elle est demeurée seulement un peu terne, comme du mercure sur lequel on a respiré; à compter de cet instant, la calcination n'a plus fait aucun progrès sensible : j'ai eu soin de laisser souvent la poudre noire à découvert, en penchant la cornue, afin qu'ayant le contact immédiat de l'air, elle se calcinât plus complètement; j'ai aussi poussé beaucoup davantage la chaleur sur la fin de l'opération: enfin, voyant qu'il ne s'opéroit plus absolument aucun changement, j'ai cessé la calcination à 8 heures 45 minutes.

J'ai pesé, sur le champ, la cornue, c'est-à-dire, avant qu'elle fût entièrement refroidie, & j'ai eu,

Pesanteur totale après la calcination, mais avant la rentrée de l'air.

		Onces.	Gros.	Grains.	*Pesanteur moyenne.* Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Bassins	*N.°* 1.....	20.	6.	16,25.	20.	6.	15,88.
	N.° 2.....	20.	6.	15,50.			
Cette même Cornue pesoit avant la calcination....					20.	6.	16,88.
Diminution apparente de pesanteur							1,00.

Cette même cornue est restée jusqu'au lendemain sans être ouverte, & ayant été curieux de la repeser pour vérifier l'opération de la veille, j'ai trouvé

		Onces.	Gros.	Grains.	Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Bassins	*N.°* 1.....	20.	6.	19,50.	20.	6.	18,50.
	N.° 2.....	20.	6.	17,50.			
Elle pesoit avant la calcination..............					20.	6.	16,88.
Augmentation apparente de poids pendant la calcination.....							1,62.

J'ai d'abord été singulièrement étonné de voir que la même cornue chaude pesoit moins que la même cornue froide: j'aurois été moins surpris d'un résultat tout contraire, & malgré les soins que j'avois pris & la grande perfection de

l'inſtrument que j'employois pour peſer, j'étois tenté de l'attribuer à ſon défaut de préciſion; cependant en réfléchiſſant plus attentivement ſur ce phénomène, je n'ai pas tardé à en apercevoir la cauſe: la chaleur, comme l'on ſait, dilate le verre comme preſque tous les corps; d'où il ſuit que la cornue chaude devoit occuper plus d'eſpace que la cornue froide, elle devoit donc déplacer un volume d'air plus conſidérable, & ſa peſanteur devoit par conſéquent être moindre de tout le poids de l'excès du volume d'air déplacé: cette circonſtance ſuffira pour faire ſentir combien les expériences de ce genre ſont délicates, & combien les moindres détails ſont intéreſſans à conſtater.

Après avoir ainſi confirmé le réſultat de la première expérience, & prouvé de nouveau que l'augmentation de poids du métal, calciné dans les vaiſſeaux fermés, ne vient point, comme le penſoit Boyle, de l'addition d'aucune matière extérieure; j'ai caſſé le bout de la ſoudure hermétique, & j'ai conſervé ſoigneuſement le morceau que j'en ai détaché, comme faiſant partie du poids de la cornue: auſſitôt l'air eſt rentré avec un ſifflement conſidérable qui a duré 5 à 6", après quoi, ayant peſé la cornue avec l'étain qu'elle contenoit & le petit morceau de verre que j'en avois détaché, j'ai eu,

Première Peſée.

		Onces	Gros.	Grains.	Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Baſſins	*N.°* 1.....	20.	6.	62,00.	20.	6.	61,50.
	N.° 2.....	20.	6.	61,00.			

Seconde Peſée faite le lendemain.

		Onces	Gros.	Grains.	Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Baſſins	*N.°* 1.....	20.	6.	63,00.	20.	6.	62,12.
	N.° 2.....	20.	6.	61,25.			

	Onces.	Gros.	Grains.
Somme des peſanteurs moyennes..............	41.	5.	51,62.
Moitié ou peſanteur effective................	20.	6.	61,81.
La peſanteur de la même cornue avant la calcination, & lorſqu'elle avoit encore une libre communication avec l'air, étoit de................	20.	6.	51,75.
Augmentation de poids par l'effet de la calcination........			10,06.

Il ne s'agiſſoit plus que d'opérer, comme je l'avois fait dans la première expérience, pour déterminer ſi c'étoit réellement au métal calciné qu'appartenoit l'augmentation de poids obſervée: pour cela, j'ai eſſayé de faire une fêlure ou languette à la cornue, comme je l'avois fait la précédente fois, & de la promener tout autour avec un charbon ardent pour la ſéparer en deux parties horizontalement par ſon milieu, mais cette opération n'ayant pas réuſſi, comme je le deſirois, ma cornue s'eſt ſéparée en quatre morceaux au lieu de deux, ce que je ne rapporte ici, au ſurplus, que pour l'exactitude des faits, cette circonſtance étant peu importante relativement à l'objet de l'expérience.

J'ai enſuite détaché le plus ſoigneuſement qu'il m'a été poſſible, toute la poudre noire qui s'étoit formée & qui occupoit un volume au moins égal à celui de l'étain; après quoi, ayant repeſé les quatre morceaux qui compoſoient la cornue & le petit bout que j'en avois ſéparé, j'ai obtenu le réſultat qui ſuit :

Poids de la cornue ſeule.

		Onces.	Gros.	Grains.	*Peſanteur moyenne.* Onces.	Gros.	Grains.
Dans les Baſſins	*N.°* 1.....	12.	6.	49,75.	12.	6.	51,62.
	N.° 2.....	12.	6.	53,50.			

Ce qui revient très-exactement au poids qu'elle avoit avant l'opération.

J'ai enſuite ſéparé, à peu-près, l'étain de la poudre noire qui s'étoit formée pendant la calcination; je dis à peu-près, parce que quelque ſoin que j'aie pris, il eſt néceſſairement reſté dans la poudre noire ou chaux d'étain beaucoup de portions de grenaille d'étain non-calcinées: après quoi, ayant peſé ſéparément l'étain & la poudre noire, j'ai eu les réſultats qui ſuivent.

SAVOIR.

	Onces	Gros.	Grains.
Poudre noire	2.	7.	2,75.
Étain	5.	1.	7,25.
TOTAL du poids après la calcination	8.	0.	10,00.
Poids avant la calcination	8.	0.	0.
Augmentation par l'effet de la calcination			10,00.

PREUVE.

	Onces	Gros.	Grains.
Poids des fragmens de la cornue..............	12.	6.	51,62.
Poids de l'étain..........................	5.	1.	7,25.
Poids de la poudre noire..................	2.	7.	2,75.
TOTAL du poids après la calcination.....	20.	6.	61,62.
TOTAL avant la calcination............	20.	6.	51,75.
Augmentation de poids par l'effet de la calcination.......			9,87.

On a vu que la cornue dans laquelle j'avois opéré avoit 250 pouces cubiques de capacité, chaque pouce cubique d'air pèſe aſſez exactement 0,48 grains; d'où il ſuit que cette cornue devoit contenir 120 grains d'air : mais on a vu, qu'avant de fermer l'ouverture capillaire du col de la cornue, j'en avois fait ſortir 34,87 grains par la dilatation : il ne s'eſt donc réellement trouvé que 85,13 grains d'air dans la cornue pendant le temps de la calcination ; d'où il ſuit que l'abſorption a été entre un huitième & un neuvième.

J'ai eſſayé de répéter ſur le plomb les mêmes expériences dont je viens de rendre compte ſur l'étain, mais comme je l'ai déjà dit, je n'ai pu amener à bien qu'une ſeule expérience, encore préſente-t-elle des réſultats extraordinaires & qui me laiſſent de l'incertitude, c'eſt ce qui m'a engagé à différer de la donner au Public.

Pour réſumer les conſéquences que préſentent les deux expériences dont je viens de rendre compte ſur la calcination de l'étain, il me paroît qu'on ne peut ſe refuſer d'en conclure,

Premièrement, qu'on ne peut calciner qu'une quantité déterminée d'étain dans une quantité donnée d'air.

Secondement, que cette quantité de métal calcinée eſt plus grande dans une grande cornue que dans une petite, ſans qu'on puiſſe cependant aſſurer encore que la quantité du métal calcinée ſoit exactement proportionnelle à la capacité des vaiſſeaux.

Troiſièmement, que les cornues ſcellées hermétiquement, peſées avant & après la calcination de la portion d'étain

qu'elles contiennent, ne présentent aucune différence de pesanteur, ce qui prouve évidemment que l'augmentation de poids, qu'acquiert le métal, ne provient ni de la matière du feu ni d'aucune matière extérieure à la cornue.

Quatrièmement, que dans toute calcination d'étain, l'augmentation de poids du métal est assez exactement égale au poids de la quantité d'air absorbée, ce qui prouve que la portion de l'air qui se combine avec le métal pendant la calcination, est à peu-près de pesanteur spécifique égale à celle de l'air de l'atmosphère.

Je pourrois ajouter, que d'après des considérations particulières, puisées dans les expériences même que j'ai faites sur la calcination des métaux dans les vaisseaux fermés, considérations qu'il me seroit difficile de faire saisir au lecteur, sans entrer dans un trop long détail, je serois porté à croire que la portion de l'air qui se combine avec les métaux est un peu plus lourde que l'air de l'atmosphère, & que celle qui reste, au contraire, après la calcination, est un peu plus légère. L'air de l'atmosphère, dans cette supposition, formeroit un résultat moyen entre ces deux airs, relativement à la pesanteur spécifique; mais il faut des preuves plus directes que je n'en ai pour pouvoir prononcer sur cet objet, d'autant plus que ces différences sont très-peu considérables.

Le Lecteur s'apercevra aisément, & je ne m'en aperçois que trop moi-même, que malgré tout le soin & l'exactitude que j'ai cherché à apporter dans ces expériences, elles laissent encore beaucoup à desirer. C'est le sort de tous ceux qui s'occupent de recherches physiques & chimiques, d'apercevoir un nouveau pas à faire sitôt qu'ils en ont fait un premier, & ils ne donneroient jamais rien au Public, s'ils attendoient qu'ils eussent atteint le bout de la carrière qui se présente successivement à eux, & qui paroît s'étendre à mesure qu'ils avancent pour la parcourir.

Je sais, par exemple, qu'il auroit été important pour compléter ce travail de faire une suite de calcinations métalliques dans des vaisseaux d'un grand nombre de capacités

différentes, afin de pouvoir déterminer avec quelque précision la loi que suit l'augmentation de poids du métal, relativement au volume d'air dans lequel il est calciné. Il n'auroit pas été moins intéressant de tenter des calcinations dans des vaisseaux très-petits, même dans le vide de la machine pneumatique; mais les expériences de ce genre demandent tant de temps & d'attention pour être bien faites, elles sont si pénibles & exigent des appareils si embarrassans & si difficiles à exécuter, que je n'ai pas encore eu le courage de suivre plus loin ce travail.

Il n'en a pas été de même d'une nouvelle route que ces expériences m'ont ouverte: on vient de voir qu'une portion de l'air est susceptible de se combiner avec les substances métalliques pour former des chaux, tandis qu'une autre portion de ce même air se refuse constamment à cette combinaison; cette circonstance m'a fait soupçonner que l'air de l'atmosphère n'est point un être simple, qu'il est composé de substances très-différentes, & le travail que j'ai entrepris sur la calcination & la revivification des chaux de mercure, m'a singulièrement confirmé dans cette opinion. Sans anticiper sur les conséquences qui résultent de ce travail, je crois pouvoir annoncer ici que la totalité de l'air de l'atmosphère n'est pas dans un état respirable, que c'est la portion salubre qui se combine avec les métaux pendant leur calcination, & que ce qui reste après la calcination est une espèce de mofette, incapable d'entretenir la respiration des animaux ni l'inflammation des corps. Non-seulement l'air de l'atmosphère me paroît évidemment composé de deux fluides élastiques de nature très-différente, mais je soupçonne encore que la partie nuisible & méphitique, est elle-même fort composée.

Depuis la rédaction de ce Mémoire, & depuis l'extrait détaillé que j'en ai lû à la Séance publique de l'Académie, extrait qui a été imprimé dans le Journal de M. l'Abbé Rosier; j'ai reçu du Pere Beccaria, Physicien célèbre, la lettre qui suit, datée du 12 Novembre 1774.

« Je crois devoir vous indiquer une expérience par laquelle j'ai démontré depuis très-long-temps, l'incalcinabilité des « métaux dans les vaiſſeaux fermés : le Docteur Cigna en a « fait mention dans le *ſecond volume du Miſcellanea de Turin*, « *pag. 176.* «

« Je fond de la raclure d'étain dans une bouteille de « verre très-forte, ſcellée hermétiquement ; il s'y forme une « pellicule de chaux très-mince, mais elle n'augmente pas « davantage. Si à cette bouteille, je ſoude hermétiquement « des vaiſſeaux de verre, la portion de chaux qui ſe forme « croît en proportion de leur capacité; la ſomme totale du « poids (en ayant la précaution d'enlever de la bouteille le « léger enduit que forme la flamme de l'eſprit-de-vin, dont « je me ſers pour cette opération) reſte la même, mais les « flacons ajoutés, qui avant la calcination ſe trouvoient en « équilibre avec la bouteille ſur un certain point, ceſſent d'y « être après l'opération, les flacons ſe trouvent plus légers & « la bouteille emporte. »

Cette expérience très-ingénieuſe, dont le Pere Beccaria ne m'a communiqué les détails que depuis la rédaction de ce Mémoire, eſt une nouvelle démonſtration du fait que j'ai établi ; ſavoir, qu'il ſe fixe une portion d'air avec le métal pendant ſa calcination, & que c'eſt à cette fixation qu'eſt dûe l'augmentation de poids qu'il acquiert.



MÉMOIRE
SUR
LA MER CASPIENNE.

Par M. D'ANVILLE.

Remis le 7 Mai 1777.

LA Carte de la Mer Caſpienne, envoyée il y a cinquante & quelques années à l'Académie Royale des Sciences, par le Czar Pierre, qui a ſi juſtement acquis le ſurnom de Grand, parut alors un préſent conſidérable fait à la Géographie. Elle ſut publiée ſans retardement en deux feuilles, par M. Deliſle, & une copie toute ſemblable ſuivit preſque auſſi-tôt à Amſterdam, chez un débitant nommé *Ottens.* Quelques morceaux manuſcrits dans un porte-feuille de la Bibliothèque du Roi, m'engagèrent vers la fin de 1754, à dreſſer une ſeconde Carte, en la publiant ſous le titre modeſte d'*Eſſai d'une nouvelle Carte de la Mer Caſpienne.* Je reviens volontiers ſur ce ſujet en cette année 1777, pour ſoumettre au jugement de l'Académie une diſcuſſion plus circonſtanciée & plus ſévère, que dans des analyſes très-ſuperficielles, dont on a accompagné la publication de quelques productions de ce genre.

Avant que d'entrer dans cette diſcuſſion, il ne ſera pas hors de propos d'être prévenu de l'opinion où l'on étoit dans l'Antiquité, ſur la Mer Caſpienne. Strabon dans le ſecond des deux livres, qui ſont un préliminaire général dans ſa Géographie, paroît perſuadé que cette mer eſt une émanation de l'Océan ſeptentrional. Il lui aſſigne préciſément une bouche, ϛόμα, qui ouvre une communication de cette mer avec une autre mer. Pline *(livre VI, chapitre 13)* s'explique d'une manière formelle ſur la Mer Caſpienne, en diſant, *irrumpit e Scythico oceano in averſa Aſiæ*, & ce qu'il ajoute peu après, *arctis faucibus, & in longum ſpatioſis*, prend de la conformité à ce

à ce que Méla avoit écrit avant lui, comme on peut voir *livre III, chapitre 5.* Arrien, écrivain judicieux & réfervé, qui ayant commandé dans la Cappadoce au fond de l'Afie mineure, étoit affez à portée d'être inftruit fur la Mer Cafpienne, dit précifément dans fon Hiftoire de l'expédition d'Aléxandre *(livre VII)* que l'origine de cette mer n'a point encore été découverte. Mais, ce qu'il y a de plus fingulier à remarquer fur ce fujet, eft de voir Hérodote informé de ce qu'on ignoroit fix cents ans plus tard, dans le fecond fiècle de notre Ere vulgaire fous les Antonins, dont Arrien étoit contemporain. Ce n'eft pas au refte que cet ancien Hiftorien foit fans défaut fur la Mer Cafpienne, en lui donnant comme il fait *(livre I, numéro 203)* plus d'étendue d'occident en orient que du midi au feptentrion.

Les premières notions pofitives qu'on ait eues fur la Mer Cafpienne, font dûes à Antoine Jenkinfon, habile Navigateur, qui en 1558, étant au fervice d'une compagnie Angloife de Commerce, parcourut la côte feptentrionale de cette mer, & une partie de l'orientale. Une Carte Géographique dreffée à Londres par Jenkinfon, & qui m'eft tombée entre les mains, témoigne ce qu'il avoit de mérite en ce genre de travail. L'édition de fa relation dans le recueil de Melchifédec Thévenot, oncle du célèbre Voyageur de ce nom, publiée en 1663, eft fautive fur la latitude des pofitions. L'entrée du Wolga dans la Mer Cafpienne, au lieu de 46 degrés doit être 45. Mais les 27 minutes qu'il y ajoute, font très-juftes au point précifément que défigne le nom d'*Ouftié,* qui en Ruffe fignifie bouche ou embouchure. La graduation de la Carte envoyée à l'Académie par le Czar Pierre, fait monter ce point à 3 ou 4 minutes de plus, & celle qui eft appliquée aux Cartes du Wolga par Olearius, a le même défaut. Les premières où l'on ait vu quelque réfultat des connoiffances données par Jenkinfon, font celles de Guillaume Sanfon en 1767. Nicolas, mort en 1660, & figurant la Mer Cafpienne d'une manière auffi informe que dans Ptolémée, n'avoit point connu Jenkinfon, dont la rela-

tion n'eſt devenue publique que trois ans plus tard. Un grand enfoncement dans le nord de la Mer Caſpienne, comme il eſt vrai que la navigation de Jenkinſon donnoit lieu de le figurer, eſt ici très-remarquable, en ce qu'il a pu faire naître l'idée qu'ont eue, ainſi que nous avons cru devoir l'expoſer, pluſieurs écrivains de grande conſidération dans l'Antiquité, que cette mer communiquoit à une autre mer, plus reculée dans la région ſeptentrionale du Monde. De l'exagération dans la profondeur de cet enfoncement, a donné à la Mer Caſpienne dans la Carte du Czar, deux degrés de latitude au-delà de ce qu'elle en occupe.

Une Carte particulière de ce qui dans l'Empire Ruſſe eſt adjacent à la Mer Caſpienne, ſous le titre de *Gubernium Orenburgenſe*, étant conférée dans ce qu'il y a de commun entre elle & celle que j'ai dreſſée de la Mer Caſpienne, j'ai eu la ſatisfaction d'y voir des rapports, qu'on ne jugera point être l'effet de quelque ménagement à l'égard d'un travail de ma part ſur le même ſujet. J'en produirai quelques exemples: l'ouverture du compas ſur ma Carte, entre l'*Ouſtié*, ou la bouche du Wolga, & celle du Jaïk, étant portée ſur la graduation de latitude, eſt égale à 2 degrés environ 42 minutes; dans l'autre, 2 degrés environ 35 minutes; & je dirai avec confiance que l'entrée du Wolga m'a été donnée bien plus précieuſement figurée dans le détail, qu'elle ne l'eſt de l'autre côté. Un autre eſpace en cette même partie de mer, appelée Golfe d'Iemba, qui dans ma Carte eſt de 3 degrés environ 28 minutes, entre la bouche du Wolga & une pointe au-devant de laquelle ſont des iſles nommées Orlow, eſt de 3 degrés 30 & quelques minutes dans l'autre objet de comparaiſon. Or, il eſt ici très-remarquable, que par la combinaiſon de deux eſpaces particuliers, qui forment au total cent vingt lieues marines de compte rond, on ne puiſſe en rigueur y voir de diverſité qu'environ un ſoixantième du total; & une pareille approximation ſans avoir été concertée, peut-elle être autre choſe que l'effet d'une convenance avec l'objet même dans ſa réalité?

Le Golfe qui fait la partie ſeptentrionale de la Mer Caſpienne, reçoit deux rivières, Jaïk, & Iem ou Iemba. Ptolémée eſt bien d'accord à conduire deux rivières ſur la côte ſeptentrionale de cette Mer; la première ſous le nom de *Rhymnicus*, la ſeconde appelée *Daïx*. L'affinité de ce nom avec celui de Jaïk doit opérer une tranſpoſition, comme je l'ai remarqué dans ma Géographie ancienne abrégée. Les Tartares appellent ce golfe *Mertvoi-Kultuk*, voulant dire que la Mer eſt morte en cette extrémité. Les Turcs diroient *Olu-Degniz*. Jenkinſon nous indique Manguſlave comme un lieu propre à aborder la côte méridionale de ce golfe, par 45 degrés de latitude; & dans la grande Carte de la Sibérie, dreſſée par M. de Strahlenberg, Suédois, la première qui ait fait connoître l'intérieur de ce vaſte pays, ſur les recherches de ſes compatriotes, que leur captivité après la bataille de Pultawa y avoit diſperſés, Manguſlav ou Mankiſlav, eſt un promontoire, & un rendez-vous pour le commerce, *nundinæ*, que traverſe le parallèle de 45 degrés. Le nom étant Manguſlav eſt conforme à l'Idiôme ſlavon que parlent les Ruſſes; *Meukiſlak* eſt le même nom, ſous la forme qu'il prend dans l'idiôme propre aux Tartares de la contrée. Jenkinſon ne dit point qu'il exiſte une ville de ce nom, & ce qui eſt dit d'une ville de *Menkishlak* dans une note de l'Hiſtoire généalogique Tartare *(page 649)* ne mérite pas toute confiance, & eſt manifeſtement faux dans les circonſtances, comme étant au nord du bras méridional de la rivière d'Amou, à 38 degrés 30 minutes de latitude. Car, cette bouche a été reconnue par les nouvelles connoiſſances acquiſes ſur le bord oriental de la Mer Caſpienne, ſe rencontrer par 40 degrés environ 10 minutes.

Pour terminer ce qui regarde la Mer Caſpienne dans Jenkinſon, vingt-trois journées de route d'une très-groſſe caravane, en partant du voiſinage de Manguſlave, lui font retrouver le bord de cette Mer dans l'enfoncement d'un golfe, qui recevoit autrefois le canal méridional du fleuve Amou. Cette ancienne embouchure ayant pris place dans

notre Carte à 40 degrés & environ 10 minutes, & cinq degrés & environ un quart, qui ne donnent pas quatre journées bien complettes dans l'eſpace du degré, c'eſt ce qui peut paroître convenable à des journées de caravane ſans interruption dans une marche de plus de vingt jours. Ce golfe & des montagnes qui en ſont voiſines, prennent le nom de la contrée, qui eſt *Balkan*, & parce qu'il eſt familier de voir deux liquides, *l* & *r*, ſe permuter, ce nom nous fait connoître indubitablement les *Barcanii*, dont parle Étienne de Byzance, comme étant voiſins des Hyrcaniens, *ſed quo latere*, comme s'en explique Cellarius, c'eſt ſur quoi les notions actuelles en Géographie ne nous laiſſent point incertains par le nom de Balkan. On trouve les *Barcanii* dans Quinte-curce *(livre III)* fournir un corps de douze mille hommes, dans la grande armée raſſemblée par Darius, pour combattre Aléxandre dans les plaines de l'Aſſyrie. Je remarque qu'il eſt queſtion de Balkan dans l'Hiſtoire généalogique Tartare, où le nom qui ſe lit Abulkan eſt aſſocié au Dahiſtan, la proximité de ces contrées levant toute équivoque ſur ce point. La configuration du Golfe, la connoiſſance de pluſieurs iſles aſſez grandes qu'il renferme, ſont dûes à un Anglois, qui porté dans ce canton-là préciſément, y avoit commandé un parti. Le fond de ces circonſtances particulières eſt donné dans une Carte de la Mer Caſpienne, inſérée par M. Hanway, dans la relation de ſon voyage, mais établie ſur un plan vicieux, qui eſt de prendre autant d'eſpace ſur le papier entre les méridiens qu'entre les parallèles, ce qui donne à ſon objet une enflure qu'il n'a pas d'occident en orient. C'eſt en même temps ce qu'on voit être étrangement défiguré, & ſans aucune autre convenance que de ſe rencontrer en même hauteur dans la Carte du Czar.

Après avoir expoſé ce que Jenkinſon prend de part dans les connoiſſances qu'on a acquiſes ſur la Mer Caſpienne, Olearius qui tient une place diſtinguée entre les voyageurs les plus eſtimables, nous a inſtruit environ un ſiècle plus tard, ſur la côte occidentale de cette Mer. Mais avant tout,

la position d'Astrakan est un point qui doit nous occuper particulièrement. M. Delisle publiant la Carte envoyée à l'Académie, annonce l'avoir réduite au Méridien de Paris, à 67 degrés de ce Méridien, & 87 du premier. C'est par un même rapport dans le compte de la longitude, que dans ma Carte de la Mer Caspienne, c'est plutôt 68 que 67, & que dans la première partie de ma Carte de l'Asie, en comptant du premier Méridien, Astrakan est à 88. Car il faut vouloir, que la Mer Caspienne prenne une longitude qui ait de la correspondance avec le lieu d'Astrakan. Or, la Carte publiée par M. Delisle, & qui conduit le Wolga, depuis le point qu'elle donne à Astrakan jusqu'aux embouchures du fleuve en prenant de l'Est comme du Sud, s'écarte par cette route du point que peut prendre l'embouchure par une route contraire. La Carte du cours du Wolga que nous devons à Olearius, nous montre le cours de ce fleuve depuis Astrakan jusqu'à la Mer, participer presque autant de l'Ouest que du Sud, & ce gisement-là n'est employé qu'avec moins de rigueur dans ma Carte de la Mer Caspienne.

C'est une faute dans ma Géographie ancienne abrégée, de ne citer que Ptolémée comme seul des Géographes de l'Antiquité qui ait eu connoissance de ce fleuve. Quelque succincte que soit la Géographie de Pomponius Méla, le *Rha* y est cité comme dans Ptolémée, mais uniquement par son nom, sans les circonstances que donne Ptolémée de deux fleuves, qui s'unissent pour n'en faire qu'un sous le même nom. Dans ce nom qui est *Rha*, l'aspiration qui suit la lettre initiale, se prononçant dans une gorge Tartare *Rcha*, & comme *K*, le son pour l'oreille est *Reca*, de même que dans le terme appellatif de rivière chez les Russes; & ce terme, s'il n'est pas suivi de quelque nom particulier de rivière, paroîtra convenir à un fleuve dénommé ainsi par excellence. Dans les écrivains Grecs du bas-Empire, le nom qu'ils lui donnent, *Atel*, renferme une idée de noblesse comme de grandeur.

Il est fait mention d'Astrakan dès le commencement du treizième siècle, sous son nom primitif, ou sans altération,

qui eſt *Hadgi-terkan*, dont le premier membre eſt un nom que l'on trouve avoir été propre à des Tartares, & le ſecond eſt un titre de grande dignité chez eux. Cette ville fut détruite par Timur ou Tamerlan en 1395. Son emplacement n'a pas toujours été le même que celui qu'elle occupe actuellement, puiſqu'à dix werſtes ou milles Ruſſes, & même ſoixante ſur un canal qui n'eſt pas le principal, on trouve des veſtiges de ville, qui ont ſervi à la conſtruction de la ville actuelle. Elle fut priſe d'aſſaut par les Ruſſes en 1554, ce qui ne précède que de quatre ans l'époque de Jenkinſon à l'égard de la Mer Caſpienne.

Il faut maintenant conſulter Olearius, qui quatre-vingts ans après Jenkinſon, & après avoir navigué le Wolga dans une grande partie de ſon cours, a vu la Mer Caſpienne. Ce voyageur tient une place diſtinguée entre ceux qui ont éclairé la Géographie ſur pluſieurs grandes contrées. Sa relation fourniſſoit par des circonſtances locales, quelques corrections à faire ſur la côte occidentale de la Mer Caſpienne.

Latitude de Terki, ville ci-devant principale en Circaſſie, aujourd'hui détruite, obſervée 43 degrés 23 minutes. La conſtruction de ma Carte a quelques minutes de plus. Dans la Carte du Czar, 43 degrés ſont en écart de plus d'un tiers de degré vis-à-vis de l'obſervation.

Latitude de l'iſle Czeczeni ou Tzenkeni, $43^d\ 5'$. Dans la Carte du Czar deux iſles pour une ſeule, qu'Olearius deſcendu à terre viſite. Le travers de deux iſles, qui occupent environ 10 minutes dans le deſſin de la Carte du Czar, eſt par $43^d\ 55'$. Ainſi 50 minutes de différence en latitude, avec beaucoup de diverſité dans la configuration de la preſqu'iſle d'Agraganſk.

On voit dans Olearius que c'eſt à ſon grand regret, & par une navigation contraire & très-orageuſe, qu'il n'a pas abordé la rade de Der-bend. Ce point de poſition, qui dans ma Carte ſe rencontre à $41^d\ 52'$, eſt au-deſſus de 42 degrés de 6 ou 7 minutes dans la Carte du Czar. M. Deliſle n'y a point eu d'égard dans une Carte des pays ſitués entre la

Mer Caſpienne & la Mer Noire, où la poſition de Der-bend par la graduation de cette Carte, eſt par 41^d 54′. Dans une Carte particulière du pays adjacent à la Mer Caſpienne, & qui mérite conſidération, Der-bend par la graduation de cette Carte eſt également par 41^d 54′, & de ces approximations, on peut conclure n'être pas loin d'une détermination très-rigoureuſe, en s'écartant de la Carte du Czar. Enfin, Olearius échoué ſur le rivage d'un lieu nommé *Nias-abad*, ſur lequel on a des indices d'avoir été autrefois de plus grande conſidération qu'actuellement, il y obſerve la hauteur à 41^d 15′. Le défaut de cette poſition dans la Carte Czarienne, nous prive de ce qui auroit donné lieu à une dernière comparaiſon.

Je ne puis prendre ſur moi d'être ici plus indifférent que je le ſuis ailleurs, ſur ce qui intéreſſe l'ancienne Géographie. Le rivage de mer que nous avons ſuivi depuis Der-bend, eſt celui de l'ancienne Albanie; & ce que les Perſans appellent *Der-bend*, ou *Daru-bendi*, c'eſt-à-dire, porte fermée, les Turcs *Demir-capi*, ou porte de fer, les Arabes *Bab-al-abouab*, ou Porte des portes, repréſente les *Albaniæ pylæ*, qui reſſerrent l'entrée du pays, au pied du Cauçaſe près de la mer. Ce fut néanmoins par-là que les Scythes ayant pénétré dans l'Arménie, ſe répandirent en Aſie. Une ville dont le nom eſt écrit *Chabala* (par un χ) dans Ptolémée, *Cabalaca* dans Pline, & la ſeule qu'il cite en Albanie, ſe fait connoître un peu au-delà de Der-bend, à quelque diſtance de la mer, ſous ſon nom actuel de Kablasvar. Mais avant que de quitter l'Albanie, on voudroit retrouver un fleuve appelé *Albanus*, & une ville appelée *Albana*. En conſultant la Carte dont j'ai parlé au ſujet de la hauteur de Der-bend, & qui prévaut ſur toute autre, on y voit le cours d'une rivière, qui par un grand repli ſortant de la profondeur du Caucaſe, ſe rend dans la mer par deux embouchures au-deſſous de Kablasvar. Quant à la ville d'*Albana*, je ne vois point d'autre place qui lui convienne que Niz-abad, comme on lit dans la même Carte, en y figurant même comme une contrée particulière. Celui de Dagh-iſtan, convenable à un pays de montagnes, & que

porte actuellement l'Albanie, eſt tiré d'un terme de la langue Turque, *Dag* ou *Tag*, au pluriel *Dagler*.

L'Ibérie, qui en bordant la Mer Caſpienne ſuccède à l'Albanie, demande que nous parlions du Kur & de l'Araxe, ſoit que ces rivières aient eu chacune leur embouchure particulière, ou qu'elle leur ait été commune; car, l'accord n'eſt pas univerſel ſur ce point, comme il doit en être queſtion. Ptolémée conduit l'Araxe à la Mer Caſpienne; mais des témoignages très-graves y ſont contraires. On lit bien dans Strabon que l'Araxe ſe rend dans la Mer Caſpienne, en ajoutant toutefois près du Cyrus, πλησίον; & dans Pline on lit précisément, *à Cyro defertur (Araxes) in Caſpium mare*. Plutarque, dans la vie de Pompée, qui avoit porté la guerre juſqu'en Albanie, dit de même, quoiqu'il ne diſſimule pas, que d'autres conduiſoient l'Araxe à la Mer Caſpienne en s'approchant du Cyrus. Appien *(in Mithridaticis)* s'explique d'une manière poſitive en diſant, qu'entre les rivières que reçoit le Cyrus l'Araxe eſt la plus conſidérable, & c'eſt ce que l'état actuel veut également, avec cette circonſtance, que le Kur ſe diviſe en approchant de la mer, & qu'on y diſtingue deux embouchures.

Olearius ayant quitté la mer, nous donne une Carte de ſa route par terre, depuis le confluent du Kur & de l'Araxe, dont la hauteur par ſon obſervation eſt de 39^d $54'$. Cette route le conduit juſqu'au point le plus reculé de l'angle Sud-Oueſt de la Mer Caſpienne, avec un retour vers l'Eſt, & prenant du Sud juſqu'à une grande rivière, Iſpe-rud, ou Sebdura, qui borne le Guilan, & le ſépare du Taberiſtan, ou Maſanderan. Le Guilan, que la ſoie qu'il fournit rend recommandable, tire ſon nom de la nation, dont le nom de *Gelæ* ſelon l'Antiquité, doit ſe prononcer comme le *gamma* dans le Grec, & qui prononcé encore plus durement, s'écrira Khilan, comme dans Olearius. Les morceaux manuſcrits qui m'ont été utiles, ainſi que je l'ai annoncé au commencement de ce Mémoire, arrondiſſent cet angle du Sud-Oueſt, comme il l'eſt auſſi dans la Carte du Czar. Mais il ſeroit abſurde de croire

croire qu'Olearius habile en Aſtronomie, ſe fût mépris ſur un coude formant un angle d'environ 90 degrés, dans la trace de ſa route décrite fort en détail. Pour voir le contraire, il ſuffit de conſidérer combien la Carte du Czar eſt négligée & incertaine dans ſa configuration des embouchures du Kur.

Au-delà de l'Iſpe-rud, le rivage méridional de la Mer Caſpienne décline vers le Sud, & court enſuite avec quelque arrondiſſement juſqu'à Eſter-abad, côtoyant le pays des *Tapuri,* dont le nom ſubſiſte dans celui de Taberiſtan. L'intérêt de l'ancienne Géographie qui me domine, veut que je m'y arrête, avant que de paſſer ſans retour à Eſter-abad. Arrien dans ſon Hiſtoire de l'expédition d'Aléxandre *(livre III)* conduit ce prince à une ville, qu'il cite comme ville royale en Hyrcanie, ſous le nom de *Zadracarta.* Dans les Tables Aſtronomiques de Naſir-uddiñ & d'Olug-beg, une ville conſidérable, & dont le nom ſe lit Sariyah, eſt l'emplacement que je crois convenable ſur une rivière, qui à quelques lieues plus bas rencontre la Mer Caſpienne près d'une autre ville, qui eſt Fehr-abad. Il ne ſeroit pourtant point exact d'appliquer à *Zadra-carta,* comme dans une Carte de l'expédition d'Aléxandre, dreſſée par M. Deliſle, le nom de Fehr-abad, qui n'exiſte que depuis le règne de Shah-Abbas, qui ſe plaiſant en ce lieu a voulu lui donner ce nom, d'après un terme Perſan, Fehrath, propre à déſigner un lieu agréable.

L'entrée d'Aléxandre chez les *Mardi,* & preſque auſſi prompte que ſon arrivée à *Zadra-carta,* eſt un indice poſitif d'une proximité, qui eſt très-conſtante. L'Iſpe-rud qui s'ouvre un paſſage très-reſſerré dans les montagnes eſcarpées du Deïlem, eſt le *Mardus*, ou *Amardus* comme on lit dans Ptolémée. *Mard* eſt un terme commun à pluſieurs idiômes de l'Orient, & au Perſan en particulier, pour ſignifier au propre ce que *vir* ſignifie en Latin, & qui ſe prend auſſi pour *bellator,* & dans un ſens injurieux, à l'égard des *Mardi* du Deïlem, ou Dolomites, vivant de rapines ſur leurs voiſins. La même inclination au brigandage ailleurs que dans le Deïlem, fait

trouver des *Mardi* en plusieurs cantons de l'Orient. Si on sépare de la dénomination de *Zadra-carta*, le dernier membre qui paroît en plusieurs noms de villes puissantes en Orient, *Certa* ou *Kerta*, le nom particulier, ou *Zadra*, n'est pas sans analogie à l'égard de Sariyah, selon qu'il est écrit dans les Tables Astronomiques, quoiqu'ailleurs il se lise Sari plus brièvement, selon des extraits que j'ai manuscrits d'Albuféda par l'abbé Renaudot. Cette discussion ne sera point jugée indifférente sur une circonstance historique dans les marches d'Aléxandre, & dont Cellarius ne fait aucune mention. Mais il faut dire, que le lieu donné en latitude dans les Tables à 37 degrés, jetteroit cette position de *Zadra-carta* dans la Mer Caspienne, n'ayant pas la convenance que les mêmes Tables nous montreront en plusieurs autres positions sur notre route.

La hauteur d'Ester-abad ne souffrira aucune difficulté. C'est un point sur lequel les Tables Astronomiques sont d'accord avec les Cartes de la Mer Caspienne. Ester-abad est à quelque distance de la Mer, sur une rivière qui se rend dans le port de cette ville. On lit dans Pline *(livre III)* qu'à une rivière nommée *Syderis*, dont on ne peut avoir de connoissance selon Cellarius, une même Mer, *idem mare,* commence à prendre le nom d'*Hyrcanium*. Or il est évident, par une convenance de position, comme par une analogie très-marquée avec le nom de lieu subsistant, que la rivière de *Syderis* ne nous est plus inconnue.

Une seconde rivière à la suite de *Syderis*, est donnée par Ptolémée, sous le nom de *Socanda*, & on peut dire que ce nom se retrouve dans celui d'Abi-scoun, ayant en tête un terme adapté à des rivières chez les Persans. Il est fait mention dans l'histoire d'une isle de ce nom, pour avoir servi de retraite, & vu mourir de désespoir un dernier Sultan de Kharas'm, que la crainte de tomber entre les mains de Zenghiz-khan avoit porté à se réfugier dans cette isle. Le texte Grec de Ptolémée, dans lequel on trouve *Socanda polis*, voudroit ainsi une ville

de même nom, & Abi-ſcoun eſt une poſition dans les Tables Aſtronomiques à 37 degrés 15 minutes. Les rivières dont il eſt ici queſtion, *Syderis* & *Socanda*, ont paru dans ma Carte de l'*Orbis veteribus notus.*

Les Tables fourniſſent encore une détermination qui entre dans notre objet. Forawa à la hauteur de 39 degrés, & plus oriental d'un degré qu'Abi-ſcoun. Dahiſtan eſt un nom qu'il ne faut point omettre avant que de monter juſque-là. Il tire ce nom d'une nation conſidérable, les *Dahæ*, & de laquelle étoit ſorti le premier Arſacés, fondateur de la Dynaſtie des rois Parthes. Il faut dire que Forawa porte auſſi le nom de Zawch, qui eſt proprement celui de la contrée par laquelle ſe termine le Khoraſan, ſur la frontière d'Ogurza, qui appartient au Kharas'm. Notre Carte figure au parallèle du trente-neuvième degré, & fort différemment de la Carte du Czar, une grande embouchure d'une rivière que l'Antiquité connoît ſous le nom d'*Ochus*, & qui ſort de la *Parthiène*. Ce canton repréſente le premier état d'une plus grande étendue de pays ſous le nom de *Parthia.* Or, ceci nous ramène à ce qu'on a vu précédemment (& en terminant ce qui regarde Jenkinſon) être appelé Balkan. Nous achevons donc ainſi une circonſcription entière de ce qui borde la Mer Caſpienne.

Je n'omettrai pourtant pas d'ajouter ici, ce qu'une circonſtance de notre Carte offre d'intéreſſant ſur un objet conſidérable. C'eſt de voir ſur la plage méridionale du golfe qui fait le Nord de la Mer Caſpienne, un veſtige bien figuré de l'entrée d'une rivière, qui ne peut être que le Jaxarte de l'Antiquité, appelé *Sihoun* dans les Géographes Arabes, *Sirr* ou *Sirr-daria*, en joignant à ce nom le terme appellatif de rivière uſité en ce coin de la Tartarie, *Silis* par les Scythes, au rapport de Pline. Car il eſt conſtant que cette rivière, après avoir traverſé avec de grands replis environ quatre degrés de latitude juſqu'à une ville nommée *Tuncat,* tourne ſubitement vers l'Oueſt, où elle rencontre le lac Arall, qui reçoit

ſes eaux, & fort agrandi dans ſa longueur, depuis que l'*Oxus* n'a plus de communication avec la Mer Caſpienne.

Il ſera finalement convenable de faire quelques remarques ſur la poſition que prend cette Mer dans ſon étendue du Nord au Midi. Je n'ai pu déférer à une indication de longitude ſur un lieu voiſin du rivage ſeptentrional, parce que trop d'inclinaiſon vers le couchant auroit fait reculer le Caucaſe, ou l'auroit en partie ſubmergé. D'ailleurs j'ai reconnu qu'elle ne pouvoit ſe concilier avec la graduation de longitude du *Gubernium Orenburgenſe,* dont j'ai parlé dans ce Mémoire, longitude ayant rapport à la détermination de Tobolsk, & à celle de Tobolsk avec Paris. L'emploi des matériaux qui m'ont été donnés, m'a conduit & dirigé ſur cet article. Une ligne en diagonale tirée de la bouche du Wolga vers l'angle Sud-eſt à l'entrée du port d'Eſter-abad, décline du Sud à l'Eſt d'environ 23 degrés. La Carte du Czar donneroit cette déclinaiſon moins ouverte de quelques degrés. Ce que j'ai vu avoir été pratiqué en mettant en parallèle deux configurations différentes de la Mer Caſpienne, eſt un exemple que je ſuivrai. Mon objet dans cette comparaiſon ne peut regarder que la configuration de ma Carte avec celle que M. Deliſle a publiée; & la diſtinction ſera facile au coup-d'œil, entre un trait ombré, & un ſimple trait bordé de rouge, & très-facile à démêler dans la rencontre des traces de configuration.

Par cette comparaiſon on pourra juger, que la Carte, qu'un mouvement de bienveillance dans un grand Prince nous a communiquée il y a cinquante ans, n'étoit qu'une eſpèce d'ébauche, un premier trait haſardé. Ce qui dut frapper davantage au premier coup-d'œil, ce fut une grande diſproportion dans l'objet repréſenté entre ſa longueur & ſa largeur. Dans les Cartes publiées antérieurement par M. Deliſle, ſavoir celle qui a pour titre, Turquie, Arabie, & Perſe, en date de l'an 1701, la largeur de la Mer Caſpienne à la hauteur de Der-bend, eſt de 7 degrés ſur la graduation

de latitude. Il en eſt de même dans ſon Théâtre hiſtorique, mis au jour quelques années après, ne donnant à la longueur du Nord au Sud que 9 à 10 degrés, quoiqu'on ſoit aſſuré qu'elle en occupe 10. On ne voit aucune autre Carte de la compoſition de M. Deliſle qui ait devancé celle qu'on a dûe au Czar Pierre. Dans une Carte de comparaiſon avec cette Carte, ſi on penſe qu'une ſuite de points qu'il y a tracée, par diſtinction, & comme d'une côte inconnue, ainſi qu'il s'en explique, on ne voit en cela qu'un motif de paroître moins éloigné de ce qui convenoit en réalité.



OBSERVATIONS
FAITES À PONDICHÉRY, SUR LES RÉFRACTIONS,
À différentes hauteurs au-dessus du niveau de la Mer, toujours à 46 pieds environ au-dessus de son niveau.

Par M. LE GENTIL.

27 Novemb. 1774. APRÈS avoir déterminé la Réfraction horizontale à Pondichéry, je passe aux Observations que j'ai faites pour avoir les réfractions à différens degrés de hauteur au-dessus de l'horizon pour le même lieu.

Nous avons sur cette matière, deux excellens Mémoires de M. Bouguer, dans les Volumes de l'Académie, quant à la partie théorique; mais cet illustre Géomètre s'est contenté d'un trop petit nombre d'observations: il a trop accordé à la théorie; & l'on voit par les différences qu'offrent ses résultats que les observations demandoient à être bien plus multipliées qu'elles ne l'ont été; aussi M. Bouguer a-t-il soin de nous avertir, dès le commencement d'un de ces Mémoires, *que rien ne l'assure qu'il ait obtenu les quantités moyennes* dans les réfractions qu'il rapporte.

M. Bouguer dit, de plus, *qu'il a un peu diminué les réfractions observées pour mettre entr'elles une certaine loi, & pour mieux concilier les observations les unes avec les autres;* mais je dirai ici, avec tout le respect dû à la mémoire d'un si grand homme, que des observations doivent s'abandonner, bien loin de les corriger; & que si l'on n'a pas plus de sujet de doute sur l'une que sur l'autre, on doit les employer toutes telles qu'elles ont été faites, sans aucune préférence, sans aucun changement & sans chercher à les assujettir à aucune théorie.

Cette diminution faite par M. Bouguer à ses réfractions observées fait, sans doute, que sa Table les représente toutes trop petites.

Pour moi m'étant particulièrement attaché à ce genre d'observations pendant mon séjour à Pondichéry; je les ai multipliées un si grand nombre de fois, & j'y ai apporté une attention si scrupuleuse, que je crois pouvoir me flatter d'avoir obtenu une quantité moyenne bien plus approchante de la vraie que celle qui a servi de base à M. Bouguer pour calculer sa Table: aussi je trouve constamment les réfractions plus grandes que ce Mathématicien ne les représente dans sa Table pour la Zone torride au niveau de la mer.

J'ai renfermé mes observations entre l'horizon & 14 degrés de hauteur, de demi-degré en demi-degré: je n'ai jamais entrepris, non plus que M. Bouguer, de déterminer par observation immédiate, les réfractions pour les endroits voisins du Zénith, par les raisons que savent tous les Astronomes. J'ai cependant observé à 22 degrés, 32 degrés & 45 degrés, où la réfraction est encore de près d'une minute.

Au reste, il n'y a que le temps qui influe d'une manière bien sensible sur ces sortes d'observations; mais dans la Zone torride, aux environs de l'Équateur, où le Soleil monte si rapidement sur l'horizon, pendant les trois quarts de l'année, l'erreur provenant du temps, est moins à craindre qu'à Paris. De plus, rien n'est si aisé dans ces climats que de conserver son quart-de-cercle bien calé pendant un très-grand nombre de hauteurs, comme je l'ai déjà fait remarquer à l'Académie dans le premier Mémoire; je suis donc fondé à penser que l'on peut, proche de l'Équateur, être assuré, à moins d'une demi-seconde de temps de l'attouchement du bord du Soleil au fil horizontal d'un quart-de-cercle de trois pieds de rayon, quand on observe cet Astre déjà élevé de quelques degrés au-dessus de l'horizon; ce que j'ai reconnu par la marche qu'observent les différences des observations que je rapporte depuis 2 à 3 degrés jusqu'à 10 degrés & au-dessus. Cette précision à laquelle je crois avoir atteint; & le grand nombre

d'obſervations répétées que j'ai faites pour le même degré, m'aſſurent dans les réſultats un degré de préciſion ſuffiſant pour être en état de conſtruire pour la Zone torride, une Table de réfractions que je crois pouvoir préſenter aux Aſtronomes.

Douze réſultats à la hauteur apparente, de..........	10^d 2′ 7″
Me donnent la réfraction de..................	0. 4. 45.
Six réſultats à la hauteur apparente, de............	14. 2. 6.
Me donnent.............................	0. 3. 19.

Je paſſe aux obſervations qui m'ont fourni ces réſultats.

Le 7 Janvier 1769.

Hauteurs du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
6. 18. 14. 45	2. 30.	6. 45. 51. 30	8. 30.
6. 20. 36. 30	3. 0.	6. 48. 8. 30	9. 0.
6. 22. 56. 30	3. 30.	6. 50. 25. 15	9. 30.
6. 25. 17. 30	4. 0.	6. 52. 41. 45	10. 0.
6. 27. 34. 10	4. 30.	6. 55. 0. 15	10. 30.
6. 29. 51. 30	5. 0.	6. 57. 17. 45	11. 0.
6. 32. 9. 45	5. 30.	6. 59. 34. 45	11. 30.
6. 34. 25. 45	6. 0.	7. 1. 52. 15	12. 0.
6. 36. 42. 15	6. 30.	7. 4. 8. 45	12. 30.
6. 39. 0. 10	7. 0.	7. 6. 27. 15	13. 0.
6. 41. 18. 50	7. 30.	7. 8. 44. 45	13. 30.
6. 43. 34. 0	8. 0.	7. 11. 2. 45	14. 0.

Le 8 Janvier.

Hauteurs du bord ſupérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.
9. 45. 37. 0	44. 30.
9. 48. 43. 0*d.*	45. 0.
9. 51. 51. 30	45. 30.

Le 9

Le 9 Janvier 1769.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
6. 50. 52. 30	9. 30.	7. 6. 0. 40	13. 0.
6. 53. 8. 30	10. 0.	7. 9. 9. 0	13. 30.
6. 55. 25. 30	10. 30.	7. 11. 26. 15	14. 0.
6. 57. 43. 15	11. 0.	9. 45. 22. 40	44. 30.
7. 0. 0. 10	11. 30.	9. 48. 28. 40	45. 0.
7. 2. 17. 0	12. 0.	9. 51. 36. 40	45. 30.
7. 4. 33. 45	12. 30.		

Le 10 Janvier.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
6. 14. 14. 30	1. 30.	6. 48. 48. 45	9. 0.
6. 16. 39. 30	2. 0.	6. 51. 4. 45	9. 30.
6. 19. 0. 15	2. 30.	6. 53. 21. 15	10. 0.
6. 21. 22. 10	3. 0.	6. 55. 37. 45	10. 30.
6. 23. 41. 45	3. 30.	6. 57. 55. 10	11. 0.
6. 26. 1. 30	4. 0.	7. 0. 11. 50	11. 30.
6. 28. 18. 10	4. 30.	7. 2. 28. 30	12. 0.
6. 30. 35. 30	5. 0.	7. 4. 45. 10	12. 30.
6. 32. 53. 0	5. 30.	7. 7. 3. 0	13. 0.
6. 35. 10. 0	6. 0.	7. 9. 19. 50	13. 30.
6. 37. 26. 15	6. 30.	7. 11. 37. 30	14. 0.
6. 39. 42. 50	7. 0.	9. 45. 9. 10	44. 30.
6. 41. 59. $37\frac{1}{2}$	7. 30.	9. 48. 12. 50	45. 0.
6. 44. 16. 8	8. 0.	9. 51. 18. 50	45. 30.
6. 46. 32. 10	8. 30.		

Le 11 Janvier 1769.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
6. 12. 0. 30	1. 0.	6. 44. 26. 45	8. 0.
6. 14. 28. 0	1. 30.	6. 46. 42. 40	8. 30.
6. 16. 51. 0	2. 0.	6. 48. 58. 15	9. 0.
6. 19. 13. 30	2. 30.	6. 51. 14. 50	9. 30.
6. 21. 34. 0	3. 0.	6. 53. 31. 15	10. 0.
6. 23. 52. 0	3. 30.	6. 55. 47. 45	10. 30.
6. 26. 13. 15	4. 0.	6. 58. 4. 10	11. 0.
6. 28. 29. 30	4. 30.	7. 0. 21. 0	11. 30.
6. 30. 46. 15	5. 0.	7. 2. 37. 50	12. 0.
6. 33. 4. 0	5. 30.	7. 4. 54. 30	12. 30.
6. 35. 20. 30	6. 0.	7. 7. 11. 40	13. 0.
6. 37. 37. 15	6. 30.	7. 9. 28. 30	13. 30.
6. 39. 53. 30	7. 0.	7. 11. 46. 10	14. 0.

Le 13 Janvier.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
6. 49. 17. 0	9. 0.	6. 58. 20. 30	11. 0.
6. 53. 48. 0	10. 0.	7. 0. 37. 15	11. 30.
6. 56. 4. 30	10. 30.	7. 2. 57. 45	12. 0.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 48. 56. 30	22. 0	3. 54. 41. 30	11. 51. 49. 0.
7. 51. 17. 50	22. 30	3. 52. 20. 15	11. 51. 49. 3.
7. 53. 38. 50	23. 0	3. 49. 59. 0	11. 51. 48. 55.

Midi par un milieu à. . . . . 11. 51. 48. 59.

La correction. . . . . — 3. 38.

Donc Midi vrai à. . . . . 11. 51. 45. 21.

Le 14 Janvier 1769.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
6. 45. 52. 15	8. 0.	6. 56. 10. 30	10. 30.
6. 47. 8. 30	8. 30.	6. 58. 27. 15	11. 0.
6. 49. 23. 45	9. 0.	7. 0. 43. 30	11. 30.
6. 51. 40. 0	9. 30.	7. 2. 59. 15	12. 0.
6. 53. 55. 45	10. 0.		

Le 15 Janvier.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
6. 35. 57. 30	6. 0.	6. 56. 17. 0	10. 30.
6. 38. 13. 10	6. 30.	6. 58. 33. 30	11. 0.
6. 40. 28. 15	7. 0.	7. 0. 49. 10	11. 30.
6. 42. 43. 40	7. 30.	7. 3. 4. 45	12. 0.
6. 45. 0. 10	8. 0.	7. 5. 20. 30	12. 30.
6. 47. 14. 30	8. 30.	7. 7. 37. 10	13. 0.
6. 49. 29. 50	9. 0.	7. 9. 52. 50	13. 30.
6. 51. 46. 0	9. 30.	7. 12. 9. 0	14. 0.
6. 54. 1. 15	10. 0.		

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 48. 59. 15	22. 0	3. 56. 2. 15	11. 52. 30. 45.
7. 51. 20. 0	22. 30	3. 53. 42. 30	11. 52. 31. 15.
7. 53. 40. 0	23. 0	3. 51. 21. 0	11. 52. 30. 30.

Midi par un milieu à . . . . 11. 52. 30. 50.
La correction . . . . — 3. 25.

Donc Midi vrai à . . . . 11. 52. 27. 25.

Le 16 Janvier 1769.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
6. 51. 49. 0	9. 30.	7. 5. 23. 30	12. 30.
6. 54. 5. 0	10. 0.	7. 7. 39. 40	13. 0.
6. 56. 20. 30	10. 30.	7. 9. 55. 30	13. 30.
6. 58. 35. 50	11. 0.	7. 12. 12. 10	14. 0.
7. 0. 51. 45	11. 30.		

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 39. 13. 30	32. 30	3. 6. 23. 0	11. 52. 48. 15.
8. 41. 43. 0	33. 0	3. 3. 53. 30	11. 52. 48. 15.
8. 44. 13. 30	33. 30	3. 1. 25. 0	11. 52. 49. 15.
8. 46. 42. 15	34. 0	2. 58. 55. 40	11. 52. 48. 58.
8. 49. 13. 30	34. 30	2. 56. 23. 50	11. 52. 48. 40.
8. 51. 45. 10	35. 0	2. 53. 51. 30	11. 52. 48. 25.
Midi par un milieu à			11. 52. 48. 43.
La correction			— 3. 49.
Donc Midi vrai à			11. 52. 44. 54.

Nota. Les nuages fréquens du matin ont rendu douteuses presque toutes les observations correspondantes.

Le 18 Janvier.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 56. 21. 30	36. 0	2. 50. 30. 50	11. 53. 26. 10.
8. 58. 55. 0	36. 30	2. 47. 57. 50	11. 53. 26. 25.
9. 1. 27. 30	37. 0	2. 45. 24. 15	11. 53. 26. 13.
Midi par un milieu à			11. 53. 22. 32.
La correction			— 3. 49.
Donc Midi vrai à			11. 53. 18. 43.

Le 19 Janvier 1769.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.
6. 29. 32. 50	4. 30.
6. 31. 46. 15	5. 0.
6. 34. 1. 15	5. 30.
6. 36. 16. 45	6. 0.
6. 38. 30. 50	6. 30.
6. 40. 45. 30	7. 0.
6. 43. 0. 40	7. 30.
6. 45. 15. 15	8. 0.
6. 47. 30. 0	8. 30.
6. 49. 44. 30	9. 0.
6. 51. 59. 15	9. 30.
6. 54. 14. 0	10. 0.
6. 56. 28. 50	10. 30.
6. 58. 42. 30	11. 0.
7. 0. 58 10	11. 30.
7. 3. 13. 10	12. 0.
7. 5. 28. 30	12. 30.
7. 7. 43. 30	13. 0.
7. 9. 58. 40	13. 30.
7. 12. 13. 50	14. 0.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
7. 51. 5. 30	22. 30	3. 56. 23. 15	11. 53. 44. 23.
7. 55. 44. 10	23. 30	3. 51. 44. 0	11. 53. 44. 5.
7. 58. 4. 0	24. 0	3. 49. 24. 10	11. 53. 44. 5.
Midi par un milieu à			11. 53. 44. 11.
La correction			— 3. 55.
Donc Midi vrai à			11. 53. 40. 16.

Nota. Les hauteurs prises ce matin pour la réfraction sont très-exactes, & beaucoup plus que celles du 15.

Le 15 Juin 1769.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 8. 19. 0	40. 0	3. 1. 23. 45	11. 34. 51. 23.
8. 10. 30. 0	40. 30	2. 59. 12. 45	11. 34. 51. 23.
8. 12. 41. 15	41. 0	2. 57. 1. 0	11. 34. 51. 8.
8. 14. 52. 10	41. 30	2. 54. 50. 15	11. 34. 51. 18.
8. 27. 59. 45	44. 30	2. 41. 42. 30	11. 34. 51. 8.
8. 30. 11. 30	45. 0	2. 39. 31. 0	11. 34. 51. 15.
8. 32. 23. 15	45. 30	2. 37. 18. 45	11. 34. 51. 0.
8. 34. 34. 15	46. 0	2. 35. 7. 30	11. 34. 50. 53.

Midi par un milieu à........................ 11. 34. 51. 11.
La correction.............................. + 0. 8.
Donc Midi vrai à........................ 11. 34. 51. 19.

Le 16 Juin.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.
5. 15. 50. 15	1. 0.
5. 18. 16. 30	1. 30.
5. 20. 42. 15	2. 0.
5. 23. 3. 45	2. 30.
5. 25. 24. 30	3. 0.
5. 27. 44. 30	3. 30.
5. 30. 2. 30	4. 0.
5. 32. 20. 15	4. 30.
5. 34. 37. 0	5. 0.
5. 36. 52. 50	5. 30.
5. 39. 8. 15	6. 0.
5. 41. 23. 15	6. 30.
5. 43. 38. 0	7. 0.
5. 45. 53. 10	7. 30.
5. 48. 7. 15	8. 0.
5. 50. 21. 45	8. 30.
5. 52. 35. 30	9. 0.
5. 54. 49. 15	9. 30.
5. 57. 2. 30	10. 0.

Le 16 Juin 1769.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	H. M. S. T.
8. 8. 28. 30	40. 0	3. 1. 33. 30	11. 35. 1. 0.
8. 10. 40. 15	40. 30	2. 59. 22. 15	11. 35. 1. 8.
8. 12. 51. 30	41. 0	2. 57. 10. 30	11. 35. 1. 0.
8. 15. 2. 50	41. 30	2. 54. 58. 50	11. 35. 0. 53.
8. 30. 22. 15	45. 0	2. 39. 39. 50	11. 35. 1. 3.
8. 32. 34. 30	45. 30	2. 37. 28. 0	11. 35. 1. 15.
8. 34. 45. 45	46. 0	2. 35. 16. 10	11. 35. 0. 58.
Midi par un milieu à..................			11. 35. 0. 54.
La correction..................			+ 0. 7.
Donc Midi vrai à..................			11. 35. 1. 1.

Le 24 Juillet.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
5. 23. 9. 30	4. 0.	5. 38. 37. 45	7. 30.
5. 25. 23. *d.*	4. 30.	5. 40. 48. 50	8. 0.
5. 27. 36. 45	5. 0.	5. 42. 59. 30	8. 30.
5. 29. 49. 45	5. 30.	5. 45. 10. 50	9. 0.
5. 32. 1. 45	6. 0.	5. 47. 21. 30	9. 30.
5. 34. 14. 30	6. 30.	5. 49. 31. 30	10. 0.
5. 36. 25. 50	7. 0.		

Le 27 Juillet.

Hauteurs du bord supérieur du Soleil.

H. M. S. T.	D. M.	H. M. S. T.	D. M.
5. 28. 0. 30	5. 0.	5. 41. 10. 30*d*	8. 0.
5. 30. 13. 15	5. 30.	5. 43. 19. 50	8. 30.
5. 32. 25. 10	6. 0.	5. 45. 30. 30	9. 0.
5. 34. 36. 30	6. 30.	5. 47. 40. 45	9. 30.
5. 36. 48. 0	7. 0.	5. 49. 50. 45	10. 0.
5. 38. 59. 30	7. 30.		

Nota, On trouvera, dans le *Mémoire précéd.* les hauteurs corresp. qui manquent à celui-ci.

Maintenant, pour tirer de ces obſervations le parti que je me ſuis propoſé dans mes recherches, j'ai calculé la diſtance vraie du Soleil au Zénith, en me ſervant du même triangle ſphérique que j'avois employé dans mes Calculs ſur les réfractions horizontales.

	Temps vrai.
Ayant obſervé, par exemple, pour le *6* de Janvier, que le centre du Soleil étoit parvenu au fil horizontal de la lunette du quart-de-cercle, placé ſur 10d à.	19^h $4'$ $31''$ $58'''$.
L'angle horaire, ſera de	4. 55. 28. 2.
Ou de	73^d $52'$ $0''$ $0'''$.
La diſtance du Soleil au pôle boréal étant alors de	112. 21. 55. 0.
Je trouve le ſegment ou la diſtance du Soleil à la perpendiculaire abaiſſée du Zénith, ſur le cercle horaire, de	53. 43. 41. 0.
Et le complément de la diſtance du Soleil au Zénith, de	9. 56. 42. 0.
Or, j'ai obervé ce complément de	10. 0. 0. 0.
La différence eſt de	0. 3. 18. 0.

Mais j'ai fait ici quatre corrections néceſſaires; la première dépend de l'erreur du quart-de-cercle; la ſeconde dépend de la parallaxe du Soleil; la troiſième dépend de l'épaiſſeur du fil de la lunette.

La première correction, qui eſt additive, telle que je l'ai employée dans l'article précédent, eſt de . .	0^d $2'$ $4''$ $50'''$.
La ſeconde eſt auſſi additive, & de	0. 0. 8. 30.
La troiſième, telle que je l'ai employée pour les réfractions horizontales, parce que le fil horizontal fixe de ma lunette étoit vu, quoique très-délié, ſous un angle de 13 ſecondes, eſt négative, & de . . .	0. 0. 6. 30.
Par conſéquent, quoique le fil à-plomb de la lunette n'indiquât que 10d de hauteur apparente, les trois corrections précédentes, appliquées à cette hauteur, ſont toujours apparentes, & donnent . .	10. 2. 6. 50.
La hauteur calculée, reſte comme ci-deſſus, de . . .	9. 56. 42. 0.
Donc, la réfraction ſera de	0. 5. 24. 50.
La quatrième correction vient de la ſuppoſition que j'ai faite d'abord de la latitude de Pondichéry, de	11. 56. 30. 0.
Au lieu qu'il l'eût fallu ſuppoſer de	11. 55. 39. 0.

M. Bouguer

M. Bouguer (dans son Mémoire, année 1739) dit, qu'*on a au moins cet avantage dans la Zone torride, qu'il faudroit se tromper considérablement dans la latitude du lieu & dans la déclinaison du Soleil, pour que l'erreur influât sensiblement sur la réfraction.*

Cependant, je trouve l'erreur assez grande à Pondichéry; pour ne pas être négligée, puisque 51 secondes d'erreur sur la latitude de cette ville, en donnent 21 & 22 sur la réfraction à 10 & à 14 degrés. J'avois d'abord employé la latitude de Pondichéry, de $11^d\ 56'\ 30''$; c'étoit celle de la Connoissance des Temps : j'avois remarqué, par un calcul grossier, que cette quantité ne pouvoit pas bien s'éloigner de la véritable. Ayant depuis calculé plus rigoureusement mes observations de l'Étoile polaire, en y appliquant la Table des réfractions de M. Bouguer, je trouvai $11^d\ 56'\ 2''$, mais il ne me fut pas possible de concilier ce résultat avec celui que je tirai des hauteurs solsticiales du Soleil, qui donnoient la latitude de 21 à 25 secondes plus petite encore; je vis par-là, que la Table de M. Bouguer donnoit les réfractions trop petites à 10 & à 14 degrés de hauteur, où j'avois observé l'Étoile polaire. Enfin, je trouvai, qu'en employant les réfractions telles que je les avois observées à 10 & à 14 degrés, mes observations de l'Étoile polaire & les hauteurs solsticiales que j'avois observées, s'accordoient à donner la latitude de Pondichéry, de $11^d\ 55'\ 44''$, 38 à 40 secondes, c'est-à-dire, de 51 secondes plus petite que je ne l'avois supposée dans mon premier Calcul; or, ces 51 secondes répondent à 21 ou 22 secondes dont j'ai été obligé de diminuer mes résultats.

J'ai mis dans la Table suivante les résultats de toutes les autres observations, au nombre de douze, dont le plus fort diffère du plus foible de 39 secondes seulement.

J'ai pareillement calculé les observations faites à 14 degrés, au nombre de six, toutes fort exactes, qui m'ont donné six résultats, dont le plus fort diffère du plus foible de 33 secondes seulement.

RÉSULTAT

Des OBSERVATIONS à 10d 2' 7" de hauteur apparente.

JOURS du MOIS.	HAUTEURS apparentes OBSERVÉES	HAUTEURS CALCULÉES.	RÉFRACTIONS.
	D. M. S.	D. H. S	M. S.
Janvier 7	10. 2. 7	9. 56. 42	5. 25
9	10. 2. 7	9. 56. 52	5. 15
10	10. 2. 7	9. 56. 59	5. 8
11	10. 2. 7	9. 57. 17	4. 50
13	10. 2. 7	9. 57. 9	4. 58
14	10. 2. 7	9. 57. 7	5. 0
15	10. 2. 7	9. 56. 38	5. 29
16	10. 2. 7	9. 57. 0	5. 7
19	10. 2. 7	9. 57. 2	5. 5
Juin... 16	10. 2. 7	9. 57. 11	4. 56
Juillet. 24	10. 2. 7	9. 56. 56	5. 11
27	10. 2. 7	9. 57. 18	4. 49
Réfract. moy.	....	....	5. 6

RÉSULTAT des Obſervations à 14d 2' 6" de haut. appar.

	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
Janvier 7	14. 2. 6	13. 58. 18	3. 48
9	14. 2. 6	13. 58. 13	3. 53
10	14. 2. 6	13. 58. 26	3. 40
11	14. 2. 6	13. 58. 46	3. 20
15	14. 2. 6	13. 58. 27	3. 39
19	14. 2. 6	13. 58. 19	3. 47
Réfract. moy	....	....	3. 41

Toutes ces obſervations m'ont paru aſſez exactes, & ſont en aſſez grand nombre pour eſſayer d'y appliquer une des

hypothèses reçues des Astronomes, afin de voir son accord avec l'observation.

La première hypothèse qui s'est présentée à mon idée, & la plus simple de toutes, est celle de M. Cassini; l'on peut voir ses *Elémens d'Astronomie, page 15.*

Ce célèbre Astronome suppose la hauteur de la puissance réfractive de l'air, d'un certain nombre de toises (de deux mille par exemple), & suivant la règle des réfractions que souffrent les rayons de lumière, en passant dans différens milieux; il trouve, la réfraction horizontale étant donnée, celle qui convient à tous les degrés de hauteur apparente d'un Astre.

Cette hypothèse suppose, il est vrai, que les rayons, après avoir rencontré la surface réfractive qui les détourne de leur première direction, viennent droit à notre œil, sans souffrir d'autre réfraction : au lieu qu'il y a bien de l'apparence, dit M. Cassini, qu'en traversant l'atmosphère, ils passent continuellement d'un milieu plus rare dans un plus dense, & forment une ligne courbe, &c.

Mais, comme cette courbe dépend des différentes dilatations de la matière réfractive à différentes hauteurs au-dessus de la surface de la Terre, ce qui n'est pas encore bien parfaitement connu, ajoute M. Cassini, cet Astronome se contente de sa méthode, par le moyen de laquelle on peut, dit-il, trouver avec facilité les réfractions à peu-près de la même quantité que par les observations immédiates.

En effet, M. Cassini avoit observé la réfraction à 10 degrés de hauteur apparente, de 5′ 28″; par son hypothèse, il la trouva de 5′ 28″ pareille à l'observation. Voyons si cette hypothèse s'accorde également avec les observations faites dans la Zone torride.

Je suppose, avec M. Cassini, le demi-diamètre de la Terre, de 3,271,600 toises, suivant les mesures connues; & la hauteur de la puissance réfractive de 2,000 toises. Cela posé,

Je trouve l'angle de réfraction à l'horizon, de....	87d 59′ 50″
J'ajoute la réfraction horizontale..............	0. 29. 44.
Ce qui donne l'angle d'incidence, de..........	88. 29. 34.

La même ſuppoſition me donne pour l'angle de réfraction à	10^d	2′	7″
Hauteur apparente	79.	46.	9.
D'où je tire	87.	59.	50.
	88.	29.	34.
	79.	46.	9.
	79.	51.	13.

Ce quatrième terme eſt l'angle d'incidence, qui répond à l'angle de réfraction; ce qui donne,

A la hauteur apparente, de	10^d	2′	7″
La réfraction de	0.	5.	4.
Je l'ai obſervée de	0.	4.	45.
La différence eſt de		+	19.
Pour 14^d 2′ 6″ de hauteur apparente, on a, en ſuivant le même procédé	75.	49.	32.
Pour l'angle de réfraction, d'où je tire	87.	59.	50.
	88.	29.	17.
	75.	49.	32.
	75.	53.	9.

Ce dernier terme eſt l'angle d'incidence qui répond à l'angle de réfraction; ce qui donne,

A la hauteur apparante, de	14^d	2′	6″
La réfraction de	0.	3.	37.
Je l'ai obſervée de	0.	3.	19.
La différence eſt de	+ 0.	18.	

Il paroît donc que l'hypothèſe de M. Caſſini ſatisfait aſſez exactement aux obſervations; car la différence de 18 à 19 ſecondes, que je trouve ici avec cette hypothèſe dans les deux cas, étant négative, fait voir que la hauteur de la puiſſance réfractive eſt dans la Zone torride moindre qu'en France; ce qui doit être réellement.

J'ai donc ſuppoſé la hauteur réfractive de l'atmoſphère à Pondichéry, de 250 toiſes moindre que n'a fait M. Caſſini pour Paris; ſavoir, de 1750 toiſes.

Suivant cette nouvelle ſuppoſition, on a l'angle de réfraction à 90 degrés, de	88^d	7′	36″.	0‴.
Et l'angle d'incidence de	88.	37.	20.	0.
Pour 10^d 2′ 7″, l'angle de réfraction, ſera de	79.	47.	36.	0.
D'où l'on tire, le ſinus	88.	7.	36.	0.
Eſt au ſinus	88.	37.	20.	0.
Comme le ſinus	79.	47.	36.	0.
Eſt au ſinus de	79.	52.	18.	30.
Ce qui donne		4.	42.	30.
Je l'ai obſervée de		4.	45.	0.
Différence en moins		—	2.	30.
Pour 14^d 2′ 6″, l'angle de réfraction étant, ſelon la même ſuppoſition, de	75.	50.	36.	0.
On aura	88.	7.	36.	0.
	88.	37.	20.	0.
	75.	50.	36.	0.
	75.	53.	57.	0.
Ce qui donne		3.	21.	0.
Je l'ai obſervée de		3.	19.	0.
Différence en plus	+	0.	2.	0.

On voit donc par-là que l'hypothèſe de M. Caſſini s'accorde parfaitement avec les obſervations, puiſque je ne peux pas répondre, quelqu'attention & quelque ſoin que j'aie apportés à les faire, qu'il n'y ait pas 2 ſecondes ou 2 ſecondes & demie d'erreur dans les réſultats; l'on peut donc ſe contenter de cette hypothèſe pour repréſenter les réfractions à tous les autres degrés de hauteur apparente; & quoique je n'aye employé ici que les ſeules obſervations faites à 10 & à 14 degrés de hauteur, il n'eſt pas poſſible de douter que cette hypothèſe ne repréſentât également les autres obſervations; celles que j'ai faites à 22 degrés, par exemple, à 32 degrés & 45 degrés.

Quant à celles qui ſont au-deſſous de 10 degrés, les variations, il eſt vrai, doivent être bien plus ſenſibles; cependant on pourra remarquer que la marche des différences

eſt aſſez uniforme, & la même dans la même ſaiſon, pour qu'on puiſſe y donner ſa confiance, & s'en ſervir.

Au reſte, je les ai rapportées telles qu'elles ſont dans mon Journal; & je les ſoumets au jugement des Aſtronomes : j'ai penſé, qu'ayant calculé celles faites à 10 degrés & à 14 degrés, je pouvois me diſpenſer d'entrer dans un plus grand détail de calculs, & que la Table que je conſtruirois d'après ceux que j'avois faits, repréſenteroit également mes autres obſervations : j'ai donc cru inutile de calculer plus de deux cents obſervations que je donne ici; je ne les rapporte que dans l'intention de faire voir que je n'ai laiſſé échapper aucune des occaſions qui ſe ſont préſentées pendant mon voyage, de faire des obſervations utiles, & de les multiplier, autant qu'il étoit néceſſaire, pour leur donner un degré de probabilité de plus.

Si quelqu'un ſe donnoit la peine de vérifier ma Table, en ſe ſervant de mes propres obſervations qui ne ſont pas calculées, il faudra qu'il faſſe attention à la méthode que j'ai ſuivie dans la réduction de celles que j'ai calculées : comme je n'ai obſervé que le bord ſupérieur du Soleil, parce que je voulois obſerver de 30 minutes en 30 minutes; j'ai été obligé, pour avoir le paſſage du centre du Soleil par le fil fixe horizontal, de me ſervir de la durée du paſſage d'un degré à l'autre degré, ou d'un demi-degré à l'autre demi-degré.

Je dois avertir ici que le calcul que je donne, pouſſé juſqu'à la préciſion des tierces ne vient pas d'une exactitude chimérique, à laquelle je me ſois propoſé d'atteindre ; mais de la facilité que je trouve dans un pareil calcul de préférence à toutes les eſpèces de fractions qu'on emploie ordinairement.

Un autre avertiſſement que je crois devoir donner ici, regarde les différences qui ſont entre les obſervations d'un degré à l'autre degré. On remarquera, en effet, que pendant le mois de Janvier, les différences entre les obſervations, vont en croiſſant depuis l'horizon juſqu'à 45 degrés, qui eſt

le point le plus élevé où j'aie observé les réfractions; & au contraire pendant les mois de Juin & de Juillet, ces mêmes différences vont en diminuant depuis l'horizon jusqu'à 45 degrés. Sans m'arrêter ici à faire voir que cela doit être ainsi, on peut consulter les Élémens de Mathématiques du Baron Wolff, *tome IV, Théorème XXVI des Élémens de Géographie & d'Hydrographie.* On verra dans ce Théorème la raison de l'inégalité de ces différences d'une saison à l'autre pour la Zone torride.

M. Duvaucel, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences, a bien voulu m'épargner la peine de calculer une Table de Réfractions, depuis l'horizon jusqu'au zénith, pour le climat de la côte de Coromandel. Cette Table est fondée sur les principes que j'ai établis dans ce Mémoire; elle est calculée de 15 en 15 minutes depuis 0 degrés jusqu'à 4 degrés, de 30 en 30 minutes depuis 4 degrés jusqu'à 10, & depuis 10 jusqu'à 90, de degrés en degrés seulement; c'est cette Table que je donne ici.

TABLE des Réfractions depuis l'horizon jusqu'à 10 degrés.

HAUTEUR D. M.	RÉFRACT. M. S.	DIFFÉRENCE M. S.	HAUTEUR D. M.	RÉFRACT. M. S.	DIFFÉRENCE M. S.
0. 0	29. 44	0. 20	3. 45	11. 48	0. 39
0. 15	29. 24	1. 0	4. 0	11. 9	1. 5
0. 30	28. 24	1. 25	4. 30	10. 4	0. 55
0. 45	26. 59	1. 44	5. 0	9. 9	0. 46
1. 0	25. 15	1. 46	5. 30	8. 23	0. 38
1. 15	23. 29	1. 41	6. 0	7. 45	0. 35
1. 30	21. 48	1. 37	6. 30	7. 10	0. 29
1. 45	20 11	1. 29	7. 0	6. 41	0. 25
2. 0	18. 42	1. 20	7. 30	6. 16	0. 23
2. 15	17. 22	1. 12	8. 0	5. 53	0. 21
2. 30	16. 10	1. 5	8. 30	5. 32	0. 17
2. 45	15. 5	0. 57	9. 0	5. 15	0. 16
3. 0	14. 8	0. 52	9. 30	4. 59	0. 16
3. 15	13. 16	0. 47	10. 0	4. 43	
3. 30	12. 29	0. 41			

TABLE des Réfractions depuis 10 degrés jusqu'à 90 degrés.

HAUTEURS.	RÉFRACTIONS.	DIFFÉRENCES.	HAUTEURS.	RÉFRACTIONS.	DIFFÉRENCES.	HAUTEURS.	RÉFRACTIONS.	DIFFÉRENCES.	HAUTEURS.	RÉFRACTIONS.	DIFFÉRENCES.
D.	M. S.	M. S.	D.	M. S.	M. S.	D.	M. S.	M. S.	D.	M. S.	M. S.
11	4. 18	0. 25	31	1. 24	0. 4	51	0. 41	0. 1	71	0. 18	0. 0
12	3. 56	0. 22	32	1. 21	0. 4	52	0. 39	0. 2	72	0. 17	0. 1
13	3. 36	0. 20	33	1. 18	0. 3	53	0. 38	0. 1	73	0. 16	0. 1
14	3. 20	0. 16	34	1. 15	0. 3	54	0. 37	0. 1	74	0. 15	0. 1
15	3. 8	0. 14	35	1. 12	0. 3	55	0. 35	0. 2	75	0. 14	0. 1
16	2. 55	0. 13	36	1. 10	0. 2	56	0. 34	0. 1	76	0. 13	0. 1
17	2. 45	0. 10	37	1. 7	0. 3	57	0. 33	0. 1	77	0. 12	0. 1
18	2. 35	0. 9	38	1. 5	0. 2	58	0. 32	0. 1	78	0. 11	0. 1
19	2. 26	0. 7	39	1. 2	0. 3	59	0. 31	0. 1	79	0. 11	0. 0
20	2. 19	0. 7	40	1. 0	0. 2	60	0. 30	0. 1	80	0. 10	0. 1
21	2. 12	0. 7	41	0. 58	0. 2	61	0. 28	0. 2	81	0. 9	0. 1
22	2. 5	0. 6	42	0. 56	0. 2	62	0. 27	0. 1	82	0. 7	0. 2
23	1. 59	0. 6	43	0. 54	0. 2	63	0. 26	0. 1	83	0. 7	0. 0
24	1. 53	0. 5	44	0. 52	0. 2	64	0. 25	0. 1	84	0. 6	0. 1
25	1. 48	0. 5	45	0. 50	0. 2	65	0. 24	0. 1	85	0. 5	0. 1
26	1. 43	0. 4	46	0. 49	0. 1	66	0. 23	0. 1	86	0. 4	0. 1
27	1. 39	0. 4	47	0. 47	0. 2	67	0. 22	0. 1	87	0. 3	0. 1
28	1. 35	0. 3	48	0. 45	0. 2	68	0. 20	0. 2	88	0. 2	0. 1
29	1. 32	0. 4	49	0. 44	0. 1	69	0. 19	0. 1	89	0. 1	0. 1
30	1. 28	0. 4	50	0. 42	0. 2	70	0. 18	0. 1	90	0. 0	0. 1



NOUVELLES

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES
POUR
CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE:

Et en général pour réduire les Observations de cet Astre, faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.

Suite du ONZIÈME MÉMOIRE.

Par M. DIONIS DU SÉJOUR.

ARTICLE III. *

Des Lignes des élongations brachystocrones.

SECTION PREMIÈRE.

De la Question en général.

(72.) LA suite de points que nous avons déterminés, observent tous des distances égales des centres du Soleil & de la Planète, lorsque le Soleil est à une distance égale du méridien; mais il étoit sensible que ces distances, quoiqu'égales avant & après midi, varient suivant les latitudes. Parmi ces points il en est de remarquables; ce sont ceux pour lesquels cette distance est un *maximum* ou un *minimum*, relativement aux autres distances observées dans les mêmes circonstances; & comme cette propriété n'est pas particulière à la ligne de midi, l'on peut se proposer les questions suivantes. *Année 1773.*

---

* Comme ce Mémoire n'est qu'une suite de celui dont le commencement a été inséré dans le volume de 1773, on a suivi l'ordre des sections, des articles & des nombres. Il sera aussi utile de relire les définitions des quantités employées dans ces recherches.

PREMIÈRE QUESTION.

De tous les lieux qui obſervent des diſtances égales des centres, à deux heures différentes également éloignées d'une troiſième heure aſſignée, déterminer la latitude particulière du lieu pour lequel la durée du paſſage obſervée eſt un maximum *ou un* minimum.

SECONDE QUESTION.

De tous les lieux qui, ſous le même parallèle, obſervent des diſtances égales des centres, à deux heures différentes également éloignées d'une troiſième, déterminer quelle doit être cette troiſième heure, pour que la durée du paſſage ſoit un maximum *ou un* minimum.

SECTION SECONDE.

Solution de la première Queſtion propoſée.

(73.) Pour réſoudre la première queſtion propoſée, je
Année 1773. remarque que ſi l'on ſuppoſe, comme dans le *§. 62*,

$$P = \text{ſin.}(G + H) - \text{ſin.}(G - H) = \frac{2\,\text{coſ.}G \times \text{ſin.}H}{r},$$

$$Q = \text{coſ.}(G + H) - \text{coſ.}(G - H) = -\frac{2\,\text{ſin.}G \times \text{ſin.}H}{r},$$

$$R = \text{coſ.}(G + H) + \text{coſ.}(G - H) = \frac{2\,\text{coſ.}G \times \text{coſ.}H}{r},$$

$$S = \left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2}\right) \times \left(\frac{c\rho\omega P}{r^4} + \frac{cp\rho\varphi Q}{r^5}\right) - \frac{\frac{1}{2}c^2\rho^2q^2QR}{r^7},$$

$$T = \left(\frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2}\right) \times \left(\frac{c\rho\varphi P}{r^4} - \frac{cp\rho\omega Q}{r^5}\right),$$

$$V = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{c\rho\varphi}{r^3} \times \text{ſin.}(G - H) + \frac{cp\rho\omega}{r^4} \times \text{coſ.}(G - H) - \frac{\frac{1}{2}knr}{3600''\zeta},$$

$$Y = \frac{c\rho\varphi P}{r^3} - \frac{cp\rho\omega Q}{r^4} - \frac{knr}{3600''\zeta},$$

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{c\rho\omega}{r^3} \times \text{ſin.}(G - H) + \frac{cp\rho\varphi}{r^4} \times \text{coſ.}(G - H),$$

$$B = \frac{YV + Sr - Tr + \frac{knr}{3600''\zeta}(V - \frac{1}{2}Y)}{Y},$$

On aura, pour exprimer la diſtance demandée des centres,

$$(1)\ \lambda = \frac{\pi\zeta}{r^2} \times \sqrt{(A^2 + B^2)};$$

& cette dernière équation eſt tellement conditionnée que pour les lieux dont il eſt queſtion, les diſtances des centres ſont égales aux deux inſtans des phénomènes. Il s'agit donc de chercher le *maximum* & le *minimum* de cette diſtance, en regardant comme variables la diſtance des centres & la latitude du lieu. On aura alors, pour réſoudre le Problème, une équation de la forme ſuivante,

$$(2)\ A\,dA + B\,dB = 0.$$

(74.) Si dans l'expreſſion de B du *paragraphe précédent*, l'on ſubſtitue aux quantités S, T, V, Y, leurs valeurs, elle deviendra

$$\left(\frac{c\rho\varphi P}{r^3} - \frac{cp\rho\omega Q}{r^4} - \frac{knr}{3600''\zeta}\right) \times B = \left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2}\right)$$
$$\times \left(\frac{c\rho\omega P}{r^3} + \frac{cp\rho\varphi Q}{r^4}\right) + \left[\frac{c\rho\varphi}{r^3} \times \text{ſin.}(G - H)\right.$$
$$\left. - \frac{cp\rho\omega}{r^4} \times \text{coſ.}\,(G - H) + \frac{knr}{3600''\zeta}\right]$$
$$\times \left(\frac{cp\rho\omega Q}{r^4} - \frac{c\rho\varphi P}{r^3}\right) - \frac{\frac{1}{2}c^2q^2\rho^2QR}{r^6} + \frac{\frac{1}{2}k^2n^2r^2}{3600''^2\zeta^2}.$$

Si donc l'on différencie cette expreſſion, ainſi que celle de A du *paragraphe précédent*, en ne regardant comme variable que la latitude du lieu, & que l'on porte dans l'équation (2) du même paragraphe, tant les valeurs de A & de B, que celles de dA & dB, on aura réſolu le Problème propoſé.

Méthode d'approximation pour réſoudre le Problème propoſé.

(75.) Si l'on exécute les opérations indiquées, l'on parviendra à un réſultat d'où il ne paroît pas poſſible de tirer la latitude du lieu qui ſatisfait au Problème; il faut donc avoir recours à une méthode d'approximation. Voici le principe ſur lequel cette méthode eſt fondée. En jetant les yeux ſur l'expreſſion de B du *ſ. 74*, il eſt aiſé de voir que pour les paſſages de Vénus & de Mercure ſur le diſque du Soleil,

il y a des termes incomparablement plus grands que les autres, lorsque l'on considère la totalité de la durée. Ces termes sont ceux qui contiennent les quantités l & $\frac{kn}{3600''}$; on aura donc à très-peu-près la différencielle de B, en la différenciant dans l'hypothèse que cette valeur a la forme suivante;

$$B = \frac{\frac{\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{c\rho\omega P}{r^3} + \frac{cp\rho\varphi Q}{r^4}\right) + \frac{knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{cp\rho\omega Q}{r^4} - \frac{c\rho\varphi P}{r^3}\right) + \frac{\frac{1}{2}k^2n^2r^2}{3600''^2\zeta^2}}{\frac{c\rho\varphi P}{r^3} - \frac{cp\rho\omega Q}{r^4} - \frac{knr}{3600''\zeta}}.$$

On aura alors, en négligeant les plus bas termes,

$$dB = \frac{\frac{\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{\rho\omega P}{r^3} + \frac{p\rho\varphi Q}{r^4}\right) dc + \frac{knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{p\rho\omega Q}{r^4} - \frac{\rho\varphi P}{r^3}\right) dc}{-\frac{knr}{3600''\zeta}}$$

$$- \frac{\frac{\frac{1}{2}k^2n^2r^2}{3600''^2\zeta^2} \times \left(\frac{\rho\varphi P}{r^3} - \frac{p\rho\omega Q}{r^4}\right) dc}{\frac{k^2n^2r^2}{3600''^2\zeta^2}}$$

$$= \frac{\frac{\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{\rho\omega P}{r^3} + \frac{p\rho\varphi Q}{r^4}\right) dc + \frac{\frac{1}{2}knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{p\rho\omega Q}{r^4} - \frac{\rho\varphi P}{r^3}\right) dc}{-\frac{knr}{3600''\zeta}};$$

Quant à l'expression de dA, on a

$$dA = \frac{q\varphi c\,dc}{r^2 s} + \frac{\rho\omega\,\text{fin.}(G-H)\,dc}{r^3} + \frac{p\rho\varphi\,\text{cof.}(G-H)\,dc}{r^4}.$$

Mais on peut suppofer que la valeur de A eft réduite elle-même au feul terme $\frac{\psi l}{\zeta}$; l'équation (2) *du §. 73* deviendra donc

$$(1)\ \frac{\psi l}{\zeta} \times \left[\frac{q\varphi c}{r^2} + \frac{\rho\omega s\,\text{fin.}(G-H)}{r^3} + \frac{p\rho\varphi s\,\text{cof.}(G-H)}{r^4}\right] \times \frac{k^2n^2r^2}{3600''^2\zeta^2}$$
$$+ \left[\frac{\psi l}{\zeta} \times cs\left(\frac{\rho\omega P}{r^3} + \frac{p\rho\varphi Q}{r^4}\right) + \frac{knr}{3600''\zeta} \times cs\left(\frac{p\rho\omega Q}{r^4} - \frac{\rho\varphi P}{r^3}\right) + \frac{\frac{1}{2}k^2n^2r^2s}{3600''^2\zeta^2}\right]$$
$$\times \left[\frac{\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{\rho\omega P}{r^3} + \frac{p\rho\varphi Q}{r^4}\right) + \frac{\frac{1}{2}knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{p\rho\omega Q}{r^4} - \frac{\rho\varphi P}{r^3}\right)\right] = 0,$$

ou, ce qui revient au même, à cauſe de

$$P = \frac{2 \text{ coſ. } G \times \text{ ſin. } H}{r}, \; Q = -\frac{2 \text{ ſin. } G \times \text{ ſin. } H}{r},$$

$$\text{ſin. } (G - H) = \frac{\text{ſin. } G \text{ coſ. } H - \text{coſ. } G \text{ ſin. } H}{r},$$

$$\& \text{ coſ. } (G - H) = \frac{\text{ſin. } G \text{ ſin. } H + \text{coſ. } G \text{ coſ. } H}{r},$$

$$(2) \; \frac{k^2 n^2 r^2}{3600''^2 \zeta^2} \times \Big[\frac{\psi l}{\zeta} \times \Big(\frac{q\varphi c}{r^2} + \frac{\rho\omega s \text{ ſin. } G \text{ coſ. } H}{r^4} + \frac{p\rho\varphi s \text{ coſ. } G \text{ coſ. } H}{r^5}\Big)$$
$$- \frac{\frac{1}{2} k n r}{3600'' \zeta} \times \Big(\frac{p\rho\omega s \text{ ſin. } G \text{ ſin. } H}{r^5} + \frac{\rho\varphi s \text{ coſ. } G \text{ ſin. } H}{r^4}\Big)\Big]$$
$$+ \frac{4cs \text{ ſin.}^2 H}{r^2} \times \Big[\frac{\psi^2 l^2}{\zeta^2} \times \Big(\frac{\rho\omega \text{ coſ. } G}{r^3} - \frac{p\rho\varphi \text{ ſin. } G}{r^4}\Big)^2$$
$$- \frac{\frac{1}{2} k n r}{3600'' \zeta} \times \frac{\psi l}{\zeta} \times \Big(\frac{\rho\omega \text{ coſ. } G}{r^3} - \frac{p\rho\varphi \text{ ſin. } G}{r^4}\Big)$$
$$\times \Big(\frac{p\rho\omega \text{ ſin. } G}{r^4} + \frac{\rho\varphi \text{ coſ. } G}{r^3}\Big) + \frac{\frac{1}{4} k^2 n^2 r^2}{3600''^2 \zeta^2}$$
$$\times \Big(\frac{p\rho\omega \text{ ſin. } G}{r^4} + \frac{\rho\varphi \text{ coſ. } G}{r^3}\Big)^2\Big] = 0.$$

Cette équation, du quatrième degré par rapport à s, préſente encore des difficultés dans le calcul; nous allons chercher une approximation plus facile qu'on pourra employer dans beaucoup de circonſtances.

(76.) Si l'on jette les yeux ſur l'équation (2) du paragraphe précédent, on ſe convaincra facilement que lorſque la durée du paſſage eſt d'une certaine longueur, le terme

$$\frac{k^2 n^2 r^2}{3600''^2 \zeta^2} \times \Big[\frac{\psi l}{\zeta} \times \Big(\frac{q\varphi c}{r^2} + \frac{\rho\omega s \text{ ſin. } G \text{ coſ. } H}{r^4} + \frac{p\rho\varphi s \text{ coſ. } G \text{ coſ. } H}{r^5}\Big)$$
$$- \frac{\frac{1}{2} k n r}{3600'' \zeta} \times \Big(\frac{p\rho\omega s \text{ ſin. } G \text{ ſin. } H}{r^5} + \frac{\rho\varphi s \text{ coſ. } G \text{ ſin. } H}{r^4}\Big)\Big]$$

eſt beaucoup plus grand que les autres termes de la même équation; on pourra donc dans ces cas réduire l'équation à ce ſeul terme, & elle aura la forme ſuivante,

$$(1) \; \frac{\psi l}{\zeta} \times \Big(\frac{q\varphi c}{r^2} + \frac{\rho\omega s}{r^4} \text{ ſin. } G \text{ coſ. } H + \frac{p\rho\varphi s}{r^5} \text{ coſ. } G \text{ coſ. } H\Big)$$
$$- \frac{\frac{1}{2} k n r}{3600'' \zeta} \times \Big(\frac{p\rho\omega s}{r^5} \text{ ſin. } G \text{ ſin. } H + \frac{\rho\varphi s}{r^4} \text{ coſ. } G \text{ ſin. } H\Big) = 0.$$

D'où l'on tire, en ſuppoſant

$$M = \frac{\frac{1}{2} k n r}{3600'' \zeta} \times \left(\frac{p \, \omega \text{ ſin. } G \text{ ſin. } H}{r^4} + \frac{\varphi \text{ coſ. } G \text{ ſin. } H}{r^3} \right)$$
$$- \frac{\psi \, l}{\zeta} \times \left(\frac{\omega \text{ ſin. } G \text{ coſ. } H}{r^3} + \frac{p \, \varphi \text{ coſ. } G \text{ coſ. } H}{r^4} \right)$$

$$(2) \quad \frac{\rho}{r} \times \frac{r s}{c} = \frac{\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{q \varphi}{r}}{M}.$$

Au moyen de cette dernière équation, parmi tous les lieux qui voient le milieu du paſſage à une certaine heure donnée, on pourra déterminer la latitude du lieu particulier, pour qui la durée du paſſage eſt un *maximum* ou un *minimum;* la ſuite de ces points conſtitue ce que j'ai appelé la *courbe des élongations brachyſtochrones.* Au reſte, on ne doit point oublier que cette approximation ſuppoſe que la durée du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil eſt d'une certaine longueur; car ſi cette durée étoit petite, par exemple, moindre d'une heure, comme alors la quantité $\frac{k n r}{3600'' \zeta}$ ſeroit elle-même aſſez petite, on auroit négligé dans l'approximation, des quantités comparables à celles dont on auroit fait uſage, & il faudroit avoir recours à l'équation (2) du *ſ. 75.*

Cette dernière équation pourroit même être inexacte dans le cas où la durée du paſſage ſeroit extrêmement petite; il faudroit alors développer l'équation (2) du *ſ. 73*, d'une manière un peu différente. Nous ne nous arrêterons pas à ce cas qui eſt infiniment rare.

(*77.*) Pour le cas particulier de midi, on a

$$\text{ſin. } G = 0, \quad \text{coſ. } G = r,$$

l'équation précédente devient donc

$$\frac{\rho}{r} \times \frac{r s}{c} = \frac{\frac{\psi l}{\zeta} \times q}{\frac{\frac{1}{2} K n r}{3600'' \zeta} \times \frac{\text{ſin. } H}{r} - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{p \text{ coſ. } H}{r^2}};$$

Pour le cas de minuit, on changeroit le ſigne de ſinus H & de coſinus H.

(78.) Si l'on applique le calcul au cas particulier du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil, du 3 Juin 1769, on verra que de tous les lieux, pour leſquels le milieu du paſſage eſt arrivé à midi & à minuit, ceux ſitués ſous les parallèles auſtral & boréal, de $38^d\ 34'\ 40''$, ont vu un *minimum* & un *maximum* de durée.

SECTION TROISIÈME.

Solution de la ſeconde Queſtion propoſée dans le §. 72.

(79.) Pour réſoudre la ſeconde Queſtion propoſée, c'eſt-à-dire, pour déterminer de tous les lieux, qui ſitués ſous le même parallèle, obſervent des diſtances égales des centres à deux heures différentes également éloignées d'une troiſième heure, celui relativement auquel la durée du paſſage eſt un *maximum* ou un *minimum*; l'analyſe eſt abſolument ſemblable à celle de la ſeconde Section. L'on différenciera les expreſſions de A & de B, des *§. 73 & 74*, en ne regardant comme variable que l'angle G; l'on portera dans l'équation (2) du *§. 73*, tant les valeurs de A & de B, que celles de dA & de dB, & le Problème ſera réſolu.

MÉTHODE d'approximation pour réſoudre le Problème propoſé.

(80.) Si l'on exécute les opérations indiquées, l'on parviendra à un réſultat, d'où il ne paroît pas poſſible de tirer l'expreſſion de l'angle G particulier, qui ſatisfait au Problème. Il faut donc avoir recours à une méthode d'approximation, entièrement analogue à celle du *§. 75*.

A cauſe de

$$dP = -\frac{2\ \text{ſin.}\,H\ \text{ſin.}\,G\ dG}{r^2}, \text{ \& de } dQ = -\frac{2\ \text{ſin.}\,H\ \text{coſ.}\,G\ dG}{r^2};$$

on aura alors

$$\frac{knr}{3600''\zeta} \times dB = \frac{2\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{c\rho\omega\ \text{ſin.}\,H\ \text{ſin.}\,G}{r^5} + \frac{c\gamma\rho\varphi\ \text{ſin.}\,H\ \text{coſ.}\,G}{r^6}\right) dG$$

$$- \frac{knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{c\rho\varphi\ \text{ſin.}\,H\ \text{ſin.}\,G}{r^5} - \frac{c\gamma\rho\omega\ \text{ſin.}\,H\ \text{coſ.}\,G}{r^6}\right) dG.$$

Quant à l'expreſſion de dA, pour y parvenir, je mets A ſous la forme ſuivante,

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{c\rho\omega}{r^3} \times \left(\frac{\text{ſin.}\,G\,\text{coſ.}\,H}{r} - \frac{\text{ſin.}\,H\,\text{coſ.}\,G}{r}\right) + \frac{c p\rho\varphi}{r^4}\left(\frac{\text{coſ.}\,G\,\text{coſ.}\,H}{r} + \frac{\text{ſin.}\,G\,\text{ſin.}\,H}{r}\right),$$

& l'on a

$$dA = \frac{c\rho\omega}{r^3} \times \left(\frac{\text{coſ.}\,G\,\text{coſ.}\,H}{r^2} + \frac{\text{ſin.}\,G\,\text{ſin.}\,H}{r^2}\right) dG + \frac{cp\rho\varphi}{r^4} \times \left(\frac{\text{coſ.}\,G\,\text{ſin.}\,H}{r^2} - \frac{\text{ſin.}\,G\,\text{coſ.}\,H}{r^2}\right) dG.$$

Par des conſidérations analogues à celles du §. 75, l'on aura pour équation d'approximation,

$$(1)\ \frac{\psi l}{\zeta} \times \left[\left(\frac{\rho\omega\,\text{ſin.}\,H}{r^4} - \frac{p\rho\varphi\,\text{coſ.}\,H}{r^5}\right)\text{ſin.}\,G + \left(\frac{\rho\omega\,\text{coſ.}\,H}{r^4} + \frac{p\rho\varphi\,\text{ſin.}\,H}{r^5}\right)\text{coſ.}\,G\right] \times \frac{k^2 n^2 r^2}{3600''^2\zeta^2} + \left[\frac{\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{c\rho\omega P}{r^3} + \frac{cp\rho\varphi Q}{r^4}\right) + \frac{knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{cp\rho\omega Q}{r^4} - \frac{c\rho\varphi P}{r^3}\right) + \frac{\frac{1}{2}k^2 n^2 r^2}{3600''^2\zeta^2}\right] \times \left[\frac{knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{\rho\varphi\,\text{ſin.}\,H\,\text{ſin.}\,G}{r^4} - \frac{p\rho\omega\,\text{ſin.}\,H\,\text{coſ.}\,G}{r^5}\right) - \frac{2\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{\rho\omega\,\text{ſin.}\,H\,\text{ſin.}\,G}{r^4} + \frac{p\rho\varphi\,\text{ſin.}\,H\,\text{coſ.}\,G}{r^5}\right)\right] = 0.$$

Ou, ce qui revient au même, à cauſe de

$$P = \frac{2\,\text{coſ.}\,G\,\text{ſin.}\,H}{r}, \text{ \& de } Q = -\frac{2\,\text{ſin.}\,G\,\text{ſin.}\,H}{r};$$

$$(2)\ \frac{\psi l}{\zeta} \times \left[\left(\frac{\rho\omega\,\text{ſin.}\,H}{r^4} - \frac{p\rho\varphi\,\text{coſ.}\,H}{r^5}\right)\text{ſin.}\,G + \left(\frac{\rho\omega\,\text{coſ.}\,H}{r^4} + \frac{p\rho\varphi\,\text{ſin.}\,H}{r^5}\right)\text{coſ.}\,G\right] \times \frac{k^2 n^2 r^2}{3600''^2\zeta^2} + \left[\left(\frac{2\psi l}{\zeta} \times \frac{c\rho\omega\,\text{ſin.}\,H}{r^4} - \frac{2knr}{3600''\zeta} \times \frac{c\rho\varphi\,\text{ſin.}\,H}{r^4}\right)\text{coſ.}\,G - \left(\frac{2\psi l}{\zeta} \times \frac{cp\rho\varphi\,\text{ſin.}\,H}{r^5} + \frac{2knr}{3600''\zeta} \times \frac{cp\rho\omega\,\text{ſin.}\,H}{r^5}\right)\text{ſin.}\,G + \frac{\frac{1}{2}k^2 n^2 r^2}{3600''^2\zeta^2}\right] \times \left[\frac{knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{\rho\varphi\,\text{ſin.}\,H\,\text{ſin.}\,G}{r^4} - \frac{p\rho\omega\,\text{ſin.}\,H\,\text{coſ.}\,G}{r^5}\right) - \frac{2\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{\rho\omega\,\text{ſin.}\,H\,\text{ſin.}\,G}{r^4} + \frac{p\rho\varphi\,\text{ſin.}\,H\,\text{coſ.}\,G}{r^5}\right)\right] = 0.$$

Cette

Cette équation préſente encore des difficultés dans le calcul; nous allons chercher une approximation plus facile.

(81.) Si l'on jette les yeux ſur l'équation (2) du paragraphe précédent, on ſe convaincra facilement que lorſque la durée du paſſage eſt d'une certaine longueur, les termes

$$\frac{k^2 n^2 r^2}{3600''^2 \zeta^2} \times \frac{\psi l}{\zeta} \times \left[\left(\frac{\rho\omega \text{ſin}.H}{r^4} - \frac{p\rho\varphi \text{coſ}.H}{r^5}\right)\text{ſin}.G + \left(\frac{\rho\omega \text{coſ}.H}{r^4} + \frac{p\rho\varphi \text{ſin}.H}{r^5}\right)\text{coſ}.G\right], \ \& \ \frac{\frac{1}{2}k^2 n^2 r^2}{3600''^2 \zeta^2} \times \left[\frac{knr}{3600''\zeta} \times \left(\frac{\rho\varphi \text{ſin}.H \text{ſin}.G}{r^4} - \frac{p\rho\omega \text{ſin}.H \text{coſ}.G}{r^5}\right) - \frac{2\psi l}{\zeta} \times \left(\frac{\rho\omega \text{ſin}.H \text{ſin}.G}{r^4} + \frac{p\rho\varphi \text{ſin}.H \text{coſ}.G}{r^5}\right)\right]$$

ſont incomparablement plus grands que les autres termes de la même équation; on pourra donc dans ce cas réduire l'équation à ces ſeuls termes, & elle aura la forme ſuivante,

$$(1) \quad \left(\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{p\varphi \text{ coſ}.H}{r^3} - \frac{\frac{1}{2}knr}{3600''\zeta} \times \frac{\varphi \text{ ſin}.H}{r^3}\right) \text{ſin}.G - \left(\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{\omega \text{ coſ}.H}{r^2} - \frac{\frac{1}{2}knr}{3600''\zeta} \times \frac{p\omega \text{ ſin}.H}{r^3}\right) \text{coſ}.G = 0;$$

d'où l'on tire

$$(2) \quad \frac{r \text{ ſin}.G}{\text{coſ}.G} = \frac{\omega r}{\varphi} \times \frac{\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{\text{coſ}.H}{r} - \frac{\frac{1}{2}kn}{3600''\zeta} \times \frac{p \text{ ſin}.H}{r}}{\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{p \text{ coſ}.H}{r^2} - \frac{\frac{1}{2}kn}{3600''\zeta} \times \text{ſin}.H}.$$

(82.) On peut conclure de cette recherche, que la latitude du lieu influe peu ſur l'heure du milieu du paſſage, correſpondante au *maximum* ou au *minimum* de durée. En effet, on voit, par l'équation précédente, que la latitude du lieu a diſparu de l'équation (1) du *ſ. 81.* La latitude du lieu n'influeroit donc point véritablement ſur la ſolution ſi cette équation étoit rigoureuſe; mais on ne doit pas oublier que ce n'eſt qu'une approximation. Au reſte, on doit faire ſur cette équation une remarque analogue à celle qui termine le *ſ. 76*, & dans les cas ſemblables il faudroit avoir recours à l'équation (2) du *ſ. 80.*

(83.) Si l'on met dans la formule, les données du paſſage

du 3 Juin 1769, on aura pour ſolution $G = \begin{cases} 13^d\ 49'\ 30'' \\ 193.\ 49.\ 30 \end{cases}$

Les lieux qui, ſous chaque parallèle, ont obſervé le 3 Juin 1769, le *maximum* & le *minimum* de la durée du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil, ſont donc ceux pour qui le milieu du paſſage eſt arrivé à minuit 55′ 17″ & à midi 55′ 17″. On trouvera facilement les longitudes correſpondantes ſous chaque parallèle, par les méthodes détaillées ci-deſſus. Comme en général, pour tous les lieux de la Terre, le milieu du phénomène arrive à peu-près vers l'inſtant de la plus grande phaſe vue du centre de la Terre, & que cet inſtant a eu lieu pour Paris, à $10^h\ 15'\ 2''$ du ſoir, on aura à peu-près la longitude des lieux en queſtion, en remarquant que ces lieux comptoient reſpectivement $12^h\ 55'\ 17''$, & $0^h\ 55'\ 17''$ lorſqu'il étoit $10^h\ 15'\ 2''$ à Paris; ces lieux avoient donc reſpectivement une longitude orientale d'environ $2^h\ 40'\ 15''$ pour ceux qui ont obſervé le milieu à $12^h\ 55'\ 17''$, & une longitude occidentale d'environ $9^h\ 19'\ 45''$ pour ceux qui ont obſervé le milieu à $0^h\ 55'\ 17''$.

SECTION QUATRIÈME.

Détermination des lieux de la Terre où la durée du paſſage eſt un maximum *ou un* minimum *abſolu.*

(84.) Nous pouvons réſoudre maintenant une queſtion intéreſſante; je veux parler de la détermination des lieux de la Terre où la durée du paſſage eſt un *maximum* ou un *minimum* abſolu. Ces lieux ſont, ſans contredit, ceux dont la comparaiſon des obſervations ſeroit la plus concluante, ſi elle pouvoit être faite; malheureuſement une de ces obſervations eſt preſque toujours impoſſible, parce que ſi l'une des deux ſe paſſe pendant le jour, l'autre arrive pendant la nuit. M. de la Grange, dans les *Mémoires de Berlin*, s'eſt propoſé un Problème ſemblable, à l'occaſion du paſſage de Vénus, du 3 Juin 1769, & il a appelé ces points *Pôles de durée.* Je

conserverai très-volontiers sa dénomination : je remarquerai seulement que son analyse est fort différente de la mienne.

(85.) Il est facile de résoudre la question proposée ; nous avons vu, en effet, que quel que soit le parallèle terrestre, le lieu qui observe un *maximum* ou un *minimum* de durée, est celui pour lequel le milieu du passage arrive à l'heure désignée par l'équation (2) du §. 81. De plus, si l'on suppose l'heure donnée, l'on a vu que la latitude du lieu qui observe le *maximum* ou le *minimum* de durée, est déterminée par l'équation (2) du §. 76 ; il ne s'agit que de faire le calcul, en substituant, dans cette dernière équation, l'angle horaire déterminé par l'équation (2) du §. 81.

Si l'on vouloit avoir directement la formule, pour ce cas particulier, on auroit en supposant,

$$M = \sqrt{\left[\frac{\omega^2}{r^2} \times \left(\frac{\mp l}{\zeta} \times \frac{\text{cos}.H}{r} - \frac{\frac{1}{2}knr}{3600''\zeta} \times \frac{p\,\text{sin}.H}{r^2}\right)^2 + \frac{\varphi^2}{r^2} \times \left(\frac{\mp l}{\zeta} \times \frac{p\,\text{cos}.H}{r^2} - \frac{\frac{1}{2}knr}{3600''\zeta} \times \frac{\text{sin}.H}{r}\right)^2\right]}$$

$$(1)\quad \frac{p}{r} \times \frac{rs}{c} = \pm \frac{\frac{\mp l}{\zeta} \times \frac{q\varphi}{r}}{M}.$$

(86.) Relativement au passage du 3 Juin 1769, l'on trouvera, qu'abstraction faite de toute considération physique, le lieu qui a observé un *minimum* absolu de durée du passage, étoit situé sous le parallèle austral de $37^d\ 4'\ 15''$; & que le lieu qui a observé le *maximum* absolu de durée, étoit situé sous le parallèle boréal de $37^d\ 4'\ 15''$. Relativement au premier lieu, le milieu du phénomène est arrivé à midi $55'\ 17''$; relativement au second lieu, le milieu du passage est arrivé à minuit $55'\ 17''$.

(87.) Rien de plus simple que de déterminer la longitude précise de ces lieux, ainsi que la différence entre la durée du passage dans chaque lieu & la durée du passage vu du centre de la Terre. Ces déterminations ne sont qu'un cas

particulier des courbes des élongations iſochrones. Lors du paſſage du 3 Juin 1769, on trouvera que le lieu qui a obſervé la plus courte durée, avoit une longitude occidentale de $9^h\ 40'\ 10''$, & cette durée a été moindre de $13'\ 20''$ que pour le centre de la Terre. Le lieu au contraire qui auroit obſervé la plus longue durée, ſi le Soleil eût été ſur l'horizon, avoit une longitude orientale de $2^h\ 21'\ 30''$. Cette durée a été de $13'\ 20''$ plus grande que pour le centre de la Terre; & la différence des durées pour les deux lieux a été de $26'\ 40''$. Le premier de ces lieux eſt ſitué dans la mer Pacifique; le ſecond eſt ſitué dans la Syrie près d'Alexandrie.

SECTION CINQUIÈME.

Détermination des latitudes dans leſquelles les courbes des élongations brachyſtochrones peuvent s'étendre, & de la figure de ces courbes.

(88.) Je dois encore examiner une nouvelle queſtion. Pour entendre quel en eſt l'objet, je reprends l'équation (2) du *§. 76.* Je remarque que quelque valeur que l'on ſuppoſe aux quantités ſin. G, coſ. G, il y a des valeurs que la tangente de la latitude ne peut jamais avoir. Cette tangente, par exemple, ne peut jamais être égale à zéro tant que la quantité l n'eſt point nulle. Il y a donc des parallèles terreſtres où l'on ne peut jamais eſpérer d'obſerver un *maximum* ou un *minimum* de durée, quelle que ſoit l'heure du milieu du phénomène. Il eſt donc intéreſſant de connoître ces latitudes, afin de les éviter ſi l'on a pour objet d'obſerver un *maximum* ou un *minimum* de durée. Je me propoſe de déterminer les limites de ces latitudes, & par conſéquent de déterminer les latitudes que les courbes des élongations brachyſtochrones ne peuvent point atteindre.

Limite des Courbes des élongations brachystochrones du côté de l'Équateur.

(89.) Rien n'est plus simple que la solution du Problème proposé; en effet il est évident qu'il ne s'agit que de différencier l'équation (2) du §. 76, & de faire $d\left(\frac{rs}{c}\right) = 0$.

L'on parviendra donc à l'équation suivante,

$$\left(\frac{\frac{1}{2} l}{\zeta} \times \frac{p \varphi \text{ cos. } H}{r^3} - \frac{\frac{1}{2} k n r}{3600'' \zeta} \times \frac{\varphi \text{ sin. } H}{r^2}\right) \text{sin. } G$$
$$- \left(\frac{\frac{1}{2} l}{\zeta} \times \frac{\omega \text{ cos. } H}{r^2} - \frac{\frac{1}{2} k n r}{3600'' \zeta} \times \frac{p \omega \text{ sin. } H}{r^3}\right) \text{cos. } G = 0.$$

Je remarque que cette équation est identique avec l'équation (1) du §. 81 : on a donc, pour déterminer les limites des latitudes que les courbes des élongations brachystochrones peuvent atteindre, des équations identiques avec celles qui ont servi à déterminer les lieux qui observent le *minimum* & le *maximum* absolus de durée du passage. Ces derniers lieux, indépendamment de la propriété que nous venons de remarquer, ont donc encore l'avantage d'être les dernières de toutes les latitudes que les courbes des durées brachystochrones peuvent atteindre.

Limite des Courbes des élongations brachystochrones du côté du Pôle.

(90.) Nous venons de déterminer la limite des latitudes que les courbes des élongations brachystochrones peuvent atteindre du côté de l'Équateur; il s'agit de déterminer maintenant leurs limites du côté du Pôle. Pour y parvenir, je reprends l'équation (2) du §. 76; je remarque que l'expression de la tangente de la latitude devient infinie lorsque l'on a l'équation suivante,

$$(1) \quad \frac{\frac{1}{2} k n r}{3600'' \zeta} \times \left(\frac{p \omega \text{ sin. } H \text{ sin. } G}{r^4} + \frac{\varphi \text{ sin. } H \text{ cos. } G}{r^3}\right)$$
$$- \frac{\frac{1}{2} l}{\zeta} \times \left(\frac{\omega \text{ cos. } H \text{ sin. } G}{r^3} + \frac{p \varphi \text{ cos. } H \text{ cos. } G}{r^4}\right) = 0.$$

Cette conſidération fait voir que le Pôle eſt la ſeconde limite des courbes des élongations brachyſtochrones, & que la ligne des élongations iſochrones, relativement à laquelle le Pôle eſt le point d'élongation brachyſtochrone, eſt celle par laquelle le milieu du phénomène arrive à l'heure déterminée par l'équation

$$(2)\quad \frac{r \text{ ſin. } G}{\text{coſin. } G} = \frac{\varphi}{\omega} \times \frac{\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{p \text{ coſ. } H}{r} - \frac{\frac{1}{4} k n r}{3600'' \zeta} \times \text{ſin. } H.}{\frac{\frac{1}{4} k n r}{3600'' \zeta} \times \frac{p \text{ ſin. } H}{r^2} - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{\text{coſ. } H}{r}}.$$

(91.) Si l'on applique le calcul au cas particulier du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil du 3 Juin 1769, on verra que, relativement aux lieux pour leſquels le milieu du paſſage eſt arrivé à $6^h\ 55'\ 20''$ du ſoir & à $6^h\ 55'\ 20''$ du matin, les Pôles étoient les points d'élongations brachyſtochrones.

De la figure des Courbes des élongations brachyſtochrones.

(92.) Nous pouvons déterminer maintenant la figure de la courbe des élongations brachyſtochrones, qui ſatisfait à la première queſtion propoſée dans le *ſ. 72.*

Cette courbe eſt compoſée de deux ovales, dont l'un s'étend dans l'hémiſphère auſtral, & l'autre dans l'hémiſphère boréal. L'un de ces ovales eſt, pour ainſi dire, le complément de l'autre. Ainſi, par exemple, lors du paſſage de Vénus du 3 Juin 1769, l'un des ovales s'étendoit dans l'hémiſphère auſtral depuis le parallèle auſtral de $37^d\ 4'\ 15''$ juſqu'au Pôle. Cet ovale étoit borné du côté du Pôle par la ligne des élongations iſochrones correſpondante au milieu du paſſage arrivé à $6^h\ 55'\ 20''$ du ſoir & à $6^h\ 55'\ 20''$ du matin, & il étoit coupé par les différentes lignes des élongations iſochrones correſpondantes aux milieux des paſſages arrivés depuis $6^h\ 55'\ 20''$ du matin juſqu'à $6^h\ 55'\ 20''$ du ſoir. Le ſecond ovale s'étendoit dans l'hémiſphère boréal depuis $37^d\ 4'\ 15''$ de latitude boréale juſqu'au Pôle. Cet ovale étoit borné, comme le premier, du

côté du Pôle, par la ligne des élongations iſochrones correſpondante au milieu du phénomène arrivé à $6^h\ 55'\ 20''$ du ſoir, & à $6^h\ 55'\ 20''$ du matin; il étoit coupé par les différentes lignes des élongations iſochrones correſpondantes aux milieux des paſſages arrivés depuis $6^h\ 55'\ 20''$ du ſoir juſqu'à $6^h\ 55'\ 20''$ du matin.

(93.) Quant à la courbe qui ſatisfait à la ſeconde des queſtions propoſées dans le *§. 72,* c'eſt une eſpèce de courbe continue qui s'étend d'un Pôle à l'autre ſous toutes les latitudes, à la manière des Méridiens, & qui embraſſe la totalité de notre globe.

Je ne rapporterai point ici les applications détaillées que j'ai faites des théories précédentes au paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil du 3 Juin 1769: je renvoie le Lecteur à l'*article III* de mon ſixième Mémoire, dans lequel ce ſujet *Année 1768.* eſt traité avec toute l'étendue qu'il méritoit. Il ſuffit de remarquer qu'en général les obſervations ont été faites dans les lieux les plus convenables.

ARTICLE IV.

De quelques Problèmes relatifs aux Éclipſes centrales & annulaires.

SECTION PREMIÈRE.

De la Queſtion conſidérée en général.

(94.) J'ai remarqué *(§. 101 de mon V.e Mémoire),* *Année 1767.* que parmi la ſuite d'Éclipſes de Soleil que ramène la révolution des ſiècles, il en eſt d'une nature ſingulière, qu'il ſeroit eſſentiel d'obſerver pour la théorie de l'inflexion des rayons ſolaires; ce ſont celles qui ſont annulaires pour de certains climats, & totales avec demeure dans l'ombre pour d'autres climats. Je m'explique; on ſait que le diamètre de la Lune augmente à meſure que cette Planète s'élève ſur l'horizon; ſi donc le diamètre du Soleil n'étoit que de quelques ſecondes

plus grand que le diamètre horizontal de la Lune, il pourroit arriver, comme lors de l'Éclipse du 23 Septembre 1699, que l'Éclipse fût annulaire pour les climats qui l'observeroient le soir ou le matin, & qu'elle fût totale pour les climats qui l'observeroient vers midi; il est également évident que la position des lieux où se fait le passage de l'Éclipse annulaire à l'Éclipse centrale avec demeure instantanée dans l'ombre, dépend de l'inflexion des rayons solaires. Il n'est donc pas indifférent d'avoir une méthode directe & rigoureuse pour déterminer ces lieux dans une hypothèse quelconque d'inflexion. Je vais m'occuper de cette recherche.

(95.) La recherche du lieu particulier qui voit l'Éclipse centrale avec demeure instantanée dans l'ombre, n'est elle-même qu'un cas particulier d'un cas plus général dans lequel on demande la position du lieu où l'Éclipse étant centrale, le disque apparent de la Lune déborde le disque du Soleil d'une quantité donnée. En effet, le premier cas est celui d'égalité des deux disques du Soleil & de la Lune. Nous allons résoudre cette question qui renferme la première.

SECTION SECONDE.

Détermination du lieu de la Terre qui observe l'Éclipse centrale, avec la condition que le disque apparent de la Lune déborde le disque du Soleil d'une quantité donnée.

(96.) Pour résoudre la question proposée, on se rappellera que si l'on suppose

$$\frac{a'}{b'} = \frac{\text{sinus (demi-diamètre horiz. de la Lune)}}{\text{sinus (parallaxe horizontale polaire)}},$$

$$\left.\begin{array}{l}\sigma = \text{sinus} \\ \tau = \text{cosin.}\end{array}\right\} \text{demi-diamètre du Soleil,}$$

$$\delta = \frac{a'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \text{ cosin. (parallaxe horizontale polaire),}$$

lors

lors du contact intérieur des limbes du Soleil & de la Lune, l'on a *(V.e Mémoire, §. 46)* Année 1767.

$$\text{Tangente (distance des centres)} = \sigma - \frac{\delta\tau}{\xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^4}}.$$

Cette expression n'est autre chose que celle du *§. 46* de mon cinquième Mémoire, dans laquelle on a supposé les cosinus du demi-diamètre horizontal de la Lune & de la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, égaux au rayon. Si donc l'on suppose la distance des centres nulle, on aura

$$(1)\quad \sigma - \frac{\delta\tau}{\xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^4}} = 0.$$

(97.) Dans cette dernière équation, nous avons entendu par σ le sinus, & par τ le cosinus du demi-diamètre du Soleil; mais il est évident que l'on peut généraliser cette solution & l'appliquer à un genre plus étendu de Problèmes : il ne s'agit que de donner à σ & à τ une signification un peu différente. Si l'on vouloit, par exemple, calculer le cas particulier où, l'Éclipse étant centrale & annulaire, le disque du Soleil déborderoit le disque apparent de la Lune d'une certaine quantité quelconque, il faudroit entendre par σ le sinus, & par τ le cosinus du demi-diamètre du véritable Soleil diminué de cette même quantité. Si l'on vouloit au contraire que l'Éclipse fût centrale avec demeure dans l'ombre, & que le disque apparent de la Lune débordât le disque du Soleil d'une certaine quantité, il faudroit entendre par σ le sinus & par τ le cosinus du demi-diamètre du véritable Soleil augmenté de cette même quantité.

La raison de ce procédé est facile à entendre. En effet lorsque le demi-diamètre apparent de la Lune projeté sur le Soleil est moindre que le demi-diamètre du Soleil, & que par conséquent l'Éclipse est annulaire, le demi-diamètre de la Lune peut être regardé comme intérieurement tangent à un Soleil fictif, dont le demi-diamètre est plus petit que celui du Soleil véritable; il faut donc, pour employer la formule des contacts intérieurs, supposer au Soleil un diamètre plus petit que

celui qu'il a véritablement. C'eſt le contraire pour le cas où l'on voudroit que la Lune débordât le Soleil. On voit auſſi la raiſon pour laquelle, dans le cas de la demeure inſtantanée dans l'ombre, il faut employer le véritable demi-diamètre du Soleil. On ſent enfin que ſi l'on ſuppoſe une inflexion dans les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, comme l'effet de cette inflexion eſt de paroître augmenter le demi-diamètre du Soleil, il faudra dans ce cas augmenter le demi-diamètre de cet Aſtre, de toute la quantité de l'inflexion.

Année 1766. (98.) Nous avons vu *(IVe Mémoire, §. 10)* que lors de l'Eclipſe centrale, on a généralement l'équation ſuivante,

$$(1)\ \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4} = 0.$$

Cette équation combinée avec l'équation (1) du *§. 96,* va réſoudre la queſtion propoſée.

Soit en effet,

$$I = \frac{\xi r^3}{\rho q \pi} - \frac{\delta \tau r^3}{\sigma \rho q \pi}.$$

L'équation (1) du *§. 96,* deviendra

$$(2)\ Ir - \frac{pr^2 s}{\rho q} - ch = 0;$$

d'où l'on tire

$$(3)\ ch = Ir - \frac{pr^2 s}{\rho q}.$$

De l'équation (1) du préſent paragraphe, l'on tire

$$(4)\ ch = -\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{r^4}{p\rho\varphi} + \frac{qr^2}{p\rho} \times s - \frac{\omega r}{p\varphi} \times cg.$$

Si l'on compare ces deux valeurs de ch, & que l'on ſuppoſe

$$N = \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{r^3}{\rho\omega} + \frac{p\varphi I}{\omega r};$$

l'on aura $(5)\ cg = \frac{r^3 \varphi}{\rho q \omega} \times s - Nr.$

Mais à cauſe de $c^2 = r^2 - s^2$, & de $h^2 = r^2 - g^2$, l'équation (3) du préſent paragraphe ſe transforme en la ſuivante,

$$(6)\ \left(Ir - \frac{pr^2 s}{\rho q}\right)^2 - r^4 + r^2 s^2 + c^2 g^2 = 0,$$

Donc

$$(7)\ \left(I - \frac{prs}{\rho q}\right)^2 - r^2 + s^2 + \left(\frac{r^3\varphi}{\rho q\omega} \times s - N\right)^2 = 0.$$

Soit maintenant

$$T = r + \frac{p^2 r^3}{\rho^2 q^2} + \frac{\varphi^2 r^5}{\rho^2 q^2 \omega^2},$$

$$P = \frac{Ipr^2}{\rho q T} + \frac{Nr^3\varphi}{\rho q \omega T},$$

$$V = \frac{r^2}{T} - \frac{I^2}{T} - \frac{N^2}{T};$$

on aura, pour résoudre la queſtion

$$(8)\ s^2 - 2Ps - rV = 0.$$

Lorſque par le moyen de l'équation précédente, les latitudes des lieux qui ſatisfont à la queſtion, ſeront déterminées, on connoîtra l'heure que l'on compte dans ces lieux à l'inſtant du phénomène, par le moyen des équations (3) & (5); d'où l'on tire

$$(9)\ h = \frac{Ir}{c} - \frac{pr^2s}{c\rho q};$$

$$(10)\ g = \frac{r^3\varphi s}{c\rho q\omega} - \frac{Nr}{c}.$$

Comme le ſinus & le coſinus de l'angle horaire correſpondant à chaque valeur de la latitude, ſont déterminés chacun par une équation particulière, il eſt évident qu'il n'y a qu'un ſeul angle horaire correſpondant à chaque latitude. Lors donc, par exemple, que la valeur de g ſera connue par l'équation (10), il ne ſera pas néceſſaire de faire le calcul en entier pour déterminer la valeur de h; il ſuffira de voir quel ſera le ſigne de cette valeur, afin de choiſir celui des deux angles qui ayant g pour ſinus, ſatisfait au Problème.

(99.) Après avoir déterminé la latitude du lieu qui ſatiſfait au Problème, & l'heure que l'on compte dans ce lieu à l'inſtant du phénomène, on ſe rappellera que l'on a démontré *(IV.e Mémoire, §. 85)*, que ſi l'on ſuppoſe *Année 1766.*

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{ch p\rho\omega}{r^4},$$

on a pour exprimer le nombre b de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène,

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times F.$$

Il ne s'agit que de ſubſtituer dans l'expreſſion de la quantité F, les ſinus & coſinus des latitudes & des angles horaires qui ſatisfont à la queſtion propoſée : on conclura donc dans chaque cas, le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène, & l'on déterminera la longitude du lieu, par la méthode du *§. 30* de ce Mémoire.

Année 1773.

Je ne donnerai point d'exemple de ces calculs, qui retombent dans ceux du *§. 33.*

SECTION TROISIÈME.

D'une queſtion du genre de maximis & minimis, *relative au Problème précédent.*

(100.) Je dois examiner maintenant une queſtion du genre de *maximis & minimis*, relative au Problème précédent. Pour faire entendre, par un exemple particulier, la nature de la queſtion propoſée, je ſuppoſe que, lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on eût cherché les lieux de la Terre qui ont obſervé l'Éclipſe centrale, avec la condition que la couronne lumineuſe fût d'ailleurs de 1′ 14″; le calcul auroit donné un réſultat réel. Il en eût été tout autrement ſi l'on avoit cherché quels lieux de la Terre ont obſervé l'Éclipſe centrale, avec la condition que la couronne lumineuſe fût nulle, & que la Lune couvrît entièrement le Soleil; on auroit eu alors une ſolution imaginaire. Il y a donc pour chaque Éclipſe une certaine limite que la grandeur de l'anneau lumineux ne peut pas ſurpaſſer. Je vais déterminer cette limite, c'eſt-à-dire, la plus grande & la plus petite largeur de l'anneau lumineux que l'on puiſſe obſerver à l'inſtant de l'Éclipſe centrale.

(101.) Pour réſoudre cette queſtion, je reprends l'équa-

tion (8) du §. 98 & je la mets ſous la forme ſuivante,

$$(1)\ s = P \pm \sqrt{(P^2 + rV)}.$$

J'obſerve que les deux valeurs de s deviennent égales lorſque $P^2 + rV = 0$. D'un autre côté, le cas d'égalité eſt le paſſage des valeurs réelles aux valeurs imaginaires. $P^2 + rV = 0$ eſt donc la dernière relation propre à donner des valeurs de s réelles; elle doit donc faire connoître le plus grand & le plus petit demi-diamètre de la Lune qui puiſſe couvrir le Soleil, & par conſéquent, la plus grande & la plus petite valeur de l'anneau.

(102.) Dans l'équation $P^2 + rV = 0$, ſi l'on ſubſtitue à P & à V leurs valeurs tirées du §. 98, on aura

$$(1)\ (Ipr\omega + Nr^2\varphi)^2 + (\rho^2 q^2 \omega^2 + p^2 r^2 \omega^2 + \varphi^2 r^4) \times (r^2 - I^2 - N^2) = 0,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(2)\ (p\omega r N - \varphi r^2 I)^2 + \rho^2 q^2 \omega^2 (N^2 + I^2) - \rho^2 q^2 \omega^2 r^2 - p^2 \omega^2 r^4 - \varphi^2 r^6 = 0.$$

Je remarque que dans cette équation, I & N ſont les ſeules grandeurs qui renferment l'inconnue du Problème, puiſque ce ſont les ſeules grandeurs qui renferment σ & τ. Si donc l'on élimine la quantité N, au moyen de ſa valeur

$$N = \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{r^2}{\rho\,\omega} + \frac{p\varphi I}{\omega r},$$

on aura pour équation du Problème,

$$(3)\ \left(\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{pr^3}{\rho} - q^2 \varphi I\right)^2 - \rho^2 q^2 \omega^2 r^2 - p^2 r^4 \omega^2 - \varphi^2 r^6 + \rho^2 q^2 \omega^2 I^2 + \rho^2 q^2 \left(\frac{r^2}{\rho} \times \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{p\varphi I}{r}\right)^2 = 0.$$

Maintenant ſi l'on ſuppoſe

$$G = \frac{\rho^2 q^2 \omega^2}{r^5} + \frac{p^2 \omega^2}{r^3} + \frac{\varphi^2}{r},$$

$$H = \frac{q^2}{r} \times \left(\frac{q^2 \varphi^2}{r^4} + \frac{\rho^2 \omega^2}{r^4} + \frac{\rho^2 p^2 \varphi^2}{r^6}\right),$$

$$K = \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{p\varphi q^2}{\rho H r^4} \times (\rho^2 - r^2),$$

$$L = \frac{\psi^2 l^2}{\zeta^2 H} \times \left(\frac{p^2}{\rho^2} + \frac{q^2}{r^2}\right) - \frac{Gr}{H},$$

on aura

$$(4)\ I^2 + 2KI + Lr = 0.$$

Et puiſque *(§. 98)*

$$(5)\ \frac{\sigma r}{\tau} = \frac{\delta r^4}{\xi r^3 - \rho q \dot{\pi} I},$$

il eſt évident que la queſtion propoſée eſt entièrement réſolue; il ne s'agit que de ſubſtituer dans cette dernière équation, la double valeur de I tirée de l'équation (4). De ces deux valeurs de I, l'une détermine la plus grande largeur de l'anneau, l'autre détermine la plus petite largeur.

(103.) Puiſque dans le cas que nous conſidérons, $P^2 + rV = 0$, l'équation (1) du *§. 101* devient

$$(1)\ s = P.$$

Mais *(§. 98)*

$$P = \frac{Ipr^2}{\rho q T} + \frac{Nr^3\varphi}{\rho q \omega T},\ T = r + \frac{p^2 r^3}{\rho^2 q^2} + \frac{\varphi^2 r^5}{\rho^2 q^2 \omega^2}$$

$$\& \ N = \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{r^2}{\rho\omega} + \frac{p\varphi I}{\omega r},$$

l'équation (1) du *§. 103*, devient donc

$$(2)\ s = \frac{\frac{\psi l}{\zeta} \times r^4 \varphi q + pqr^3 \rho I}{\rho^2 q^2 \omega^2 + p^2 r^2 \omega^2 + \varphi^2 r^4}.$$

Quant à la détermination de l'heure que l'on compte dans le lieu à l'inſtant du phénomène, du nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'au même inſtant, & de la longitude du lieu, on y parviendra au moyen des équations (9) & (10) du *§. 98*, & des formules du *§. 99*.

(104.) Je ne donnerai point d'exemple de ces Calculs; je remarquerai ſeulement que ſi l'on ſubſtituoit dans les formules, les données qui conviennent à l'éclipſe du 1.er Avril 1764, on trouveroit que le lieu qui, à l'inſtant de l'éclipſe centrale, a obſervé le plus petit anneau lumineux, étoit un lieu ſitué ſous le parallèle boréal de 44d 11′ 5″. Le demi-diamètre apparent de la Lune cachoit 14′ 56″,9 du demi-

diamètre du Soleil. On comptoit alors dans ce lieu $10^h\ 2'\ 21''$ du matin; ſa longitude occidentale eſt de $4^d\ 57'\ 32''$. Ce lieu eſt ſitué dans le golfe de Gaſcogne.

Le lieu qui, le 1.er Avril 1764, auroit obſervé le plus grand anneau lumineux, ſi l'épaiſſeur de la Terre ne l'avoit pas empêché de jouir du phénomène, eſt un lieu ſitué ſous le parallèle boréal de $35^d\ 36'\ 23''$. Le demi-diamètre de la Lune auroit caché $14'\ 38'',4$ du demi-diamètre du Soleil.

Uſage des Écliṕſes centrales avec demeure inſtantanée dans l'ombre, relativement à la théorie de l'inflexion des rayons ſolaires.

(105.) Il ſeroit facile de déterminer la quantité de l'inflexion des rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, ſi l'on ſe rencontroit au point de la Terre où l'Éclipſe eſt centrale avec demeure inſtantanée dans l'ombre. On auroit alors pour réſoudre la queſtion *(§. 96)*,

$$(1)\ \frac{\sigma r}{\tau} = \frac{\delta r}{\xi - \frac{p s \pi}{r^2} - \frac{c \rho q h \pi}{r^4}}.$$

Dans le ſecond membre de cette équation, tout eſt connu; car je ſuppoſe que l'on a rigoureuſement les élémens de la Lune, la latitude du lieu où l'on a obſervé, & l'heure de l'obſervation. On connoîtra donc la tangente du demi-diamètre ſolaire fictif que couvre entièrement le diſque de la Lune; d'où l'on conclura la dilatation du diſque ſolaire, en comparant le demi-diamètre fictif du Soleil avec le demi-diamètre réel.

(106.) Les déterminations précédentes ſeront d'autant plus rigoureuſes, que l'on connoîtra mieux la parallaxe de la Lune, le rapport de ſon demi-diamètre à cette parallaxe, & le demi-diamètre réel du Soleil. Quant aux autres quantités qui entrent dans l'équation, telles que la latitude de l'Obſervatoire & l'heure de l'obſervation, il eſt aiſé de voir, par la forme des Calculs, qu'il n'eſt pas indiſpenſable de les

connoître avec la dernière précision. L'équation (1) du *§. 105*, paroît donc susceptible de donner des résultats précis. Malheureusement on ne peut guère se flatter de pouvoir faire l'observation qu'elle exige. L'endroit où il faudroit observer est, pour ainsi dire, un point mathématique sur la surface de la Terre, & les Éclipses qui peuvent ramener ce phénomène sont extrêmement rares. Au reste, il ne seroit peut-être pas absolument indispensable de se trouver précisément au point de la Terre où le phénomène a rigoureusement lieu, pourvu que par des observations faites aux environs de ce point unique, il fût possible de conclure d'une manière irréfragable, & l'heure & le lieu de ce phénomène.

SECTION QUATRIÈME.

Généralisation des solutions précédentes.

(107.) Les Problèmes précédens m'ont paru présenter des objets de curiosité assez singuliers pour pouvoir m'y arrêter. Il faut cependant convenir que ces Problèmes ne s'appliquent qu'à des cas particuliers, puisqu'il ne s'agit que de l'Éclipse centrale. Nous avons choisi, à la vérité, les circonstances les plus intéressantes. Nous allons maintenant faire voir comment cette analyse peut être généralisée. Nous nous proposons en conséquence de résoudre les questions suivantes.

De tous les lieux qui observeront une certaine même distance assignée des centres du Soleil & de la Lune, déterminer celui relativement auquel le disque de la Lune débordera le disque du Soleil, d'une quantité donnée.

De tous les lieux qui observeront une certaine même distance assignée des centres du Soleil & de la Lune, déterminer celui relativement auquel le disque de la Lune débordera le disque du Soleil, le plus qu'il est possible.

SOLUTION.

SOLUTION de la première Question.

(108.) Pour résoudre la première question, on se rappellera que si l'on nomme

λ la tangente de la distance des centres assignée,

n le sinus } d'un angle A', pris à volonté (*a*),
m le cosinus }

& que l'on conserve toutes les autres définitions de ce Mémoire, l'on aura *(§. 24)* les équations suivantes, *Année 1773.*

$$(1)\ \frac{\lambda\xi m}{\zeta\pi} - \frac{\lambda p s m}{\zeta r^2} - \frac{\lambda c\rho q h m}{\zeta r^4} - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{q s \varphi}{r^2}$$
$$- \frac{c g \rho \omega}{3} - \frac{c h p \rho \varphi}{r^4} = 0.$$

$$(2)\ \left[\frac{\lambda\xi n}{\zeta\pi} - \frac{\lambda p s n}{\zeta r^2} - \frac{\lambda c\rho q h n}{\zeta r^4} - \frac{\theta l}{\zeta} + \frac{q s \omega}{r^2}\right.$$
$$\left. + \frac{c g \rho \varphi}{r^3} - \frac{c h p \rho \omega}{r^4}\right] \times \frac{3600''\zeta}{n r} - b = 0.$$

De plus *(§. 96)*

$$(3)\ (\sigma - \lambda) \times (\xi r^4 - p s \pi r^2 - c \rho q h \pi) - \delta \tau r^4 = 0.$$

Ces équations vont servir à résoudre les questions proposées.

Soit en effet,

$$I = \frac{\xi r^3}{\rho q \pi} - \frac{r^3}{\rho q \pi} \times \frac{\delta \tau}{\sigma - \lambda},$$

l'équation (3) deviendra

$$(4)\ I r - \frac{p r^2 s}{\rho q} - c h = 0.$$

D'où l'on tire,

$$(5)\ c h = I r - \frac{p r^2 s}{\rho q}.$$

(*a*) Quoique l'angle A' représente l'angle que fait avec la perpendiculaire à l'orbite relative, la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant de l'observation, ainsi que nous l'avons démontré dans les Mémoires précédens, cette propriété est absolument indifférente à la question dont il s'agit; & l'on ne doit regarder l'angle A', que comme un angle introduit pour la facilité du calcul.

De l'équation (1) du préſent paragraphe, l'on tire

$$(6)\ ch = \frac{r^4\left(\frac{\lambda\xi m}{\zeta\pi} - \frac{\psi l}{\zeta}\right) + r^2\left(q\varphi - \frac{\lambda pm}{\zeta}\right) \times s - \rho\omega rcg}{\rho\left(p\varphi + \frac{\lambda qm}{\zeta}\right)}.$$

Si l'on compare ces deux valeurs de ch, & que l'on ſuppoſe

$$N = \frac{r^2}{\rho\omega} \times \left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{\lambda\xi m}{\zeta\pi}\right) + I \times \left(\frac{p\varphi}{\omega r} + \frac{\lambda mq}{\zeta\omega r}\right),$$

on aura

$$(7)\ cg = \frac{r^3\varphi}{\rho q\omega} \times s - Nr.$$

Mais à cauſe de $c^2 = r^2 - s^2$, & de $h^2 = r^2 - g^2$, l'équation (5) du préſent paragraphe ſe transforme en la ſuivante,

$$(8)\ \left(Ir - \frac{pr^2 s}{\rho q}\right)^2 - r^4 + r^2 s^2 + c^2 g^2 = 0.$$

Donc

$$(9)\ \left(I - \frac{prs}{\rho q}\right)^2 - r^2 + s^2 + \left(\frac{r^2\varphi s}{\rho q\omega} - N\right)^2 = 0.$$

Soit maintenant

$$T = r + \frac{p^2 r^3}{\rho^2 q^2} + \frac{\varphi^2 r^5}{\rho^2 q^2 \omega^2},$$

$$P = \frac{Ipr^2}{\rho qT} + \frac{Nr^3\varphi}{\rho q\omega T},$$

$$V = \frac{r^2}{T} - \frac{I^2}{T} - \frac{N^2}{T};$$

on aura pour réſoudre la première queſtion,

$$(10)\ s^2 - 2Ps - rV = 0.$$

Lorſque par le moyen de l'équation précédente, les latitudes des lieux qui ſatisfont à la queſtion, ſeront déterminées, on connoîtra l'heure que l'on compte dans ces lieux, à l'inſtant du phénomène, par le moyen des équations (5) & (7); on connoîtra le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis l'inſtant de la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène, par le moyen de l'équation (2); l'on déterminera

enfin la longitude du lieu, par la méthode du §. 30. *Année 1773.*

(109.) Il est aisé de voir que la solution du Problème est indéterminée, & qu'il y a une infinité de lieux pour lesquels la distance des centres du Soleil & de la Lune étant la même, le disque de la Lune déborde le disque du Soleil, d'une même quantité donnée. En effet, si dans les quantités définies dans le paragraphe précédent, l'on suppose connus λ, σ & τ, il reste encore une indéterminée qui dépend de l'angle A'. Il faudroit donc, λ, σ & τ étant supposés constans, épuiser toutes les valeurs de l'angle A', si l'on vouloit avoir toutes les solutions possibles du Problème. Cette considération qui n'a pas lieu pour l'Éclipse centrale, attendu que tous les angles A' donnent alors le même résultat, compliquera la solution de la seconde question proposée.

Solution de la seconde Question proposée dans le §. 107.

(110.) Pour résoudre la seconde question proposée, c'est-à-dire, pour déterminer, de tous les lieux qui observent une certaine même distance assignée des centres, celui relativement auquel le disque de la Lune déborde le disque du Soleil le plus qu'il est possible, je remarque d'abord, conformément à ce qui a été dit dans la *section troisième*, que l'on a pour condition du Problème, $P^2 + rV = 0$. Si dans l'équation $P^2 + rV = 0$, l'on substitue à P & à V leurs valeurs tirées du §. 108, on aura

$$(1)\quad (Ipr\omega + Nr^2\varphi)^2 + (\varrho^2 q^2\omega^2 + p^2r^2\omega^2 + \varphi^2 r^4)\times(r^2 - I^2 - N^2) = 0,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(2)\quad (p\omega r N - \varphi r^2 I)^2 + \varrho^2 q^2\omega^2(N^2 + I^2) - \varrho^2 q^2\omega^2 r^2 - p^2\omega^2 r^4 - \varphi^2 r^6 = 0.$$

Dans cette équation, j'élimine la quantité N au moyen de sa valeur,

$$N = \frac{r^2}{\varrho\omega}\times\left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{\lambda m\xi}{\zeta\pi}\right) + I\times\left(\frac{p\varphi}{\omega r} + \frac{\lambda m q}{\zeta\omega r}\right),$$

& j'ai pour équation du Problème,

$$(3)\quad \left[\frac{pr^3}{\rho}\times\left(\frac{\psi l}{\zeta}-\frac{\lambda m\xi}{\zeta\pi}\right)+qI\times\left(\frac{p\lambda m}{\zeta}-q\varphi\right)\right]^2$$
$$-\varrho^2 q^2\omega^2 r^2-p^2\omega^2 r^4-\varphi^2 r^6+\varrho^2 q^2\omega^2 I^2$$
$$+\varrho^2 q^2\left[\frac{r^2}{\rho}\times\left(\frac{\psi l}{\zeta}-\frac{\lambda m\xi}{\zeta\pi}\right)+I\times\left(\frac{p\varphi}{r}+\frac{\lambda m q}{\zeta r}\right)\right]^2=0.$$

Si donc l'on suppose

$$G=\frac{\rho^2 q^2\omega^2}{r^5}+\frac{p^2\omega^2}{r^3}+\frac{\varphi^2}{r},$$

$$H=\frac{q^2}{r}\times\left[\frac{\rho^2\omega^2}{r^4}+\frac{\rho^2\times\left(p\varphi+\frac{\lambda m q}{\zeta}\right)^2}{r^6}+\frac{\left(\frac{p\lambda m}{\zeta}-q\varphi\right)^2}{r^4}\right],$$

$$K=\frac{q\times\left(\frac{\psi l}{\zeta}-\frac{\lambda m\xi}{\zeta\pi}\right)\times\left[\frac{pr^2}{\rho}\times\left(\frac{p\lambda m}{\zeta}-q\varphi\right)+\rho q\times\left(p\varphi+\frac{\lambda m q}{\zeta}\right)\right]}{r^4 H},$$

$$L=\frac{\left(\frac{\psi l}{\zeta}-\frac{\lambda m\xi}{\zeta\pi}\right)^2\times\left(\frac{p^2}{\rho^2}+\frac{q^2}{r^2}\right)}{H}-\frac{Gr}{H},$$

on aura

$$(4)\quad I^2+2KI+Lr=0;$$

Et puisque *(§. 108)*

$$I=\frac{\xi r^3}{\rho q\pi}-\frac{r^3}{\rho q\pi}\times\frac{\delta\tau}{\sigma-\lambda};$$

& que par conséquent

$$(5)\quad \sigma(\varrho q\pi I-\xi r^3)+\delta\tau r^3-\lambda(\varrho q\pi I-\xi r^3)=0,$$

il est évident que l'on peut connoître pour chaque valeur de I, la valeur du demi-diamètre du Soleil fictif, auquel la Lune est intérieurement tangente.

(111.) Lorsque par le moyen de l'équation (4) du *paragraphe précédent*, on a déterminé la valeur de I qui satisfait à chaque cas particulier, & que l'on a substitué cette valeur dans l'équation (5), pour en conclure le demi-diamètre du Soleil fictif, auquel le limbe de la Lune est tangent, il est évident que l'on a une double valeur de ce demi-diamètre. En effet, σ est le sinus, & τ le cosinus de ce demi-diamètre; l'équation est donc du second degré. Lors de l'Éclipse centrale,

au contraire, l'équation n'étoit que du premier degré. La raiſon de cette différence eſt bien ſimple ; elle eſt fondée ſur la nature du Problème. En effet, lors de l'Éclipſe centrale, les centres du Soleil & de la Lune coïncident ; le même Soleil fictif doit donc border le limbe de la Lune dans tout ſon contour. Si l'on ſuppoſe, au contraire, la Lune excentrique au diſque ſolaire, les deux portions de l'anneau ne ſont plus égales ; on doit alors avoir deux expreſſions différentes du demi-diamètre du Soleil fictif.

Au reſte, il eſt facile de réſoudre l'équation (5) du §. 110.

$$\text{Soit } M = \frac{\rho q \pi l}{r^3} - \xi,$$

cette équation deviendra

$$(1)\ \sigma M + \delta\tau - \lambda M = 0.$$

Soit maintenant $\frac{\delta r}{M}$ la tangente d'un angle que j'introduis dans le calcul, & que je nomme B', on aura

$$\frac{\sigma \operatorname{cof.} B' + \tau \operatorname{fin.} B'}{r} = \frac{\lambda \operatorname{cof.} B'}{r};$$

mais $\frac{\sigma \operatorname{cof.} B' + \tau \operatorname{fin.} B'}{r}$ eſt l'expreſſion du ſinus de la ſomme du Soleil fictif & de l'angle B'; ſi donc l'on nomme D' & D'' les angles qui ont pour ſinus $\frac{\lambda \operatorname{cof.} B'}{r}$, on aura

$$\text{Demi-diamètre du Soleil fictif} = \begin{cases} D' - B' \\ D'' - B'. \end{cases}$$

(112.) La ſolution de la ſeconde queſtion eſt encore indéterminée, & il y a une infinité de lieux qui peuvent être donnés par les équations du §. 110, puiſqu'en effet la ſolution dépend de l'angle particulier A', que l'on emploie dans le calcul. Il eſt vrai que ces équations déterminent pour chaque angle A' pris à volonté, le lieu particulier qui ſatisfait à la queſtion ; mais ſi l'on veut avoir celui de tous ces lieux qui réſout véritablement la ſeconde queſtion propoſée priſe dans le ſens ſtricte, c'eſt-à-dire en choiſiſſant convenablement l'angle A' qui répond au *maximum*

maximorum des quantités dont il s'agit, il faut avoir recours à un nouveau calcul.

(113.) Il eſt évident que la nouvelle condition qui réſout cette dernière queſtion eſt celle qui fait paſſer la quantité I de l'équation (4) du *§. 110* du réel à l'imaginaire; on a donc

$$(1)\ K^2 - Lr = 0.$$

(114.) Si l'on vouloit réſoudre généralement cette équation pour avoir la valeur du coſinus de l'angle A', qui ſatisfait à la queſtion, on ne peut ſe diſſimuler que l'on parviendroit à des réſultats aſſez compliqués. Nous allons nous contenter de réſoudre le problème pour la Terre ſphérique. La connoiſſance de l'angle A', qui ſatisfait dans ce cas, diffère aſſez peu de celui qui a lieu pour la Terre elliptique, pour que la ſolution ſoit ſatisfaiſante.

(115.) Si l'on ſuppoſe la Terre ſphérique, l'on a

$$\varrho = r, \quad G = r, \quad H = \frac{q^2}{r} + \frac{\lambda^2 m^2 q^2}{\zeta^2 r^3},$$

$$K = \frac{\left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{\lambda m \xi}{\zeta \pi}\right) \times \frac{\lambda m q}{\zeta}}{Hr}, \quad L = \frac{\left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{\lambda m \xi}{\zeta \pi}\right)^2}{H} - \frac{r^2}{H};$$

l'équation $K^2 - Lr = 0$ devient donc

$$(1)\ \frac{\lambda^2 m^2 \xi^2}{\zeta^2 \pi^2} - \frac{\lambda^2 m^2}{\zeta^2} - \frac{2\psi l}{\zeta} \times \frac{\lambda m \xi}{\zeta \pi} + \frac{\psi^2 l^2}{\zeta^2} - r^2 = 0.$$

On a maintenant, au moins pour le cas de la Terre ſphérique, la ſolution complète de la ſeconde queſtion; puiſque l'on connoît, par l'équation (1) du préſent paragraphe, l'angle A' qui ſatisfait à la queſtion; que l'on connoît la quantité I par l'équation (4) du *§. 110*, & enfin la latitude & la longitude du lieu, par les équations du *§. 108*. Au reſte, nous ne nous ſommes étendus ſur cette dernière analyſe que pour faire voir la fécondité de nos méthodes, & nous penſons que le cas de l'Éclipſe centrale eſt le ſeul qui préſente véritablement un objet de curioſité.

ARTICLE V.

Examen de l'influence de l'ellipticité de la Terre, sur les Observations faites lorsque le Soleil est au Zénith de l'Observateur.

(116.) Dans la *Section troisième* de l'article second de mon septième Mémoire, j'ai donné une Méthode pour déterminer les lieux où l'on peut observer une phase assignée, lorsque le Soleil est au Zénith de l'Observateur. J'ai fait voir alors, par l'inspection des formules, que l'ellipticité de la Terre pouvoit influer d'une manière assez sensible sur les différences en longitude de ces lieux. L'Académie a paru desirer que cet examen fût approfondi: voici le résultat de ces recherches. *Année 1769.*

Soit λ la tangente d'une distance quelconque des centres,

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{pq\varphi(\rho^2 - r^2)}{r^2\sqrt{(\rho^2 q^2 + p^2 r^2)}},$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} + \frac{pq\omega(\rho^2 - r^2)}{r^2\sqrt{(\rho^2 q^2 + p^2 r^2)}},$$

$$E = r - \frac{\pi\sqrt{(\rho^2 q^2 + p^2 r^2)}}{r^2},$$

$$L = \frac{Er\lambda}{\pi\zeta}.$$

Heure (a), l'heure que l'on compte à l'instant de la conjonction, dans le lieu a d'où l'on compte les longitudes.

Il suit de ce qui a été démontré dans mon septième Mémoire, que la différence en longitude, entre les deux lieux qui observent une même distance λ, lorsque le Soleil est au Zénith, & le lieu a d'où l'on compte les longitudes, a pour expression,

(1) diff. long. $= -$ heure $(a) + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F + \frac{3600''\zeta}{nr}\sqrt{(L^2 - A^2)}$,

(2) diff. long. $= -$ heure $(a) + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F - \frac{3600''\zeta}{nr}\sqrt{(L^2 - A^2)}$.

La première expression convient au lieu qui voit le phéno-

mène avant le passage de la Lune par la perpendiculaire à l'orbite relative; la seconde expression convient au lieu qui voit le phénomène après le passage de la Lune par cette perpendiculaire. Si donc l'on cherche la différence en longitudes des deux lieux qui observent une même distance des centres, lorsque le Soleil est au Zénith, on aura

$$(3) \text{ différ. en longitude de ces lieux} = -2 \times \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

Quant à la latitude vraie des lieux qui observent les phénomènes, elle est égale à la déclinaison du Soleil.

(117.) Il n'est pas nécessaire que les deux distances observées soient absolument égales. Si l'on suppose que ces deux distances sont inégales, pourvu toutefois qu'elles aient eu lieu, l'une avant le passage de la Lune par la perpendiculaire à l'orbite relative, & l'autre après le passage, on aura, en entendant par

λ la tangente de l'une des distances,

λ' la tangente de l'autre distance,

$$L = \frac{Er\lambda}{\pi\zeta},$$

$$L' = \frac{Er\lambda'}{\pi\zeta},$$

$$(1) \text{ différence en longit.} = -\frac{3600''\zeta}{nr}\left[\sqrt{(L^2 - A^2)} + \sqrt{(L'^2 - A^2)}\right].$$

Voyons quels secours on peut tirer de ces formules pour résoudre la question proposée; je partirai de l'équation (3) du *§. 116*.

(118.) Soit ε la différence des deux demi-axes de la Terre; on aura $\varrho = r + \varepsilon$, $\varrho^2 = r^2 + 2\varepsilon r + \varepsilon^2$.

On sait que le demi-grand axe de la Terre diffère peu du demi-petit axe. Si donc, d'après cette considération, on réduit en série les valeurs de A & de F du *§. 116*, en négligeant les secondes puissances de ε, & que même dans l'expression de E, à cause de la petitesse du coëfficient π, l'on suppose

ſuppoſe $\sqrt{(\varrho^2 q^2 + p^2 r^2)} = r^2$, on aura

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{2pq\varphi\varepsilon}{r^3},$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} + \frac{2pq\omega\varepsilon}{r^3},$$

$$E = r - \pi$$

$$L = \frac{\lambda r}{\pi\zeta} \times (r - \pi).$$

Et la différence en longitude des deux lieux qui obſervent une même diſtance des centres, lorſque le Soleil eſt au zénith, aura pour expreſſion

$$(1)\ \text{diff.long.} = -2 \times \frac{3600''\zeta}{nr} \times \sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2}{\pi^2 \zeta^2}(r-\pi)^2 - \left(\frac{\psi l}{\zeta} + \frac{2pq\varphi\varepsilon}{r^3}\right)^2\right]}.$$

De cette expreſſion, l'on tire

$$(2)\ \varepsilon = -\frac{r^3}{2pq\varphi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \pm \frac{r^3}{2pq\varphi} \times \sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2}{\pi^2 \zeta^2}(r-\pi)^2 - \frac{n^2 r^2\, \text{diff.}^2\, \text{long.}}{4 \times 3600''^2 \zeta^2}\right]}.$$

On voit par-là qu'il y a une relation entre l'ellipticité de la Terre & la différence en longitude des deux lieux qui obſervent une même diſtance des centres lorſque le Soleil eſt au zénith de l'Obſervateur.

(119.) Il n'eſt pas néceſſaire que les diſtances obſervées ſoient abſolument égales, pourvu toutefois qu'elles ſoient peu différentes entre elles. En effet, ſi l'on différencie l'équation (1) du *§. 117*, on aura

$$(1)\ d(\text{différ. long.}) = -\frac{3600''\zeta}{nr}\left[\frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \frac{L'\,dL'}{\sqrt{(L'^2 - A'^2)}}\right].$$

On évaluera donc facilement combien l'inégalité des diſtances obſervées, a influé ſur la différence en longitude des lieux où l'on a fait les obſervations, & la correction que l'on devra faire à cette différence en longitude, pour ramener les obſervations, à celles qui auroient été faites dans des lieux où les diſtances obſervées euſſent réellement été égales. On pourra donc toujours employer la formule du *§. 118*.

(120.) Si l'on jette les yeux ſur l'équation (1) du *§. 118*, on verra que dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique, on a

$$\text{Différence en longitude} = -\frac{2\times 3600''\zeta}{nr}\times\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2}{\pi^2\zeta^2}(r-\pi)^2-\frac{\psi^2 l^2}{\zeta^2}\right]};$$

la différence des deux réſultats, dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique & de la Terre elliptique, a donc pour expreſſion

$$(1)\ \text{diff. des réſult.} = -\frac{2\times 3600''\zeta}{nr}\times\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2}{\zeta^2\pi^2}(r-\pi)^2-\frac{\psi^2 l^2}{\zeta^2}\right]}$$
$$+\frac{2\times 3600''\zeta}{nr}\times\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2}{\pi^2\zeta^2}(r-\pi)^2-\left(\frac{\psi l}{\zeta}+\frac{2pq\varphi\epsilon}{r^3}\right)^2\right]}.$$

Il s'agit de ſavoir ſi cette différence peut, dans quelque cas, devenir ſenſible.

(121.) On voit que cette différence eſt nulle dans deux cas. 1.° lorſque $pq\varphi\epsilon = 0$, 2.° lorſque $\frac{\psi l}{\zeta}+\frac{pq\varphi\epsilon}{r^3} = 0$. Le premier cas eſt celui des équinoxes; quand au ſecond, il nous fait voir que la différence des réſultats eſt encore nulle lorſque $pq\varphi\epsilon$ n'étant pas nul, on a d'ailleurs $\frac{\psi l}{\zeta}+\frac{pq\varphi\epsilon}{r^3} = 0$. La plus grande différence des réſultats a donc lieu, lorſque la latitude de la Lune s'éloigne le plus qu'il eſt poſſible de la valeur déterminée par l'équation $\frac{\psi l}{\zeta}+\frac{pq\varphi\epsilon}{r^3} = 0$, c'eſt-à-dire, vers les ſolſtices, lorſque cette latitude eſt la plus grande qu'il eſt poſſible. Mais cette latitude elle-même a une limite, car il faut qu'aucun des radicaux qui entre dans l'équation (1) du *§. 120*, ne ſoit imaginaire. On a d'abord, par cette ſeconde conſidération, pour terme de la plus grande latitude de la Lune,

$$(1)\ \frac{\psi^2 l^2}{\zeta^2}-\frac{\lambda^2 r^2}{\zeta^2\pi^2}\times(r-\pi)^2 = 0,$$

Et l'équation (1) du *§. 120* devient alors

$$(2)\ \text{Diff. des réſultats} = \frac{4\times 3600''\zeta}{nr}\times\sqrt{\left(-\frac{\psi l}{\zeta}\times\frac{pq\varphi\epsilon}{r^3}-\frac{p^2q^2\varphi^2\epsilon^2}{r^6}\right)},$$

On voit par-là que la latitude de la Lune doit être de dénomination contraire à la déclinaiſon du Soleil, car autrement l'expreſſion de la différence des réſultats dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique & dans l'hypothèſe de la Terre elliptique, ſeroit imaginaire.

(122.) Au lieu de ſuppoſer dans l'équation (1) du *§. 120*, le premier radical nul, ſi l'on ſuppoſoit le ſecond radical nul, on auroit alors

$$\frac{\lambda^2 r^2}{\zeta^2 \pi^2}(r - \pi)^2 = \left(\frac{\psi l}{\zeta} + \frac{2pq\varphi\varepsilon}{r^3}\right)^2;$$

& l'équation (1) du *§. 120* deviendroit

$$(1)\ \text{Diff. des réſultats} = -\frac{4 \times 3600''\zeta}{nr} \times \sqrt{\left(\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{pq\varphi\varepsilon}{r^3} + \frac{p^2 q^2 \varphi^2 \varepsilon^2}{r^6}\right)};$$

d'où l'on voit que la latitude de la Lune doit être de même dénomination que la déclinaiſon du Soleil; car autrement la différence des réſultats dans les deux hypothèſes de la Terre ſphérique & de la Terre elliptique, ſeroit imaginaire.

(123.) Les deux cas que nous venons d'examiner, ont une analogie qui mérite d'être remarquée. Dans celui du *§. 121*, la différence en longitude des lieux qui auroient obſervé la même phaſe, & qui eſt nulle en ſuppoſant la Terre ſphérique, a réellement pour expreſſion celle donnée par l'équation (2) du même paragraphe, en ſuppoſant la Terre elliptique. Dans le cas au contraire du *§. 122*, la différence en longitude, nulle en ſuppoſant la Terre elliptique, a réellement pour expreſſion celle donnée par l'équation (1) du *§. 122*, ſi l'on ſuppoſe la Terre ſphérique. Continuons l'examen commencé.

(124.) Dans cette recherche, nous ſuppoſerons que les valeurs de ψ, ζ, π, n, ſont les mêmes que pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764; mais nous ſuppoſerons $p =$ ſin. 23^d, $q =$ coſ. 23^d, $\varphi = r$, $\lambda =$ tang. $30'$, $\varepsilon = 565$. On aura alors $\frac{\psi l}{\zeta} = -54828$. Différence des réſultats $= 15' 48''$. Voilà donc, dans l'hypothèſe de la Terre

elliptique, un arc terreſtre de 15′ 48″ d'heure, ou de près de quatre degrés, compris entre les deux points qui, ſous le parallèle de vingt-trois degrés, auroient obſervé une diſtance des centres de 30 minutes, tandis que cet arc eût été nul dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique. On pourroit donc croire au premier coup-d'œil, que les obſervations d'Éclipſe peuvent donner quelque lumière ſur l'ellipticité de notre globe. On ne doit pas cependant paſſer ſous ſilence la réflexion ſuivante.

Les obſervations ne peuvent être faites que ſur le ſphéroïde; & il faut ſuppléer aux obſervations qui ſeroient faites ſur la Terre ſuppoſée ſphérique, par les élémens tirés des Tables. Lorſque la diſtance entre les deux points qui voient la même phaſe dans le ſphéroïde, diffère le plus qu'il eſt poſſible de la diſtance qui auroit lieu dans la ſphère, on ne peut ſe diſſimuler qu'une légère différence dans les élémens de la Lune, & ſurtout dans ſa latitude, n'influe beaucoup ſur les réſultats. Cette remarque doit faire ſentir l'inconvénient de la méthode, puiſque les élémens de la Lune ne ſont pas à beaucoup près connus avec l'exactitude qu'on pourroit deſirer. Dans le cas, au contraire, où les élémens influeroient moins ſur la différence des réſultats, on approcheroit d'avoir $\frac{\psi l}{\zeta} + \frac{pq\phi e}{r^3} = 0$, & par conſéquent, la différence des arcs terreſtres compris entre les deux points qui voient la même phaſe dans les deux hypothèſes dont il s'agit, deviendroit moins ſenſible. Je n'oſerois donc aſſurer qu'il ſoit jamais poſſible de tirer un grand parti des obſervations faites au zénith, même en ſuppoſant les circonſtances les plus favorables; quoique, géométriquement parlant, il ſoit vrai de dire que dans certains cas, l'ellipticité de la Terre influe ſenſiblement ſur la différence en longitude des lieux qui obſervent une même phaſe. Il ſuffit au ſurplus d'avoir donné les éclairciſſemens que l'on avoit paru deſirer à ce ſujet.

ARTICLE VI.

De la ſimplification que l'introduction de la Latitude corrigée a apportée dans les réſultats ; & de quelques propriétés relatives à la figure elliptique de notre Globe.

(125.) Je me propoſe d'examiner ſommairement dans cet article, la ſimplification que l'introduction de la latitude corrigée, au lieu de la latitude vraie, a apportée dans les réſultats. Comme cet examen ſuppoſe la connoiſſance de quelques propriétés relatives à la figure elliptique de notre globe, je mettrai ſous les yeux du Lecteur quelques-unes de ces propriétés. Quoique toutes ne ſoient point également néceſſaires pour la queſtion dont il s'agit, j'ai cru que les expreſſions ſimples & rigoureuſes de ces grandeurs, que l'on ne trouve réunies dans aucun ouvrage aſtronomique, pourroient faire plaiſir aux Aſtronomes.

SECTION PREMIÈRE.

De quelques propriétés relatives à la figure elliptique de notre Globe.

(126.) Je ſuppoſe que l'on ſe rappelle les définitions que nous avons données dans le ſecond Mémoire. Soit donc, *Année 1764.*

$EPFE$ un Méridien terreſtre ; Fig. 1.

P le Pôle ;

CP le demi-petit axe de la Terre ;

CE le demi-grand axe ;

Pfp le cercle inſcrit dans le Méridien, & qui a pour rayon le demi-petit axe de la Terre ;

FfK l'ordonnée menée de l'Obſervateur F au demi-petit axe PC, qui rencontre ce demi-petit axe au point K, & le cercle Pfp au point f ;

FC le rayon de l'ellipſoïde paſſant par l'Obſervateur ;

fC le rayon du cercle inſcrit, mené du point f au centre C de la Terre ;

FHV la normale au point F menée par l'Obſervateur.

H le point où cette normale rencontre le demi-grand axe ;

V le point où cette normale rencontre le demi-petit axe.

Fig. 1. Dans ces suppositions, nous avons nommé *Latitude corrigée*, l'angle fCH; quant à l'angle FHE, c'est l'angle de la latitude vraie; & l'angle FCE, est l'angle du rayon de l'ellipsoïde passant par l'observateur, avec le grand axe de l'ellipse. Il s'agit d'abord de déterminer la relation entre ces différens angles.

Relation entre la latitude corrigée, la latitude vraie, & l'angle du rayon de l'ellipsoïde passant par l'observateur, avec le grand axe de l'ellipse.

(127.) Soit r le demi-petit axe de la Terre.

ρ le demi-grand axe.

s le sinus, c le cosinus, x la tangente } de la latitude corrigée.

s' le sinus, c' le cosinus, x' la tangente } de la latitude vraie.

s'' le sinus, c'' le cosinus, x'' la tangente } de l'angle du rayon de l'ellipsoïde passant par l'observateur, avec le grand axe de l'ellipse.

Année 1764. Nous avons fait voir dans le §. 17 du second Mémoire, que l'on a les équations suivantes,

$$(1)\quad x'' = \frac{r}{\rho}\, x = \frac{r^2}{\rho^2}\, x'.$$

$$(2)\quad \frac{s''}{c''} = \frac{r}{\rho} \times \frac{s}{c} = \frac{r^2}{\rho^2} \times \frac{s'}{c'}.$$

De plus, on a toujours,

$$(3)\quad x'' = \frac{rs''}{c''}.$$

$$(4)\quad x' = \frac{rs'}{c'}.$$

$$(5)\quad x = \frac{rs}{c}.$$

$$(6)\quad s''^2 + c''^2 - r^2 = 0.$$

$$(7)\quad s'^2 + c'^2 - r^2 = 0.$$

$$(8)\quad s^2 + c^2 - r^2 = 0.$$

Donc

$$(9)\quad s' = \frac{\rho r s}{\sqrt{(\rho^2 s^2 + r^2 c^2)}} = \frac{\rho r x}{\sqrt{(r^4 + \rho^2 x^2)}}.$$

$$(10)\quad c' = \frac{r^2 c}{\sqrt{(\rho^2 s^2 + r^2 c^2)}} = \frac{r^3}{\sqrt{(r^4 + \rho^2 x^2)}}.$$

$$(11)\quad s' = \frac{\rho^2 r s''}{\sqrt{(\rho^4 s''^2 + r^4 c''^2)}} = \frac{\rho^2 r x''}{\sqrt{(r^6 + \rho^4 x''^2)}}.$$

$$(12)\quad c' = \frac{r^3 c''}{\sqrt{(\rho^4 s''^2 + r^4 c''^2)}} = \frac{r^4}{\sqrt{(r^6 + \rho^4 x''^2)}}.$$

$$(13)\quad s = \frac{r^2 s'}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} = \frac{r x'}{\sqrt{(\rho^2 + x'^2)}}.$$

$$(14)\quad c = \frac{\rho r c'}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} = \frac{\rho r}{\sqrt{(\rho^2 + x'^2)}}.$$

$$(15)\quad s = \frac{\rho r s''}{\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}} = \frac{\rho r x''}{\sqrt{(r^4 + \rho^2 x''^2)}}.$$

$$(16)\quad c = \frac{r^2 c''}{\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}} = \frac{r^3}{\sqrt{(r^4 + \rho^2 x''^2)}}.$$

$$(17)\quad s'' = \frac{r^2 s}{\sqrt{(\rho^2 c^2 + r^2 s^2)}} = \frac{r x}{\sqrt{(\rho^2 + x^2)}}.$$

$$(18)\quad c'' = \frac{\rho r c}{\sqrt{(\rho^2 c^2 + r^2 s^2)}} = \frac{\rho r}{\sqrt{(\rho^2 + x^2)}}.$$

$$(19)\quad s'' = \frac{r^3 s'}{\sqrt{(\rho^4 c'^2 + r^4 s'^2)}} = \frac{r^2 x'}{\sqrt{(\rho^4 + r^2 x'^2)}}.$$

$$(20)\quad c'' = \frac{\rho^2 r c'}{\sqrt{(\rho^4 c'^2 + r^4 s'^2)}} = \frac{\rho^2 r}{\sqrt{(\rho^4 + r^2 x'^2)}}.$$

Expreſſion de la tangente de la différence entre la latitude vraie & la latitude corrigée.

(128.) Puiſque la différence de la latitude vraie & de la latitude corrigée, eſt égale à la différence de deux angles dont les tangentes ſont entr'elles comme ρ eſt à r; ſi l'on nomme

z la tangente de la différence entre la latitude vraie & la latit. corrigée.

x' la tangente de la latitude vraie.

On a *(Trigonométrie rectiligne)*

$$z = r x' \left(\frac{\rho - r}{\rho r + x'^2}\right);$$

de plus (*§. 127, équation* (1))

$$x' = \frac{\rho x}{r} = \frac{\rho^2 x''}{r^2};$$

Donc

$$(1)\quad z = \frac{r x' (\rho - r)}{\rho r + x'^2} = \frac{r s' c' (\rho - r)}{\rho c'^2 + r s'^2};$$

$$(2)\quad z = \frac{r^2 x (\rho - r)}{r^3 + \rho x^2} = \frac{r s c (\rho - r)}{r c^2 + \rho s^2},$$

$$(3)\quad z = \frac{r^3 \rho x'' (\rho - r)}{r^5 + \rho^3 x''^2} = \frac{r^2 \rho s'' c'' (\rho - r)}{r^3 c''^2 + \rho^3 s''^2}.$$

Le *maximum* de cet angle répond à $x' = \sqrt{\rho r}$.

Expreſſion de la tangente de la différence entre la latitude vraie & l'angle que fait avec le grand axe de l'ellipſe, le rayon de la Terre paſſant par l'obſervateur.

(129.) Puiſque la différence entre la latitude vraie & l'angle du grand axe de l'ellipſe, avec le rayon de la Terre paſſant par l'obſervateur *, eſt égale à la différence de deux angles dont les tangentes ſont entr'elles comme ρ^2 eſt à r^2; ſi l'on nomme

u la tangente de cette différence.
x' la tangente de la latitude vraie.

On a (*Trigonométrie ſphérique*)

$$u = \frac{x' (\rho^2 - r^2)}{\rho^2 + x'^2};$$

de plus

$$x' = \frac{\rho x}{r} = \frac{\rho^2 x''}{r^2};$$

* J'ai appelé cet angle la *diſtance entre le zénith vrai de l'Obſervateur & le zénith corrigé,* parce que c'eſt en effet la diſtance entre le zénith vrai & le point qui répond à l'extrémité du rayon mené de l'Obſervateur au centre de la Terre.

Donc

Donc

$$(1)\ u = \frac{x'(\rho^2 - r^2)}{\rho^2 + x'^2} = \frac{r s' c'(\rho^2 - r^2)}{\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2}.$$

$$(2)\ u = \frac{r x(\rho^2 - r^2)}{\rho(r^2 + x^2)} = \frac{s c(\rho^2 - r^2)}{\rho r^2},$$

$$(3)\ u = \frac{r^2 x''(\rho^2 - r^2)}{r^4 + \rho^2 x''^2} = \frac{r s'' c''(\rho^2 - r^2)}{r^2 c''^2 + \rho^2 s''^2}.$$

Le *maximum* de cet angle répond à $x' = \rho$.

Expreſſion du demi-diamètre de la Terre paſſant par l'obſervateur.

(130.) Soit R le demi-diamètre de la Terre paſſant par l'obſervateur. J'ai fait voir (*§. 14* du ſecond Mémoire) que l'on avoit l'équation ſuivante, *Année 1764.*

$$R = \frac{r^2 \rho}{\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}} = \rho r \sqrt{\left(\frac{r^2 + x''^2}{r^4 + \rho^2 x''^2}\right)};$$

de plus

$$x'' = \frac{rx}{\rho} = \frac{r^2}{\rho^2} x';$$

Donc

$$(1)\ R = \sqrt{\left(\frac{\rho^4 + r^2 x'^2}{\rho^2 + x'^2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{\rho^4 c'^2 + r^4 s'^2}{\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2}\right)}.$$

$$(2)\ R = r\sqrt{\left(\frac{\rho^2 + x^2}{r^2 + x^2}\right)} = \frac{\sqrt{(\rho^2 c^2 + r^2 s^2)}}{r}.$$

$$(3)\ R = \rho r \sqrt{\left(\frac{r^2 + x''^2}{r^4 + \rho^2 x''^2}\right)} = \frac{r^2 \rho}{\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}}.$$

Expreſſion de la partie de la normale interceptée entre l'obſervateur & le grand axe de la Terre.

(131.) Soit Q la partie FH de la normale interceptée entre l'obſervateur & le grand axe de la Terre. Fig. 1.

Il eſt évident que ſi de l'obſervateur F l'on abaiſſe ſur le grand axe ECE la perpendiculaire FD, on aura $FH : FD :: r : s'$; de plus $FC : FD :: r : s''$; donc $FH : FC :: s'' : s'$;

Donc $Q : R :: s'' : s'$.

Donc

$$(1)\quad Q = r\sqrt{\left(\frac{r^2 + x'^2}{\rho^2 + x'^2}\right)} = \frac{r^3}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}}.$$

$$(2)\quad Q = \frac{r}{\rho}\sqrt{\left(\frac{r^4 + \rho^2 x^2}{r^2 + x^2}\right)} = \frac{\sqrt{(r^2 c^2 + \rho^2 s^2)}}{\rho}.$$

$$(3)\quad Q = \frac{}{\rho}\sqrt{\left(\frac{r^6 + \rho^4 x''^2}{r^4 + \rho^2 x''^2}\right)} = \frac{r}{\rho}\sqrt{\left(\frac{r^4 c''^2 + \rho^4 s''^2}{r^2 c''^2 + \rho^2 s''^2}\right)}.$$

Expreſſion de la partie de la normale interceptée entre l'obſervateur & le petit axe de la Terre.

Fig. 1. (132.) Soit Q' la partie FV de la normale interceptée entre l'obſervateur & le petit axe de la Terre.

Puiſque $FV : FK :: r : c'$; que $CF : FK :: r : c''$, il eſt évident que l'on a la proportion ſuivante,

$$Q' : R :: c'' : c';$$

Donc

$$(1)\quad Q' = \frac{\rho^2}{r} \times \sqrt{\left(\frac{r^2 + x'^2}{\rho^2 + x'^2}\right)} = \frac{\rho^2 r}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}}.$$

$$(2)\quad Q' = \frac{\rho}{r} \times \sqrt{\left(\frac{r^4 + \rho^2 x^2}{r^2 + x^2}\right)} = \frac{\rho}{r^2} \times \sqrt{(r^2 c^2 + \rho^2 s^2)}.$$

$$(3)\quad Q' = \frac{\rho}{r} \times \sqrt{\left(\frac{r^6 + \rho^4 x''^2}{r^4 + \rho^2 x''^2}\right)} = \frac{\rho}{r}\sqrt{\left(\frac{r^4 c''^2 + \rho^4 s''^2}{r^2 c''^2 + \rho^2 s''^2}\right)}.$$

Expreſſion de la partie de la normale interceptée entre le grand axe & le petit axe de la Terre.

Fig. 1. (133.) Soit Q'' la partie VH de la normale interceptée entre le grand axe & le petit axe de la Terre.

Il eſt évident que l'on a

$$Q'' = Q' - Q;$$

Donc

$$(1)\quad Q'' = \left(\frac{\rho^2 - r^2}{r}\right) \times \sqrt{\left(\frac{r^2 + x'^2}{\rho^2 + x'^2}\right)} = \frac{r(\rho^2 - r^2)}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}}.$$

$$(2)\quad Q'' = \left(\frac{\rho^2 - r^2}{\rho r}\right) \times \sqrt{\left(\frac{r^4 + \rho^2 x^2}{r^2 + x^2}\right)} = \left(\frac{\rho^2 - r^2}{\rho r^2}\right) \times \sqrt{(r^2 c^2 + \rho^2 s^2)}.$$

$$(3)\quad Q'' = \left(\frac{\rho^2 - r^2}{\rho r}\right) \times \sqrt{\left(\frac{r^6 + \rho^4 x''^2}{r^4 + \rho^2 x''^2}\right)} = \left(\frac{\rho^2 - r^2}{\rho r}\right) \times \sqrt{\left(\frac{r^4 c''^2 + \rho^4 s''^2}{r^2 c''^2 + \rho^2 s''^2}\right)},$$

Expression de la partie du petit axe de la Terre, comprise entre le centre de la Terre & le point où le petit axe est rencontré par la normale.

(134.) Soit T la partie CV du petit axe de la Terre, compriſe entre le centre de la Terre & le point où le petit axe eſt rencontré par la normale. Fig. 1.

Il eſt évident que l'on a

$$T = \frac{Q'' s'}{r};$$

Donc

$$(1)\quad T = \frac{(\rho^2 - r^2)\, x'}{r\sqrt{(\rho^2 + x'^2)}} = \frac{(\rho^2 - r^2)\, s'}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}};$$

$$(2)\quad T = \frac{(\rho^2 - r^2)\, x}{r\sqrt{(r^2 + x^2)}} = \frac{(\rho^2 - r^2)\, s}{r^2}.$$

$$(3)\quad T = \frac{(\rho^2 - r^2)\, \rho\, x''}{r\sqrt{(r^4 + \rho^2 x''^2)}} = \frac{(\rho^2 - r^2)\, \rho\, s''}{r\sqrt{(r^2 c''^2 + \rho^2 s''^2)}}.$$

Expression de la partie du grand axe de la Terre, comprise entre le centre de la Terre & le point où le grand axe est rencontré par la normale.

(135.) Soit T' la partie CH du grand axe de la Terre, compriſe entre le centre de la Terre & le point où le grand axe eſt rencontré par la normale. Fig. 1.

Il eſt évident que l'on a

$$T' = \frac{Q'' c'}{r};$$

Donc

$$(1)\quad T' = \frac{(\rho^2 - r^2)}{\sqrt{(\rho^2 + x'^2)}} = \frac{(\rho^2 - r^2)\, c'}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}};$$

$$(2)\quad T' = \frac{(\rho^2 - r^2)\, r}{\rho\sqrt{(r^2 + x^2)}} = \frac{(\rho^2 - r^2)\, c}{\rho\, r};$$

$$(3)\quad T' = \frac{(\rho^2 - r^2)\, r^2}{\rho\sqrt{(r^4 + \rho^2 x''^2)}} = \frac{(\rho^2 - r^2)\, r\, c''}{\rho\sqrt{(r^2 c''^2 + \rho^2 s''^2)}}.$$

Expreſſion du rayon de courbure.

(136.) Soit Z l'expreſſion du rayon de courbure de la Terre pour un point quelconque du Méridien.

Si l'on prend le grand axe de la Terre pour ligne des abſciſſes, & que de l'obſervateur l'on mène une normale qui rencontre ce grand axe, l'angle de la normale avec le grand axe, eſt comme nous l'avons déjà dit, égal à la latitude vraie de l'obſervateur; de plus, nous avons donné *(§. 131)* l'expreſſion de la partie de la normale interceptée entre l'obſervateur & le grand axe de la Terre. Mais on démontre généralement, que dans une courbe quelconque, le rayon de courbure pour un point quelconque, eſt égal à la partie de la normale interceptée entre la courbe & la ligne des abſciſſes, plus au ſinus de l'angle de la ligne des abſciſſes avec la normale, multiplié par la différentielle de la partie de la normale interceptée entre la courbe & la ligne des abſciſſes, & diviſé par la différentielle du ſinus de l'angle de la ligne des abſciſſes avec la normale. On a donc en conſervant les dénominations précédentes,

$$Z = Q + \frac{s' d Q}{d. s'}.$$

Donc

$$(1)\ Z = \frac{r^5 \rho^2}{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{r^5 \rho^2}{[\rho^2 r^2 - s'^2 (\rho^2 - r^2)]^{\frac{3}{2}}}.$$

(137.) L'équation (1) du *paragraphe précédent*, fournit un moyen facile pour déterminer l'ellipticité de la Terre, par la comparaiſon de la meſure de deux degrés du méridien, pourvu toutefois que ces méridiens ſoient elliptiques. Soit en effet,

M l'arc meſuré dans un lieu A.

s' le ſinus de la latitude vraie du lieu A.

M' l'arc meſuré dans un lieu B.

σ' le ſinus de la latitude vraie du lieu B.

Puiſque dans deux cercles différens, les longueurs de deux

arcs qui appartiennent au même nombre de degrés, ſont en raiſon des rayons de ces cercles, on a évidemment

$$M : M' :: [\rho^2 r^2 - \sigma'^2 (\rho^2 - r^2)]^{\frac{3}{2}} : [\rho^2 r^2 - s'^2 (\rho^2 - r^2)]^{\frac{3}{2}}.$$

Donc

$$(1)\ \rho = \sqrt{\left[\frac{r^2 \sigma'^2 M'^{\frac{2}{3}} - r^2 s'^2 M^{\frac{2}{3}}}{M^{\frac{2}{3}} (r^2 - s'^2) - M'^{\frac{2}{3}} (r^2 - \sigma'^2)} \right]}.$$

SECTION SECONDE.

Examen de la ſimplification que l'introduction de la latitude corrigée a apportée dans les réſultats.

(138.) Dans le cours de cet Ouvrage, on peut ſe rappeler que j'ai déſigné chaque lieu, non par ſa latitude vraie, mais par ſa latitude corrigée ; je dois faire voir maintenant combien l'introduction de cette nouvelle donnée, a ſimplifié les calculs. Pour y parvenir, je reprends l'équation fondamentale de tout l'ouvrage.

Soit

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\varphi}{r^4},$$

$$B = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\omega}{r^4} + \frac{bnr}{3600'' \zeta};$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{c\rho qh\pi}{r^4}.$$

Nous avons vu que la tangente de la diſtance des centres du Soleil & de la Lune, pour un inſtant quelconque, avoit pour expreſſion,

$$\text{Tangente de la diſtance des centres} = \frac{\pi\zeta\sqrt{(A^2 + B^2)}}{Er}.$$

Il s'agit donc de démontrer que de quelqu'autre manière que l'on veuille déſigner le lieu où l'on obſerve, les valeurs de A, B, E ſeront plus compliquées.

(139.) Je ne connois que trois manières de repréſenter le lieu où l'on obſerve ; par ſa latitude vraie, par ſa latitude corrigée, ainſi que je l'ai fait, ou par l'angle du rayon de

l'ellipsoïde mené de l'Observateur au centre de la Terre, avec le grand axe de la Terre. Si l'on emploie la latitude vraie, alors dans les expressions de *A*, *B*, *E* du *§. 138*, il faudra éliminer *s* & *c* par le moyen des équations (13) & (14) du *§. 127*, & l'on aura

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q\varphi s'}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} + \frac{g\rho^2 \omega c'}{r^2\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} + \frac{hp\rho^2 \varphi c'}{r^3\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}},$$

$$B = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q\omega s'}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} - \frac{g\rho^2 \varphi c'}{r^2\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} + \frac{hp\rho^2 \omega c'}{r^3\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} + \frac{bnr}{3600''\zeta},$$

$$E = \xi - \frac{p\pi s'}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} - \frac{\rho^2 qh\pi c'}{r^3\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}}.$$

Or, ces valeurs sont évidemment plus compliquées que celles du *§. 138*.

Si l'on emploie l'angle du rayon de l'ellipsoïde, alors dans les expressions de *A*, *B*, *E* du *§. 138*, il faudra éliminer *s* & *c* par le moyen des équations (15) & (16) du *§. 127*, & l'on aura

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q\varphi\rho s''}{r\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}} + \frac{g\rho\omega c''}{r\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}} + \frac{hp\rho\varphi c''}{r^2\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}},$$

$$B = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q\omega\rho s''}{r\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}} - \frac{g\rho\varphi c''}{r\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}} + \frac{hp\rho\omega c''}{r^2\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}} + \frac{bnr}{3600''\zeta};$$

$$E = \xi - \frac{p\pi\rho s''}{r\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 s''^2)}} - \frac{\rho qh\pi c''}{r^2\sqrt{(\rho^2 s''^2 + r^2 c''^2)}}.$$

Or, ces valeurs sont encore évidemment plus compliquées que celles du *§. 138*. On peut à la vérité réduire les radicaux en série, par la considération du peu d'ellipticité de la Terre; mais quelqu'opération que l'on fasse, on tombera toujours dans des valeurs plus compliquées que celles du *§. 138*, & d'ailleurs on n'aura plus la solution rigoureuse du Problème.

(140.) La simplification des valeurs de *A*, *B*, *E* du *§. 138*, peut paroître moins intéressante lorsque la latitude du lieu est donnée, & sous ce point de vue, on pourroit croire que cette simplification n'est pas aussi avantageuse que je l'ai annoncée; mais sans convenir de l'objection qui est fort éloignée de

s'appliquer à la totalité des Problèmes, il faut au moins avouer que dans ceux où la latitude du lieu eſt l'inconnue, il n'eſt pas indifférent d'avoir à réſoudre une équation d'un degré beaucoup moins élevé.

(141.) On peut éluder les difficultés précédentes, en calculant d'abord, avec les Aſtronomes, les phénomènes pour la Terre ſuppoſée ſphérique; & il faut convenir que dans ce cas, les valeurs de A, B, E des *§. 138* & *139*, ſont auſſi ſimples; mais alors on eſt obligé d'avoir recours à des formules de correction, pour avoir égard à l'aplatiſſement de la Terre. Il faut donc ajouter un nouveau calcul à un premier calcul qui n'eſt pas plus ſimple que celui dans lequel on a fait entrer la totalité de la queſtion; j'ajouterai que ces formules de correction s'appliqueroient difficilement, ſans compliquer les réſultats, aux Problèmes dans leſquels la latitude du lieu eſt l'inconnue.

(142.) On pourroit à la vérité avoir, dans le cas de la Terre elliptique, des expreſſions auſſi ſimples en apparence, que pour le cas de la Terre ſphérique; car dans l'hypothèſe du ſphéroïde aplati, les phénomènes du mouvement diurne, ſe paſſent de la même manière qu'ils ſe paſſeroient dans une ſphère, en ſuppoſant toutefois variables le centre & le rayon de cette ſphère, relativement aux différentes latitudes terreſtres. En effet, ſuppoſons que le point F ſoit un point d'un parallèle terreſtre quelconque; & prenons la normale FV Fig. 1. qui rencontre le petit axe de la Terre en V; il eſt évident qu'en vertu du mouvement diurne, le rayon FV décrira un cône dont le ſommet ſera en V, de la même manière qu'il auroit décrit un cône dont le ſommet eût été au centre C, ſi la Terre eût été ſphérique. Les apparences ſeront donc les mêmes que dans une ſphère dont le centre auroit paſſé de C en V, & dont le rayon ſeroit égal à FV. Si donc l'on conſidère ce cercle variable, on aura des équations de la forme de celles qui ont lieu pour la Terre ſphérique.

(143.) On ne doit point oublier la remarque ſuivante;

Fig. 1. ſuppoſons que l'on ait calculé des formules pour un parallèle terreſtre quelconque, les formules analogues pour un autre parallèle auront bien la même forme, mais ce ne ſeront pas rigoureuſement les mêmes quantités; ce ſeront des quantités ſemblables, priſes dans deux cercles dont les centres ſeront différens, & dont les rayons ſeront entr'eux, comme les parties des normales interceptées entre les différens points de ces parallèles & le petit axe de la Terre. Si donc on veut comparer des obſervations faites ſous deux latitudes différentes, & que l'on emploie les formules calculées pour la ſphère, il faudra regarder les rayons de la ſphère comme variables; nous avons donné l'expreſſion de ces rayons dans le *§. 132.* Il ne faudra pas non plus employer la déclinaiſon & la latitude de l'aſtre vues du centre de la Terre; mais celles vues des différens points *V;* nous avons donné dans le *§. 134,* la diſtance de ces différens points *V,* au centre *C* de la Terre.

(144.) Si l'on vouloit avoir, par exemple, l'expreſſion de la déclinaiſon de l'aſtre qu'il faudroit ſubſtituer à celle vue du centre de la Terre, voici comment on y parviendroit. Du centre *C* de la Terre & du point *V,* menons à

Fig. 2. l'aſtre *A* les droites *CA*, *VA;* par le point *C,* menons le petit axe de la Terre *PCp,* & le grand axe *ECE;* enfin par le point *V,* menons la parallèle *eVe* au grand axe *ECE* de la Terre. On aura le triangle rectiligne *VCA,* dans lequel la droite *CA* ſera égale à la diſtance de l'aſtre au centre de la Terre; l'angle *ACP* ſera égal au complément de la déclinaiſon de l'aſtre vue du centre de la Terre; l'angle *AVC* ſera égal au complément de la déclinaiſon de l'aſtre vue du point *V.* Si donc l'on conſerve les définitions précédentes, & ſur-tout celle de *T* du *§. 134,* & que l'on nomme de plus

p' le ſinus, q' le coſinus } de la déclinaiſon de l'aſtre vue du point *V,*

on aura $CA = \frac{r^2}{\pi}$; ſin. $ACP = q$, coſin. $ACP = p$;

ſinus $AVC = q'$, coſinus $AVC = p'$, $CV = T$.

Dans

Dans le triangle AVC, l'angle A = angle ACP — angle AVC; donc finus $A = \frac{p'q - pq'}{r}$. De plus, finus $AVC : CA ::$ finus $A : CV$; donc Fig. 2.

$$q' : \frac{r^2}{\pi} :: \frac{p'q - pq'}{r} : T;$$

Mais (§. 134)

$$T = \frac{(\rho^2 - r^2)\, s'}{\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}};$$

donc

$$(1)\ \frac{rp'}{q'} = \frac{rp}{q} + \frac{\pi(\rho^2 - r^2)\, s'}{q\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}};$$

(145.) Il n'eft pas poffible de fe refufer à l'évidence que cette nouvelle manière d'envifager les Problèmes fujets à la parallaxe, ne foit plus compliquée que la méthode que nous avons expofée dans cet Ouvrage. Je crois donc pouvoir affurer que la détermination d'un lieu, par fa latitude corrigée, eft le *maximum* de fimplification que l'on puiffe apporter dans ces Problèmes. La forme des folutions diffère, à la vérité, de celle en ufage parmi les Aftronomes, mais cette différence n'eft point une raifon pour rejeter une méthode que je crois préférable, & qui d'ailleurs n'entraîne pas plus de calculs.

Remarque fur l'équation du §. 144.

(146.) Nous avons vu (§. 144) que l'on avoit l'équation fuivante,

$$(1)\ \frac{p'q - pq'}{r} = \frac{q'\pi s'(\rho^2 - r^2)}{r^2\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}}.$$

Cette équation fait voir que pour tous les aftres qui font affectés de la parallaxe, le paffage de l'aftre par le zénith du lieu où l'on obferve, n'arrive pas précifément dans l'hypothèfe de la Terre elliptique, lorfque la déclinaifon de l'aftre vue du centre de la Terre, eft égale à la latitude

vraie de l'obſervateur. En effet, l'aſtre ne paſſe au zénith de l'obſervateur, que quand ſa déclinaiſon vue du point V, eſt égale à la latitude de l'obſervateur; on a donc dans ce cas $p' = s'$, $q' = c'$, & l'équation (1) devient,

Fig. 1.

$$(2)\ \frac{s'q - pc'}{r} = \frac{\pi s'c'(\rho^2 - r^2)}{r^2\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}}.$$

La différence entre la latitude vraie de l'obſervateur qui voit l'aſtre au zénith, & la déclinaiſon de l'aſtre vue du centre de la Terre, a donc pour expreſſion de ſon ſinus

$$\frac{\pi s'c'(\rho^2 - r^2)}{r^2\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}}.$$

(147.) Il ſuit de cette dernière remarque, que ſi la Terre avoit un ſatellite dont la parallaxe fût beaucoup plus grande que celle de la Lune, ou que l'on put ſe flatter de connoître avec une extrême préciſion les élémens de ce dernier aſtre, on pourroit conclure le rapport des axes terreſtres par des obſervations du paſſage de ce ſatellite par le zénith, en comparant la latitude du lieu où le phénomène arriveroit, à la déclinaiſon du ſatellite vue du centre de la Terre.

(148.) Si l'on différencie l'expreſſion de la différence entre la latitude vraie de l'obſervateur qui voit paſſer l'aſtre au zénith, & la déclinaiſon de cet aſtre vue du centre de la Terre, en regardant comme variable la latitude du lieu, on verra que le *maximum* de cette expreſſion répond à la latitude déterminée par l'équation $\rho^2 c'^4 - r^2 s'^4 = 0$; d'où l'on tire

$$\frac{rs'}{c'} = \pm\sqrt{\rho r}.$$

Le *maximum* de la différence entre la latitude vraie de l'obſervateur qui voit paſſer l'aſtre au zénith, & la déclinaiſon de cet aſtre vue du centre de la Terre, répond donc à peu-près, à 45 degrés de latitude terreſtre. Ce ſeroit donc ſous cette latitude que les obſervations ſeroient les plus déciſives, ſi la Lune pouvoit, en effet, avoir une déclinaiſon de 45 degrés; mais comme la déclinaiſon de cet aſtre ne peut

jamais ſurpaſſer 28ᵈ 40′, les circonſtances les plus favorables ſont celles où la Lune ayant la plus grande déclinaiſon poſſible, elle paſſe au zénith d'un lieu ſitué ſous le parallèle de 28ᵈ 40′. Suppoſons la parallaxe horizontale polaire de la Lune de 60 minutes, & le rapport des axes terreſtres, comme 177 à 178, la différence entre la latitude vraie de l'obſervateur qui verroit la Lune paſſer au zénith, & la déclinaiſon de cet aſtre vue du centre de la Terre, ſeroit de 18 ſecondes; c'eſt-à-dire, d'environ un deux centième de la parallaxe.

(149.) Il ſeroit poſſible de tirer auſſi quelque lumière ſur le rapport des axes terreſtres, par la conſidération du temps écoulé entre les deux paſſages de la Lune par le premier vertical. En effet, comme la réfraction & la parallaxe de hauteur agiſſent dans le ſens du vertical, elles n'écartent point l'aſtre du plan de ce cercle; le paſſage apparent arrive donc au même inſtant phyſique où il arriveroit ſi la réfraction & la parallaxe de hauteur n'avoient pas lieu; & le temps écoulé entre ces paſſages n'eſt affecté que de la parallaxe réſultante de la figure elliptique de la Terre. Voici les principes de ce calcul.

(150.) L'Aſtronomie nous apprend que le coſinus & le ſinus de l'angle horaire d'un Aſtre, lors de ſon paſſage par le premier vertical, ont reſpectivement pour expreſſion,

(1) $h = \frac{rp'c'}{q's'}$,

(2) $g = \sqrt{(r^2 - h^2)}$

ou, à cauſe de l'équation (1) du §. 144,

(3) $h = \frac{c'}{s'} \left[\frac{rp}{q} + \frac{\pi s'(\rho^2 - r^2)}{q\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)}} \right] = \frac{c'}{s'} \left[\frac{rp}{q} + \frac{\pi s'(\rho^2 - r^2)}{q r^2} \right]$,

(4) $g = \frac{\sqrt{\left[r^2 q^2 - \frac{c'^2}{s'^2}\left[rp + \frac{\pi s'(\rho^2 - r^2)}{r^2}\right]^2\right]}}{q}$;

J'entends par p' & q', le ſinus & le coſinus de la déclinaiſon

Fig. 2. de l'Aſtre, vue du point V, & par p & q, le ſinus & le coſinus de la déclinaiſon de l'Aſtre, vue du centre de la Terre. Quant à s' & c', ce ſont le ſinus & le coſinus de la latitude vraie de l'Obſervateur. J'ai de plus ſuppoſé dans l'expreſſion de h, $\sqrt{(\rho^2 c'^2 + r^2 s'^2)} = r^2$; attendu la petiteſſe du coëfficient π.

(151.) Si la Terre étoit ſphérique, le coſinus de l'angle horaire de la Lune à l'inſtant de ſon paſſage par le premier vertical, auroit pour expreſſion $h = \frac{prc'}{qs'}$. Dans l'hypothèſe de la Terre elliptique, ce coſinus a pour expreſſion $h = \frac{c'}{s'} \left[\frac{rp}{q} + \frac{\pi s' (\rho^2 - r^2)}{q r^2}\right]$; la différence de ces deux coſinus, que j'appellerai dh, a donc pour expreſſion, $dh = \frac{\pi c' (\rho^2 - r^2)}{q r^2}$; mais h étant le coſinus & g le ſinus de l'angle horaire correſpondant au paſſage de la Lune par le premier vertical, $-\frac{rdh}{g}$ eſt l'expreſſion de l'accroiſſement de l'angle horaire; donc l'accroiſſement de l'angle horaire dû à l'ellipticité de la Terre, a pour expreſſion

$$-\frac{\pi c' (\rho^2 - r^2)}{qgr} = -\frac{\pi c' (\rho^2 - r^2)}{r\sqrt{\left[r^2 q^2 - \frac{c'^2}{s'^2}\left[rp + \frac{\pi s' (\rho^2 - r^2)}{r^2}\right]^2\right]}}.$$

Je ne fais qu'indiquer la route qu'il faudroit ſuivre, ſi l'on penſoit pouvoir tirer quelque lumière de ces conſidérations; il faudroit auſſi avoir égard au changement de déclinaiſon de l'Aſtre, pendant l'intervalle des obſervations.

ARTICLE VII.

Détermination de l'angle du fil vertical mené par le centre du Soleil, avec le fil équatorial de l'Obſervateur.

(152.) Dans la ſuite de cet Ouvrage, j'ai fait voir, lorſqu'il a été queſtion de conclure les élémens de la Lune, d'après les obſervations de l'Éclipſe, que ſi l'on avoit obſervé l'angle que fait, avec la *ligne de comparaiſon*, la droite qui joint les centres du Soleil & de la Lune, la connoiſſance de

cet élément ſimplifieroit ſingulièrement les calculs. On peut ſe rappeler que, par la *ligne de comparaiſon*, j'entends la droite menée par le centre du Soleil, parallèlement à l'orbite relative de la Lune. Rien ne détermine dans le ciel la poſition de cette ligne, quoiqu'elle faſſe avec le *fil équatorial de l'Obſervateur*, un angle conſtant dont j'ai donné l'expreſſion; c'eſt l'angle qui (*§. 1.*er), a ω pour ſinus, & φ pour coſinus. Il eſt donc néceſſaire de rapporter ſa poſition à quelque terme ſenſible. J'ai indiqué dans le *§. 23* de mon neuvième Mémoire, la manière d'avoir la poſition de cette droite, en poſant la lunette d'obſervation ſur une machine parallactique; mais comme il n'eſt pas toujours poſſible de ſe procurer un appareil de ce genre, j'ai cru que l'on verroit avec plaiſir, comment on peut y ſuppléer, en rapportant la poſition de la *ligne de comparaiſon* à un autre terme. J'ai choiſi le fil vertical mené par le centre du Soleil; c'eſt ainſi que j'ai défini l'interſection du vertical paſſant par le centre du Soleil avec le diſque de cet Aſtre. Cette interſection eſt facile à déterminer, puiſque ce n'eſt autre choſe que celui des diamètres du Soleil qui paſſe par les points du diſque les plus élevés & les moins élevés ſur l'horizon. *Année 1771.*

(153.) La réflexion précédente nous conduit naturellement à la recherche du Problème ſuivant.

Déterminer ſous une Latitude & à un inſtant quelconques, l'angle du fil vertical mené par le centre du Soleil, avec le fil équatorial de l'Obſervateur.

En effet, ſuppoſons que l'obſervation ait déterminé l'angle que fait la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec le fil vertical. Comme d'ailleurs, d'après la ſolution du Problème précédent, on connoîtra l'angle du fil vertical avec la ligne de comparaiſon, puiſque cet angle eſt égal à l'angle du fil vertical mené par le centre du Soleil avec le fil équatorial, moins l'angle de la ligne de comparaiſon avec le même fil équatorial : on conclura facilement l'angle de la ligne des centres avec la ligne de comparaiſon.

(154.) Pour peu que l'on réfléchiſſe ſur la nature du Problème, on verra que la ſolution ſe réduit à déterminer l'angle que fait ſur le plan de projection, la projection de la normale FV, avec une droite perpendiculaire au Méridien universel, menée par le point V. Rien n'eſt plus ſimple que cette détermination. Rappelons-nous en effet les conſtructions fondamentales de cet ouvrage. Soit GX l'interſection du Méridien univerſel avec le plan de projection que je ſuppoſe mené par le centre du Soleil; G la projection du centre de la Terre; V la projection du point où la normale menée par l'Obſervateur rencontre le petit axe de la Terre; F la projection de l'Obſervateur; FV la projection de la normale; FLl la projection de l'ellipſe que l'Obſervateur décrit en vertu de ſon mouvement diurne; FE l'ordonnée à cette projection, menée perpendiculairement au Méridien univerſel; VK la droite menée par le point V perpendiculairement au Méridien univerſel; c'eſt l'angle FVK qu'il s'agit de déterminer.

Fig. 1 & 3.

(155.) Pour y parvenir, on ſe rappellera que, d'après les conſtructions fondamentales de cet Ouvrage, auxquelles je renvoie *(IIe Mém. §. 25 & ſuiv.)*, la droite FE a pour expreſſion $\frac{tg\rho}{r^2}$; quant à la portion EG de la droite EV, interceptée entre le point E & la projection du centre de la Terre, elle a pour expreſſion $\frac{qs}{r} - \frac{c'hp\rho}{r^3}$. De plus, puiſque [*§. 134, équation (2)*], la portion du petit axe de la Terre, compriſe entre le centre de la Terre & le point où ce petit axe eſt rencontré par la normale menée par l'Obſervateur, s'exprime par $\frac{(\rho^2 - r^2)s}{r^2}$, la projection de cette portion aura pour expreſſion $\frac{(\rho^2 - r^2)qs}{r^3}$;

Année 1764.

Donc $$GV = \frac{(\rho^2 - r^2)qs}{r^3};$$

Donc

$$VE = EG + GV = \frac{qs}{r} - \frac{chpp}{r^3} + \frac{(p^2 - r^2)qs}{r^3}.$$

Si donc l'on nomme

θ la tangente de l'angle demandé,

on aura, à cauſe de l'angle EFV égal à l'angle FVK, $FE : EV :: r : \theta$; donc

$$(1)\ \theta = \frac{qsr^2 - chpp + (p^2 - r^2)qs}{cgp} = \frac{pqs - chp}{cg}.$$

Le *maximum* de cet angle répond à l'heure déterminée par l'équation ſuivante,

$$cpr^2 - pqhs = 0.$$

ARTICLE VIII.

Méthode pour conclure la diſtance des centres de Saturne & de la Lune, d'après la poſition du point de contact de la Lune & de l'anneau.

(156.) Saturne eſt quelquefois occulté par la Lune. On ſait que cette Planète eſt environnée d'un anneau lumineux qui préſente à nos yeux une figure elliptique. Lorſque la Lune vient toucher cet anneau, le contact ſe fait dans la direction du rayon oſculateur paſſant par le point de contact. La diſtance du centre de Saturne au centre de la Lune n'eſt plus égale alors à la ſomme des demi-diamètres de la Lune & de l'anneau, comme dans le cas où les deux corps ſeroient ſphériques, & il faut avoir une méthode pour conclure la diſtance des centres de Saturne & de la Lune, d'après la poſition du point de contact : tel eſt l'objet que je me propoſe dans cet article.

(157.) La première choſe que nous ayons à déterminer, c'eſt le rapport des axes de la figure elliptique ſous laquelle l'anneau paroît à nos yeux. Les obſervations les plus exactes ont fait connoître que le demi-diamètre de Saturne eſt de 8″, & celui de l'anneau de 21″; c'eſt la valeur que nous donnerons au demi-grand axe de l'ellipſe, ſous laquelle

l'anneau paroît à nos yeux. Quant au demi-petit axe, sa grandeur dépend du lieu de Saturne dans son orbite.

(158.) Quoiqu'il ne soit pas de mon sujet de donner l'expression du rapport des axes de la figure elliptique sous laquelle l'anneau de Saturne se projette à nos yeux, à un instant quelconque, on ne sera peut-être pas fâché d'avoir ici l'expression que j'ai donnée de ce rapport dans mon *Essai sur Saturne:* je supprime la démonstration.

Soit

R le rayon vecteur de la Terre à l'instant pour lequel on calcule.

I l'inclinaison du plan de l'orbite de Saturne sur l'Écliptique.

I' l'inclinaison du plan de l'anneau sur l'écliptique.

u l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds de l'orbite de Saturne; cet angle doit être compté en partant du nœud ascendant de l'orbite de Saturne.

R' le rayon vecteur de Saturne à l'instant pour lequel on calcule.

u' l'angle du rayon vecteur de Saturne avec la ligne des nœuds de l'orbite de Saturne; cet angle doit être compté en partant du nœud ascendant de l'orbite de Saturne.

r le rayon du cercle sur lequel les angles u & u' sont comptés.

$$\Delta = \sqrt{[R'^2 + R^2 - \frac{2R'R}{r} \times (\frac{\text{cos. } u \text{ cos. } u'}{r} + \frac{\text{sin. } u \text{ sin. } u' \text{ cos. } I}{r^2})]}$$

α le demi-grand axe de l'orbite terrestre.

E la distance du foyer au centre de l'orbite terrestre.

p le paramètre du grand axe de l'orbite de la Terre.

b l'angle du rayon particulier de l'orbite de la Terre, qui répond à l'origine des angles u, avec le grand axe de cette orbite.

α' le demi-grand axe de l'orbite de Saturne.

E' la distance du foyer au centre de l'orbite de Saturne.

p' le paramètre du grand axe de l'orbite de Saturne.

b' l'angle du rayon particulier de l'orbite de Saturne qui répond à l'origine des angles u', avec le grand axe de cette orbite.

B, C, l, des angles déterminés par les conditions suivantes,

sin. B

$$\text{fin. } B = \frac{\text{fin. } u' \text{ fin. } I}{r},$$

$$\text{tang. } C = \frac{\text{tang. } u' \text{ cof. } I}{r},$$

$I = 90^d +$ longitude du nœud ascendant de l'orbite de Saturne — longit. du nœud de l'anneau sur l'Écliptique,

$$F = \frac{2\left[\frac{E'}{a'} \text{ cof. } (u' + b') + r\right] \times \left[\frac{E}{a} \text{ cof. } (u + b) + r\right]}{r}$$

$$G = \frac{p' \text{ cof. } B \times \left[\frac{E}{a} \text{ cof. } (u + b) + r\right]}{r^2}.$$

$$K = \frac{p\left[\frac{E'}{a'} \text{ cof. } (u' + b') + r\right]}{r}.$$

$$H = \frac{p' \text{ fin. } u' \text{ fin. } I \times \left[\frac{E}{a} \text{ cof. } (u + b) + r\right]}{r^3}.$$

$\frac{\rho'}{r'}$ le rapport du demi-grand axe au demi-petit axe de la figure elliptique sous laquelle l'anneau paroît à nos yeux.

J'ai fait voir que l'on a l'équation suivante,

$$\rho' : r' :: \Delta : \frac{G}{F} \text{cof. } (C + l) - \frac{K}{F} \text{cof. } (u + l) \frac{\text{fin. } I'}{r} + \frac{H}{F} \text{cof. } I'.$$

(159.) Nous connoissons donc maintenant pour un instant quelconque, le rapport du demi-grand axe au demi-petit axe de la figure elliptique sous laquelle l'anneau paroît à nos yeux; voyons comment cette considération, jointe à celles de l'*article VI*, va résoudre la question proposée.

(160.) Je ne chercherai point à résoudre le Problème relativement aux circonstances futures; c'est-à-dire étant donnés les élémens de l'occultation de Saturne par la Lune, je ne me proposerai pas de déterminer quel point de l'anneau sera d'abord éclipsé. Quoique la question soit du même genre de difficulté que le Problème inverse, cependant il me paroît que ce dernier Problème est le seul véritablement utile. Je supposerai donc que l'observation a donné la distance du centre de Saturne au point de l'anneau qui a commencé à être éclipsé

par la Lune, & j'en conclurai la diſtance actuelle des centres de Saturne & de la Lune, comme ſi l'anneau de Saturne & la Lune étoient deux corps ſphériques.

Fig. 4. (161.) Pour y parvenir, ſoit S le centre de Saturne; L le centre de la Lune; LD le demi-diamètre apparent de la Lune; $APDA$ l'ellipſe qui repréſente l'anneau; SA le demi-grand axe de cette ellipſe; SP le demi-petit axe; D le point de contact de la Lune & de l'anneau; SD le demi-diamètre de l'anneau correſpondant au point de contact; SL la diſtance du centre de Saturne au centre de la Lune. Dans le triangle SDL, on connoît, par l'obſervation, le côté SD demi-diamètre de l'anneau correſpondant au point de contact, & le côté DL demi-diamètre apparent de la Lune; ſi donc l'on ſuppoſe connu l'angle en D, on aura *(trigonom. rectiligne)*,

$$(1)\ SL = \sqrt{(LD^2 + SD^2 + \frac{2\,LD \times SD \times \text{cof. } D}{r})}.$$

Voyons maintenant comment nous déterminerons l'angle D.

(162.) Puiſque le point de contact de la Lune & de l'anneau, a lieu dans la normale à la figure elliptique ſous laquelle l'anneau ſe projette à nos yeux, la droite LD eſt le prolongement de la normale de l'ellipſe correſpondante au point de contact; ſuppoſons donc que cette normale rencontre le grand axe de l'ellipſe au point R, l'angle en R ſera l'angle de la normale avec le grand axe, & l'angle D ſera l'angle de la normale avec le demi-diamètre de l'anneau correſpondant au point de contact. Soit

x' la tangente de l'angle de la normale avec le grand axe de l'ellipſe.
R' le demi-diamètre de l'anneau correſpondant au point de contact.
r' le demi-petit axe de l'anneau.
ρ' le demi-grand axe.

Il ſuit du *§. 130*, que $R' = \sqrt{(\frac{\rho'^4 + r'^2 x'^2}{\rho'^2 + x'^2})}$; d'où l'on tire

$$(1)\ x' = \rho' \sqrt{(\frac{\rho'^2 - R'^2}{R'^2 - r'^2})}.$$

(163.) Puiſque dans le triangle SDR, l'angle $DRA =$

angle DSR + angle SDR, on aura l'angle $SDR = DRA$ — angle DSR; donc (§. 129). Fig. 4.

$$\text{tang. } D = x' \left(\frac{\rho'^2 - r'^2}{\rho'^2 + x'^2} \right) = \frac{\sqrt{[(\rho'^2 - R'^2) \times (R'^2 - r'^2)]}}{\rho'}.$$

Tout eſt donc connu dans l'équation (1) du §. 161.

ARTICLE IX.

Méthodes pour déterminer la Parallaxe de la Lune, par des Obſervations correſpondantes faites dans des lieux dont la poſition reſpective eſt connue.

(164.) Il devoit entrer dans le plan de cet Ouvrage, de donner des méthodes pour déterminer la parallaxe horizontale de la Lune, par des obſervations correſpondantes faites dans des lieux dont la poſition reſpective eſt connue. Perſonne n'ignore que ce Problème aſtronomique a été un des objets du Voyage de M. l'Abbé de la Caille, au cap de Bonne-eſpérance. Telles ſont les queſtions qui vont nous occuper. Il ne ſeroit pas indiſpenſablement néceſſaire que les obſervations euſſent été faites dans le méridien, ſi l'on connoiſſoit d'ailleurs l'azimuth de la Lune, à l'inſtant où l'on a obſervé; mais indépendamment de la plus grande difficulté dans l'obſervation qui réſulteroit de cette nouvelle condition, les calculs ſeroient plus compliqués. Il eſt donc naturel de s'en tenir à l'énoncé de la queſtion, telle qu'elle a été propoſée par les Aſtronomes, ſans chercher une généralité ſuperflue. Je me propoſe en conſéquence de réſoudre uniquement le Problème ſuivant.

Déterminer la parallaxe de la Lune, par des Obſervations correſpondantes faites dans le Méridien de deux lieux dont la poſition reſpective eſt connue.

Voici en quoi conſiſte la méthode, qui n'eſt qu'une application des formules démontrées dans mon X.e Mémoire. *Année 1772.*

Dans ces recherches, je ſuppoſerai les obſervations dépouillées de la réfraction.

(165.) Conſidérons d'abord une des obſervations méridiennes faites dans un des deux Obſervatoires. Comme d'ailleurs on connoît la latitude de l'Obſervatoire, on connoîtra le lieu apparent de la Lune, & par conſéquent, ſa déclinaiſon apparente. Maintenant, il eſt évident que l'on peut rapporter le lieu apparent de la Lune, à une Étoile ou à un point pris dans la ſphère des Fixes, qui ſeroit éclipſé centralement par la Lune; ſoit donc,

r le demi-petit axe de la Terre.

ρ le demi-grand axe.

s le ſinus, c le coſinus } de la latitude corrigée de l'Obſervateur.

p le ſinus, q le coſinus } de la déclinaiſon apparente de la Lune.

π la parallaxe horizontale polaire de la Lune.

Δ déclinaiſon Lune, la différence entre la déclinaiſon vraie de la Lune, vue du centre de la Terre, & ſa déclinaiſon obſervée.

Il ſuit des principes démontrés dans cet Ouvrage, & ſpécialement de ceux énoncés dans la ſection ſeconde de l'article
Année 1772. ſixième de mon X.e Mémoire, que l'on a l'équation ſuivante,

$$(1) \quad \frac{r \text{ ſinus } (\Delta \text{ déclinaiſon Lune})}{\text{ſinus } \pi} - \frac{qs}{r} + \frac{cp\rho}{r^2} = 0.$$

(166.) Il eſt évident que l'on aura une équation ſemblable pour chacune des deux obſervations; ſi donc l'on nomme

r le demi-petit axe de la Terre.

ρ le demi-grand axe.

$s1$ le ſinus, $c1$ le coſinus } de la latitude corrigée du premier Obſervateur.

$p1$ le ſinus, $q1$ le coſinus } de la déclinaiſon apparente de la Lune, vue dans le premier Obſervatoire.

$\pi 1$ la parallaxe horizontale polaire de la Lune, lors de la première obſervation.

$\Delta 1$ déclinaiſon de la Lune, la différence entre la déclinaiſon vraie de ſa Lune, vue du centre de la Terre, lors de la première obſervation, & ſa déclinaiſon apparente.

$s2$ le ſinus, $c2$ le coſinus } de la latitude corrigée du ſecond Obſervateur.

$p2$ le ſinus, $q2$ le coſinus } de la déclination apparente de la Lune, vue dans le ſecond Obſervatoire.

$\pi 2$ la parallaxe horizontale polaire de la Lune lors de la ſeconde obſervation.

$\Delta 2$ déclinaiſon de la Lune, la différence entre la déclinaiſon vraie de la Lune, vue du centre de la Terre, lors de la ſeconde obſervation, & ſa déclinaiſon apparente.

L'on aura les deux équations ſuivantes,

$$(1)\quad \frac{r\,\text{ſinus}\,(\Delta\,1\ \text{déclinaiſon Lune})}{\text{ſinus}\ \pi\,1} - \frac{q\,1\,s\,1}{r} + \frac{c\,1\,p\,1\,\rho}{r^2} = 0,$$

$$(2)\quad \frac{r\,\text{ſinus}\,(\Delta\,2\ \text{déclinaiſon Lune})}{\text{ſinus}\ \pi\,2} - \frac{q\,2\,s\,2}{r} + \frac{c\,2\,p\,2\,\rho}{r^2} = 0.$$

(167.) Si les obſervations avoient lieu, dans le même inſtant phyſique, c'eſt-à-dire, ſi les deux Obſervateurs étoient ſous le même méridien, on auroit $\pi 2 = \pi 1$; mais par la ſuppoſition, les deux Obſervateurs ne ſont pas préciſément ſous le même méridien, on a donc

ſinus $\pi 2$ = ſinus ($\pi 1$ + augmentation de la parallaxe dans l'intervalle des deux obſervations).

Comme l'augmentation de la parallaxe dans l'intervalle des deux obſervations eſt toujours aſſez petite pour que ſon coſinus ſoit égal au rayon, attendu que l'on choiſit de préférence deux Obſervatoires dont la différence en longitude eſt peu conſidérable, ſi l'on nomme

$d\pi$ l'augmentation de la parallaxe horizontale polaire de la Lune dans l'intervalle de la première obſervation à la ſeconde;

on aura coſ. $d\pi = r$

$$(1)\quad \text{ſin.}\ \pi\,2 = \text{ſin.}\ \pi\,1' + \frac{\text{coſin.}\ \pi\,1\ \text{ſin.}\ d\pi}{r}.$$

Dans cette dernière équation, ſin. $d\pi$ eſt donné par les Tables aſtronomiques; quant à coſinus $\pi 1$, il eſt pareillement

donné par les Tables, puisque la parallaxe horizontale est assez exactement connue pour que son cosinus, qui d'ailleurs diffère peu du sinus de 89^d, soit regardé comme suffisamment exact d'après les Tables.

(168.) Quant à la relation entre sinus (Δ 1 déclinaison Lune) & sinus (Δ 2 déclinaison Lune), je remarque que si les observations avoient lieu dans le même instant, & que l'on nommât

Déclin. appar. 1, la déclin. appar. de la Lune, lors de la 1.re observation,
Déclin. appar. 2, la déclin. appar. de la Lune, lors de la 2.e observation;

l'on auroit

(1) Δ 2 déclinaison Lune — Δ 1 déclinaison Lune = — déclinaison apparente 2 + déclinaison apparente 1.

En effet,

Δ 1 déclinaison Lune = déclinaison vraie Lune — déclinaison apparente 1.

Δ 2 déclinaison Lune = déclinaison vraie Lune — déclinaison apparente 2.

Et par conséquent l'équation (1) est démontrée. Mais si les observations ne sont point simultanées,

déclinaison vraie Lune 2 ne sera plus égale à déclinaison vraie Lune 1.

On aura alors,

Déclinaison vraie Lune 2 = déclinaison vraie Lune 1 + l'augmentation de la déclinaison de la Lune dans l'intervalle des deux observations.

Si donc l'on nomme

d (déclin. Lune) l'augmentation de la déclinaison de la Lune pendant l'intervalle des deux observations,

on aura

(2) Δ 2 déclinaison Lune = déclin. vraie Lune 1 + *d* (déclin. Lune) — déclinaison apparente 2.

Et au lieu de l'équation (1) l'on aura

(3) Δ 2 déclinaison Lune — Δ 1 déclinaison Lune = *d* (déclin. Lune) — déclinaison apparente 2 + déclin. appar. 1.

Soit maintenant

(4) $\gamma =$ déclinaiſon apparente 1 — déclinaiſon apparente 2.

On aura

(5) Δ 2 déclinaiſon Lune $= \Delta$ 1 déclinaiſon Lune $+ d$ (déclin. Lune) $+ \gamma$.

Si l'on ſubſtitue cette valeur dans l'équation (2) du *ſ. 166,* elle deviendra

(6) $\frac{r\,\text{ſin.}[\Delta\,1\,\text{décl.}\,☾ + d(\text{décl.}\,☾) + \gamma]}{\text{ſin.}\,\pi\,2} - \frac{q\,2\,s\,2}{r} + \frac{c\,2\,p\,2\,\rho}{r^2} = 0;$

ou, ſi l'on veut,

(7) $\frac{\text{ſin.}(\Delta\,1\,\text{décl.}\,☾) \times \text{coſ.}[d(\text{décl.}\,☾) + \gamma] + \text{coſ.}(\Delta\,1\,\text{décl.}\,☾) \times \text{ſin.}[d(\text{décl.}\,☾) + \gamma]}{\text{ſin.}\,\pi\,2}$

$- \frac{q\,2\,s\,2}{r} + \frac{c\,2\,p\,2\,\rho}{r^2} = 0.$

(169.) Je remarque que dans cette dernière équation, la quantité d (déclin. Lune) $+ \gamma$, eſt donnée partie par les Tables, partie par l'obſervation; ſon ſinus & ſon coſinus ſont donc connus. Quant à coſinus (Δ 1 déclin. Lune), il eſt également connu. En effet, puiſque la déclinaiſon de la Lune eſt déjà à peu-près connue, ſi l'on évalue (Δ 1 déclin. Lune) en partant de la déclinaiſon des Tables, le coſinus de cette quantité ſera connu avec une exactitude d'autant plus ſuffiſante que ce coſinus ne diffère jamais beaucoup du ſinus de 90^d.

(170.) Il ſuit de ce qui vient d'être démontré, que les équations (1) & (2) du *ſ. 166,* peuvent être miſes ſous la forme ſuivante.

(1) $r^3\,\text{ſin.}(\Delta\,1\,\text{décl. Lune}) - q\,1\,s\,1\,r\,\text{ſin.}\,\pi\,1 + c\,1\,p\,1\,\rho\,\text{ſin}\,\pi\,1 = 0.$

(2) $r^3\,\text{ſin.}(\Delta\,1\,\text{décl. Lune}) \times \text{coſin.}[d(\text{décl. Lune}) + \gamma] - q\,2\,s\,2\,r^2\,\text{ſin.}\,\pi\,1 + c\,2\,p\,2\,\rho\,r\,\text{ſin.}\,\pi\,1 - q\,2\,s\,2\,r\,\text{coſ.}\,\pi\,1\,\text{ſin.}\,d\pi + c\,2\,p\,2\,\rho\,\text{coſ.}\,\pi\,1\,\text{ſin}\,d\,\pi + r^3\,\text{coſ.}(\Delta\,1\,\text{décl. Lune}) \times \text{ſin.}[d(\text{déclin. Lune}) + \gamma] = 0.$

Ces équations vont ſervir à réſoudre la queſtion propoſée. On n'oubliera point que dans cette dernière équation, les

quantités cofin. π 1 & cofin. (Δ 1 déclin. Lune) doivent être regardées comme connues, quoique fin. π 1 & fin. (Δ 1 déclin. Lune) foient inconnus. On en peut voir les raifons pour cofin. (Δ 1 déclin. Lune) dans le *§. 169.* La raifon pour cofin. π 1 eft abfolument la même.

(171.) Si l'on élimine entre les équations (1) & (2) du *§. 170*, on parviendra à l'équation fuivante,

$$(1)\ \text{fin.}\,\pi 1 = -\frac{r^3 \text{cof.}(\Delta 1\ \text{décl.}\ ☾) \times \text{fin.}[d(\text{décl.}\ ☾) + \gamma] - (q2s2r - c2p2\rho)\,\text{cof.}\,\pi 1\ \text{fin.}\,d\pi}{(q1s1r - c1p1\rho) \times \text{cof.}[d(\text{décl.}\ ☾) + \gamma] - q2s2r^2 + c2p2\rho r}$$

Au moyen de cette formule, il fera facile de calculer les obfervations faites au cap de Bonne-efpérance & à Berlin, en 1751.

Lorfque l'on aura déterminé la parallaxe de la Lune, on déterminera fa déclinaifon correfpondante à la première obfervation, au moyen de l'équation (1) du *§. 170.*

(172.) Dans l'ufage des formules précédentes, indépendamment du changement de fignes qu'il faudroit faire fubir aux quantités $s1$, $s2$, $p1$, $p2$, fi la latitude des Obfervatoires, au lieu d'être boréale, ainfi que nous l'avons fuppofé, étoit auftrale, ou fi la déclinaifon apparente de la Lune, étoit auftrale lors des obfervations, au lieu d'être boréale, il ne faut point oublier que la fuppofition primitive relativement à fin. $d\pi$, eft que la parallaxe augmente dans l'intervalle de la première obfervation à la feconde. Si la parallaxe diminuoit dans cet intervalle, on feroit fin. $d\pi$ négatif. La fuppofition fur d(déclin. Lune) eft pareillement que la déclinaifon de la Lune foit plus boréale lors de la feconde obfervation que lors de la première; fi l'on étoit dans une fuppofition contraire, l'on feroit d(déclin. Lune) négatif. Dans l'évaluation de γ, nous avons auffi fuppofé les déclinaifons apparentes de la Lune, toutes boréales; de forte que, par exemple, fi l'on avoit une déclinaifon auftrale, il faudroit changer le figne du terme correfpondant dans la formule qui fert à évaluer γ; & fi au moyen de cette évaluation, & du figne de d(déclin. Lune), d(déclin. Lune) + γ étoit une quantité

quantité négative, il faudroit faire sin. [d (déclin. Lune) + γ] négatif; quant à cosin. [d (déclin. Lune) + γ] , il sera toujours positif. Le signe de cos. (Δ 1 déclin. Lune) est toujours positif. Il n'en est pas de même de sin. (Δ 1 déclin. Lune); cette quantité peut être positive ou négative. Elle est positive si la déclinaison vraie de la Lune est plus boréale que la déclinaison apparente; elle seroit négative, si la déclinaison vraie de la Lune étoit plus australe que la déclinaison apparente.

(173.) Il est aisé de voir que l'équation (1) du *§. 171*, donne des résultats d'autant moins précaires, que la différence en longitude des deux Observatoires est plus petite. En effet, si cette différence étoit nulle, il ne seroit plus nécessaire d'emprunter des Tables astronomiques, les quantités $d\pi$ & d (déclin. Lune). Il est aussi à propos que la quantité γ soit la plus grande qu'il est possible, afin que les erreurs des observations influent de la manière la moins sensible sur le résultat. Tels sont les avantages que l'on a cherché à se procurer, lors des observations faites en 1761, en choisissant le cap de Bonne-espérance & Berlin, dont la différence en longitude n'est que de 20 minutes de temps, & qui diffèrent en latitude d'environ 85 degrés. Il eût été difficile de choisir une plus grande différence en latitude, parce que l'on étoit astreint à prendre dans l'hémisphère austral, le cap de Bonne-espérance, station la plus méridionale de celles qui ont la même longitude que les villes d'Europe.

Les mêmes formules serviroient également à calculer les observations faites pour déterminer la parallaxe de Mars. Au reste, quand la parallaxe horizontale est connue, il est facile d'en conclure la distance de l'Astre à la Terre, puisque cette distance égale $\frac{r^2}{\text{sin.}\,\pi}$.

Méthode pour déterminer la parallaxe de la Lune, par les Observations des plus grandes latitudes.

(174.) La méthode des plus grandes latitudes a été

employée autrefois par Ptolomée, pour déterminer la parallaxe de la Lune. Tycho-Brahé s'en est servi pour le même usage. M. Halley la proposa aux Astronomes, en 1679, & M. le Monnier l'a employée de notre temps; elle consiste à observer les hauteurs méridiennes de la Lune dans le même Observatoire, lorsque le nœud ascendant de cet Astre étant situé vers le premier point d'*Ariès*, la Lune a la plus grande latitude australe & boréale qu'elle puisse avoir. Comme alors la Lune a environ $28^d\ 30'$ de déclinaison boréale lorsque sa longitude est de $3^f\ 0^d\ 0'$; & $28^d\ 30'$ de déclinaison australe lorsque sa longitude est de $9^f\ 0^d\ 0'$; la différence des déclinaisons est d'environ 57 degrés. Ces deux observations faites dans les circonstances dont il vient d'être question, équivalent donc à deux observations simultanées, faites par deux Observateurs qui seroient éloignés l'un de l'autre de 57 degrés en latitude. Ce simple énoncé doit faire sentir l'esprit de la méthode.

(175.) Les formules que nous avons données dans cet article, résolvent complètement la question; nous remarquerons seulement que, comme les deux observations sont faites dans le même Observatoire, on a $s2 = s1$, $c2 = c1$; toutes les autres définitions étant d'ailleurs les mêmes que ci-dessus. Les équations (1) & (2) du *§. 166,* ont lieu avec toutefois les changemens que nous venons d'indiquer.

Les quantités $d\pi$, fin. $d\pi$, d(déclin. Lune) sont également données par les Tables astronomiques; les équations (1) du *§. 167;* (3), (4), (5), (6), (7) du *§. 168;* (1), (2) du *§. 170*, ont pareillement lieu. Le Problème est donc complètement résolu par l'équation (1) du *§. 171*, dans laquelle on n'oubliera pas de supposer $s2 = s1$, $c2 = c1$.

(176.) Les détails dans lesquels nous venons d'entrer, doivent faire sentir en quoi la méthode des *§. 164 & suivans*, est préférable à celle que nous venons d'exposer. Premièrement, les quantités précaires que l'on est obligé d'emprunter des Tables astronomiques, telles que les changemens de déclinaison & de parallaxe de la Lune, dans l'intervalle des

obſervations, influent beaucoup ſur les réſultats; d'ailleurs, la poſition du nœud & l'inclinaiſon de l'orbite de la Lune ſur l'écliptique, peuvent auſſi changer les concluſions d'une manière qui ait un rapport notable avec la quantité qu'il s'agit de déterminer. De plus, la différence des déclinaiſons de la Lune, lors des deux obſervations, différence qui équivaut à l'arc du Méridien, compris entre les deux Obſervateurs, ne peut jamais ſurpaſſer 57 degrés dans le cas dont il s'agit; au lieu qu'on peut donner à cet arc une beaucoup plus grande valeur lorſque les Obſervateurs peuvent, comme dans le premier cas, choiſir les poſitions les plus convenables. Au reſte, je ne prétends point exclure la méthode, je ne fais que la comparer à une autre que je crois plus parfaite.

Méthode pour déterminer la parallaxe horizontale d'un Aſtre, par l'obſervation des aſcenſions droites.

(177.) Je dois encore parler ici d'une méthode que quelques Aſtronomes ont employée pour déterminer la parallaxe horizontale, & qui eſt connue en Aſtronomie, ſous le nom de *Méthode des aſcenſions droites.* Quoique dans les derniers temps, M. Maskelyne en ait fait uſage pour la Lune, il paroît cependant que l'on ne s'en eſt jamais ſervi d'une manière particulière, que pour déterminer la parallaxe de Mars: voici en quoi elle conſiſte.

On ſait que la parallaxe de Mars eſt aſſez conſidérable, lorſque cette Planète, dans ſon périhélie, eſt en oppoſition avec le Soleil. Dans cette circonſtance, ſi d'ailleurs la Planète eſt peu éloignée de quelqu'Étoile dont on connoiſſe la poſition, on obſerve ſa diſtance apparente à cette Étoile, lorſque la Planète, quelques heures avant & quelques heures après ſon paſſage par le Méridien, ſe trouve dans la partie orientale & occidentale du Ciel. La différence de ces diſtances obſervées, donne le moyen de déterminer la parallaxe de l'aſtre. On a donné à cette méthode, le nom de

Méthode des ascensions droites, parce que c'est par la différence des ascensions droites observées de l'Etoile & de l'Astre, que l'on a conclu leurs distances apparentes; car l'on a toujours supposé tacitement que l'Étoile & la Planète étoient à très-peu-près dans le même parallèle.

(178.) Les observations, pour être calculées, n'exigent point d'autres formules que celles détaillées dans cet ouvrage. En effet, il est évident que les deux observations dont il s'agit, ne sont autre chose que deux distances observées de l'Astre à l'Étoile à laquelle on la compare; or deux observations déterminent deux élémens, ainsi que nous l'avons fait voir. Dans le cas dont il s'agit, un de ces élémens est toujours la parallaxe; mais l'on pourra déterminer de plus l'instant de la conjonction de l'Astre & de l'Étoile vue du centre de la Terre, si la différence entre la latitude de l'Astre & celle de l'Étoile est donnée; ou la différence en latitude de l'Astre & de l'Étoile pour l'instant de la conjonction, si cet instant est donné. On commencera donc par calculer les élémens relatifs aux observations, ainsi que nous l'avons fait dans l'article sixième de mon dixième Mémoire, & l'on déterminera les élémens cherchés, soit par les méthodes différentielles de mon huitième Mémoire, soit par les méthodes de l'article quatrième de mon dixième Mémoire. On pourroit même ajouter à ces observations, celle faite lors du passage de l'Astre au Méridien. Au reste, je n'insiste point sur cette méthode dont il me suffit d'avoir developpé les principes. Il est évident qu'elle n'est qu'un cas particulier de mes formules. La difficulté de mettre dans les observations, toute la précision qu'exigeroit la délicatesse de l'objet que l'on cherche à déterminer, & les différences sensibles que les Astronomes qui ont fait usage de cette méthode, ont trouvées dans le résultat, fait sentir combien la méthode des *§. 164 & suivans* est préférable, lorsque l'on veut déterminer la parallaxe d'une Planète.

Années 1770 & 1772.

ARTICLE X.

Application des Méthodes des articles II & III de ce Mémoire & des Méthodes de l'article I de mon septième Mémoire, aux passages de Vénus des années 1874 & 1882.

(179.) J'ai cru que l'on verroit avec plaisir l'application des méthodes des *articles II* & *III* de ce Mémoire & des méthodes de l'*article I.er* de mon VII.e Mémoire, aux passages de Vénus des années 1874 & 1882. Les élémens dont j'ai fait usage sont tirés des Tables du Soleil & de Vénus, insérées dans la nouvelle édition de l'Astronomie de M. de la Lande; l'exactitude de mes résultats dépend donc absolument de l'exactitude de ces Tables. Je remarquerai seulement que la Table des passages de Vénus sur le disque du Soleil pour douze cents ans, qui se trouve à la *page 587* du second volume de la seconde édition de cette Astronomie, n'est nullement cohérente avec les Tables astronomiques du premier volume. Sans parler des passages qui ont eu lieu depuis l'année 918 jusqu'à nos jours, & sur lesquels il n'est pas question de revenir, il me paroît que plusieurs des passages futurs sont oubliés. Depuis 1769 jusqu'en 2200, la Table n'indique que trois passages de Vénus sur le disque du Soleil, ceux des années 1874, 2004 & 2117; les calculs tirés des Tables adoptées par M. de la Lande, en annoncent trois autres; ceux des années 1882, 2012 & 2125. J'ai cru que cette remarque feroit plaisir aux Astronomes. Voici au surplus la liste exacte des passages qui auront lieu, jusqu'en 2200, d'après les Tables insérées dans l'Astronomie de M. de la Lande.

Année 1769.

Passage de l'année 1874 dans le nœud ascendant.

Heure de la conjonction à Paris le 8 Décembre	$19^h\ 39'\ 30''$
Lieu de Vénus & de la Terre vu du Soleil . . .	$2^s\ 17^d\ 6'.\ 0''$

Latitude héliocentrique de Vénus à l'inſtant de la conjonction		5′	38″	bor.
Latitude géocentrique de Vénus à l'inſtant de la conjonction		15.	22	bor.

Année 1773. Voyez les autres élémens *(§. 9 & 10)*.

Paſſage de l'année 1882 dans le nœud aſcendant.

Heure de la conjonction à Paris le 6 Décembre.		7h	56′	30″
Lieu de Vénus & de la Terre vu du Soleil . . .	2f	14d	37.	57
Latitude héliocentrique de Vénus à l'inſtant de la conjonction			3.	23 auſtr.
Latitude géocentrique de Vénus à l'inſtant de la conjonction			9.	13,9 auſt.

Ibid. Voyez les autres élémens *(§. 11 & 12)*.

Paſſage de l'année 2004 dans le nœud deſcendant.

Heure de la conjonction à Paris le 7 Juin		19h	44′	30″
Lieu de Vénus & de la Terre vu du Soleil . . .	8f	17d	51.	18
Diſtance de la Terre au Soleil	23605	x	101510	
Diſtance de Vénus au Soleil	23605	x	72579	
Latitude héliocentrique de Vénus		0d	4′	21″ auſtr.
Mouvement horaire héliocentrique de Vénus en latitude		0.	0.	14,20
Mouvement horaire relatif héliocentrique de Vénus en longitude		0.	1.	34,53
Obliquité de l'Écliptique	23.	27.	30	
Parallaxe horizontale du Soleil le jour du paſſage		0.	0.	8,62
Demi-diamètre du Soleil		0.	15.	46,9
Demi-diamètre de Vénus		0.	0.	28,6
Mouvement horaire relatif géocentrique de Vénus en longitude		0.	3.	57,61
Latitude géocentrique de Vénus		0.	10.	55 auſtr.
Parallaxe horizontale de Vénus		0.	0.	30,23

Les autres élémens relatifs à ce paſſage, ſe déduiront facilement de ceux trouvés ci-deſſus.

Passage de l'année 2012 dans le nœud descendant.

Heure de la conjonction à Paris le 5 Juin....	12ʰ 21′ 50″
Lieu de Vénus & de la Terre vu du Soleil...	8ˢ 15ᵈ 41. 40
Distance de la Terre au Soleil...........	23605 × 101483
Distance de Vénus au Soleil.............	23605 × 72557
Latitude héliocentrique de Vénus...........	0ᵈ 3′ 33″ bor.
Mouvement horaire héliocentrique de Vénus en latitude.........................	0. 0. 14,20
Mouvement horaire relatif héliocentrique de Vénus en longitude....................	0. 1. 34,64
Obliquité de l'Écliptique..................	23. 27. 30
Parallaxe horizontale du Soleil le jour du passage...	0. 0. 8,61
Demi-diamètre du Soleil..................	0. 15. 47,2
Demi-diamètre de Vénus..................	0. 0. 28,6
Mouvement horaire relatif géocentrique de Vénus en longitude......................	0. 3. 57,94
Latitude géocentrique de Vénus.............	0. 8. 54 bor.
Parallaxe horizontale de Vénus.............	0. 0. 30,25.

Les autres élémens relatifs à ce passage, se déduiront facilement de ceux trouvés ci-dessus.

Passage de l'année 2117 dans le nœud ascendant.

Heure de la conjonction à Paris le 10 Décembre.	20ʰ 56′ 0″
Lieu de Vénus & de la Terre vu du Soleil..	2ˢ 19ᵈ 11. 30
Distance de la Terre au Soleil...........	23605 × 98474
Distance de Vénus au Soleil............	23605 × 72109
Latitude héliocentrique de Vénus...........	0ᵈ 5′ 33″ bor.
Mouvement horaire héliocentrique de Vénus en latitude.........................	0. 0. 14,20
Mouvement horaire relatif héliocentrique de Vénus en longitude....................	0. 1. 28,86
Obliquité de l'Écliptique................	23. 27. 20
Parallaxe horizontale du Soleil le jour du passage....	0. 0. 8,89
Demi-diamètre du Soleil.................	0. 16. 16,8
Demi-diamètre de Vénus.................	0. 0. 28,6

Mouvement horaire relatif géocentrique de Vénus en longitude	0d	4′	2″,15
Latitude géocentrique de Vénus	0.	15.	22 bor.
Parallaxe horizontale de Vénus	0.	0.	32,75

Les autres élémens relatifs à ce passage, se déduiront facilement de ceux trouvés ci-dessus.

Passage de l'année 2125 dans le nœud ascendant.

Heure de la conjonction à Paris le 8 Décembre.		8h	48′	30″
Lieu de Vénus & de la Terre vu du Soleil. .	2f	16d	42.	20
Distance de la Terre au Soleil	23605	×	98519	
Distance de Vénus au Soleil	23605	×	72133	
Latitude héliocentrique de Vénus		0d	3′	28″ austr.
Mouvement horaire héliocentrique de Vénus en latitude		0.	0.	14,20
Mouvement horaire relatif héliocentrique de Vénus en longitude		0.	1.	28,96
Obliquité de l'Écliptique		23.	27.	20
Parallaxe horizontale du Soleil le jour du passage.		0.	0.	8,75
Demi-diamètre du Soleil		0.	16.	16,4
Demi-diamètre de Vénus		0.	0.	28,6
Mouvement horaire relatif géocentrique de Vénus en longitude		0.	4.	2,15
Latitude géocentrique de Vénus		0.	9.	28 austr.
Parallaxe horizontale de Vénus		0.	0.	32,72.

Les autres élémens relatifs à ce passage, se déduiront facilement de ceux trouvés ci-dessus.

Il seroit facile, en continuant cette Table, de trouver que l'on auroit encore d'autres passages de Vénus sur le disque du Soleil, en Juin 2247 & 2255, en Décembre 2360 & 2368, en Juin 2490 & 2498, en Décembre 2603 & 2611. Je reviens aux passages des 8 Décembre 1874 & 6 Décembre 1882, qui sont l'objet principal de cet article.

Courbe

Courbe d'illumination pour le Passage du 8 Décembre 1874.

(180.) Cette courbe a été calculée d'après les méthodes de mon septième Mémoire. *Année 1769.*

LATITUDES.	LONGITUDES DES LIEUX QUI OBSERVERONT			
	LA SORTIE au lever DU SOLEIL.	L'ENTRÉE au lever DU SOLEIL.	LA SORTIE au coucher DU SOLEIL.	L'ENTRÉE au coucher DU SOLEIL.
	BRANCHES de la courbe d'illumination appartenantes au lever du Soleil.		*BRANCHES de la courbe d'illumination appartenantes au coucher du Soleil.*	
	Sommets de la courbe d'illumination, VIIe Mémoire, Section cinquième.			
67^d 50′ 0″ *bor.*	2^h 59′ 18″ *or..*	6^h 49′ 58″ *or..*	2^h 59′ 18″ *or..*	6^h 49′ 58″ *or.*
	Dernier lieu qui verra Vénus sur le Soleil au lever de cet Astre, VIIe Mém. Section septième, *ou dernier lieu qui verra Vénus sortir du Soleil.*			
65. 8. 30...	1. 20. 5...	Le phénomène arrivera 1^h 21′ 46″ après la conjonction.		
60. 0. 0...	0. 11. 17...	4. 0. 54...	5. 53. 38...	9. 45. 6
50. 0. 0...	1. 0. 19 *occ.*	2. 43. 45...	7. 2. 51...	10. 53. 13
	Premier lieu qui verra Vénus sur le Soleil au coucher de cet Astre, VIIe Mém. Section septième, *ou premier lieu qui verra Vénus entrer sur le Soleil.*			
43. 41. 40...	Le phénomène arrivera 2^h 38′ 23″ avant la conjonction.			11. 24. 0
40. 0. 0...	1. 13. 44...	1. 46. 16...	7. 59. 45...	11. 48. 9
20. 0. 0...	2. 20. 6...	1. 11. 10...	8. 34. 22...	11. 43. 12 *occ..*
0. 0. 0...	2. 50. 14...	0. 31. 16...	9. 14. 16...	11. 11. 22
20. 0. 0 *aust.*	3. 20. 8...	0. 7. 36 *occ..*	9. 51. 22...	10. 37. 0
40. 0. 0...	3. 44. 41...	0. 39. 43...	10. 28. 48...	10. 15. 58
	Dernier lieu qui verra Vénus entrer sur le Soleil; le phénomène arrivera au lever de cet Astre, VIIe Mémoire, Section septième.			
47. 49. 30...	....	1. 25. 20...	Le phénomène arrivera 2^h 4′ 57″ avant la conj.	
50. 0. 0...	4. 37. 5...	1. 34. 35...	11. 25. 13...	9. 24. 13
60. 0. 0...	5. 42. 36...	2. 41. 34...	11. 25. 16 *occ..*	8. 19. 14
	Premier lieu qui verra Vénus sortir du Soleil; le phénomène arrivera au coucher de cet Astre, VIIe Mémoire, Section septième.			
66. 6. 20...	Le phénom. arrivera 0^h 53′ 42″ après la conj.		9. 45. 41...	
	Sommets de la courbe d'illumination, VIIe Mémoire, Section cinquième.			
67. 50. 0...	8. 33. 20...	5. 21. 21...	8. 33. 20...	5. 21. 21

(181.) Pour calculer les premiers & les derniers lieux qui ont vu Vénus entrer & ſortir du diſque du Soleil, j'ai
Année 1769. fait uſage d'une Table qui ſe trouve au *§. 56* de mon VII.ᵉ Mémoire, & qu'il ſera néceſſaire de ſe remettre ſous les yeux pour entendre ce que je vais dire. Cette Table renferme quatre équations, dont chacune a ſon titre particulier; les titres ſuppoſent que la quantité *n* eſt poſitive, comme dans les éclipſes de Soleil; & que de plus la ſomme des demi-diamètres des aſtres occultans & occultés eſt moindre que la parallaxe de l'aſtre occultant. Mais lorſque *n* eſt négatif, & que d'ailleurs la ſomme des demi-diamètres des aſtres occultans & occultés ſurpaſſe la parallaxe de l'aſtre occultant, comme dans les paſſages de Vénus & de Mercure ſur le Soleil, alors il faut faire quelques changemens à ces titres, & l'on aura

Dernier lieu qui voit la fin du phénomène.

Première équation du *§. 56* de mon VII.ᵉ Mémoire.. lever du Soleil.

Dernier lieu qui voit le commencement du phénomène.

Deuxième équation du *§. 56* de mon VII.ᵉ Mémoire. lever du Soleil.

Premier lieu qui voit la fin du phénomène.

Troiſième équation du *§. 56* de mon VII.ᵉ Mémoire. coucher du Soleil.

Premier lieu qui voit le commencement du phénomène.

Quatrième équation du *§. 56* de mon VII.ᵉ Mémoire. coucher du Soleil.

(182.) Nous pouvons maintenant tracer ſur un globe, la courbe d'illumination. Cette courbe eſt compoſée de deux branches diſtinctes & ſéparées, dont l'une répond à la ſortie de Vénus du diſque du Soleil, & l'autre répond à l'entrée de cet aſtre ſur le Soleil. De ces deux branches diſtinctes, une partie répond au lever du Soleil, & l'autre répond au coucher. La portion correſpondante à la ſortie de Vénus au lever du Soleil, s'étend depuis le parallèle boréal de 67^d $50'$, avec une longitude orientale d'environ 45 degrés, juſqu'au parallèle auſtral de 67^d $50'$, avec une longitude occidentale d'environ 128^d $20'$; & ſi l'on ſuit les déterminations calculées dans la ſeconde colonne de la Table du *§. 180*, on verra que cette portion commence au Nord-eſt d'Archangel, va gagner le Nord de la Suède, traverſe la

Norwège, le Nord de l'Écosse, le Nord de l'Irlande, passe à l'Est des Açores, à l'Ouest des Isles du Cap-Vert, coupe l'Équateur dans la mer qui s'étend au Nord du Bresil, traverse la partie occidentale du Bresil, passe un peu à l'Est de Buenos-Ayres, s'étend dans la mer Magellanique, passe entre les Isles Malouines & la Terre-ferme, traverse la Terre de Feu, & va finir dans la partie du globe, située au Sud de la mer Pacifique, sous 67^d $50'$ de latitude australe, avec une longitude occidentale de 128^d $28'$.

La même branche continue, mais alors elle répond à la sortie de Vénus au coucher du Soleil. Cette portion commence où finit la première, s'étend dans la partie inconnue du globe, située au Sud de la mer Pacifique, va gagner la nouvelle Zélande qu'elle traverse, la partie orientale de la nouvelle Hollande, la nouvelle Guinée, passe un peu à l'Ouest de la nouvelle Bretagne, s'étend à l'Est des Isles Philippines, traverse les mers de la Chine; entre dans cet empire un peu à l'Ouest de la Corée, en laissant tout le Japon & toute la Corée à l'Est, traverse la Tartarie Chinoise & la Tartarie Russe, passe assez près de Jenizinska, & va finir enfin sous le parallèle boréal de 67^d $50'$ $0''$, avec une longitude orientale d'environ 45 degrés, un peu au Nord-est d'Archangel.

La branche de la courbe correspondante à l'entrée de Vénus sur le disque du Soleil, est pareillement composée de deux parties, dont l'une répond à l'entrée au lever du Soleil, & l'autre répond à l'entrée au coucher de cet Astre. La portion correspondante à l'entrée de Vénus au lever du Soleil, s'étend depuis le parallèle boréal de 67^d $50'$ $0''$, avec une longitude orientale d'environ 102^d $30'$, jusqu'au parallèle austral de 67^d $50'$ $0''$, avec une longitude occidentale d'environ 80 degrés; & si l'on suit les déterminations calculées dans la troisième colonne de la Table du *§. 180*, on verra que cette portion commence dans la Tartarie Russe, au Sud-est de Chatanskoi, entre dans la Russie Européenne, près de Pelim, à l'Ouest de Tobolsk, gagne la Crimée, traverse la

mer Noire, l'Aſie mineure, la mer Méditerranée près de l'Ile de Candie; entre dans l'Afrique à l'Oueſt des confins de l'Égypte & de la Barbarie, traverſe le milieu de l'Afrique, ſort de l'Afrique vers la partie orientale de la Guinée près de Bénin, paſſe très-près de l'île Saint-Thomé, s'étend dans la Mer qui ſépare l'Amérique méridionale de l'Afrique, laiſſe à l'Oueſt les îles de Sainte-Hélène & de Triſtan, & va finir ſous le parallèle auſtral de $67^d\ 50'\ 0''$, au Sud de la Terre de Feu.

La même branche continue, mais alors elle répond à l'entrée de Vénus ſur le Soleil au coucher de cet Aſtre. Cette portion commence où finit la première, c'eſt-à-dire, ſous le parallèle auſtral de $67^d\ 50'\ 0''$ au Sud de la Terre de Feu, remonte vers l'Équateur en traverſant la mer Pacifique, à peu-près aux deux tiers de la diſtance des côtes du Chili, à celles de la nouvelle Zélande, paſſe aſſez près de l'île Saint-Pierre, de la Solitaire, des îles de Saint-Bernard & de Jéſus, laiſſe à l'Oueſt l'île de Taïti, traverſe dans l'hémiſphère boréal, la mer Pacifique, à peu-près à égale diſtance des côtes occidentales de la nouvelle Eſpagne & des côtes orientales de l'Aſie, paſſe à l'Oueſt des Terres découvertes par les Ruſſes en 1741, entre dans la Tartarie Ruſſe, par le Kamtſchatka, & vient finir au Sud-eſt de Chantaskoi.

(183.) Il ſuit de ces recherches, qu'aucun lieu ſitué par-delà le parallèle boréal de $67^d\ 50'\ 0''$, ne verra le paſſage de Vénus, du 8 Décembre 1874; le Soleil ne ſe lèvera pour aucun de ces lieux. Par la raiſon contraire, tous les lieux ſitués au-delà de $67^d\ 50'\ 0''$ de latitude auſtrale, verront la totalité du paſſage. Quant aux lieux ſitués entre ces deux latitudes, aucun de ceux compris entre la cinquième & la ſeconde colonne de la Table du *ſ. 180*, ne verra Vénus ſur le Soleil. Cette conſidération exclut la totalité preſqu'entière de l'Amérique, ſi l'on excepte toutefois les côtes orientales du Breſil; la moitié de la mer Pacifique, celle qui baigne les côtes de l'Amérique, & une grande partie de la mer du Nord, qui s'étend entre l'Europe & l'Amérique.

La totalité du paſſage ſera viſible pour les lieux compris

entre la troisième & la quatrième colonne, ce qui comprend presque toute l'Asie, si l'on excepte toutefois la partie orientale, qui s'étend depuis la Corée en remontant vers le Nord, jusqu'au Kamtschatka; la totalité du passage sera pareillement visible dans une grande partie de l'Afrique orientale & méridionale, les Mers qui baignent le cap de Bonne-espérance, & les mers des Indes jusqu'à l'extrémité orientale de la nouvelle Hollande.

Les lieux situés entre la seconde & la troisième colonne, ne verront qu'une partie du passage vers le lever du Soleil, ce qui comprend presque toute notre Europe, la partie boréale & occidentale de l'Afrique, & une partie de la Mer qui s'étend entre l'Afrique & l'Amérique méridionale.

Les lieux situés entre la quatrième & la cinquième colonne, ne verront pareillement qu'une partie du passage vers le coucher du Soleil, ce qui comprend la partie occidentale de la mer Pacifique, les côtes orientales de l'Asie, depuis la Corée jusqu'au Kamtschatka, les îles Marianes & les côtes orientales de la nouvelle Guinée.

(184.) On peut remarquer dans la Table du *§. 180*, quatre lieux particuliers; celui qui le premier verra Vénus entrer sur le Soleil; celui qui le dernier verra Vénus entrer sur cet Astre; celui qui le premier verra Vénus sortir du Soleil; celui qui le dernier verra Vénus sortir de cet Astre. Le premier de ces lieux, est situé sous $43^d\ 41'\ 40''$ de latitude boréale, avec une longitude orientale de $11^h\ 24'$, c'est-à-dire, un peu au Sud des Terres vues par les Russes, en 1741. Le second, est situé sous le parallèle austral de $47^d\ 49'\ 30''$, avec une longitude occidentale de $1^h\ 25'\ 20''$, c'est-à-dire, dans les Mers antarctiques, qui s'étendent entre l'Afrique & l'Amérique. Le troisième, est situé sous le parallèle austral de $66^d\ 6'\ 20''$, avec une longitude occidentale de $9^h\ 45'\ 41''$, c'est-à-dire, dans les Mers ou Terres antarctiques, qui sont au Sud de la Mer Pacifique. Le quatrième lieu enfin, est situé sous le parallèle boréal de $65^d\ 8'\ 30''$, avec une longitude orientale de $1^h\ 20'\ 5''$, c'est-à-

dire, vers le Nord de la Suède. Ce ſont ces points que l'on peut définir *Pôles d'entrée & de ſortie;* ils ont la propriété de préſenter la plus grande différence de temps entre les inſtans phyſiques des phénomènes ſemblables. On voit, par exemple, qu'entre la première & la dernière entrée de Vénus ſur le Soleil, il s'écoulera environ 33′ 26″, & qu'il s'écoulera 28′ 4″, entre la première & la dernière ſortie. Il ſera donc avantageux d'obſerver le paſſage de Vénus, le plus près qu'il ſera poſſible de ces lieux, puiſque la comparaiſon des inſtans phyſiques des mêmes phénomènes, ne pourra manquer de donner de grandes lumières ſur la parallaxe de Vénus & du Soleil. Malheureuſement tous ces lieux, ſi l'on excepte le Nord de la Suède, ſont ſitués dans des Mers inconnues, & il ſera néceſſaire de renoncer à une partie de ces avantages. Il paroît cependant que le Nord de la Suède, le cap de Bonne-eſpérance, les côtes à la fois les plus orientales & les plus méridionales de la Tartarie Ruſſe, & les côtes de la nouvelle Zélande, ſeront des ſtations avantageuſes.

(185.) Pour continuer les recherches relatives au paſſage, du 8 Décembre 1874, je détermine d'abord la durée de ce *Année 1773.* paſſage pour le centre de la Terre; je vois *(§. 59)* que cette durée ſera de $3^h\ 28'\ 8''$; je vois pareillement *(§. 60)* que lors de l'entrée & de la ſortie de Vénus du diſque du Soleil, cette Planète emploiera 34″,656 de temps à parcourir une ſeconde de degré; je puis maintenant réſoudre la queſtion ſuivante.

De tous les lieux qui, ſous le même parallèle, obſerveront des diſtances égales des centres à deux heures différentes également éloignées d'un troiſième, déterminer quelle devra être cette troiſième heure pour que la durée du paſſage ſoit un maximum *ou un* minimum *!*

Pour y parvenir, j'ai recours à l'équation (2) du *§. 81;* je remarque que puiſque la durée du paſſage pour le centre de la Terre, eſt de $3^h\ 28'\ 8''$, & que par conſéquent la demi-durée eſt de $1^h\ 44'\ 4''$, j'ai $k = 12488''$, $\frac{1}{2}k = 6244''$,

$H = 26^d\ 1'$. Je conclus donc $G = \begin{cases} 56^d\ 4' \\ 236.\ 4. \end{cases}$

Les lieux qui, ſous chaque parallèle, obſerveront le 8 Décembre 1874, le *maximum* & le *minimum* de durée du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil, ſeront donc ceux pour qui le milieu du paſſage arrivera à $3^h\ 44'\ 16''$ du ſoir & à $3^h\ 44'\ 16''$ du matin. Comme en général pour tous les lieux de la Terre, le milieu du phénomène arrivera à peu-près vers l'inſtant de la plus grande phaſe vue du centre de la Terre, & que cet inſtant arrivera (§. 59) $35'\ 35''$ avant la conjonction, c'eſt-à-dire, lorſqu'il ſera à Paris $19^h\ 3'\ 55''$; on aura à peu-près la longitude des lieux en queſtion, en remarquant que ces lieux compteront reſpectivement $3^h\ 44'\ 16''$ & $15^h\ 44'\ 16''$, lorſqu'il ſera $19^h\ 3'\ 55''$ à Paris. Ces lieux auront donc une longitude orientale d'environ $8^h\ 40'\ 21''$ pour ceux qui obſerveront le milieu du paſſage à $3^h\ 44'\ 16''$, & une longitude occidentale d'environ $3^h\ 19'\ 39''$ pour ceux qui obſerveront le milieu du paſſage à $15^h\ 44'\ 16''$. Les premiers de ces lieux ſont ſitués dans un Méridien, qui part du Pôle arctique, traverſe la Tartarie Ruſſienne, paſſe près de Jackuts, traverſe la mer du Japon, paſſe à l'Oueſt de Méaco, traverſe les nouvelles Philippines, paſſe à l'Eſt des Moluques près de la pointe de la nouvelle Guinée, traverſe la nouvelle Hollande, & va gagner le Pôle antarctique par les Mers qui ſont au Sud de la nouvelle Hollande. Les ſeconds lieux ſont ſitués dans un Méridien qui part du Pôle arctique, traverſe la baie de Baffins, le détroit de Davis, paſſe à l'Oueſt du banc de Terre-neuve, s'étend dans la mer du Nord, paſſe près du Maragnan, traverſe la partie occidentale du Breſil, ſort de l'Amérique méridionale, près de Rio-Janeiro, & va gagner le Pôle antarctique par les Mers qui ſont à l'Eſt des Terres Magellaniques, de la Terre de Feu & du Cap Horn.

(186.) Pour déterminer les lieux de la Terre, où la durée du paſſage ſera un *maximum* ou un *minimum* abſolu,

j'ai recours à l'équation (2) du *§. 76*, dans laquelle je ſuppoſe

$$\tfrac{1}{2} k = 6244'', \text{ſin. } H = \text{ſin. } 26^d\ 1', \text{coſ. } H = \text{coſ. } 26^d\ 1';$$

$$\text{ſin. } G = \left\{ \begin{matrix} \text{ſin.} & 56^d & 4' \\ \text{ſin.} & 236. & 4. \end{matrix} \right\} \text{coſ. } G = \left\{ \begin{matrix} \text{coſ.} & 56^d & 4' \\ \text{coſ.} & 236. & 4. \end{matrix} \right.$$

Je trouve, qu'abſtraction faite de toute conſidération phyſique, le lieu qui obſervera un *maximum* abſolu de durée, eſt ſitué ſous le parallèle boréal de $74^d\ 23'\ 30''$, & que le lieu qui obſervera un *minimum* abſolu de durée, eſt ſitué ſous le parallèle auſtral de $74^d\ 23'\ 30''$. Relativement au premier lieu, le milieu du paſſage arrivera à $3^h\ 44'\ 16''$ du ſoir; relativement au ſecond lieu, le milieu du paſſage arrivera à $3^h\ 44'\ 16''$ du matin. La longitude du premier lieu eſt de $8^h\ 40'\ 21''$ orientale. A $2^h\ 0'\ 12''$ & à $5^h\ 28'\ 20''$ du ſoir, la diſtance des centres ſera de $16'\ 25''$, & la durée du paſſage ſurpaſſera de $22'\ 9''$ la durée vue du centre de la Terre. La longitude du ſecond lieu eſt de $3^h\ 19'\ 39''$ occidentale. A $2^h\ 0'\ 12''$ & à $5^h\ 28'\ 20''$ du matin, la diſtance des centres ſera de $17'\ 5''$, & la durée du paſſage ſera moindre de $21'\ 33''$ que la durée, vue du centre de la Terre; de ſorte, qu'il y aura $43'\ 42''$ de différence entre les durées dans ces deux lieux.

(187.) On peut remarquer, d'après ces recherches, que les courbes des durées brachyſtochrones s'éloigneront beaucoup moins des pôles de la Terre, lors du paſſage de 1874, qu'elles ne s'en ſont éloignées en 1769. En effet, lors du paſſage de 1769, ces courbes s'étendoient juſqu'au 37.e degré de latitude auſtrale & boréale : en 1874, elles ne paſſeront pas les parallèles de $74^d\ 23'$. Cette circonſtance qui dépend de la grande latitude de Vénus, rend ce paſſage plus déſavantageux pour les obſervations. En effet, il faudra s'avancer beaucoup plus vers les pôles, ce qui préſente des difficultés conſidérables. Le lieu, par exemple, ſitué ſous le parallèle boréal de $74^d\ 23'\ 30''$, & que la Théorie indique comme le lieu le plus favorable de l'hémiſphère boréal, ne-

ſera

ſera d'aucune utilité, puiſque le phénomène ſe paſſera pendant la nuit. Il ſera donc néceſſaire de renoncer à une partie des avantages de cette obſervation, & de gagner le Sud-oueſt du lieu dont il s'agit. La Tartarie Ruſſe qui s'étend au Sud-eſt de Toboslk, & en général, la Tartarie Chinoiſe qui avoiſine la grande muraille, ſeront des ſtations favorables : la difficulté conſiſtera à pénétrer dans ces lieux, au cœur de l'hiver. Dans l'hémiſphère auſtral, la totalité du paſſage pourra, à la vérité, être obſervée dans le lieu indiqué par le calcul; mais comment s'établir dans des climats où l'on ne connoît aucunes Terres? Ce que l'on peut recueillir de plus poſitif de cette Théorie, c'eſt qu'en 1874, plus on s'approchera d'un côté, du pôle auſtral de la Terre, dans les mers qui ſéparent l'Afrique de l'Amérique, & d'un autre côté, du pôle boréal vers la Tartarie, en ayant attention toutefois que dans chacun de ces lieux, la durée totale du paſſage puiſſe être obſervée, plus on aura de durées concluantes pour déterminer, par leur comparaiſon, la parallaxe du Soleil.

(188.) On a reproché à M. Halley, dans l'Hiſtoire de l'Académie des Sciences, de l'*année 1757*, d'avoir employé dans ſon Mémoire, publié en 1716, ſur le paſſage de 1761, des élémens tirés de Tables qui ne repréſentent pas exactement les mouvemens de Vénus. Peut-être me fera-t-on le même reproche? N'auroit-il pas été juſte, en même temps, d'inſiſter un peu davantage ſur les traits de génie dont brille ce Mémoire, malgré les erreurs qui s'y ſont gliſſées. Ne pourroit-on pas d'ailleurs répondre que M. Halley ne pouvoit mieux faire que de tirer ſes élémens, des Tables qui avoient le plus de réputation de ſon temps. C'eſt au ſurplus la réponſe que je fais d'avance à une pareille objection. Au reſte, la différence entre la vraie latitude de Vénus, à l'inſtant de la conjonction, & celle dont j'ai fait uſage dans ce Mémoire, pourroit ſeule déranger mes calculs; car l'erreur ſur l'heure de la conjonction ne feroit que changer d'une quantité conſtante, les longitudes de tous les lieux. Je vais m'occuper maintenant du paſſage du 6 Décembre 1882.

Courbe d'illumination pour le Paſſage du 6 Décembre 1882.

(189.) Cette courbe a été calculée d'après les méthodes *Année 1769.* de mon ſeptième Mémoire.

LATITUDES.	LONGITUDES DES LIEUX QUI OBSERVERONT — LA SORTIE au lever DU SOLEIL.	L'ENTRÉE au lever DU SOLEIL.	LA SORTIE au coucher DU SOLEIL.	L'ENTRÉE au coucher DU SOLEIL.
	BRANCHES de la courbe d'illumination appartenantes au lever du Soleil.		*BRANCHES de la courbe d'illumination appartenantes au coucher du Soleil.*	
	Sommets de la courbe d'illumination, VIIe Mémoire, Section cinquième.			
67^d^ 25′ 30″...	11^h^ 41′ 55″*occ.*	4^h^ 57′ 1″*occ.*	11^h^ 41′ 55 *occ.*..	4^h^ 57′ 1″*occ.*
60. 0. 0...	9. 23. 5 *or*...	7. 51. 45...	8. 46. 57...	2. 2. 19
50. 0. 0...	8. 14. 5...	8. 58. 39...	7. 38. 39...	0. 53. 27
	Dernier lieu qui verra Vénus entrer ſur le Soleil; le phénomène arrivera au lever de cet Aſtre.			
44. 36. 40...	....	9. 21. 51...	Le phénom. arrivera 2^h^ 57′ 48″ avant la conj.	
40. 0. 0...	7. 17. 51...	9. 53. 31...	6. 42. 56...	0. 2. 50 *or.*
20. 0. 0...	6. 45. 47...	10. 22. 43...	6. 12. 20...	0. 35. 30
	Premier lieu qui verra Vénus ſortir du Soleil; le phénomène arrivera au coucher de cet Aſtre.			
16. 48. 0...	Le phénom. arrivera 3^h^ 40′ 33″ après la conj.		6. 5. 53...	
0. 0. 0...	6. 9. 15...	10. 56. 32...	5. 37. 27...	1. 13. 3
	Dernier lieu qui verra Vénus ſortir du Soleil; le phénomène arrivera au lever de cet Aſtre.			
15. 10. 20 *auſt.*	5. 43. 2...	le phénomène arrivera 3^h^ 54′ 35″ après la conjonction.		
20. 0. 0...	5. 33. 42...	11. 29. 26...	5. 3. 31...	1. 49. 53
40. 0. 0...	5. 4. 28...	11. 56. 44...	4. 35. 40...	2. 20. 30
	Premier lieu qui verra Vénus entrer ſur le Soleil; le phénomène arrivera au coucher de cet Aſtre.			
43. 6. 30...	Le phénomène arrivera 3^h^ 13′ 28″ avant la conjonction.			2. 48. 38
50. 0. 0..	4. 10. 28...	11. 9. 54 *or*...	3. 42. 12...	3. 15. 12
60. 0. 0...	3. 4. 22...	10. 4. 20...	2. 36. 22...	4. 22. 12
	Sommets de la courbe d'illumination, VIIe Mémoire, Section cinquième.			
67. 25. 30 ..	0. 13. 55...	7. 13. 29...	0. 13. 55 *or*..	7. 13. 29

(190.) Nous pouvons maintenant tracer ſur un globe, la courbe d'illumination. Cette courbe eſt compoſée de deux branches diſtinctes & ſéparées, dont l'une répond à la ſortie de Vénus du diſque du Soleil; & l'autre répond à l'entrée de cet Aſtre ſur le Soleil. De ces deux branches diſtinctes, une partie répond au lever du Soleil, & l'autre répond au coucher. La portion correſpondante à la ſortie de Vénus au lever du Soleil, s'étend depuis le parallèle boréal de $67^d\ 25'\ 30''$, avec une longitude occidentale d'environ $175^d\ 29'$, juſqu'au parallèle auſtral de $67^d\ 25'\ 30''$, avec une longitude orientale d'environ $3^d\ 29'$; & ſi l'on ſuit les déterminations calculées dans la ſeconde colonne de la Table du *§. 189*, on verra que cette portion commence vers le détroit du Nord, à l'extrémité la plus orientale des poſſeſſions des Ruſſes en Aſie, s'étend au Nord du Kamtſchatka dans la Tartarie Ruſſienne, entre dans la Tartarie Chinoiſe, près de Tcitcicar, traverſe le pays des Tartares Mongous, la Chine du Nord au Sud, dans la partie occidentale, paſſe à l'Oueſt du Tonquin, traverſe le royaume de Laos, la preſqu'île orientale des Indes, paſſe près de Siam, coupe la ligne un peu à l'Oueſt de Sumatra, deſcend dans la mer des Indes, paſſe à l'Eſt des îles d'Amſterdam & de Saint-Paul, & va finir dans les terres ou mers Antarctiques, qui ſont au Sud du cap de Bonne-eſpérance, ſous le $67^d\ 25'\ 30''$ de latitude auſtrale, avec une longitude orientale d'environ $3^d\ 29'$.

(191.) La même branche continue, mais alors elle répond à la ſortie de Vénus au coucher du Soleil: cette portion commence où finit la première, s'étend dans les mers ou terres auſtrales qui ſont au Sud de la mer qui ſépare l'Afrique de l'Amérique, paſſe à l'Eſt des îles Malouines, entre dans l'Amérique méridionale ſous le 40.e degré de latitude auſtrale, traverſe la terre Magellanique, le Chili, raſe les côtes du Pérou, coupe l'Équateur près de Guyaquil, traverſe la nouvelle Eſpagne, le golfe du Mexique, la Louiſiane, la partie la plus occidentale du Canada, & va finir ſous le parallèle boréal de $67^d\ 25'\ 30''$, avec une longitude occidentale d'environ $175^d\ 29'$, en traverſant les terres par où l'on croit que l'Aſie tient au Nord de l'Amérique.

(192.) La branche de la courbe correſpondante à l'entrée de Vénus ſur le diſque du Soleil, eſt pareillement compoſée de deux parties, dont l'une répond à l'entrée au lever du Soleil, & l'autre répond à l'entrée au coucher de cet Aſtre. La portion correſpondante à l'entrée de Vénus au lever du Soleil, s'étend depuis le parallèle boréal de $67^d\ 25'\ 30''$, avec une longitude occidentale d'environ $74^d\ 15'$, juſqu'au parallèle auſtral de $67^d\ 25'\ 30''$, avec une longitude orientale d'environ $108^d\ 47'$; & ſi l'on ſuit les déterminations de la troiſième colonne du *§. 189*, on verra que cette portion commence dans la partie Sud de la baie de Baffins, à l'Oueſt du détroit de Davis, s'étend dans les terres Arctiques, qui ſont au Nord de l'Amérique, traverſe la mer de l'Oueſt au Nord de la Californie, la mer Pacifique, paſſe aſſez près de l'île Saint-François, paſſe fort près des îles de Jéſus, de la Solitaire, de Taiti, va gagner la partie la plus orientale de la nouvelle Zélande, & finit ſous le parallèle auſtral de 67^d $25'\ 30''$ dans les terres ou mers auſtrales qui ſont au Sud de la nouvelle Hollande.

La même branche continue, mais alors elle répond à l'entrée de Vénus ſur le Soleil au coucher de cet Aſtre; cette portion commence où finit la première, s'étend dans les mers ou terres Antarctiques, qui ſont au Sud de la mer des Indes, va gagner le continent de l'Afrique dans lequel elle entre vers Sofala, traverſe le Monomotapa, côtoie la partie orientale du Congo, traverſe la Nigritie dans l'intérieur des terres, le milieu de la Barbarie, paſſe près d'Alger, entre dans la Méditerranée, paſſe près de Majorque, traverſe le Nord de l'Eſpagne, entre dans le golfe de Biſcaye, laiſſe à l'Eſt la France, les îles Britanniques, paſſe à la pointe la plus méridionale du Groënland & va finir dans la partie Sud de la baie de Baffins.

(193.) Il ſuit de ces recherches, qu'aucun lieu ſitué par-delà le parallèle boréal de $67^d\ 25'\ 30''$, ne verra le paſſage de Vénus du 6 Décembre 1882; le Soleil ne ſe lèvera pour aucun de ces lieux. Par la raiſon contraire, tous les lieux ſitués au-delà de $67^d\ 25'\ 30''$ de latitude auſtrale, verront la

totalité du passage. Quant aux lieux situés entre ces deux latitudes, aucun de ceux compris entre la cinquième & la seconde colonne de la Table du *§. 189*, ne verra Vénus sur le Soleil. Cette considération exclut la totalité de l'Europe, si l'on excepte cependant l'Espagne & le Portugal, la moitié de l'Afrique, celle qui est à l'Est d'une ligne menée d'Alger au Monomotapa, les îles de Madagascar, de France, de Bourbon, Rodrigue, la partie occidentale de la mer des Indes jusqu'à l'île de Sumatra, la presqu'île occidentale de l'Inde, les deux tiers du continent de l'Asie, à l'exception des parties orientales, telles que la presqu'île orientale de l'Inde, les îles de la Sonde, les Philippines, les Moluques, l'île de Borneo, une partie de la Chine, de la Tartarie Chinoise, la partie la plus orientale de la Tartarie Russe.

La totalité du passage sera visible pour les lieux compris entre la troisième & la quatrième colonne, ce qui renferme la partie Sud de la mer Pacifique, depuis les côtes de l'Amérique méridionale, jusqu'à la nouvelle Zélande, & la partie boréale de la mer Pacifique, qui s'étend depuis la Californie & la nouvelle Espagne jusque vers l'île Saint-François. La totalité du passage sera pareillement visible dans les terres Magellaniques, le Chili, une partie de la nouvelle Espagne, le Mexique & la Californie.

Les lieux situés entre la seconde & la troisième colonne, ne verront qu'une partie du passage vers le lever du Soleil; ce qui comprend les parties de la mer Pacifique qui avoisinent l'Asie, les îles Philippines, Marianes, la nouvelle Guinée, la nouvelle Hollande, les îles Moluques, l'île de Borneo, la partie occidentale de la nouvelle Zélande, le Japon, une partie de la Chine, de la Tartarie Russe & Chinoise, & la partie orientale de la presqu'île orientale de l'Inde.

Les lieux situés entre la quatrième & la cinquième colonne, ne verront pareillement qu'une partie du passage vers le coucher du Soleil, ce qui comprend l'Espagne, la partie de l'Afrique située à l'Ouest de la ligne dont nous avons parlé ci-dessus, une partie de la mer qui sépare l'Europe & l'Afrique

de l'Amérique, & la plus grande partie de l'Amérique méridionale & ſeptentrionale.

(194.) On peut remarquer dans la Table du *§. 189*, quatre lieux particuliers ; celui qui le premier verra Vénus entrer ſur le Soleil; celui qui le dernier verra Vénus entrer ſur cet Aſtre; celui qui le premier verra Vénus ſortir du Soleil; celui qui le dernier verra Vénus ſortir de cet Aſtre. Le premier de ces lieux eſt ſitué ſous le $43^d\ 6'\ 30''$ de latitude auſtrale, avec une longitude orientale d'environ $2^h\ 49'$, c'eſt-à-dire, dans la mer qui eſt au Sud de Madagaſcar près de l'île marquée dans les Cartes, île Nachtegal. Le ſecond eſt ſitué ſous le parallèle boréal de $44^d\ 36'\ 40''$, avec une longitude occidentale d'environ $9^h\ 22'$, c'eſt-à-dire, dans la mer qui eſt au Nord-oueſt de la Californie. Le troiſième eſt ſitué ſous le parallèle boréal de $16^d\ 48'\ 0''$, avec une longitude occidentale d'environ $6^h\ 5'\ 53''$, c'eſt-à-dire, dans la nouvelle Eſpagne, un peu au Nord de Porto-bello. Le quatrième lieu enfin eſt ſitué ſous le parallèle auſtral de $15^d\ 10'\ 20''$, avec une longitude orientale de $5^h\ 43'\ 2''$, c'eſt-à-dire, dans la mer des Indes au Sud-oueſt des îles de la Sonde. Ce ſont ces points que l'on a définis *pôles d'entrée & de ſortie;* ils ont la propriété de préſenter la plus grande différence de temps entre les inſtans abſolus des mêmes phénomènes. On voit, par exemple, qu'entre la première & la dernière entrée de Vénus ſur le Soleil, il s'écoulera $15'\ 40''$, & qu'il s'écoulera $14'\ 2''$ entre la première & la dernière ſortie. Il ſera donc avantageux d'obſerver le paſſage de Vénus, le plus près qu'il ſera poſſible de ces lieux, puiſque la comparaiſon des inſtans abſolus des mêmes phénomènes ne pourra manquer de donner des lumières ſur la parallaxe du Soleil. Heureuſement les points dont il s'agit avoiſinent des endroits connus. Le cap de Bonne-eſpérance, la Californie, la nouvelle Eſpagne, les îles de la Sonde, ſeront les ſtations les plus avantageuſes pour faire les obſervations dont on vient de parler.

(195.) Pour continuer les recherches relatives au paſſage du 6 Décembre 1882, je détermine d'abord la durée du paſſage pour le centre de la Terre. Je vois que cette durée

ſera de $6^h\ 52'\ 28''$; je vois pareillement que lors de l'entrée & de la ſortie de Vénus du diſque du Soleil, cette Planète emploira $17'',490$ de temps à parcourir une ſeconde de degré. Je puis maintenant réſoudre la queſtion ſuivante.

De tous les lieux qui, ſous le même parallèle, obſerveront des diſtances égales des centres, à deux heures différentes également éloignées d'une troiſième heure, déterminer quelle devra être cette troiſième heure pour que la durée du paſſage ſoit un maximum *ou un* minimum ?

Pour y parvenir, j'ai recours à l'équation (2) du *ſ. 81*. Je remarque que puiſque la durée du paſſage pour le centre de la Terre eſt de $6^h\ 52'\ 28''$, & que par conſéquent la demi-durée eſt de $3^h\ 26'\ 14''$, j'ai $k = 24748''$, $\frac{1}{2}k = 12374''$; $H = 51^d\ 33'\ 30''$. Je conclus donc $G = \left\{ \begin{matrix} 11^d\ 51'\ 40'' \\ 191.\ 51.\ 40. \end{matrix} \right\}$ Les lieux qui ſous chaque parallèle obſerveront le 6 Décembre 1882, le *maximum* & le *minimum* de durée du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil, ſeront donc ceux pour qui le milieu du paſſage arrivera à midi $47'\ 27''$, & à minuit $47'\ 27''$. Comme en général pour tous les lieux de la Terre, le milieu du phénomène arrivera à peu-près vers l'inſtant de la plus grande phaſe vue du centre de la Terre, & que cet inſtant arrivera $21'\ 23''$ après la conjonction, c'eſt-à-dire, lorſqu'il ſera à Paris $8^h\ 17'\ 53''$; on aura à peu-près la longitude des lieux en queſtion, en remarquant que ces lieux compteront reſpectivement $0^h\ 47'\ 27''$, & $12^h\ 47'\ 27''$ lorſqu'il ſera $8^h\ 17'\ 53''$ à Paris. Ces lieux auront donc une longitude occidentale d'environ $7^h\ 30'\ 26''$ pour ceux qui obſerveront le milieu du paſſage à midi $47'\ 27''$, & une longitude orientale d'environ $4^h\ 29'\ 34''$ pour ceux qui obſerveront le milieu du paſſage à minuit $47'\ 27''$. Les premiers de ces lieux ſont ſitués dans un Méridien qui part du pôle Arctique, traverſe la mer Glaciale & les terres Arctiques qui ſont au Nord de

l'Amérique, entre dans la mer de l'Oueſt au Nord de la Californie, traverſe le nord du nouveau Mexique, la mer Vermeille, paſſe à la pointe la plus méridionale de la Californie, entre dans la mer Pacifique vers le cap Saint-Lucar, traverſe la mer Pacifique, du Nord au Sud, paſſe près de l'île Saint-Paul, laiſſe à l'Oueſt les îles de Quiros, & va finir au pôle Antarctique.

Les ſeconds lieux ſont ſitués dans un Méridien qui part du pôle Arctique, traverſe la mer Glaciale, la nouvelle Zemble, entre dans la Tartarie Ruſſe, paſſe près de Tobolsk, entre chez les Tartares Uſbecks, paſſe près de Samarkand & de Kandahar, entre dans la mer des Indes vers Diu, laiſſe les Maldives à l'Eſt, paſſe très-près de l'île Rodrigue & va gagner le pôle Antarctique par les mers ou terres auſtrales qui ſont au Sud des îles de France & de Rodrigue.

(196.) Pour déterminer les lieux de la Terre où la durée du paſſage ſera un *maximum* ou un *minimum* abſolu, j'ai recours à l'équation (1) du *§. 85.* Je trouve, qu'abſtraction faite de toute conſidération phyſique, le lieu qui obſervera un *maximum* abſolu de durée, eſt ſitué ſous le parallèle auſtral de $30^d\ 50'\ 10''$, avec une longitude orientale d'environ $4^h\ 29'\ 34''$; & que le lieu qui obſervera un *minimum* abſolu de durée, eſt ſitué ſous le parallèle boréal de $30^d\ 50'\ 10''$, avec une longitude occidentale de $7^h\ 30'\ 26''$. Relativement au premier lieu, le milieu du paſſage arrivera à minuit $47'\ 27''$; relativement au ſecond lieu, le milieu du paſſage arrivera à midi $47'\ 27''$.

(197.) Les courbes des durées brachyſtochrones s'éloigneront beaucoup plus des pôles de la Terre lors du paſſage de 1882, qu'en 1874. En 1874, nous avons vu que ces courbes ne paſſeront pas $74^d\ 23'\ 30''$ de latitude auſtrale & boréale; en 1882, elles s'étendront juſqu'aux parallèles de $30^d\ 50'\ 10''$. Cette circonſtance qui dépend de la latitude de Vénus, plus petite en 1882 qu'en 1874, rend le paſſage de 1882 plus avantageux pour les obſervations; en effet, il ne ſera pas néceſſaire de s'avancer ſi près des pôles; l'obſervation

l'obſervation du *minimum* abſolu de durée pourra être faite, puiſque le lieu déſigné par le calcul eſt ſitué en Californie. Quant au *maximum* de durée, il ne ſera pas poſſible de l'obſerver, attendu que le phénomène ſe paſſera pendant la nuit. Il faudra donc renoncer à une partie des avantages, & deſcendre vers le pôle Antarctique pour trouver vers 60 degrés de latitude auſtrale, & $4^h\ 29'$ de longitude orientale, des climats où le Soleil ſe couche après 10 heures du ſoir, & ſe lève avant 2 heures du matin; malheureuſement on ne connoît pas de Terres auſſi auſtrales avec une ſemblable longitude.

(198.) La difficulté de trouver des Terres qui avoiſinent le pôle Antarctique, doit faire ſentir l'avantage des paſſages qui arrivent au mois de Juin, ſur ceux qui ont lieu au commencement de Décembre. Toute la partie boréale de l'ancien continent eſt connue & fournit des ſtations où l'on peut obſerver. Il n'en eſt pas de même de l'hémiſphère auſtral; on ne peut donc pas faire au commencement de Décembre, les obſervations que la Théorie indique comme les plus eſſentielles; au lieu qu'au commencement de Juin, ces obſervations ſont ſouvent poſſibles lorſqu'elles doivent être faites, comme en 1769, dans la partie boréale de l'ancien continent.

Remarque ſur un travail utile que l'on pourroit entreprendre relativement aux paſſages de Vénus.

(199.) L'exactitude des réſultats que je viens de mettre ſous les yeux du Lecteur, relativement aux paſſages de Vénus, des 8 Décembre 1874 & 6 Décembre 1882, dépend de l'exactitude des Tables dont j'ai tiré les élémens. J'ai déjà dit *(§. 188)* qu'une erreur ſur l'inſtant de la conjonction, ne dérangeroit pas le fond de mon travail, & qu'il ne s'agiroit que de corriger toutes les longitudes, d'une quantité conſtante. Il n'en ſeroit pas de même de la latitude de Vénus, correſpondante à l'inſtant de la conjonction; ſi cet élément étoit erroné, il dérangeroit toute l'économie des calculs. Cette remarque conduit à la ſuivante.

(200.) Les paſſages de Vénus ſur le Soleil ne peuvent avoir lieu qu'au commencement de Décembre, lorſque Vénus paſſe en même temps que le Soleil dans ſon nœud aſcendant, ou au commencement de Juin lorſque Vénus ſe trouve avec le Soleil dans ſon nœud deſcendant. Pendant une longue ſuite de ſiècles, ſi l'on excepte l'heure de la conjonction, & la latitude de Vénus correſpondante à l'inſtant de la conjonction, tous les autres élémens des paſſages varieront aſſez peu pour que l'on puiſſe les regarder comme des quantités conſtantes; il ſeroit donc poſſible de calculer d'avance, pour toutes les latitudes convenables de Vénus, les courbes d'illumination & la poſition des points les plus favorables aux obſervations, en déterminant, par exemple, les longitudes, par rapport au lieu qui comptera midi à l'inſtant de la conjonction. Les calculs ne ſeroient pas même fort conſidérables; car, ſans compter la ſimilitude d'une quantité de termes qui ſe repréſenteroient perpétuellement, on ſait qu'il ne peut y avoir de paſſage de Vénus ſur le Soleil, qu'autant que ſa latitude géocentrique, à l'inſtant de la conjonction, eſt moindre que 16′ 59″ dans le nœud aſcendant, & moindre que 16′ 27″ dans le nœud deſcendant. Il ne s'agiroit donc que de former des Tables pour toutes les latitudes géocentriques, auſtrales & boréales, depuis 0′ juſqu'à 16′ 59″ pour le nœud aſcendant, & depuis 0′ juſqu'à 16′ 27″ pour le nœud deſcendant. Il ne ſeroit pas même néceſſaire de faire des Tables de minutes en minutes pour les plus petites latitudes de Vénus; & l'on ſe contenteroit de cette exactitude pour les plus grandes latitudes. Dans ce dernier cas, il ſeroit à propos de calculer de demi-minutes en demi-minutes.

ARTICLE XI.

REMARQUES ſur l'Obſervation de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, faite à Cadiz.

(201.) Je terminerai ce Mémoire par quelques remarques ſur l'obſervation de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, faite à Cadiz.

Cette obſervation eſt une des plus importantes qui aient eu lieu en 1764, puiſqu'elle a ſervi à déterminer la longitude de Cadiz, qui n'étoit connue juſqu'alors que d'une manière imparfaite: cette obſervation a été calculée par pluſieurs Aſtronomes, M.rs Pingré, Mechain, &c. J'ai auſſi donné des réſultats. Comme nous différons de quelques ſecondes dans les concluſions, j'ai penſé que l'on verroit avec plaiſir la raiſon de ces différences.

(202.) Une des principales cauſes de ces différences, réſulte d'un petit changement que j'ai cru devoir faire aux inſtans vrais des obſervations. Il m'a ſemblé que les Obſervateurs de Cadiz étoient tombés dans une légère erreur ſur la manière dont ils ont conclu l'inſtant du midi vrai, par les hauteurs correſpondantes; & j'ai rectifié leurs réſultats en partant de leurs obſervations. Voici au ſurplus les formules qui m'ont ſervi à calculer l'inſtant du midi vrai.

MÉTHODE pour déterminer le midi vrai par les hauteurs correſpondantes du Soleil, en ayant égard à ſon changement de déclinaiſon pendant l'intervalle des Obſervations.

(203.) Dans tous les Traités d'Aſtronomie, on trouve des méthodes pour déterminer le midi vrai par les hauteurs correſpondantes du Soleil, en ayant égard à ſon changement de déclinaiſon pendant l'intervalle des obſervations; on ne peut rien ajouter à l'exactitude de ces méthodes, d'après leſquelles on a formé des Tables qui donnent des réſultats tout calculés; j'ai cru cependant qu'il me ſeroit permis de donner la méthode dont j'ai fait uſage, & de faire voir comment elle ſe déduit des conſtructions de mon Ouvrage.

(204.) Nous avons déjà dit que ſi EPE repréſente un méridien terreſtre, P le pôle, C le centre de la Terre, F l'obſervateur, $PCVp$ le petit axe de la Terre, FV la partie de la normale menée par l'obſervateur, interceptée entre l'obſervateur & le petit axe de la Terre; en vertu du Fig. 1.

Fig. 1. mouvement diurne, le rayon *FV* décrira un cône dont le ſommet ſera en *V*, de la même manière qu'il auroit décrit un cône dont le ſommet eût été au centre *C*, ſi la Terre eût été ſphérique: les apparences ſeront donc les mêmes que dans une ſphère dont le centre auroit paſſé de *C* en *V*.

(205.) Il ſuit de-là, que ſi, par le point *V* & par le centre du Soleil, on mène un rayon vecteur qui joigne ces deux points, de même que dans les conſtructions primitives nous avons mené un rayon vecteur du centre de la Terre au centre du Soleil, & que par le point *V* l'on faſſe paſſer un plan perpendiculaire à ce rayon vecteur, ce plan repréſentera l'horizon abſolu; & comme les hauteurs du Soleil paroiſſent égales toutes les fois que les diſtances de l'Obſervateur à l'horizon ſont égales entr'elles, le Problème de la détermination du midi vrai par les hauteurs correſpondantes, ſe réduit à l'énoncé ſuivant:

Étant données deux diſtances égales de l'Obſervateur à l'horizon abſolu, obſervées l'une le matin & l'autre le ſoir, ou réciproquement, & telles que la déclinaiſon du Soleil ait varié pendant l'intervalle des deux obſervations, déterminer combi n, eu égard au changement de déclinaiſon, chacun des angles horaires, diffère de l'angle horaire qui répond à la moitié de l'intervalle écoulé entre les deux obſervations!

(206.) Pour réſoudre ce dernier Problème, je remarque que ſi l'on conſerve toutes les dénominations de cet Ouvrage, Année 1764. il a été démontré dans mon ſecond Mémoire, *§. 36*, qu'à un inſtant quelconque, la diſtance de l'Obſervateur à l'horizon abſolu, mené par le centre de la Terre, a pour expreſſion $\frac{ps}{r} + \frac{chpq}{r^3}$; mais puiſque *(§. 134)* la partie du petit axe de la Terre, compriſe entre le centre de la Terre & le point où le petit axe eſt rencontré par la normale menée par l'Obſervateur, a pour expreſſion $\frac{(\rho^2 - r^2)s}{r^2}$; que d'ailleurs,

en vertu des conftructions primitives, le petit axe de la Terre eft incliné fur l'horizon abfolu, d'un angle dont p eft le finus, les horizons refpectifs, menés par le point V & par le centre de la Terre, ont pour expreffion de leur dif- Fig. 1.
tance $\frac{(\rho^2 - r^2)ps}{r^3}$; la diftance de l'Obfervateur à l'horizon abfolu, mené par le point V, à un inftant quelconque, a donc pour expreffion,

$$\frac{ps}{r} + \frac{chpq}{r^3} + \frac{(\rho^2 - r^2)ps}{r^3} = \frac{\rho(\rho ps + chq)}{r^3}.$$

Nous remarquerons ici, que la déclinaifon du Soleil que l'on devroit naturellement employer dans cette dernière expreffion, eft celle qui a lieu pour un plan parallèle à l'Équateur, paffant par le point V, au lieu d'employer celle qui a réellement lieu pour l'Équateur; mais cette inexactitude eft abfolument inappréciable. Elle ne feroit fenfible que fi la différence des axes de la Terre étoit très-grande ou que l'Aftre fût très-près de notre globe. J'ai fait voir (§. 144) comment on remédieroit alors à cet inconvénient.

(207.) Puifque, quelle que foit la variation de la déclinaifon du Soleil & de l'angle horaire, la quantité $\frac{\rho(\rho ps + chq)}{r^3}$ eft conftante, il eft évident que l'on a pour condition du Problème,

$$(1) \quad \rho s dp + ch dq + cq dh = 0;$$

mais $r dh = - g d$ (angle horaire), $r dp = q d$ (déclin. Soleil), $r dq = - p d$ (déclinaifon Soleil); fi donc l'on fuppofe la variation de la déclinaifon & de l'angle horaire exprimée en fecondes de degré, & que l'on nomme

d (heure) la variation de l'heure exprimée en fecondes de temps.

Comme alors on a d (angle horaire) $= 15\, d$ (heure), l'équation (1) deviendra

$$(2) \quad d(\text{heure}) = \frac{1}{15} \times \left(\frac{\rho s}{cg} - \frac{ph}{qg}\right) d(\text{déclinaifon Soleil}).$$

(208.) Il eſt évident que la diſtance de la première obſervation, au midi vrai, égale la moitié de l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations, moins l'augmentation de ce demi-intervalle dûe au changement de déclinaiſon du Soleil. Soit donc

H l'heure de la pendule à l'inſtant de la première obſervation.

T' l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations.

T l'angle horaire correſpondant au temps T'.

d (déclin. Soleil) la variation de la déclinaiſon du Soleil correſpondante au temps T', exprimée en ſecondes de degré.

On aura

$$(1)\ \text{Heure de la pendule à l'inſtant du midi vrai} = H + \frac{T'}{2}$$

$$- \frac{1}{15} \times \left(\frac{\text{tang. latitude vraie}}{\text{ſinus } \frac{T}{2}} - \frac{\text{tang. décl. Soleil}}{\text{tang. } \frac{T}{2}} \right) \times \tfrac{1}{2}\, d\,(\text{décl. Soleil}).$$

Dans cette formule, il eſt ſuperflu d'avertir que tang. latit. vraie eſt poſitive, lorſque la latitude de l'Obſervateur eſt boréale; que tang. déclin. Soleil eſt poſitive lorſque la déclinaiſon du Soleil eſt boréale; dans les cas contraires, ces quantités ſeront négatives. d (déclin. Soleil) eſt poſitif depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'au ſolſtice d'été; il eſt négatif depuis le ſolſtice d'été juſqu'au ſolſtice d'hiver. Quant à ſinus $\frac{T}{2}$, tang. $\frac{T}{2}$, leurs ſignes ſont déterminés par le nombre de degrés que contient l'angle $\frac{T}{2}$.

(209.) Si l'on comparoit une obſervation faite le ſoir, avec une obſervation faite le lendemain matin, on auroit

$$(1)\ \text{Heure de la pendule à l'inſtant du minuit vrai} = H + \frac{T'}{2}.$$

$$- \frac{1}{15} \times \left[\frac{\text{tang. latit. vraie}}{\text{ſin.} \left(180^d + \frac{T}{2}\right)} - \frac{\text{tang. déclin. Soleil}}{\text{tang.} \left(180^d + \frac{T}{2}\right)} \right] \times \tfrac{1}{2}\, d\,(\text{déclin. Soleil}).$$

Application de la théorie précédente, à l'obſervation de Cadiz.

(210.) Je vais appliquer maintenant la théorie précédente, à l'obſervation de Cadiz ; voici le détail de cette obſervation, relativement à l'objet qui nous occupe. Je ne fais que tranſcrire les propres termes des Obſervateurs.

Heures vraies des Obſervations.

Suivant les Obſervateurs.	*Suivant moi.*	
9h 24′ 51″	9h 24′ 45″	formation de l'anneau.
9. 27. 43	9. 27. 37	rupture de l'anneau.
11. 0. 7	11. 0. 1	fin de l'Éclipſe.

Obſervations qui ont ſervi à déterminer la marche de la Pendule.

Les heures marquées ſont les heures de la Pendule.

Le 2 Avril 1764.

			Midi non corrigé.
9h 31′ 53″	2h 10′ 39″	Limbe ſupér. du ☉ au 1.er fil horiz.	11h 51′ 16″,0.
9. 34. 16	2. 8. 15	Limbe ſupér. du ☉ au 2.d fil horiz.	11. 51. 15,5.
9. 35. 10	2. 7. 22	Limbe infér. du ☉ au 1.er fil horiz.	11. 51. 15,0.
9. 36. 41	2. 5. 51	Limbe ſupér. du ☉ au 3.me fil horiz.	11. 51. 16,0.
9. 37. 36	2. 4. 55	Limbe infér. du ☉ au 2.d fil horiz.	11. 51. 15,5.
9. 40. 3	2. 2. 27	Limbe infér. du ☉ au 3.me fil horiz.	11. 51. 15,0.
		Heure conclue des ſix obſervations.	11. 51. 15,5.
		Corr. ſouſtr. à cauſe du chang. de décl.	0. 0. 16,5.
		Heure de la Pendule, lors du midi vrai.	11. 50. 59.

Le 3 Avril.

8. 57. 51	2. 43. 50	Limbe infér. du ☉ au 1.er fil horiz.	11. 50. 50,5.
8. 59. 14	2. 42. 25	Limbe ſupér. du ☉ au 3.me fil horiz.	11. 50. 49,5.
9. 0. 2	2. 41. 38	Limbe infér. du ☉ au 2.d fil horiz.	11. 50. 50,0.
9. 2. 15	2. 39. 24	Limbe infér. du ☉ au 3.me fil horiz.	11. 50. 50,0.
		Heure conclue des quat. obſervations.	11. 50. 50.0.
		Corr. ſouſtr. à cauſe du chang. de décl.	0. 0. 18,0.
		Heure de la Pendule, lors du midi vrai.	11. 50. 32.

Le 4 Avril 1764.

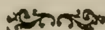
			Midi non corrigé.
9h 4′ 9″	2h 36′ 35″	Limbe supér. du ☉ au 1.er fil horiz.	11h 50′ 22″,0.
9. 6. 23	2. 34. 22	Limbe supér. du ☉ au 2.d fil horiz.	11. 50. 22,5.
9. 7. 12	2. 33. 24	Limbe infér. du ☉ au 1.er fil horiz.	11. 50. 22,5.
9. 8. 36	2. 32. 9	Limbe supér. du ☉ au 3.me fil horiz.	11. 50. 22,5.
9. 9. 25	2. 31. 21	Limbe infér. du ☉ au 2.d fil horiz.	11. 50. 23,0.
9. 11. 40	2. 29. 3	Limbe infér. du ☉ au 3.me fil horiz.	11. 50. 22,5.
		Heure conclue des six observations.	11. 50. 22,5.
		Corr. soustr. à cause du chang. de décl.	0. 0. 16,5.
		Heure de la Pendule, lors du midi vrai.	11. 50. 6,0.

RÉCAPITULATION.

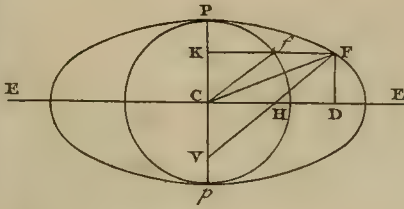
Jours.	*Heures de la Pendule, lors du midi vrai.*	*Différences.*
2 Avril	11h 50′ 59″	
3	11. 50. 32	— 27″
4	11. 50. 6	— 26.

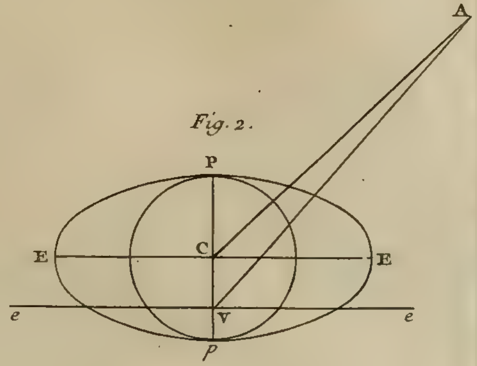
Donc la pendule retardoit de 26 secondes en vingt-quatre heures; c'est-à-dire d'environ une seconde par heure; donc, le 1.er Avril 1764, le midi vrai est arrivé lorsque la pendule marquoit 11h 51′ 25″; elle retardoit donc de 8′ 35″ sur le temps vrai; & attendu la seconde de retard de la pendule, pour chaque heure écoulée entre les observations & le midi vrai du 1.er Avril 1764, elle ne retardoit que de 8′ 33″ vers 9h½, & de 8′ 34″ vers 11h. C'est ainsi que l'observation a été réduite par les Observateurs de Cadiz.

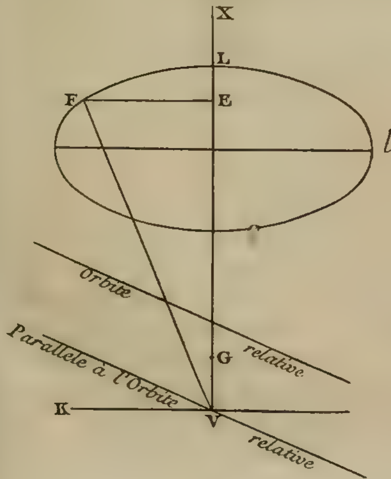
(211.) Si l'on substitue dans l'équation (1) du *§. 208*, les valeurs relatives aux observations de Cadiz, on trouvera que le 2 Avril 1764, le midi vrai est arrivé lorsque la pendule marquoit 11h 51′ 5″, au lieu de 11h 50′ 59″, comme l'ont supposé les Observateurs; & de même pour les autres jours. Ils ont donc supposé à leur pendule 6 secondes de retard de plus qu'elle n'avoit réellement; ils ont donc ajouté à l'heure de la pendule, 6 secondes de plus qu'il ne convenoit, pour avoir l'instant vrai des observations. J'ai donc été fondé à soustraire 6 secondes, des temps marqués dans l'observation de Cadiz.

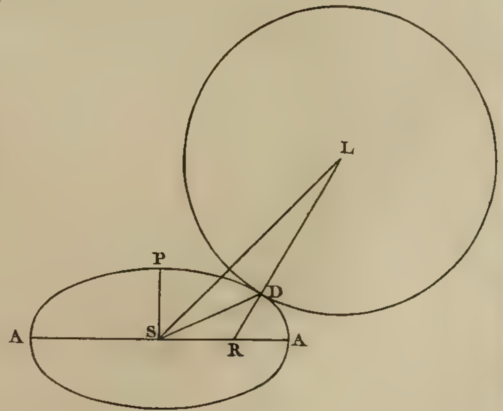


TROISIÉME


Fig. 1.
P
K
f
F
E
C
E
H
D
V
p


A
Fig. 2.
P
C
E
E
e
V
e
p


Fig. 3.
X
L
F
E
l
Orbite
relative
Parallele à l'Orbite
relative
G
K
V


Fig. 4.
L
P
D
A
S
R
A

le G. Sc.



TROISIÈME MÉMOIRE POUR SERVIR À L'ANATOMIE DES OISEAUX.

Par M. VICQ-D'AZYR.

Suite de l'Ostéologie & la Miologie.

OUTRE qu'il est très-curieux de connoître la structure anatomique des oiseaux, il ne l'est pas moins de la comparer avec celle de l'homme, & de voir en quoi se ressemblent & en quoi diffèrent deux individus aussi dissemblables, & dont les fonctions paroissent avoir aussi peu d'analogie. Il n'y a que des détails anatomiques très-exacts qui puissent nous donner ces résultats. C'est dans la coupe des cavités & dans la forme des têtes articulaires, c'est dans le prolongement de certaines éminences, dans l'alongement & le raccourcissement de certaines pièces, & dans la disposition variée des organes qu'il faut les chercher.

Lû en 1774. Remis le 16 Août 1777.

Nous continuerons d'examiner les os & les muscles de cette classe d'animaux dont nous avons, dans notre premier Mémoire, divisé le corps en vingt-quatre régions, parmi lesquelles il nous en reste dix à parcourir.

QUINZIÈME RÉGION.

Région de l'abdomen.

Cette région peut être regardée comme composée de trois triangles, dont deux sont latéraux & un est placé dans le milieu; les deux latéraux sont exprimés par une ligne qui s'étendroit de la pointe du sternum vers l'angle que les côtes font avec l'os des îles; par une deuxième, qui de cet angle seroit dirigée vers l'angle postérieur de l'os innominé; & par une troisième, qui de-là iroit à la pointe du sternum. Le triangle moyen

ſeroit exprimé par les deux dernières lignes dont nous venons de parler, & par une troiſième qui s'étendroit d'une des extrémités de l'os innominé à celle du côté oppoſé.

Les muſcles de cette région ſont:

1.° Le grand oblique: ce muſcle s'insère à la crête de l'os des îles dans l'angle que cet os fait avec la dernière côte; il recouvre les prolongemens latéraux du ſternum, ainſi que les trois côtes poſtérieures auxquelles il donne des digitations: il fournit deux expanſions conſidérables aux anſes ſternales; quelques-unes de ſes fibres s'étendent vers l'anus, & ſon inſertion inférieure ſe fait tout le long de la petite côte qui termine l'os des îles en arrière. Il eſt aponévrotique dans ſon milieu, & charnu poſtérieurement.

2.° Le petit oblique: ce muſcle a la même étendue que le grand oblique, avec cette différence qu'il ne paſſe point les bords des côtes, non plus que celui du ſternum; il a deux ventres très-diſtincts qu'une aponévroſe ſépare; ſes fibres ont peu d'obliquité; c'eſt au bord des côtes qu'elles en ont davantage, & c'eſt en ſuivant cette direction qu'elles s'inſèrent aux prolongemens latéraux du ſternum.

3.° Le muſcle tranſverſe: ſes inſertions poſtérieures ſont les mêmes que celles des précédens; ſeulement elles ſe font plus en dedans, mais il ne s'insère ni au bord des côtes ni au ſternum: ſes fibres s'épanouiſſent ſur la face interne de ces deux os & ſe joignent aux muſcles que Perrault appelle du nom de *pulmonaires;* ſes fibres charnues forment un plan continu & bordé par des aponévroſes.

Les uſages de ces muſcles ſont très-nombreux; les fibres qui s'insèrent aux côtes inférieures de l'os innominé ſervent à l'expulſion de l'œuf; la portion du grand oblique qui s'insère à l'anſe ſternale, les fibres du petit oblique qui vont des côtes aux prolongemens latéraux du ſternum, & les expanſions du tranſverſe, rapprochent le ſternum des côtes. L'action de ces muſcles fait gliſſer les anſes ſternales ſur la face externe de ces dernières à peu-près comme les deux pièces d'un ſoufflet de forge ſe meuvent l'une ſur l'autre. C'eſt

l'expreſſion dont ſe ſont ſervis les Académiciens célèbres qui ont attribué ce mouvement aux muſcles pulmonaires *(a)*. Il eſt ſurprenant qu'ils ne ſe ſoient pas aperçus que les muſcles abdominaux en ſont les principaux agens: de plus, l'enſemble de ces couches muſculaires comprime les viſcères du bas-ventre, diminue l'étendue des véſicules aëriennes; & c'eſt ſans doute à ce rétréciſſement qu'eſt dû le paſſage de l'air dans ces eſpèces de trachées oſſeuſes, qui ont été décrites tout nouvellement par M. Camper, & dont Fabrice d'Aquapendente ſoupçonnoit au moins l'exiſtence, lorſqu'il a dit dans ſon Traité *de Volatu*, que les os des oiſeaux ſont creux, non-ſeulement pour augmenter leur légèreté, mais encore pour recevoir une grande quantité d'air. *Neque hic ceſſat induſtria naturæ ſed ad uſque oſſa ſeſe extendit, quæ in pennato non ſolùm tenuiſſima ut minimè ponderoſa eſſent, verùm etiam intus cava quò plurimum aëris in ſe contineant, facta ſunt.*

Ce ſont les muſcles abdominaux qui ſont gênés, lorſqu'on entoure le thorax d'un oiſeau d'un lien quelconque dans ſa partie poſtérieure, comme le célèbre M. Lorry l'a expérimenté; alors ils ne peuvent agir ſur les anſes ſternales, pour rétrécir ou pour dilater les véſicules aëriennes, & l'oiſeau ne peut voler, ſa gravité ſpécifique étant ainſi conſidérablement augmentée.

Dans l'homme, les muſcles du bas-ventre ſont à peu-près ſemblables, & leurs inſertions ſont analogues: ici le grand oblique eſt de même le plus étendu, & le tranſverſe communique avec les muſcles pulmonaires qui tiennent lieu de diaphragme dans les oiſeaux. Ces derniers n'ont point de muſcles droits, ſans doute parce que la portion de la colonne épinière qui tient lieu de lombes, eſt preſque entièrement immobile, & ne permet point le mouvement de flexion.

(a) Voyez les Mémoires, pour ſervir à l'Anatomie des Animaux.

SEIZIÈME RÉGION.

Région de la fosse iliaque externe, de l'anus & de la queue.

Cette région comprend le *sacrum* qui est étroit & alongé, & la face externe de l'os des îles, qui dans les oiseaux est beaucoup plus grande par proportion que dans l'homme & dans les quadrupèdes. En dehors, cette région présente huit fosses ; deux sont antérieures, elles sont placées derrière l'omoplate, qui dans les oiseaux touche à l'os innominé; deux sont latérales, situées en dehors & inclinées; deux sont moyennes & étroites; & deux sont postérieures : ces dernières sont auprès de la queue. En dedans, on en trouve quatre que l'on peut apeler *Rénales*, du nom de l'organe qu'elles renferment. Deux sont antérieures & petites; deux sont postérieures & beaucoup plus grandes. Les parties latérales de cet os sont terminées par un angle aigu, où il se trouve un os grêle qui ressemble à une petite côte : ce sont ces os qui dans l'Aigle se touchent presque, & qui dans l'Autruche sont réunis pour former un véritable pubis; de sorte qu'en parcourant les différentes classes d'animaux, on voit le pubis se former dans les uns, prendre des accroissemens dans les autres, & disparoître entièrement chez quelques-uns.

Mais ce que l'ostéologie de cette région présente de plus difficile; c'est de déterminer 1.° dans quel endroit commence le *sacrum;* 2.° s'il y a une portion lombaire dans la colonne épinière; 3.° supposé qu'elle existe, quelle est son étendue. Ces trois questions sont très-importantes pour classer le squelette des oiseaux.

Pour les résoudre, je ferai observer qu'à la partie antérieure des fosses rénales, se trouve la symphyse de l'os des îles avec l'os *sacrum;* que cette union se fait de chaque côté par une double apophyse, qui dans son écartement laisse une ouverture ; que la crête de l'os des îles se continue parallèlement à la colonne épinière, comme dans les quadrupèdes; & qu'enfin au-dessus de la symphyse susdite, il

y a entre l'os des îles & la colonne épinière une fosse de chaque côté, divisée pour l'ordinaire en deux trous, dont le plus antérieur est creusé au-dessous de la dernière côte. Si on pousse ses recherches plus loin, & que l'on soit curieux de connoître les parties qui passent par ces trous, on y observe de chaque côté plusieurs nerfs analogues aux nerfs lombaires, dont un se porte au-dessous & le long de la dernière côte; le second se distribue aux muscles du bas-ventre & aux muscles antérieurs de la cuisse; & le troisième sort par le trou de la double apophyse qui joint le *sacrum* à l'os innominé, pour s'épanouir dans les parties sexuelles & dans les muscles voisins. Ces observations faites sur les parties molles, confirment celles que M. Daubenton a faites sur les parties osseuses, & qu'il m'a communiquées; il paroît donc qu'il y a dans la colonne épinière des oiseaux, une portion très-courte qui répond à la région lombaire des quadrupèdes, & l'on peut regarder le *sacrum*, comme commençant immédiatement au-dessus de la double apophyse, dont j'ai déjà parlé plusieurs fois.

D'après ces réflexions nous exposerons les variétés de cette région, considérée dans les différentes classes d'oiseaux, dont mon premier Mémoire offre la suite. Les pièces qui répondent aux vertèbres lombaires m'ont paru, ainsi qu'à M. Daubenton qui les avoit examinées avant moi, être au nombre de deux dans l'Aigle, dans la Buse, dans la Gruë, dans la Chouette & dans la Gallinelle: dans le Cazoar, nous en avons trouvé six; dans le Cygne, dans le Canard & dans le Coq, il n'y en a qu'une; & dans le squelette du Perroquet, on n'observe rien qui y réponde, & cette région paroît manquer absolument.

Le nombre des fausses vertèbres du *sacrum* & du coccix examiné dans les squelettes des oiseaux, qui se trouvent dans la collection du Jardin du Roi, offre aussi beaucoup de différences. L'os *sacrum* de l'Autruche, du Cazoar, du Cygne, de la Gruë, du Coq & du Canard, est composé de treize pièces. Dans la Gallinelle, on n'en trouve que douze; dans la Buse & dans

la Chouette, il n'y en a que dix; on en obſerve neuf dans le Coucou, & ſept ſeulement dans la Corneille.

Il ne faut pas croire que les pièces dont le coccix eſt formé, ſoient proportionnées par leur nombre & par leur ſtructure à celles du *ſacrum;* il y a, à cet égard, une très-grande différence; dans le Cazoar, dans l'Aigle, dans la Buze, dans la Chouette & dans la Gallinelle, le coccix eſt formé de huit petits os; dans celui de l'Autruche, du Cygne, de la Gruë, du Perroquet, de la Corneille & du Canard, on n'en compte que ſept; & dans le Coq, il n'y en a que ſix. Les vertèbres offrent donc de grandes variétés, non-ſeulement dans les différentes claſſes d'animaux, mais encore dans les différens individus de la même claſſe.

Les muſcles de la région iliaque externe ſont:

1.° Le muſcle qui tient la place du couturier: ce muſcle eſt le premier qu'on aperçoive dans la région iliaque externe; il recouvre le feſſier, & ſe trouve à côté du muſcle du *faſcia lata.* Il eſt long, aplati, mince, & il s'étend depuis la crête iliaque juſqu'à la partie ſupérieure du *tibia.* Son uſage eſt de ſoutenir la flexion de la cuiſſe & d'étendre la jambe, à raiſon de ſon inſertion qui eſt bien plus élevée que dans l'homme, par rapport à la différente poſition du fémur.

2.° Le muſcle du *faſcia lata:* ce muſcle s'inſère à la partie poſtérieure de la région iliaque, il recouvre les foſſes moyennes & les poſtérieures. Il eſt épais, triangulaire, continu avec une aponévroſe qui tient lieu de *faſcia lata,* & il s'étend juſqu'au côté externe du tibia. Son uſage eſt de porter la cuiſſe en dehors & de fléchir la jambe, il fait ici l'office de biceps, & ſa portion charnue eſt proportionnellement beaucoup plus conſidérable que dans l'homme.

3.° Le muſcle qui tient la place du grand feſſier: ce muſcle s'inſère à la partie poſtérieure de la région iliaque, dans les foſſes moyennes & poſtérieures. Il eſt triangulaire, épais & continu avec l'aponévroſe du *faſcia lata;* il s'étend juſqu'au côté externe de la jambe à laquelle il s'inſère. Son

uſage eſt de fléchir le *tibia* en même temps qu'il opère l'extenſion & l'abduction de la cuiſſe ; dans l'homme il n'eſt pas à beaucoup près auſſi étendu.

4.° Le moyen feſſier : il eſt ovale & placé dans la foſſe iliaque antérieure, il s'insère d'une autre part au haut & au-devant du grand trochanter ; il fait la fonction de rotateur & d'abducteur.

5.° L'iliaque antérieur, que je nomme ainſi, par oppoſition à l'iliaque interne & au feſſier, que pluſieurs appellent dans l'homme du nom d'*iliaque externe.* Il s'insère à tout le bord antérieur de l'os innominé ; il eſt triangulaire, & ſon tendon ſe porte vers le trochanter au-deſſous duquel il s'attache. Son uſage eſt de fléchir la cuiſſe en la portant en dehors : c'eſt principalement à cette action que ſont dûes l'obliquité & la divergence des deux fémurs.

6.° Le petit feſſier : ce muſcle paroît lorſque l'on a enlevé l'iliaque antérieur ; il eſt placé au-deſſus d'un petit crochet qui ſe trouve à la partie antérieure de la cavité cotyloïde, il eſt arrondi, court, & s'insère au-devant du trochanter. Son action aide celle du moyen feſſier.

7.° Le fléchiſſeur profond de la cuiſſe : il eſt placé au-devant du petit feſſier dont il diffère principalement par l'inſertion de ſon tendon, qui ſe porte vers la partie poſtérieure du fémur. Son action qui eſt de ſoutenir la flexion en portant l'os de la cuiſſe en-dehors, eſt contraire à celle du petit feſſier. Le principal uſage de ces deux muſcles eſt donc de maintenir la cuiſſe dans une diſtance déterminée du tronc. Le crochet dont nous avons déjà parlé, & que ces muſcles recouvrent, eſt fortifié par un ligament, & reſſemble d'autant plus au trou obturateur, que les muſcles ſuſdits ont des uſages analogues à ceux qui portent le même nom.

8.° Le muſcle pyramidal : ce muſcle s'insère à une petite éminence qui eſt au-deſſus de la cavité cotyloïde & à la partie externe du fémur au-deſſous de ſa tête ; il eſt ſeulement abducteur.

9.° L'accessoire de l'iliaque interne : celui-ci recouvre le tendon de l'iliaque interne & le trou par où il passe; il s'insère comme le précédent à la face externe du grand trochanter, & on doit le compter parmi les abducteurs.

10.° Le muscle qui tient la place du quarré : il est situé plus inférieurement & plus en arrière que le précédent. On peut le regarder comme étant une portion du demi-nerveux, ses fibres ont leur attache dans les fosses latérales & postérieures de l'os innominé, & son tendon s'insère tout charnu à la face interne du grand trochanter ; son usage est d'éloigner le fémur du tronc : les trois derniers muscles l'aident dans cette action, & le muscle iliaque, quoique différemment placé, concourt encore à la même fin.

11.° Les muscles du coccix qui doivent être rangés dans la seizième région, sont:

1.° les deux releveurs : ils sont placés dans les deux fosses moyennes & postérieures de l'os innominé ; ils sont séparés l'un de l'autre par une ligne blanche, & ils s'insèrent aux os de la queue & aux plumes qui les recouvrent.

2.° Les moteurs latéraux du coccix : ces deux muscles sont placés à côté des précédens, & ils s'insèrent latéralement aux os de la queue, qu'ils portent sur le côté ou qu'ils tendent, quand ils agissent tous les deux à la fois.

3.° Les deux muscles cruro-coxygiens : ces deux muscles sont longs & minces ; ils s'attachent au fémur auprès du biceps, & se portent de bas en haut vers la queue qu'ils abaissent : c'est sans doute à ces deux muscles qu'est dûe la dépression de la queue dans certains oiseaux lorsqu'on les force de courir plus vîte qu'à l'ordinaire.

4.° Les abaisseurs du coccix : ces derniers sont larges & courts, ils sont situés tout le long du bord inférieur de l'os innominé, & ils abaissent le coccix plus directement que les précédens : c'est à l'action combinée de ces puissances qu'est dû le développement des plumes qui recouvrent la queue des oiseaux.

Dix-septième

DIX-SEPTIÈME RÉGION.

Région iliaque interne.

Le muſcle iliaque interne eſt le ſeul que l'on trouve dans cette région. Il eſt compoſé de deux portions très-diſtinctes qui rempliſſent les deux foſſes rénales ; il eſt épais, ovale, & ſes fibres ſe réuniſſent pour former un tendon qui paſſe par le trou que l'on trouve à la partie poſtérieure du cotyle, pour s'inſérer preſque tout charnu derrière le trochanter & auprès de la tête fémorale au-deſſous de ſon acceſſoire ; la portion ſupérieure de ce muſcle ſemble tenir lieu de pſoas, & ſon inſertion répond à celle du tendon combiné, qui dans l'homme appartient au pſoas & à l'iliaque : la différence de ſa poſition en met cependant une très-grande entre les uſages qui lui ſont aſſignés dans l'homme & dans les oiſeaux ; le trou par lequel il paſſe lui ſert de poulie par le moyen de laquelle il porte la tête du fémur en dehors : on doit donc le regarder comme abducteur.

DIX-HUITIÈME RÉGION.

Région externe du fémur.

Le fémur des oiſeaux eſt par proportion beaucoup plus court que celui de l'homme. Il ſuffit pour en donner la preuve de dire que le tibia le ſurpaſſe de beaucoup en longueur ; le col de cet os eſt très-court, ſans doute parce qu'il n'exécute point dans les oiſeaux cette rotation étendue en-dedans & en-dehors, qui eſt néceſſaire dans l'homme pour le mouvement de l'extrémité & pour que la pointe du pied ſe dégage en dehors : le condyle interne du fémur fait ordinairement un peu plus de ſaillie en devant que l'externe ; ce dernier eſt creuſé par une petite excavation en forme de poulie, pour le mouvement du péroné qui, par une ſtructure aſſez bizarre, s'articule avec le fémur.

Au haut de cet os, auprès du grand trochanter, ſe trouve une

ouverture comme il y en a une ſous la tête de l'os du bras, laquelle, ſuivant M. Camper, & M. Hunter, qui en a parlé depuis le premier, établit une communication très-marquée avec les véſicules pulmonaires, de ſorte que l'air peut ainſi s'introduire dans les cavités des grands os : ce fluide entre de même dans les clavicules, dans les vertèbres & dans les côtes, & on remarque ſur les branches de la mandibule inférieure un petit trou qui eſt deſtiné aux mêmes uſages; on peut même aſſurer que probablement l'air pénètre ainſi juſqu'aux racines des plumes, & il y a apparence qu'il s'altère dans ces différens conduits, & qu'il y prend les propriétés de l'air méphitique & non reſpirable.

On trouve dans cette région le muſcle du *faſcia-lata* & le grand feſſier que nous avons déjà décrits.

Les autres muſcles de cette région ſont, 1.° le muſcle crural : c'eſt un muſcle épais & recouvert par le *faſcia-lata;* en dehors, il offre une portion longitudinale qui reſſemble beaucoup au vaſte externe; en dedans, il en préſente une ſemblable, mais plus détachée, qui pourroit porter le nom de *vaſte interne.* Le muſcle crural s'insère aux deux côtés & à la face ſupérieure & externe du fémur; inférieurement il ſe termine par une aponévroſe par le moyen de laquelle il s'attache à la crête du tibia : ſon uſage eſt d'étendre la jambe avec force ; cette action avoit beſoin d'être aidée par le nombre & l'énergie des fibres muſculaires, & en même temps par la diſpoſition la plus avantageuſe des pièces articulées, puiſque outre la longueur du levier, la jambe de l'oiſeau eſt continuellement maintenue dans un état de flexion à peu-près ſemblable à l'attitude d'un homme qui ſeroit aſſis ſur une chaiſe haute.

2.° Le muſcle qui tient la place du demi-membraneux ou du demi-nerveux : c'eſt un muſcle large, aplati ſupérieurement & arrondi vers le bas, il s'insère dans la foſſe latérale externe de l'os innominé; de-là il ſe porte vers le tiers ſupérieur du tibia ; ſon tendon long & rond paſſe entre les jumeaux qui fourniſſent une eſpèce de poulie muſculaire, il

eſt antagoniſte du crural; c'eſt un de ceux qui fléchiſſent la jambe avec le plus d'avantage, & qui retiennent avec plus de force la partie poſtérieure du tronc en équilibre avec l'antérieure.

3.° Le biceps: au-deſſous du précédent ſe trouvent deux muſcles qui ſe terminent auprès des condyles du fémur. Le premier eſt moins large que le demi-membraneux; il s'insère en arrière auprès de la queue. Le deuxième eſt plus large & beaucoup plus mince; ſupérieurement il ſe confond avec le quarré, & plus bas avec celui des muſcles du coccix qui s'étend juſqu'au fémur; ces deux chefs réunis forment en partie l'aponévroſe tibiale, ils ſe confondent avec les jumeaux, & par un tendon large & mince ils s'insèrent poſtérieurement à l'os de la jambe. L'on a ici l'exemple d'un muſcle dont les fibres aponévrotiques s'implantent en grande partie dans les fibres charnues d'un autre muſcle. Son uſage eſt de fléchir la jambe & de donner plus d'énergie à l'action des jumeaux par la contraction de ſes fibres: l'un de ces muſcles répond au demi-nerveux, & l'autre à la longue tête du biceps.

DIX-NEUVIÈME RÉGION.

Région interne.

Les muſcles de cette région ſont, 1.° le crural grêle: c'eſt un muſcle long, aplati & très-mince, arrondi ſupérieurement & tendineux vers le bas; il s'insère au trou ligamenteux qui eſt au-devant de la cavité cotyloïde, & il ſe porte le long de la face interne du fémur, juſqu'à la capſule articulaire du genou à laquelle il s'insère tout entier. Son uſage ne peut être que celui du plantaire grêle, c'eſt-à-dire, d'empêcher que la capſule ne ſoit pincée dans les mouvemens du ginglime: ce muſcle n'exiſte point dans l'homme.

2.° Le premier adducteur de la cuiſſe: il eſt large, ſitué ſous le vaſte interne & aponévrotique du côté de l'os des îles; il s'insère au bord inférieur de cet os & au tiers inférieur du fémur qu'il porte en dedans.

3.° Le deuxième adducteur de la cuisse : celui-ci est caché par le premier ; il a les mêmes usages & les mêmes attaches, si ce n'est qu'il est situé plus en dehors & qu'il s'insère au fémur plus haut que le précédent. Dans l'homme on trouve un adducteur de plus que dans l'oiseau.

4.° Le droit interne : ce muscle est plat & composé de fibres droites comme dans l'homme ; il s'attache à la petite côte dont l'extrémité répond au pubis & se joint inférieurement au biceps pour former l'aponévrose tibiale & pour s'insérer ensemble à la face postérieure du tibia : ici les insertions ne sont pas les mêmes que dans l'homme dont les jambes sont rapprochées & se croisent souvent par l'action de plusieurs muscles, lesquels dans l'oiseau sont seulement destinés à la flexion du tibia sur le fémur.

5.° Le muscle qui tient lieu du pectiné : c'est un très-petit muscle placé sur les vaisseaux dont il croise la direction. Il s'insère à la portion antérieure de l'os des îles, & plus bas au-dessous du grand trochanter. Son usage principal est de maintenir la tête & le corps du fémur dans un degré déterminé d'adduction.

Les muscles de ces trois régions sont très-analogues à ceux de l'homme ; ils n'en diffèrent que parce qu'ils occupent du côté de l'os des îles une surface plus étendue, & que leurs insertions à la jambe sont plus inférieures ; l'une & l'autre de ces différences sont relatives à l'équilibre des parties postérieures avec les antérieures, qui devant se faire sur un levier plus alongé que dans l'homme, avoit besoin d'une étendue plus considérable pour l'insertion des muscles ; la longueur de la jambe est aussi plus grande par proportion dans les oiseaux que dans l'homme ; celle de la cuisse est au contraire plus petite : il n'est donc pas étonnant que les muscles de leur jambe s'étendent plus loin que ceux de la jambe humaine ; les petits muscles très-nombreux de l'*énartrose* fémorale sont principalement destinés à deux usages, les internes à soutenir l'adduction, & les externes qui sont plus forts à entretenir les deux fémurs dans une divergence continuelle.

Les muſcles qui dans l'homme exécutent la rotation en dehors ſont plus exprimés ; mais ils ne ſont pas ſimplement abducteurs comme dans l'oiſeau : c'eſt donc aux différences de l'attitude que ſont dûes celles de la conformation.

VINGTIÈME RÉGION.

Région antérieure de la jambe.

Cette région comprend la face antérieure du tibia & du petit os qui tient lieu de péroné. Ce dernier eſt formé comme dans les quadrupèdes, avec cette ſeule différence que dans les oiſeaux la tête de cet os s'articule avec le condyle externe du fémur, conformation qui ne ſe rencontre point non plus dans l'homme. Borelli, dans ſon Traité ſur le mouvement des Animaux, *cap. de Statione Animalium*, compare l'os du métatarſe, qu'il nomme *crus pedale*, avec la jambe des autres animaux, & l'angle que cet os fait avec la jambe lui paroît ſemblable à celui de la rotule ; la ſeule raiſon qu'il apporte, c'eſt que la cuiſſe étant courte & cachée par des muſcles, ne doit être comptée pour rien; mais dans pluſieurs quadrupèdes elle eſt auſſi très-courte : cette analogie n'eſt donc fondée ſur aucun principe. On trouve au contraire un rapport marqué entre le péroné des oiſeaux & les apophyſes ſtiloïdes des extrémités de quelques quadrupèdes. Le tarſe manque dans les oiſeaux, & l'os qui tient chez eux lieu du métatarſe, & que Fabrice d'Aquapendente appelle *os calcanei*, eſt très-alongé, & reſſemble en tout à un os du canon. L'on trouve donc entre les extrémités des quadrupèdes à canon & celles des oiſeaux, de grands rapports qui détruiſent abſolument les conſidérations de Borelli.

Pour réſumer : les principaux caractères des extrémités poſtérieures des oiſeaux, ſont la longueur du tibia conſidéré par rapport à l'os fémur qui eſt très-court, une apophyſe aſſez conſidérable qui ſe trouve à la partie ſupérieure & antérieure de l'os de la jambe, à laquelle s'insèrent comme à une rotule les tendons extenſeurs, qui pour l'ordinaire ſont oſſifiés, la

forme du péroné qui reſſemble aux os ſtiloïdes de certains quadrupèdes, & qui s'articule avec le fémur; l'abſence du tarſe dont les oiſeaux ſont privés & la grandeur de l'os du métatarſe qui eſt très-long, qui reſſemble à certains égards à l'os du canon de quelques quadrupèdes, qui ſe joint avec les différens doigts pour former autant de petits ginglimes, qui eſt percé inférieurement par un trou deſtiné au paſſage d'un tendon, & dont l'extrémité ſupérieure fait derrière l'os du tibia une ſaillie qui paroît tenir lieu du talon ou calcaneum.

Les muſcles de cette région ſont :

1.° L'acceſſoire des fléchiſſeurs des doigts du pied : ce muſcle eſt continu au grand feſſier & au jumeau interne; il s'insère à la partie ſupérieure & externe du tibia, & au péroné; inférieurement il ſe termine par un tendon aplati qui ſe contourne en arrière, où il ſe diviſe en deux tendons ſubalternes, dont un ſe joint aux tendons moyens du perforé, & l'autre plus large ſe porte entre l'os & la maſſe des tendons fléchiſſeurs des doigts, juſqu'à la partie inférieure de l'os qui tient lieu de métatarſe auquel il s'insère. Son uſage eſt d'aider les fléchiſſeurs dans leur action, & d'étendre l'os du métatarſe. Borelli décrit un muſcle dont l'attache ſupérieure eſt à l'os des îles, & qui aide la flexion par le moyen d'un tendon, qui de la partie antérieure ſe dirige vers la poſtérieure : il y a apparence qu'il a parlé du muſcle que je viens de décrire; mais je n'en ai jamais obſervé qui s'étende auſſi haut, & dans les deſcriptions de Stenon, on n'en trouve aucune qui ſoit analogue à celle de Borelli. Sans doute la contiguité de ce muſcle avec le grand feſſier, ou avec quelqu'autre muſcle de la cuiſſe, dans une préparation mal faite, en aura impoſé à cet Auteur célèbre. Nous finirons en faiſant remarquer la grande analogie de ce muſcle avec le tibial poſtérieur; dans l'homme il eſt deſtiné à l'abduction; dans l'oiſeau au contraire, beaucoup de puiſſances ſont dirigées du côté de la flexion des doigts.

2.° Le tibial antérieur : c'eſt un muſcle penniforme qui

eſt placé au-deſſous du précédent; il s'insère à l'éminence tibiale ſupérieure & moyenne tout le long de la face antérieure de cet os, & il ſe termine par un tendon arrondi, qui paſſe au-deſſous d'un ligament annulaire très-fort & très-artiſtement diſpoſé pour ſe terminer à l'os qui répond au métatarſe au-deſſous de ſon articulation ſupérieure: ſon uſage eſt de fléchir cet os, & il le fait avec beaucoup de force.

3.° L'extenſeur commun des doigts: ce muſcle eſt penniforme; il s'insère ſupérieurement dans l'excavation externe qui ſe trouve au-deſſous des condyles du tibia; ſon tendon paſſe par un conduit creuſé dans la partie antérieure de l'os de la jambe, près de ſon articulation avec l'os du métatarſe ſur lequel il reparoît enſuite; à peu de diſtance de l'os, il paſſe ſous un ligament particulier, & ſe diviſe en autant de tendons qu'il y a de doigts, ſans compter celui qui répond au pouce: ſi ce dernier avoit reçu un tendon de l'extenſeur commun, ce muſcle dans ſon action l'auroit trop approché des autres doigts, & il étoit important qu'il fût en oppoſition avec eux. L'extenſeur commun nous fournit l'exemple d'un tendon renfermé dans un conduit oſſeux, qui fait à ſon égard la fonction de ligament annulaire.

4.° Le péronier: c'eſt un petit muſcle placé au-deſſous de l'acceſſoire du fléchiſſeur. Il commence au tiers ſupérieur du péroné, & il finit par un tendon mince & plat qui ſe gliſſe ſous celui du tibial antérieur, & qui s'insère extérieurement à l'os qui répond au métatarſe. Son uſage ſe borne à ſoutenir la flexion quand elle eſt commencée, & à ſerrer le péroné contre le tibia.

VINGT-UNIÈME RÉGION.

Région poſtérieure de la jambe.

Dans cette région ſe trouvent les muſcles ſuivans:

1.° Les jumeaux: ce muſcle eſt compoſé de deux têtes, dont une eſt contiguë au biceps, & l'autre au demi-membraneux; toutes les deux s'insèrent au condyle du fémur;

celle qui eſt en-dehors eſt la plus courte & la moins exprimée. Inférieurement il ſe termine par un tendon aplati, qui s'insère à la partie poſtérieure & ſupérieure de l'os du métatarſe, & qui ſe fend pour le paſſage des fléchiſſeurs des doigts. L'os du métatarſe que nous avons comparé au canon des quadrupèdes a donc une apophyſe qui tient lieu de calcaneum, lequel, comme nous l'avons déjà remarqué, manque dans les oiſeaux.

2.° La grêle plantaire : ce muſcle eſt confondu parmi les tendons du fléchiſſeur ; il s'insère au condyle externe du fémur, & ſon tendon qui eſt très-mince s'attache auprès de celui de l'acceſſoire des fléchiſſeurs, dans le voiſinage de la capſule articulaire qui unit l'os du métatarſe avec le tibia.

3.° Le fléchiſſeur perforé : ce muſcle eſt compoſé de cinq à ſix petits ventres charnus qui s'insèrent à la partie poſtérieure des condyles du fémur, & qu'un tiſſu cellulaire lie au muſcle fléchiſſeur perforant ; les tendons de ce muſcle ſe réuniſſent pour paſſer ſous un ligament annulaire épais : vers la baſe des premières phalanges ils communiquent enſemble ; ils ſe renflent & ils s'insèrent à la partie moyenne de la première phalange, où ils donnent paſſage aux tendons du perforant par une fente ſemblable à celle que M. Winſlow a ſi bien décrite dans les tendons d'un des muſcles fléchiſſeurs des doigts de l'homme.

4.° Le fléchiſſeur perforant & perforé : ce muſcle penniforme eſt moins conſidérable que le précédent ; c'eſt un des plus ſinguliers que préſente la miologie des oiſeaux. Il s'insère au haut & tout le long de la face poſtérieure du tibia ; ſes tendons ſe réuniſſent pour paſſer dans une gaine commune ; ils ſe diviſent enſuite, ils s'inſinuent dans les fentes du fléchiſſeur perforé, & ils s'insèrent aux phalanges moyennes par deux bandelettes ſéparées, qui laiſſent une fente entr'elles.

5.° Le fléchiſſeur perforant : c'eſt une petite maſſe charnue peu diſtincte de la précédente, qui s'insère de même au tibia, mais dont les tendons paſſent par les fentes des deux premiers fléchiſſeurs, pour s'attacher aux dernières phalanges, & pour donner

donner des prolongemens aux ongles mobiles des oiſeaux; ce dernier muſcle répond au court fléchiſſeur de l'homme: on retrouve donc dans cette claſſe très-nombreuſe d'animaux, les muſcles perforant & perforé, dont la Nature a multiplié les fentes dans les différentes eſpèces de quadrupèdes, & dans l'homme ſuivant le beſoin. Qu'il nous ſoit permis d'obſerver ici que l'on rencontre à chaque pas les traces de cette admirable uniformité, qui ſemble tout rapporter au même modèle.

Il ſuit de ces deſcriptions, qu'il y a trois puiſſances deſtinées à la flexion des doigts des oiſeaux, mais une ſeule s'étend au-deſſus des condyles du tibia, & il eſt important d'obſerver que les tendons de ce muſcle ne paſſent point au-delà de la première phalange: c'eſt donc à tort que Borelli aſſure que tous les fléchiſſeurs s'inſèrent au fémur. Il n'a ſans doute avancé cette propoſition, que pour donner plus de vraiſemblance à l'explication qu'il donne de la force & de la facilité avec laquelle les oiſeaux ſerrent les branches des arbres pendant qu'ils dorment; il prétend qu'elle eſt abſolument mécanique, & qu'elle n'eſt dûe qu'à ce que leurs tendons ſont relativement moins longs que leurs extrémités, lorſque les pièces qui les compoſent ſont fléchies l'une ſur l'autre, comme il arrive dans le ſommeil de l'oiſeau. Cette longueur relative des tendons eſt diminuée, ſelon lui, par le grand nombre d'angles que font alors les différentes pièces entr'elles, mais les muſcles qui fléchiſſent les moyennes & les dernières phalanges ne s'étendent pas, comme il l'a cru, juſqu'au fémur, & d'ailleurs, cet effort peut-il avoir lieu ſans que la chair du muſcle ſoit tiraillée? Si elle l'eſt, n'entre-t-elle pas néceſſairement en contraction? Son irritabilité lui permet-elle de reſter en repos, & ne ſuffit-elle pas pour expliquer ce phénomène? Ajoutez à cela, que les oiſeaux carnaciers peuvent étendre leurs doigts lorſque la jambe & l'os du métatarſe ſont fléchis, comme on peut s'en convaincre, en conſidérant avec attention les différentes attitudes qu'ils prennent lorſqu'ils ſaiſiſſent & qu'ils retournent leur proie en différens ſens.

5.° Le muſcle poplité : j'ai conſervé ce nom à un plan de fibres charnues, qui s'étend obliquement du condyle externe du tibia vers le condyle interne de ce même os : quelques-unes de ces fibres s'insèrent à la capſule articulaire & au péroné. Ce muſcle ne peut avoir d'autre uſage que celui de tirer la capſule en arrière, & de ſerrer le péroné contre le tibia; il eſt en cela coadjuteur du muſcle péronier. Dans l'homme, le poplité s'insère à un des condyles du fémur, & ſes uſages ſont bien plus faciles à déterminer. Dans l'oiſeau, au contraire, il ſemble que la Nature ne l'ait formé que pour ne point s'écarter de ſon premier plan.

VINGT-DEUXIÈME RÉGION.

Région ſupérieure du pied.

Elle comprend la face antérieure de l'os qui tient lieu de métatarſe & la face ſupérieure des phalanges. Nous ne croyons pas devoir entrer dans tous les détails qui concernent les doigts des différens oiſeaux, d'autant plus que cette partie de leur hiſtoire eſt ce qu'il y a de mieux connu par les Naturaliſtes ; nous nous contenterons d'indiquer quels ſont, dans les doigts, les principaux caractères qui nous ont paru les plus propres à former des claſſes anatomiques, & nous parlerons ſur-tout des individus dont nous avons eu occaſion d'examiner les ſquelettes, & dont la deſcription fait la baſe de ces trois premiers Mémoires.

Parmi les oiſeaux, les uns ont deux doigts en avant & deux en arrière, tels que le Coucou, le Perroquet & le Pic-vert, d'autres ont trois doigts en avant & un en arrière qui paroît tenir lieu de pouce & qui s'articule avec une éminence placée ſur la partie inférieure & ordinairement interne de l'os du métatarſe; dans ceux-ci, le doigt extérieur peut ſe tourner en arrière, & il jouit d'un mouvement qui lui eſt particulier : c'eſt ce qu'on obſerve dans le Chat-huant & dans la Chouette. Quelques-uns ont trois doigts en avant & un en arrière avec une petite membrane, à laquelle on n'a point

fait aſſez d'attention, elle eſt ſituée dans l'angle formé par le doigt extérieur & par celui du milieu, comme dans l'Aigle, dans la Buze & dans l'Épervier. Dans une autre claſſe, trois doigts ſont en avant & un eſt en arrière, mais le doigt du milieu eſt joint au doigt externe juſqu'à la première articulation: telle eſt la ſtructure des doigts du Corbeau, du Gros-bec, de l'Hirondelle, de l'Alouette, de la Mézange & du Serin: ces quatre derniers oiſeaux doivent être rangés dans une ſection différente des deux premiers, mais comme ces détails tiennent à des ſubdiviſions relatives à d'autres caractères, nous nous faiſons un devoir de n'en point parler. Les Gallinacées ont auſſi trois doigts en avant & un en arrière, mais une membrane eſt placée dans les angles que forment les doigts antérieurs: la Perdrix & le Coq en offrent l'exemple. Quelques-uns ont trois doigts en avant & un en arrière ſans membrane dans les angles formés par les doigts antérieurs, comme le Pigeon & le Ramier. Parmi les Aquatiques, il y en a dont la jambe eſt nue, & dont les doigts ſont placés de ſorte que trois ſont en devant & un eſt en arrière, tous étant également dépourvus de franges ou nageoires, tels ſont la Gruë, le Vaneau & la Bécaſſe; d'autres, ayant trois doigts en avant & un en arrière, tous ſont bordés de membranes, les doigts de la Poule-d'eau ſont ainſi diſpoſés. Dans les Palmipèdes, une membrane s'étend d'un doigt à l'autre, & réunit, en quelque ſorte, les trois doigts antérieurs; on en trouve auſſi un en arrière qui eſt entièrement dégagé: cette conformation eſt celle du Plongeon, de l'Oye & du Canard; dans quelques eſpèces, la membrane réunit les quatre doigts, comme dans le Pélican: enfin, on en trouve qui n'ont que trois doigts en devant, réunis par une membrane, tel eſt l'Albatros. Nous finirons cette expoſition en conſidérant le pied du Cazoar, compoſé ſeulement de trois doigts, ſitués en avant, & celui de l'Autruche, dans lequel on ne trouve que deux doigts également antérieurs.

J'ai cru qu'il ſeroit à propos, pour rendre mon travail plus complet, de réunir ici ces différentes conſidérations, d'après leſquelles il eſt poſſible de faire des claſſes aſſez naturelles.

Comme mes recherches ſont purement anatomiques, je n'ai fait qu'indiquer les principales diviſions, & je n'ai cité pour exemple que les individus que j'ai eu occaſion d'examiner; pour donner plus de poids à cette méthode, il me ſuffira de dire que l'ordre de diſtribution qu'elle préſente eſt en tout conforme au plan qui m'a été propoſé & tracé par M. Daubenton, que je regarde comme mon maître & dont je me fais gloire d'être l'ami.

Le nombre des phalanges, dont les doigts des différens oiſeaux ſont compoſés, varie auſſi beaucoup: nous en donnerons ſeulement quelques exemples. Les doigts de l'Autruche & du Cazoar ſont compoſés chacun de quatre articulations: dans l'Aigle, dans le Perroquet, dans la Corneille & dans la Chouette, en commençant à compter de dedans en dehors, les deux premiers doigts ont trois phalanges, le troiſième en a quatre, & le quatrième en a cinq, tandis que dans le Cygne & dans la Gallinèle, en ſuivant le même ordre, le premier doigt en a deux, le ſecond en a trois, le troiſième en a quatre, & le quatrième en a cinq.

On trouve dans la région ſupérieure du pied, trois muſcles:

1.° L'abducteur du doigt oppoſé: ce muſcle eſt ſitué à la partie interne de l'os qui tient lieu de métatarſe, il ſe porte vers le doigt oppoſé auquel il s'insère & il l'étend en l'éloignant des autres doigts: ce muſcle manque dans les Palmipèdes & dans tous les oiſeaux qui n'ont point de doigt poſtérieur.

2.° Le muſcle pédieux: il eſt placé ſur la face antérieure de l'os qui tient lieu de métatarſe, ſes fibres ſe confondent avec le tendon du jambier antérieur; ſa chair eſt très-mince, & ſes tendons s'insèrent à la baſe des premières phalanges de tous les doigts, excepté celui qui eſt oppoſé & poſtérieur, & ſouvent celui qui, parmi les antérieurs, eſt le plus interne.

3.° Le fléchiſſeur du doigt interne: ce muſcle eſt ſemblable au précédent dont il paroît être une portion, mais ſon tendon paſſe par un trou creuſé dans l'os, & qui lui tient, en quelque ſorte, lieu de poulie pour ſe porter le long de la face inférieure

du doigt interne dont il devient fléchiſſeur. Cette diſpoſition bizarre en apparence étoit ſans doute néceſſaire pour augmenter la flexion de ce doigt, qui dans pluſieurs circonſtances doit ſe faire avec beaucoup de force, puiſqu'il eſt oppoſé au doigt poſtérieur, & que ce ſont ces deux doigts qui, dans l'oiſeau, ſont les principaux agens de l'appréhenſion.

VINGT-TROISIÈME RÉGION.

Région inférieure du pied.

Elle comprend la face inférieure du métatarſe & la face inférieure du pied. Les muſcles de cette région ſont:

1.° Le fléchiſſeur du doigt poſtérieur qui ſemble tenir lieu de pouce ou gros doigt: c'eſt un muſcle dont la chair eſt courte & le tendon fort long; il s'insère au bord interne de l'os du métatarſe & du doigt poſtérieur qu'il fléchit.

2.° Les abducteurs des doigts du pied: ces muſcles ſemblent tenir la place des inter-oſſeux; ils ſont placés ſur l'os du métatarſe en arrière, & ils s'insèrent au côté externe des premières phalanges: celui du doigt externe eſt le plus ſenſible, c'eſt par l'action de ces petits muſcles que le pied s'aplatit & ſe dilate. D'après cette deſcription abrégée des muſcles qui meuvent les extrémités poſtérieures des oiſeaux, il eſt facile de voir qu'ils répondent à peu-près, par leur nombre & par leur diſpoſition, à ceux de l'homme: on obſerve ſeulement qu'ils ſont tous diſpoſés pour la flexion & l'extenſion, que le fémur eſt dans une flexion continuelle, que la jambe eſt toujours plus ou moins fléchie ſur l'os de la cuiſſe, que le métatarſe eſt toujours élevé, & que les phalanges des doigts ſont en général mobiles dans un plus grand nombre de points. En réfléchiſſant, il eſt facile de s'apercevoir que cette conformation eſt néceſſaire dans l'oiſeau; on doit en effet le regarder comme un quadrupède ſoutenu ſeulement ſur deux pieds. Dans cette ſuppoſition, pour maintenir l'équilibre, il falloit que la flexion du fémur portât le centre de gravité vers la partie antérieure du tronc, & que les muſcles euſſent plus

de ſurface pour leur inſertion, afin que le levier étant plus long, la force augmentât en même proportion, & afin que la partie antérieure & la poſtérieure fuſſent ſoutenues en même temps ſur la tête du fémur. La flexion de la jambe & celle de la cuiſſe étoient donc néceſſaires pour le ſoutien du tronc; mais alors ſi le métatarſe n'avoit pas été fort alongé, le ſternum auroit touché à terre, & l'oiſeau n'auroit pu ni marcher ni prendre ſon vol: il falloit donc que cet os eût une étendue capable de ſuppléer au défaut de longueur qui ſuit néceſſairement de la flexion des deux premiers. Fabrice d'Aquapendente regardoit la grandeur des extrémités poſtérieures des oiſeaux comme néceſſaire pour le développement de leurs ailes. Les détails anatomiques confirment cette aſſertion & en démontrent inconteſtablement la vérité.

VINGT-QUATRIÈME ET DERNIÈRE RÉGION.

Région des eſpaces intercoſteux.

On y trouve ordinairement huit côtes de chaque côté, parmi leſquelles, cinq dans la plupart s'étendent juſqu'au ſternum, & trois ne vont pas juſqu'à cet os. Ces dernières doivent porter le nom de *fauſſes;* elles ſont tellement diſpoſées qu'il y en a ordinairement deux en devant & une en arrière auprès de l'os innominé; celles-ci doivent être appelées du nom de *fauſſes côtes poſtérieures*, & les autres, de celui de *fauſſes côtes antérieures*. Mais 1.° dans quelle claſſe doit-on ranger les vertèbres qui les ſoutiennent? 2.° quel eſt l'uſage de ces petites côtes internes & mobiles? Voici ce que la diſſection m'a appris à cet égard. La première fauſſe côte antérieure peut être relevée par un muſcle qui ſemble tenir la place du ſcalene, elle peut être abaiſſée par un muſcle intercoſtal, qui la joint avec la ſeconde fauſſe côte antérieure. On trouve un petit nerf qui ſe dirige le long de ſon bord inférieur; enfin, la vertèbre qui les ſoutient a une apophyſe épineuſe, aplatie comme toutes les autres vertèbres dorſales: on doit donc la regarder comme étant la première de cette

classe, & la petite côte mobile est réellement la première des fausses côtes antérieures; elle soutient de plus une membrane qui ferme l'espace triangulaire de la fourchette, & qui communique avec les vésicules pulmonaires. Les mouvemens de cette petite côte ne seroient-ils point destinés à agrandir ou à rétrécir la partie antérieure du thorax, qui doit être plus ou moins rempli d'air, suivant que l'oiseau a besoin d'augmenter ou de diminuer sa gravité spécifique, ou de changer le centre de gravité pour le porter un peu plus en devant ou un peu plus en arrière? J'ajouterai que les poissons épineux ont deux petites côtes semblables à la partie antérieure & interne du thorax, qui ne diffèrent de celles des oiseaux qu'en ce qu'elles ne sont presque aucunement mobiles.

Les fausses côtes antérieures & postérieures, ainsi que les vraies, varient d'ailleurs beaucoup dans les différens oiseaux, & ne suivent pas même entr'elles de proportions exactes, comme il est facile de le voir par l'exposé suivant.

On ne trouve point de fausses côtes antérieures dans l'Aigle ni dans la Buse; on n'en trouve qu'une de chaque côté dans la Corneille, dans la Chouette & dans la Gallinelle; il y en a deux dans l'Autruche, dans le Cygne, dans la Gruë, dans le Coq, dans le Canard & dans le Coucou, j'en ai trouvé trois dans un squelette de Perroquet; dans le Cazoar on en trouve aussi plusieurs, mais comme le squelette de Cazoar que j'ai examiné n'étoit point en bon état, je ne prendrai point sur moi de le déterminer.

Si l'on examine les vraies côtes des oiseaux, on y observe aussi beaucoup de différence; le Cazoar, le Coq & le Coucou n'en ont que quatre de chaque côté; l'Autruche, la Corneille & le Perroquet en ont cinq, la Gallinelle en a six, & l'Aigle, la Buse, la Gruë, la Chouette & le Canard en ont sept.

Enfin, en examinant les fausses côtes postérieures dans les mêmes individus, il est facile de s'assurer que l'Aigle, la Buse, la Gruë & la Chouette ne paroissent point en avoir; que le Perroquet n'en a qu'une, ce qu'il faut toujours entendre de chaque côté; que l'Autruche & la Gallinelle en ont deux, &

que le Cazoar en a trois; or, ce que je viens de dire de ces différens Oiſeaux, doit auſſi s'entendre des différentes eſpèces dont on peut les regarder comme les chefs : il me ſemble même que ce n'eſt qu'en les conſidérant ainſi collectivement, comme je l'ai fait dans ces trois premiers Mémoires, que l'on peut tirer quelque parti de leur anatomie.

Les muſcles de cette région ſont :

1.° Les muſcles intercoſtaux : on trouve deux plans muſculeux très-diſtincts l'un de l'autre dans ces eſpaces; les uns ſont ſupérieurs & les autres ſont inférieurs, relativement à la ſituation de l'oiſeau; les premiers ſont plus épais & plus charnus; les ſeconds ſont aponévrotiques & manquent aux dernières côtes dans l'endroit qui répond aux anſes ſternales. Les fibres de ces muſcles ſont obliques, elles rapprochent les côtes en les faiſant jouer dans leurs angles. Les pièces qui compoſent le thorax des Oiſeaux ſe meuvent donc en trois endroits & dans trois ſens différens; le ſternum eſt auſſi mobile ſur les côtes par l'effet des muſcles qui s'insèrent à ſes angles; mais il faut remarquer que ces trois mouvemens tendent à rétrécir la cavité du thorax dans les Oiſeaux, tandis que la plus grande partie des mouvemens muſculaires qui ont lieu entre les côtes dans le thorax humain, tendent à en augmenter l'étendue.

2.° Les muſcles qui tiennent la place des ſcalènes : ces muſcles s'insèrent à la première côte, & par l'autre extrémité aux apophyſes latérales des vertèbres inférieures du cou.

3.° Les vertebro-coſtaux : ce ſont pluſieurs petits muſcles qui s'étendent d'une vertèbre vers la côte qui eſt au-deſſous. Ils ſont ſur-tout remarquables vers les premières côtes, & ils ſont vraiment formés comme dans l'homme & dans les quadrupèdes par des prolongemens des muſcles dorſaux.

Je dois obſerver en finiſſant, que j'ai cherché inutilement dans les différentes familles des Oiſeaux, des variétés importantes, relativement aux muſcles dont la ſtructure, les inſertions & les uſages ſont expoſés dans ce Mémoire. Je n'en ai trouvé aucune qui ait mérité d'être notée, & les mêmes Oiſeaux

Oiſeaux dont les muſcles de l'extrémité antérieure diffèrent à quelques égards, ont ceux de l'extrémité poſtérieure à peu-près ſemblables. La longueur & la dimenſion des pièces oſſeuſes, le nombre des doigts & des phalanges, apportent ſeulement quelques différences. Alors on trouve dans les uns un petit muſcle ou un tendon de plus; dans les autres, les muſcles ſont plus alongés & plus volumineux ; mais ces légers changemens ne méritent point une deſcription particulière.

Tel eſt le tableau de la Miologie & de l'Oſtéologie des Oiſeaux. J'ai tâché de mettre par-tout le plus de clarté & de préciſion qu'il m'a été poſſible; j'ai cru aider la mémoire & rendre l'adminiſtration anatomique plus aiſée en donnant des noms aux muſcles & en les comparant avec ceux de l'homme. J'ai relevé avec ſoin quelques fautes commiſes par Borelli, dans ſon excellent ouvrage, & j'ai fait ſur les os un grand nombre de remarques dont Bélon, qui en a donné une deſcription très-ſuccincte dans un ſeul individu, n'a point eu connoiſſance. En un mot, on n'avoit point fixé les idées des Phyſiciens ſur l'inſertion, le jeu & les rapports des muſcles & des os des Oiſeaux, & ſur la nature de leurs principaux mouvemens. C'eſt ce que je me ſuis propoſé de faire dans ces trois Mémoires. Il reſte encore, ſous quelques aſpects, une carrière toute nouvelle à parcourir dans cette eſpèce d'Anatomie; j'ai déjà fait à cet égard un travail aſſez conſidérable que j'eſpère avoir l'honneur de communiquer au plus tôt à l'Académie.



ÉCLIPSES DE QUELQUES ÉTOILES DES HYADES, PAR LA LUNE,

Obſervées pendant l'Année 1774.

Par M. LE MONNIER.

LE 18 Février 1774, avec la lunette ordinaire de 9 pieds, immerſion de *h* ſous le diſque obſcur de la Lune à $10^h 46' 56''$; à $11^h 8' 33''$ ou $34''$, la boréale & l'auſtrale des étoiles θ dans la ligne des cornes; & $42''$ de temps après, immerſion conjecturée de la boréale θ, ou du moins cette Étoile a décrit en apparence une tangente à la circonférence du diſque lunaire. Selon mon Catalogue des Étoiles zodiacales, à l'article des Hyades, déjà imprimé dès l'an 1755, conjointement avec la Carte de Deulland, l'aſcenſion droite moyenne *h*, réduite au 18 Février 1774, a dû être $63^d 53' 25'' \frac{1}{2}$ à $26''$; il en faut retrancher $1'' \frac{1}{2}$ pour l'effet de la nutation, & ôter encore $2''$ d'aberration occidentale: l'apparente ſeroit ainſi $63^d 53' 22''$.

La latitude du lieu étant, comme on le ſait, depuis plus de trente ans, $1' 49'' \frac{1}{2}$ plus grande que celle de l'Obſervatoire royal, c'eſt-à dire $48^d 52' 7'' \frac{1}{2}$; j'ai trouvé, les 20 & 24 Février, la diſtance au zénith obſervée de l'étoile *h* $33^d 1' 45''$ & $40''$: quant à la boréale θ, je l'ai trouvée de $33^d 25' 20''$; d'où l'on en peut déduire la longitude & la latitude apparentes, ainſi que celle de la Lune, qu'on n'a pu voir au Méridien ce jour-là, mais que j'ai eu ſoin de comparer avec la latitude du jour ſuivant, la Lune étant au Méridien, à cauſe qu'elle approchoit très-fort de ſon limite auſtral.

Le 14 Avril, à $2^h 43' 59'' \frac{1}{3}$, le 1.er bord de la Lune a précédé au Méridien *Aldebaran* de $0^h 7' 39'' \frac{1}{2}$, & l'aſcenſion

droite moyenne d'*Aldebaran* étant $65^d\ 44'\ 58''$, ou bien l'apparente $65^d\ 44'\ 40''$, on a celle du 1.er bord de la Lune $63^d\ 49'\ 47''\frac{1}{2}$; les deux bords, quant à la hauteur ou distance au zénith n'étoient pas assez terminés, les pointes du croissant étant fort foibles, & j'ai trouvé $32^d\ 48'\frac{7}{8}$ & $33^d\ 19'\frac{2}{3}$; mais celle d'*Aldebaran* est plus exacte, savoir $32^d\ 49'\ 30''$.

A $7^h\ 36'\ 9''$ du soir, Temps vrai, émersion d'*Aldebaran* du disque vis-à-vis le haut du *Palus Mæotis;* & $0^h\ 2'\ 5''$ après, l'Étoile paroissoit distante du bord d'une quantité égale à la tache qui est sur ce *Palus;* à 20^d de hauteur occidentale, diamètre non corrigé par les réfractions, $29'\ 58''$ ou $30'\ 3''$.

La Lune approchoit fort du passage pour son apogée: je n'ai pu voir en Juin ni en Juillet les occultations d'*Aldebaran*, à cause des nuages; mais j'ai vu, le 5 Juillet au matin, les passages au Méridien de la Lune & de cette Étoile: je me suis trouvé encore dans le même cas le 29 Août au matin, & je donnerai celle-ci à cause de la latitude australe de la Lune observée, le Soleil étant proche la ligne des nœuds, & la Lune en quadrature. A $5^h\ 59'\ 41''$ du matin, Temps vrai, le 2.me bord de la Lune a passé au Méridien après *Aldebaran* $0^h\ 7'\ 53''\frac{7}{8}$, qui valent $1^d\ 58'\ 28''$; les distances au zénith apparentes d'*Aldebaran* & de la Lune étoient au Méridien $32^d\ 49'\ 15''$, & $32^d\ 34'\ 17''\frac{1}{2}$, pour le bord supérieur mesuré deux fois & fort exactement; car quant à l'autre bord inférieur ou corne, on l'a jugé de $33^d\ 4'\ 30''$ à l'égard du zénith.

Le 19 Novembre 1774 au matin, à $3^h\ 35'\ 32''\frac{1}{4}$ de Temps vrai, immersion d'*Aldebaran* sous la Lune vis-à-vis le *Palus Mæotis;* l'Étoile a disparu étant déjà avancée sur le disque éclairé; le ciel fort serein, mais couvert au temps de l'Émersion.



MÉTHODE
POUR FAIRE
L'ÉTHER VITRIOLIQUE
En plus grande abondance, plus facilement, & avec moins de dépenſe qu'on ne l'a fait juſqu'ici.

Par M. CADET.

12 Nov. 1774.

C'EST à une pratique ſuivie & continuelle qu'on doit la progreſſion & la perfection des nouvelles découvertes, qui naiſſent la plupart du temps des procédés les plus connus dans la Phyſique & dans la Chimie. Je vais en citer quelques exemples.

Lorſque le célèbre M. Margraff fit voir que l'alkali fixe végétal n'étoit point l'ouvrage du feu, mais qu'il exiſtoit entièrement dans les végétaux, ces expériences sembloient ne laiſſer rien à deſirer ſur cet objet. On n'en a pas moins publié depuis deux excellens Mémoires, qui conſtatent plus que jamais la vérité d'un fait auſſi important pour la Chimie.

Voici comme s'exprime l'Auteur de ces deux Mémoires. « M. Margraff & moi, ſommes les premiers qui avons » fixé les idées, & donné des preuves directes & formelles de cette vérité. » On ne peut cependant refuſer de reconnoître que Junker eſt un des premiers qui ait parlé de cette découverte *, & qu'on lui eſt redevable d'avoir obſervé la préſence de l'alkali fixe, tout formé dans les végétaux; car c'eſt ainſi qu'il s'énonce dans ſon édition latine de 1738, ſur le

* M.rs Groſſe & du Hamel ont rendu compte, dans les Mémoires de l'Académie de 1732, de quelques expériences qui, dès ce temps, ne laiſſoient aucun doute ſur la préſence de l'alkali fixe tout formé dans les végétaux: auſſi M. Rouelle a-t-il eu l'attention de le citer dans ſes Mémoires.

Tartre *, *Tartarus cum acido vitriolico tractatus profert tartarum vitriolatum.* Cette assertion ne doit point être regardée comme une conjecture, & avec d'autant plus de raison que Henckel dit dans son *Flora Saturnisans*, imprimé en 1722, « Le sel lixiviel se manifeste aussi dans les végétaux sans qu'ils aient éprouvé l'action du feu, ce qui paroîtra incroyable à « bien du monde. » Cet homme illustre ajoute de plus : « Qu'il est aisé de prouver par un grand nombre de phénomènes & « de faits, qu'il en existe de tout fait dans les végétaux. »

* Tome II.

Il en est de même des nouvelles expériences sur la destruction du diamant. Lorsque le grand Duc de Toscane publia que cette pierre précieuse se détruisoit entièrement au feu du miroir ardent & à celui de nos fourneaux, on auroit eu peine à se persuader alors que ces expériences, qui paroissoient tenir du prodige, se seroient répétées de nos jours avec le même étonnement; cependant elles ont donné lieu à une infinité d'autres, qui n'en sont pas moins intéressantes, & qui n'ont fait que confirmer tout ce que l'on savoit déjà sur cet objet.

Ces expériences ont pourtant contribué à nous faire connoître que le diamant offre une espèce d'auréole ou de lumière pendant qu'il se détruit au feu; observation que l'on doit à M. Macquer, & qui a été vérifiée depuis peu par d'autres habiles Chimistes.

L'Académie a prouvé aussi que le diamant n'est pas volatil, qu'il résiste au feu le plus violent lorsqu'il est parfaitement à l'abri du contact de l'air, & qu'il se dissipe en entier lorsqu'il y est accessible.

Avant que M. Hellot eut communiqué à feu M.rs Geoffroy, Rouelle & de la Planche, un procédé pour faire l'éther en grande quantité, les Chimistes françois étoient fort embarrassés à se procurer de l'éther en abondance.

On peut mettre au nombre des découvertes les plus intéressantes de la Chimie moderne, les opérations par lesquelles on obtient les liqueurs connues sous le nom d'*Éther.*

Les premières connoissances que les Chimistes françois

ont eues fur cette liqueur volatile & inflammable, fi utile dans la Phyfique & dans la Médecine, nous ont été données par Mrs du Hamel & Groffe, de cette Académie, comme on peut le voir dans leur Mémoire de 1734. Avant les expériences de ces deux Savans, de célèbres Chimiftes en avoient tenté plufieurs fur la combinaifon de l'efprit-de-vin avec l'huile de vitriol. Quelques-uns de leurs réfultats prouvent qu'ils avoient fait de l'éther; mais n'en connoiffant pas la nature, il n'étoit pas étonnant qu'ils ignoraffent alors la manière de pouvoir l'en féparer. Ce fuccès étoit réfervé à Frobenius; non-feulement il eft parvenu à nous faire connoître l'exiftence de l'éther, mais on lui doit auffi les moyens de le faire en grand. Ce fameux Chimifte envoya de fon éther à feu M. Geoffroy; M. Groffe en reçut auffi quelques flacons de M. Hanchwitz. C'eft fur cet éther que Mrs Groffe & du Hamel firent leurs premières expériences; ils ont enfuite cherché à en obtenir de femblable par la diftillation de différens mélanges d'efprit-de-vin & d'huile de vitriol; fi leurs fuccès n'ont pas été abfolument complets, on peut dire qu'ils n'en étoient point éloignés, puifque par plufieurs procédés, ils avoient obtenu de véritable éther. Mais en même temps M. Groffe convient que ces méthodes de faire de l'éther, quoique très-promptes, ne réuffiffoient point toujours, ce qu'il attribuoit alors à l'efpèce d'huile de vitriol ou d'efprit-de-vin qu'il employoit, quoique ce dernier fût très-rectifié. M. Groffe ajoute cependant, qu'il eft perfuadé qu'on peut obtenir de l'éther par d'autres moyens, peut-être même plus courts, que par les trois méthodes qu'il propofe.

M. Hellot, auquel (ainfi que je viens de le dire) les Chimiftes françois font redevables de la manière de faire l'éther en grand, y avoit travaillé dès 1734, de concert avec Mrs Groffe & du Hamel; il écrivit alors à celui-ci une lettre par laquelle il lui rend compte de plufieurs expériences infructueufes & de l'appareil d'un vaiffeau à feu de lampe, avec lequel il avoit répété avec fuccès les différens

procédés de M.rs Grosse & du Hamel. Cette lettre est insérée dans le Mémoire de 1734, que je viens de citer. M. Hellot ne sentit point alors toute la valeur du moyen qu'il employoit; c'est cependant à ce moyen que je me suis principalement attaché. Quoique ma méthode de faire l'éther vitriolique diffère peu des procédés les plus usités, j'ai cru devoir la faire connoître, parce que je me suis assuré qu'elle fournissoit de l'éther en bien plus grande quantité & à moins de frais. Si je me détermine à donner ce procédé, ce n'est pas que je veuille le comparer aux découvertes essentielles qui ont été faites jusqu'à présent sur cet objet. Mais comme l'éther est devenu une liqueur d'un grand usage dans la Chimie, dans la Médecine & même dans les Arts, j'ai cru que tout ce qui pouvoit contribuer à en faciliter l'opération, à en multiplier les produits, & à en diminuer le prix, méritoit d'être communiqué aux Artistes.

Un des principaux avantages de l'opération que je vais exposer, c'est que son résidu, que les Chimistes avoient coutume de rejeter, est la matière qui peut fournir le plus d'éther, & je puis avancer qu'il contribue à en donner au moins neuf fois de plus que par le procédé ordinaire. Voici ma méthode.

Je prends, comme Frobenius, partie égale en poids d'huile de vitriol blanche de Rouen ou d'Angleterre, & de bon esprit-de-vin rectifié. Lorsque le mélange de ces deux liqueurs est exactement fait, je le laisse reposer quelque temps pour en séparer un dépôt salin, qui, bien examiné, n'est que de l'*arcanum duplicatum*. J'en ai retiré près de deux gros & demi sur trois livres de mélange; ce sel neutre ne s'y trouve qu'accidentellement.

Dans la fabrication de l'huile de vitriol d'Angleterre, & peut-être dans celle de Rouen, on se sert de nitre pour hâter la déflagration du soufre; il n'est donc pas étonnant qu'on retire de l'*arcanum duplicatum* de l'huile de vitriol. Il pourroit bien aussi être dû à un tour de main très-connu qu'on emploie dans le commerce pour blanchir l'huile de vitriol,

devenue noire ou colorée par une portion de flogiſtique ; car l'on ſait qu'il en faut très-peu pour la noircir. En jetant une petite quantité de nitre ſur cet acide, avec la moindre chaleur, on parvient à la décolorer entièrement; l'acide du nitre forcé par l'acide vitriolique de ſe dégager de ſa baſe alkaline, entraîne la portion de flogiſtique qui donnoit lieu à la couleur noire de l'huile de vitriol, & dans ce cas l'alkali du nitre forme néceſſairement avec l'acide vitriolique la portion d'*arcanum duplicatum*, dont je viens de parler.

Le dépôt ſalin étant ſéparé du mélange, on prendra une cucurbite de verre ou de criſtal, qui avec le chapiteau ne doit faire qu'une ſeule pièce ; le haut du chapiteau doit être tubulé & fermé par un bouchon de criſtal uſé à l'émeril ; la capacité de la cucurbite peut être de trois pintes & demie, mais quand elle ſeroit plus petite, cela ſeroit indifférent, parce que dans l'opération dont il s'agit, le vaiſſeau peut être plus des trois quarts plein, ſans courir le moindre riſque.

On verſera donc trois livres du mélange dans cette cucurbite, par le moyen d'un entonnoir à long bec, & l'on y adaptera un récipient.

Quelques Auteurs recommandent pour l'opération de l'éther, de luter à la cornue un grand ballon percé d'un petit trou qu'on débouche de temps en temps, afin de faciliter la ſortie de l'air & des vapeurs trop raréfiées. Ces précautions ſont ici inutiles ; elles ne ſerviroient qu'à faire perdre beaucoup d'éther. Le récipient dont je me ſers, eſt une bouteille de verre mince, l'ouverture en eſt étroite ; cette bouteille pleine peut contenir environ trois chopines : c'eſt dans ces bouteilles que nous vient le vin de Syracuſe, on les envoie toutes entourées de jonc, afin de les préſerver d'accident. Je lute au chapiteau de la cucurbite cette eſpèce de récipient avec du lut gras, & j'applique par-deſſus, pour le contenir, un morceau de veſſie enduit de colle de farine. Il faut avoir ſoin de ne donner aucune communication d'air, afin de ne point perdre d'éther, quoique malgré ces précautions, il s'en échappe toujours un peu.

On

On procédera à la diſtillation au bain de ſable, à un feu de lampe à quatre mèches, chacune d'environ cinquante fils; il paſſera, comme dans le procédé ordinaire, un peu d'eſprit-de-vin qui porte d'abord une légère odeur d'eau de Rabel, & qui peu après, prend celle de l'éther; on continuera le feu juſqu'à ce que la diſtillation paroiſſe ſe ralentir d'elle-même, & qu'on aperçoive s'élever dans le chapiteau des vapeurs blanches, alors on laiſſera refroidir les vaiſſeaux pour déluter le récipient, dans lequel on trouvera près de vingt onces d'éther non rectifié, nageant au-deſſus d'environ deux ou trois onces d'une autre liqueur ſpiritueuſe & flegmatique, qui contient auſſi de l'éther.

On renfermera ces liqueurs dans un flacon de criſtal exactement bouché, & l'on verſera ſur le réſidu de la diſtillation, une livre d'eſprit-de-vin déflegmé par le ſel de tartre; cette ſeconde diſtillation, donnera plus de quatorze onces d'éther auſſi bon que celui de la première opération, & on le verra nager ſur environ une once ou deux d'une autre liqueur, qui participe encore de l'éther. On peut procéder de même ſur le réſidu ſix à ſept fois de ſuite, en mettant à chaque fois une même quantité d'eſprit-de-vin déflegmé; on ſera ſûr de retirer à chaque diſtillation, à peu de choſe près, une même doſe d'éther. J'ai ſeulement obſervé que le ſixième produit de l'éther que j'ai obtenu, quoiqu'auſſi conſidérable que les autres, étoit moins ſec, & par conſéquent un peu plus miſcible à l'eau; car en le verſant dans le flacon, je ne le voyois point comme les autres ſe ſéparer de l'autre portion de liqueur qui paſſe ordinairement avec l'éther: vraiſemblablement les deux liqueurs s'étoient confondues. Je jugeai alors que ſi j'avois employé dans cette dernière diſtillation moitié moins d'eſprit-de-vin, j'aurois eu un éther très-diſtinct de l'autre liqueur; j'en ai eu la preuve, car huit onces d'eſprit-de-vin ajoutées à ce dernier réſidu, ont produit l'effet que j'en attendois. J'ai retiré plus de cinq onces de bon éther qui nageoit parfaitement ſur une autre portion de liqueur; cet éther paroiſſoit très-ſec & laiſſoit ſur la main, après s'être

évaporé de lui-même, une légère odeur d'huile douce assez agréable. Le résidu de ces différentes distillations étoit devenu fort épais; j'en ai séparé environ cinq gros d'une résine noire très-luisante qui s'étoit formée sur la fin des dernières distillations; je cessai alors l'opération du feu de lampe: j'essayai de mettre sur la langue une goutte de ce résidu, je le trouvai si corrosif & différant si peu de l'huile de vitriol par son acidité, que je pensai qu'il pourroit fournir encore de l'éther, à l'aide d'un nouvel esprit-de-vin deflegmé; je pris à cet effet un résidu semblable, produit d'une distillation de six livres de mélange fait à parties égales en poids d'huile de vitriol & d'esprit de-vin, & sur lequel j'avois distillé à plusieurs reprises, suivant mon procédé, treize livres de bon esprit-de-vin deflegmé par le sel de tartre.

Je redistillai, pour la huitième fois, ce résidu à feu nu dans un fourneau de réverbère, avec une livre d'esprit-de-vin dans une cornue de verre lutée d'argile; elle étoit soutenue par une petite capsule de terre garnie de sable. J'employai un feu de charbon très-ménagé, qui néanmoins entretenoit la liqueur toujours bouillante; je retirai de cette distillation une livre quatre onces d'éther nageant sur près de deux onces d'une autre liqueur. Je ne m'attendois nullement à un produit aussi considérable, je pense qu'il vient de ce que le résidu retenoit encore une portion d'éther que le feu de lampe n'avoit pu en dégager. Je remis une autre livre du même esprit-de-vin sur le même résidu, ce nouveau mélange a fourni à la distillation douze autres onces d'éther: enfin une livre d'esprit-de-vin, que je cohobai sur mon résidu en augmentant un peu plus le feu, me fournit encore quinze onces d'éther. Lassé, pour ainsi dire, d'avoir continuellement à chaque fois une si grande quantité d'éther, je voulus pousser la distillation jusqu'à siccité; je retirai deux onces d'huile douce d'une couleur citrine qui nageoient sur environ douze à quatorze onces d'un acide sulfureux très-volatil & très-pénétrant.

On ne sera point étonné de voir retirer par ce procédé

autant d'huile douce, lorſqu'on réfléchira à la quantité d'eſprit-de-vin qui a été employée à cette opération; ce produit d'huile douce eſt ſept fois plus conſidérable que celui qu'on obtient par le procédé ordinaire. On n'en retire ordinairement que depuis un gros juſqu'à deux, ſur ſix livres de mélange.

J'ai voulu enfin avoir un réſultat de la quantité réelle d'éther ſec & pur, que peut donner cette manière d'opérer; j'ai mêlé tous les différens produits d'éther & de liqueur éthérée, que j'avois obtenus de ſix livres de mélange, à partie égale en poids d'huile de vitriol & d'eſprit-de-vin, ainſi que ceux des quinze livres d'eſprit-de-vin, que j'y ai ajouté à différentes repriſes dans le cours de mon opération: je les ai rectifiés ſur un peu d'huile de tartre par défaillance, afin de leur enlever entièrement la portion d'acide ſulfureux mêlée dans les produits, & je me ſuis ſervi pour cette rectification du même appareil de vaiſſeaux que pour les premières diſtillations.

Lorſque le vaiſſeau commence à être échauffé, la chaleur d'une mèche d'environ cinquante fils, ſuffit pour faire paſſer tout l'éther. On eſt quelquefois obligé de l'éteindre pour un moment, lorſque la diſtillation va trop vîte. Par cette rectification, j'ai retiré en totalité dix livres deux onces d'éther parfaitement ſec & à l'épreuve de la gomme élaſtique, qui eſt un des moyens les plus ſûrs, & une des meilleures pierres de touche, que M. Macquer a indiquée aux Chimiſtes, pour juger de la bonté de l'éther*.

* V. les Mém. année 1768, p. 209.

D'après la Table qu'un Chimiſte moderne a donnée ſur les variétés, dans les quantités d'éther que les mêmes mélanges rendent ſuivant les ſaiſons; dans l'hiver on retire de ſix livres de mélange d'huile de vitriol & d'eſprit-de-vin, une livre deux onces d'éther rectifié; & dans l'été on n'en obtient que quatorze onces. Il réſulteroit d'après ce calcul, que d'un pareil mélange, dont j'ai obtenu l'hiver dernier dix livres deux onces d'éther rectifié, on ne devroit retirer en été qu'environ huit livres, à raiſon de la diſſipation qui ſe fait par la chaleur de l'atmoſphère; ce qui fait près d'un quart

de perte. Mais le procédé que j'ai indiqué, a un avantage sur celui qu'on pratique ordinairement, en ce que (ainsi que je m'en suis assuré plus d'une fois) l'on retire la même quantité en été comme en hiver; bien entendu toutefois, qu'on opérera dans un endroit tempéré & à l'abri du Soleil, & qu'on aura eu soin de bien lutter les vaisseaux, sans leur donner de communication avec l'air. Malgré la quantité considérable d'éther que j'ai retirée, je suis intimement persuadé que le résidu que j'ai abandonné en auroit encore fourni beaucoup plus, en y mettant le temps nécessaire.

Comme ce procédé n'a été indiqué dans aucun ouvrage que je connoisse, j'ai cru faire plaisir aux Artistes, en leur communiquant un moyen facile de tirer au moins neuf fois plus d'éther, que par ceux qu'on a employés jusqu'à présent, & que l'on a enseigné dans les Cours publics & dans les Traités de Chimie.

Nota. Dans un ouvrage postérieur à mon Mémoire *(l'Art du Distillateur)* par M. de Machy : il est dit, que pour faire l'éther & la liqueur d'Hoffman en grand, on fait un mélange à parties égales en mesure d'huile de vitriol & d'esprit-de-vin de mélasse; qu'on partage ce mélange dans plusieurs cornues qui distillent sur un bain de sable, & dont on sépare les premières liqueurs, pour ensuite les rectifier sur de la potasse, ce qui donne un éther à toute épreuve, en ce qu'il surnage l'eau & qu'il se dissipe sans laisser d'humidité, mais qui a le defaut de porter par lui-même une odeur bitumineuse, qu'on a essayé en vain de lui enlever. Sur le résidu des premières distillations, il est dit qu'on distille jusqu'à cinq à six fois trois pintes d'esprit de mélasse, qui peut être moins rectifié que le premier; ce qui fait dix-huit pintes d'esprit de mélasse qui ont distillé sur deux pintes d'huile de vitriol, sans compter les deux premières pintes qui ont été réservées pour faire l'éther.

Le fourneau qui sert à l'opération contient quatre cornues; il s'ensuit qu'on a à-peu-près soixante pintes de liqueur à rectifier, dont on retire près de cinquante par l'alambic au bain-marie : c'est ce que les Anglois distribuent dans l'Allemagne & dans la Hollande, sous le nom de *liqueur d'Hoffman*, dont le prix est de deux ou trois schellings, ou de quarante sous, à trois livres trois sous de notre monnoie par livre.

Pour apprécier au juste cette liqueur, dit M. de Machy, ce n'est que de l'esprit-de-vin légèrement éthéré.

Si l'objet des Anglois, dont je viens d'indiquer la manipulation, a été de faire l'éther en grand, ils n'y sont point parvenus ; ils ont pris au contraire une route infructueuse & toute opposée, puisque du résidu de leur opération de l'éther ils ne tirent, suivant M. de Machy, qu'une très-foible liqueur minérale d'Hoffman, au lieu d'en retirer, ainsi que moi, une très-grande quantité de bon éther ; & cette différence de produits ne vient que de la trop grande quantité d'esprit de mélasse, que les Anglois emploient proportionnellement à celle de l'huile de vitriol.



RECHERCHES SUR L'ÉQUILIBRE DES VOÛTES*.

Par M. l'Abbé BOSSUT.

Lû le 12 Juillet 1770, & remis le 5 Sept. 1777.

LA conſtruction des voûtes eſt, comme on ſait, un des plus importans objets de l'Architecture. Les pierres deſtinées à former une voûte, & qu'on appelle en conſéquence *vouſſoirs*, doivent être taillées de manière qu'elles forment en effet, par leur aſſemblage, la voûte projetée, & qu'elles ſe ſoutiennent mutuellement en l'air ſans pouvoir gliſſer, abſtraction faite de la liaiſon produite par le mortier ou de toute autre manière. C'eſt dans cette détermination de la figure convenable des vouſſoirs que conſiſte l'art du trait appelé communément *coupe des pierres*. Mais pour qu'une voûte puiſſe durer, il ne ſuffit pas qu'elle ſoit conſtruite ſuivant les principes qu'on vient d'indiquer : il faut de plus qu'elle ait toute la ſolidité dont elle eſt ſuſceptible, relativement à ſa figure & aux forces qui agiſſent ſur les vouſſoirs, & ſur les pieds-droits deſtinés à la ſoutenir.

Il y a deux eſpèces principales de voûtes, les voûtes en berceau & les voûtes en dôme. Examinons ſéparément les loix de leur équilibre.

---

* Lorſque je lûs ce Mémoire à l'Académie en 1770, mon intention étoit d'y joindre des expériences ſur la réſiſtance des pierres ; mais n'ayant pas eu juſqu'ici la facilité de les exécuter, & n'eſpérant pas mieux pour l'avenir, je prends le parti de publier ma Théorie, que j'ai dirigée d'ailleurs vers des queſtions utiles dans la pratique.

SECTION PREMIÈRE.

De l'équilibre des Voûtes en berceau.

I.

Le Problème de l'équilibre des voûtes en berceau a été envisagé & résolu sous différens points de vûe, par différens Géomètres. On lit dans l'Histoire de l'Académie pour l'*année 1704*, que M. Parent, considérant que les poids des voussoirs d'une voûte, doivent augmenter depuis la clef jusqu'aux impostes, pour que les forces qu'ils exercent les uns contre les autres, de proche en proche, se détruisent mutuellement, détermina en conséquence, mais seulement par points, la figure que doit avoir l'extrados d'une voûte dont l'intrados est circulaire; & qu'il donna de plus la mesure de la poussée d'une telle voûte contre les pieds-droits. J'ignore si cette solution a été imprimée.

M. Jacques Bernoulli mourut en 1705, & laissa parmi ses papiers une solution du Problème de la poussée des voûtes, laquelle n'a paru qu'en 1744, dans le Recueil des Œuvres de ce grand Géomètre. Elle est ingénieuse, mais imparfaite à certains égards; & probablement l'Auteur l'auroit corrigée, s'il avoit eu le temps de la revoir.

Dans les Mémoires de l'Académie pour l'*année 1712*, M. de la Hire suppose, d'après l'expérience, que les voûtes dont les pieds-droits n'ont pas une épaisseur suffisante pour en soutenir la poussée, se fendent vers les reins : il regarde en conséquence la partie supérieure de la voûte comme un coin qui tend à écarter ou à renverser les pieds-droits; & il détermine, par la théorie du coin & du levier, les dimensions qu'ils doivent avoir pour résister à un tel effort.

Le Recueil de l'Académie pour les *années 1729 & 1730*, contient deux excellens Mémoires de M. Couplet, sur la poussée des voûtes en berceau. Dans le premier de ces Mémoires, M. Couplet détermine la forme & la poussée des voûtes & l'épaisseur de leurs pieds-droits, en regardant

les voussoirs comme infiniment polis : il considère principalement les voûtes circulaires, & il établit au sujet de leur équilibre quelques Théorèmes curieux & utiles. Dans le second Mémoire, l'Auteur détermine les plus petites épaisseurs que l'on puisse donner aux voûtes circulaires uniformes : il calcule les poussées de ces voûtes, en supposant que leurs voussoirs ne puissent pas glisser les uns sur les autres, mais seulement s'écarter, lorsque la voûte vient à se rompre ; il donne l'épaisseur des pieds-droits, telle que l'effort composé de la poussée de la voûte & de la pesanteur du pied-droit, est toujours dirigé vers un point quelconque de la base du pied-droit ; d'où résulte nécessairement l'équilibre.

Il a paru encore quelques Ouvrages sur la poussée des voûtes ; mais tous ceux que je connois * se réduisent dans le fond à ceux que je viens d'indiquer. Ainsi je ne m'étendrai pas davantage sur ce détail historique.

* En 1770.

Personne, que je sache, n'a envisagé la matière sous le point de vue que je vais exposer ; & j'espère que mes Recherches seront utiles.

I I.

Fig. 1. Soient ACB l'intrados d'une voûte quelconque en berceau, acb l'extrados. Cette voûte est divisée en deux parties égales & semblables par son axe vertical OCc ; & elle est composée de voussoirs D, X, Y, X', Y', &c. qui sont égaux, du moins, en les prenant deux à deux de part & d'autre de celui D du milieu qui forme la clef. Dans les premiers instans, lorsque la voûte vient d'être achevée, & avant que ses parties ne puissent encore faire corps ensemble par la liaison que produit le mortier en se durcissant, les voussoirs doivent être regardés comme des corps particuliers, soumis à l'action de leur propre pesanteur, ou à celle des terres & de la maçonnerie qu'ils supportent ; la question est donc de trouver les loix de l'équilibre entre toutes les forces qui agissent sur les voussoirs, de manière que chacun d'eux demeure dans la place qui lui est assignée, & qu'ils forment, par leur assemblage,

assemblage, la figure que demandent les conditions du Problème. Cet équilibre, étant ainsi établi, subsistera nécessairement lorsque les parties de la voûte auront pris corps, puisqu'étant en repos, avant que d'être unies, leur liaison subséquente & réciproque ne peut qu'affermir cet état.

III.

Supposons qu'à chacun des voussoirs, soient appliquées des forces quelconques V, F, f, F', f', &c, dirigées comme on voudra. Pour les voûtes en berceau, dont les pieds-droits sont à même hauteur, & qui sont divisées en deux parties égales & semblables par l'axe OC, les forces agissent semblablement de part & d'autre de ce même axe. Ainsi la force V, qui agit sur la clef D est verticale; les forces F & f, qui agissent sur les deux voussoirs correspondans X & Y, sont égales & semblablement dirigées par rapport à l'axe CO; ainsi de suite. Mais la solution que nous allons donner, s'appliquera également aux voûtes en arcs rampans, &, en général, à toutes les voûtes dont les parties OCA, OCB, ne seroient pas égales & semblables, puisque nous allons établir l'équilibre de proche en proche entre tous les voussoirs contigus.

IV.

Soient X, X', deux voussoirs consécutifs, soumis respectivement à l'action des forces F, F'. Les joints mM, nN, pP, &c. des voussoirs, doivent être perpendiculaires à l'intrados ACB, tant pour la grâce de la voûte que pour la solidité de la construction; ainsi nous les supposerons tels en effet. Ayant pris sur la direction de la force F, la partie XE pour la représenter, je la décompose en deux autres forces Xu, Xt, perpendiculaires respectivement aux deux joints mM, nN du voussoir X. Soit X' le point où la direction de la force Xt rencontre celle $F'X'$ de la force F'. Je prends sur $F'X'$, la partie $X'E'$ pour représenter la force F', & je la décompose en deux autres forces $X'q$,

$X'l$, perpendiculaires reſpectivement aux deux joints nN, pP du vouſſoir X'. Cela poſé, il eſt clair que les deux vouſſoirs X, X' ſe feront équilibre ſi les deux forces Xt, $X'q$, directement oppoſées, par leſquelles ils agiſſent l'un contre l'autre, ſont de plus égales. Il ne s'agit donc que de former l'équation, Force $Xt =$ Force $X'q$, & de ſubſtituer pour ces Forces, leurs valeurs.

V.

Le parallélogramme $XtEu$ donne, Force $Xt =$ Force $XE \times \frac{\text{ſin. } XEt}{\text{ſin. } XtE} = F \times \frac{\text{ſin. } XEt}{\text{ſin. } XtE}$; & le parallélogramme $X'qE'l$ donne, Force $X'q =$ Force $X'E' \times \frac{\text{ſin. } X'E'q}{\text{ſin. } X'qE'}$ $= F' \times \frac{\text{ſin. } X'E'q}{\text{ſin. } X'qE'}$. Ainſi l'équation, Force $Xt =$ Force $X'q$, deviendra d'abord $\frac{F \text{ ſin. } XEt}{\text{ſin. } XtE} = \frac{F' \text{ ſin. } X'E'q}{\text{ſin. } X'qE'}$, ou bien

$$(A)\ \frac{F}{F'} = \frac{\text{ſin. } XtE \times \text{ſin. } X'E'q}{\text{ſin. } XEt \times \text{ſin. } X'qE'}.$$

VI.

Soient I le point de concours des joints mM, nN prolongés; T, celui de concours des joints nN, pP, auſſi prolongés: que les directions des joints extrêmes mM, pP, rencontrent l'axe vertical COG aux points H, L. & que les directions des forces F, F' rencontrent le même axe aux points Z, G. Cela poſé, il eſt clair que l'angle XtE eſt égal à l'angle NIM, puiſque les côtés de l'un ſont perpendiculaires ſur ceux de l'autre; & que par la même raiſon, l'angle $X'qE'$ eſt égal à l'angle PTN. De plus, en menant par le point z où la droite Xu rencontre le joint mM, la droite zz' parallèle à la direction de la force F, on verra que

l'Angle XEt, ou l'Angle uXE, ou l'Angle $uzz' =$ Ang. uzK — Ang. $Kzz' = 90^d$ — Ang. $Kzz' = 90^d$ — (Ang. CZF — Ang. CHM); & par des considérations semblables, l'Angle $X'E'q = 90^d$ — (Ang. CLP — Ang. CGF'). D'où résultent sin. $XEt =$ cos. $CZF \times$ cos. $CHM +$ sin. $CZF \times$ sin. CHM, & sin. $X'E'q =$ cos. $CGF' \times$ cos. $CLP +$ sin. $CGF' \times$ sin. CLP; le sinus total étant 1. Par conséquent l'équation (A) se changera en celle-ci,

$$(B)\ \frac{F}{F'} = \frac{\text{sin.}NIM \times (\text{cos.}CGF' \times \text{cos.}CLP + \text{sin.}CGF' \times \text{sin.}CLP)}{\text{sin.}PTN \times (\text{cos.}CZF \times \text{cos.}CHM + \text{sin.}CZF \times \text{sin.}CHM)}.$$

VII.

On voit par cette équation, que connoissant la figure de l'intrados, les arcs MN, NP, &c, auxquels répondent les voussoirs, & les directions des forces F, F', on connoîtra les rapports des mêmes forces.

Par exemple, si l'intrados ACB est un demi-cercle; que chaque voussoir soit simplement soumis à l'action de sa propre pesanteur; & que les arcs d'extrados mn, $n'p$, &c. soient concentriques & semblables à ceux d'intrados; on pourra déterminer, par la simple Géométrie élémentaire, les points m, n', p', &c. Fig. 2.

VIII.

Revenons à l'hypothèse générale de la figure première; & supposons que le nombre des voussoirs soit infini. Alors les arcs MN, NP, &c. sont infiniment petits; & les angles NIM, PTN, &c. sont ceux que forment entr'eux les rayons osculateurs consécutifs. Fig. 3.

Les trois élémens MN, NP, PQ étant supposés consécutifs, menons à l'axe OC les ordonnées MR, NR', PR'', QR'''; & des points M, P, abaissons les perpendiculaires Mr, Pd, sur NR', QR''', respectivement.

Soient
- CR . . . . $= x$,
- CR' . . . . $= x'$,
- CR'' . . . . $= x''$,
- MR . . . . $= y$,
- NR' . . . . $= y'$,
- PR'' . . . . $= y''$,
- chacun des trois élémens MN, NP, PQ, que je ſuppoſe égaux entr'eux. . . . . $= ds$,
- le rayon oſculateur MI. . . . . $= R$,
- le rayon oſculateur ſuivant NT. . . . . $= R'$,
- l'angle CZF de la force F avec l'axe. . . . . $= u$,
- l'angle CGF' de la force F' avec l'axe. . . . $= u'$.

Cela poſé, en comparant la *figure 1.ere* avec la *figure 3*; on verra que ſin. $NIM = \frac{ds}{R}$; ſin. $PTN = \frac{ds}{R'}$. De plus, l'angle CHM étant égal à l'angle MNr, on a coſ. $CHM = \frac{rN}{MN} = \frac{dy}{ds}$, ſin. $CHM = \frac{Mr}{MN} = \frac{dx}{ds}$; & ſemblablement, coſ. $CLP = \frac{hQ}{PQ} = \frac{dy''}{ds}$, ſin. $CLP = \frac{dx''}{ds}$. Par conſéquent l'équation (B) de l'article VI, deviendra

$$\frac{F}{F'} = \frac{R'}{R} \times \left(\frac{dy'' \text{ coſ. } u' + dx'' \text{ ſin. } u'}{dy \text{ coſ. } u + dx \text{ ſin. } u}\right).$$

Or $F' = F + dF$; & F étant la force abſolue qui agit ſur l'élément MN, ou la réſultante de toutes les forces qui agiſſent ſur chacun des points de cet élément, & que l'on peut regarder comme égales & parallèles : ſi l'on nomme φ l'une quelconque de ces dernières forces, on aura $F = \varphi ds$, & $dF = d\varphi ds$, à cauſe de ds conſtant. D'un autre côté, on a $R' = R + dR$, $y'' = y' + dy' = y + 2dy + ddy$; $dy'' = dy + 2ddy + d^3y$; $dx'' = dx + 2ddx + d^3x$; coſ. $u' =$ coſ. $u + d($coſ. $u)$; ſin. $u' =$ ſin. $u + d($ſin. $u)$. Subſtituant toutes ces valeurs dans l'équation précédente; réduiſant & négligeant les infinimens petits du troiſième ordre; on trouvera

$$2 R \varphi \text{cof.} u . ddy + R \varphi dy . d(\text{cof.} u) + 2 R \varphi \text{fin.} u . ddx + R \varphi dx . d(\text{fin.} u) + \varphi \text{cof.} u . dRdy + \varphi \text{fin.} u . dRdx + R \text{cof.} u . d\varphi\, dy + R \text{fin.} u . d\varphi\, dx = 0:$$

équation que l'on peut mettre ſous cette autre forme plus commode,

$$(C)\ \varphi \text{cof.} u . (2Rddy + dRdy) + \varphi \text{fin.} u . (2Rddx + dRdx) + Rdy . d(\varphi \text{cof.} u) + Rdx . d(\varphi \text{fin.} u) = 0.$$

Cette équation eſt la baſe de tous les Problèmes qu'on peut propoſer ſur cette matière.

IX.

Maintenant, il y a deux queſtions principales à examiner. L'une conſiſte à *trouver la figure de la voûte lorſqu'on connoît la loi des forces qui preſſent les vouſſoirs;* & l'autre, au contraire, à *trouver la loi des forces qui doivent preſſer les vouſſoirs lorſqu'on connoît la figure de la voûte.* On voit que la ſeconde queſtion eſt l'inverſe de la première. L'équation *(C)* va nous ſervir à les réſoudre l'une & l'autre. Et comme il s'agit ici d'une recherche applicable à la pratique; ſans me livrer à des généralités inutiles, j'examinerai ſeulement les cas qui ont réellement lieu, du moins à peu-près, dans la Nature. Je commence par le premier des deux Problèmes dont il s'agit.

X.

Suppoſons que chaque point de la courbe ACB ſoit preſſé verticalement avec une force par-tout conſtante; alors on aura $\varphi =$ conſtante, & $d\varphi = 0$. De plus on aura fin. $u = 0$, cof. $u = 1$. Par conſéquent l'équation générale *(C)* deviendra ici $2 Rddy + dRdy = 0$, ou bien (en multipliant tout par dy) $2 Rdyddy + dRdy^2 = 0$, dont l'intégrale eſt $Rdy^2 = Ads^2$.

Pour parvenir à une équation entre x & y, nous mettrons pour R ſa valeur $- \frac{dsdx}{ddy}$, ce qui nous donnera $- \frac{dsdx.dy^2}{ddy}$

$= Ads^2$, ou bien $-\frac{A\,ds\,ddy}{dy^2} = dx$, dont l'intégrale eſt $\frac{Ads}{dy} = x + C$; d'où l'on tire $dy = \frac{A\,dx}{\sqrt{[(x + C)^2 - A^2]}}$; Équation de la *chaînette* ordinaire.

Comme l'axe CO partage cette courbe en deux parties égales & ſemblables, on doit avoir $\frac{dx}{dy} = 0$, lorſque $x = 0$. Donc $C^2 - A^2 = 0$; & l'équation devient $dy = \frac{A\,dx}{\sqrt{(2\,A\,x + x\,x)}}$.

Cette équation donne $y = A \times L\left[\frac{A + x + \sqrt{(2\,Ax + xx)}}{A}\right]$, en complétant l'intégrale, de manière que $x = 0$, donne auſſi $y = 0$.

A l'égard de la conſtante A, elle ſe détermine, en obſervant qu'à la baſe donnée AB doit répondre une flèche auſſi donnée OC. Suppoſons donc qu'en faiſant $y = a$, on doive avoir $x = b$, a & b étant des quantités données; on aura, pour déterminer A, l'équation $a = A \times L\left[\frac{A + b + \sqrt{(2\,Ab + bb)}}{A}\right]$.

On voit, par cette analyſe, que les élémens de l'intrados étant preſſés verticalement par leurs poids, ou en général, par des forces proportionnelles à ces poids: toutes les parties de la voûte demeureront en équilibre, en lui donnant la figure d'une chaînette renverſée; ce qui eſt connu depuis long-temps.

X I.

Il arrive ſouvent que la voûte, comme par exemple une arche de pont, eſt chargée de terre ou de maçonnerie, mais à des hauteurs inégales au-deſſus des différens vouſſoirs. Celui qui forme la clef eſt le moins chargé; les autres ſont preſſés de plus en plus, à meſure qu'on s'éloigne de part & d'autre du milieu de la voûte. Toutes ces différentes preſſions

varient dans un rapport qui doit dépendre des abſciſſes CR. Suppoſons donc, en ſecond lieu, que les forces φ étant toujours verticales, comme dans le cas précédent, ne ſoient plus conſtantes d'un point de la courbe à l'autre; mais qu'en général chaque force φ ſoit proportionnelle à une fonction quelconque X de l'abſciſſe correſpondante, & de quantités conſtantes relatives à la hauteur & à la figure du bâtiment ou du chemin que la voûte ſupporte. Alors l'équation (C) deviendra (en obſervant que $\text{ſin.}\, u = 0$, $\text{coſ.}\, u = 1$, & mettant pour φ ſa valeur X),

$$2RXddy + XdydR + RdydX = 0.$$

Multipliant tout par dy, on aura

$$2RXdyddy + Xdy^2dR + Rdy^2dX = 0,$$

dont l'intégrale eſt $RXdy^2 = Ads^2$.

Mettons pour R ſa valeur $-\frac{dsdx}{ddy}$, nous aurons

$$-Ads \times \frac{ddy}{dy^2} = Xdx,$$

dont l'intégrale eſt $\frac{Ads}{dy} = \int Xdx$; ce qui donne pour l'équation de la courbe cherchée,

$$dy = \frac{Adx}{\sqrt{[(\int Xdx)^2 - A^2]}}.$$

Les conſtantes que les intégrations exigent ſe détermineront toujours par ces conſidérations, que $\frac{dx}{dy} = 0$, lorſque $x = 0$; & que la courbe paſſe par les points donnés A, C, B.

XII.

Si une voûte étoit deſtinée à porter de l'eau ou même des terres liquides juſqu'à un certain point; alors les forces φ agiroient ou pourroient être cenſées agir perpendiculairement à la courbe ACB; ce qui fait un troiſième cas qu'il eſt à propos d'examiner.

Je ſuppoſe donc qu'à chaque point de la courbe ACB

réponde perpendiculairement une force proportionnelle à une fonction quelconque X de x & de constantes.

Alors on aura $\sin. u = \frac{dx}{ds}$, $\cos. u = \frac{dy}{ds}$, $\varphi = X$.
Par conséquent l'équation (C) deviendra

$$Xdy(2Rddy + dRdy) + Xdx(2Rddx + dRdx) + Rdy \,.\, d(Xdy) + Rdx \,.\, d(Xdx) = 0,$$

ou bien $3RX \,.\, (dyddy + dxddx) + (dx^2 + dy^2) \times (XdR + RdX) = 0$. Or, à cause de ds constant, on a $dyddy + dxddx = 0$. Par conséquent, on aura simplement $XdR + RdX = 0$, dont l'intégrale est $RX = A$, ou bien $Xdx = -\frac{Addy}{ds}$, en mettant pour R sa valeur $-\frac{dsdx}{ddy}$. Donc $\int Xdx = B - \frac{Ady}{ds}$; ce qui donne

$$dy = \frac{(B - \int Xdx)dx}{\sqrt{[A^2 - (B - \int Xdx)^2]}};$$ Équation de la courbe cherchée.

Fig. 4. Par exemple, supposons que la voûte ACB porte un vrai fluide représenté par $ACBHZKQ$, & que VC soit la hauteur connue de ce fluide, au-dessus de la clef; alors, la pression perpendiculaire sur chaque point de l'élément MN, sera représentée par la verticale $MT = RC + CV = x + a$, en faisant $CV = a$; ainsi $X = x + a$, & $\int Xdx = \frac{xx}{2} + ax$. Par conséquent, l'équation de la courbe sera

$$dy = \frac{(2B - xx - 2ax)dx}{\sqrt{[4A^2 - (2B - xx - 2ax)^2]}},$$ ou bien (en observant qu'on doit avoir $\frac{dx}{dy} = 0$ lorsque $x = 0$);

$$dy = \frac{(2B - xx - 2ax)dx}{\sqrt{[(xx + 2ax)^2 - 4B(xx + 2ax)]}}.$$

L'équation

L'équation finie, doit être telle que $x = o$, donne $y = o$, & que $x = OC = c$, donne $y = OB = b$, b & c étant des quantités données.

XIII.

Examinons encore un quatrième cas qui a lieu quelquefois, celui où chaque point de la courbe feroit preffé par deux forces, l'une verticale, l'autre perpendiculaire à la courbe; les forces de la première efpèce peuvent être cenfées provenir des poids même des vouffoirs, & celles de la feconde des preffions d'un fluide qui couvriroit la voûte.

Soient pour le point M, Ml la force verticale, Mh la force perpendiculaire à la courbe; & foit achevé le parallélogramme $Mlgh$. La diagonale Mg exprimera la force que nous avons nommée φ, & l'angle gMl fera égal à celui qui a été nommé u. Menons gf perpendiculaire à Ml prolongée; & repréfentons la force verticale Ml par p, la force perpendiculaire Mh par X (p & X étant des fonctions quelconques de x & de conftantes). Il eft clair qu'on aura Fig. 4.

$gf = lg \times \text{fin.}\, glf = Mh \times \text{fin.}\, MNr = \frac{Xdx}{ds}$; $lf = Mh \times \text{cof.}\, MNr = \frac{Xdy}{ds}$; $Mf = p + \frac{Xdy}{ds}$.

Mais d'un autre côté, $gf = Mg \times \text{fin.}\, gMf = \varphi\, \text{fin.}\, u$; $Mf = Mg \times \text{cof.}\, gMf = \varphi\, \text{cof.}\, u$. Ainfi, on aura $\varphi\, \text{fin.}\, u = \frac{Xdx}{ds}$; $\varphi\, \text{cof.}\, u = p + \frac{Xdy}{ds}$; $d(\varphi\, \text{fin.}\, u) = \frac{Xddx}{ds} + \frac{dXdx}{ds}$; $d(\varphi\, \text{cof.}\, u) = dp + \frac{Xddy}{ds} + \frac{dXdy}{ds}$. Subftituons ces valeurs de $\varphi\, \text{fin.}\, u$, $\varphi\, \text{cof.}\, u$, $d(\varphi\, \text{fin.}\, u)$, $d(\varphi\, \text{cof.}\, u)$, dans l'équation (C); & nous trouverons

$$2Rpddy + pdRdy + Rdydp + \frac{3RX}{ds} \times (dyddy + dxddx) + \left(\frac{XdR + RdX}{ds}\right) \times (dx^2 + dy^2) = o.$$

ou bien (à cause de $dx\,ddx + dy\,ddy = 0$, que donne la supposition de ds constant; & de $dx^2 + dy^2 = ds^2$),
$2\,Rpddy + pdRdy + Rdydp + RdsdX + XdRds = 0$.
Le terme $2\,Rpddy$ est la même chose que $Rpddy + Rpddy$, ou que $-pdsdx + Rpddy$, en mettant dans la première partie, pour R sa valeur $-\frac{dsdx}{ddy}$. Par conséquent notre équation deviendra

$$-pdsdx + Rpddy + pdRdy + Rdydp + RdXds + XdRds = 0;$$

dont l'intégrale est $-ds\int pdx + pRdy + RXds = Ads$; ou bien (en mettant pour R sa valeur $-\frac{dsdx}{ddy}$),

$$\int pdx + \frac{pdxdy}{ddy} + \frac{Xdxds}{ddy} = -A;$$

ou bien $ddy\int pdx + pdxdy + Xdxds = -Addy$, dont l'intégrale est $dy\int pdx + ds\int Xdx = -Ady + Bds$. Cette dernière équation donne, en chassant ds, & séparant les indéterminées,

$$dy = \frac{(B - \int Xdx)dx}{\sqrt{[(\int pdx + A)^2 - (B - \int Xdx)^2]}};$$

d'où l'on pourra toujours tirer la valeur de y en x, au moins avec le secours des quadratures ou des séries.

Si la force verticale p est constante, & que la force perpendiculaire $X = x + a$, comme dans l'exemple de l'article précédent; alors notre équation deviendra

$$dy = \frac{(2B - xx - 2ax)dx}{\sqrt{[4(px + A)^2 - (2B - xx - 2ax)^2]}}.$$

XIV.

Je n'examinerai pas ici d'autres hypothèses de pressions pour les voussoirs; je me borne à observer que la voûte ayant la figure convenable à la loi des forces qui agissent sur toutes ses parties, il n'y aura que les deux voussoirs extrêmes,

c'eſt-à-dire, ceux qui répondent aux naiſſances *A a*, *B b*, de la voûte, qui preſſent les pieds-droits; & que ſi par conſéquent ces preſſions ſont détruites, tout le ſyſtème de la voûte ſera en équilibre.

X V.

Paſſons au ſecond Problème de l'*article IX;* Problème dont l'objet eſt de *déterminer la loi des forces qui doivent preſſer les vouſſoirs, lorſqu'on connoît la figure de la voûte, de manière que toutes ſes parties ſoient en équilibre.*

Comme il y a deux choſes à conſidérer dans toute force, ſa direction & ſa quantité; nous ſuppoſerons que les directions des forces qui agiſſent ſur les vouſſoirs ſoient données, & nous chercherons leurs quantités.

X V I.

Suppoſons, en premier lieu, que les forces φ aient des directions verticales. Alors, quelle que puiſſe être la figure de l'intrados *A C B*, l'équation *(C)*, traitée de la même manière que dans l'*article XI*, donnera $R\,\varphi\,dy^2 = A\,ds^2$; & par conſéquent $\varphi = \frac{A\,ds^2}{R\,dy^2}$. Il ne s'agira donc plus, pour avoir φ, que de ſubſtituer dans ſon expreſſion, à la place de *ds*, *dy*, *R*, leurs valeurs données par la nature de la courbe *A C B*.

Par exemple, ſuppoſons que l'intrados *A C B* ſoit une demi-ellipſe, ſurbaiſſée ou ſurmontée, dont le demi-axe $OA = a$, & le demi-axe $OC = b$. On trouvera Fig. 4.

$$\frac{ds^2}{R\,dy^2} = \frac{a^2\,b}{(aa - yy)\,\sqrt{(a^4 - a^2y^2 + b^2y^2)}}.$$

Donc $\varphi = \frac{A \times a^2\,b}{(aa - yy)\,\sqrt{(a^4 - a^2y^2 + b^2y^2)}}$.

Pour déterminer la conſtante *A*, ſuppoſons qu'au ſommet *C*, la force φ ſoit repréſentée par une ligne donnée *m:* il

eſt clair qu'on aura $m = \frac{A \times a^2 . b}{a^4}$; & par conſéquent $A = \frac{m\, a^2}{b}$.

On voit par l'expreſſion générale de φ, que cette force augmente depuis le ſommet C, juſqu'aux naiſſances A & B, où elle devient infinie. Ainſi les voûtes elliptiques doivent être fort chargées vers les reins & vers les naiſſances pour être ſolides.

Si l'on veut connoître le rapport des forces φ, au ſommet
Fig. 5. C, & au point M, en ſuppoſant que l'angle COM ſoit de 45 degrés ; on obſervera que dans cette hypothèſe, $\frac{RM}{OM} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, ou $2\,(RM)^2 = (OM)^2$; ce qui donne $y\,y = \frac{a^2\,b^2}{a\,a + b\,b}$. Donc, pour le point M, on a $\varphi = \frac{m.(a\,a + b\,b)^{\frac{3}{2}}}{a\,\sqrt{(a^4 + b^4)}}$, tandis que pour le point C, on a $\varphi = m$. Ainſi la preſſion au ſommet C eſt à la preſſion au point M de 45 degrés, dans le rapport de $a\sqrt{(a^4 + b^4)}$ à $(aa + bb)^{\frac{3}{2}}$.

Lorſque la voûte eſt en plein ceintre, ou que $b = a$, la preſſion au ſommet eſt la moitié de la preſſion au point M de 45 degrés. D'où l'on voit que les grandes augmentations de preſſions doivent ſe faire depuis les points de 45 degrés, de part & d'autre de la montée, juſqu'aux naiſſances de la voûte. Il eſt donc eſſentiel de fortifier vers les reins les voûtes circulaires, & en général les voûtes elliptiques. C'eſt par-là, en effet, qu'elles périſſent ordinairement.

XVII.

En ſecond lieu, ſuppoſons que les forces φ ſoient perpendiculaires à la courbe ACB. Quelle que puiſſe être la nature de cette courbe, on trouvera en général, par la méthode de l'*article XII*, $R\varphi = A$, ou $\varphi = \frac{A}{R}$; ce qui donnera

ensuite φ, en mettant pour R sa valeur fournie par la nature de la courbe ACB.

Par exemple, soit, comme dans l'article précédent, ACB une demi-ellipse, dont le demi-axe $OA = a$, & le demi-axe $OC = b$. On trouvera $R = \frac{\sqrt{(a^4 - a^2 y^2 + b^2 y^2)}}{a^4 b}$; & par conséquent $\varphi = \frac{A \cdot a^4 b}{\sqrt{(a^4 - a^2 y^2 + b^2 y^2)}}$. Si pour déterminer la constante A, on suppose qu'au sommet C la pression soit représentée par une ligne donnée m, on aura $m = \frac{A \cdot a^4 b}{a^2}$, ou $A = \frac{m}{a^2 b}$.

On voit que la pression au sommet C, où $y = 0$, est à la pression aux naissances A, B, où $y = a$, dans le rapport de b à a; & que la pression au sommet C, est à la pression du point de 45 degrés, où $yy = \frac{a^2 b^2}{aa + bb}$, dans le rapport de $\sqrt{(a^4 + b^4)}$ à $a\sqrt{(aa + bb)}$.

Ainsi les pressions des voussoirs doivent augmenter ou diminuer, depuis la clef jusqu'aux impostes, selon que la voûte est surbaissée ou surmontée. Je n'ai pas besoin d'ajouter que les pressions sont par-tout les mêmes, lorsque la voûte est en plein ceintre.

XVIII.

Tous ces calculs & ces exemples suffisent pour montrer clairement qu'il y a une relation nécessaire entre la figure de la voûte & la loi des forces qui pressent les voussoirs : de telle manière que si la construction de la voûte n'est pas assujettie à cette relation, il n'y aura pas équilibre entre les parties du systême, & que par conséquent la voûte se rompra dans les endroits les plus foibles.

XIX.

On a remarqué en plusieurs occasions, que lorsque les

pieds-droits d'une voûte se sont trouvés trop foibles, pour en soutenir la poussée, la voûte s'est fendue à-peu-près aux deux milieux, entre chaque imposte & le sommet. D'après cette observation, M. de la Hire suppose que dans la moitié supérieure du ceintre, tous les voussoirs sont tellement adhérens entr'eux, qu'ils peuvent être regardés comme une seule & même pierre ; & que les deux parties inférieures, solidement liées dans tous leurs points, ne forment chacune qu'un même corps avec le pied-droit correspondant. Ainsi la voûte pouvant être censée se rompre suivant la direction donnée des joints XZ, $X'Z'$; l'Auteur cherche, ainsi que nous l'avons déjà dit, les efforts que le coin $XZCZ'X'$ exerce contre les pieds-droits, & l'épaisseur DF que doit avoir chaque pied-droit pour résister à la force qui tend à le renverser. Comme ce Problème, qui n'a d'ailleurs aucune difficulté, est utile dans la pratique : en voici une solution fort simple.

Fig. 6.

X X.

Soient XZ, $X'Z'$ les joints quelconques de rupture, faisant des angles égaux avec l'horizon. Par leurs milieux, soient menées les perpendiculaires GQ, $G'Q$, qui se rencontrent au point Q, sur l'axe OC prolongé. Ayant pris QN pour représenter la pesanteur de l'aire $XZCZ'X'c$, soit décomposée cette force en deux autres, QS, QI. Imaginons que la force QS (on doit entendre la même chose pour l'autre côté de la voûte) soit appliquée au point G de sa direction, & représentée par $Gh = QS$; décomposons la force Gh, en deux autres Gf, Gq, l'une horizontale, l'autre verticale. La force horizontale Gf tend à renverser le massif $XZADFYaX$ autour du point F, tandis que ce massif est retenu, au contraire, sur sa base par la force Gq, & par son propre poids. Du point H, centre de gravité de l'aire $XZAa$; & du point R, centre de gravité du rectangle $ADFY$, soient abaissées les verticales HK, RL.

Supposons
- le sinus total .... $= 1$,
- l'angle GQO .... $= m$,
- l'aire $XZCZ'X'c$ .... $= A$,
- l'aire $XZAa$ .... $= B$,
- AD .... $= h$,
- DF .... $= z$,
- FK .... $= p$,
- YP .... $= q$,
- GP ou TF .... $= r$.

Il est clair qu'on aura Force QS ou Force $Gh = \frac{A . \text{sin.} m}{\text{sin.} 2m}$; Force $Gf = \frac{A . \text{sin.} m^2}{\text{sin.} 2m}$; Force $Gq = \frac{A . \text{sin.} m . \text{cos.} m}{\text{sin.} 2m}$. Et en considérant les momens par rapport au point F, on aura moment de Force $Gf = \frac{A . \text{sin.} m^2}{\text{sin.} 2m} \times (h + q)$; moment de Force $Gq = \frac{A . \text{sin.} m . \text{cos.} m}{\text{sin.} 2m} \times r$; moment de $XZADFYaX =$ moment de $XZAa +$ moment de $ADFY = Bp + \frac{hzz}{2}$.

Donc, pour le simple état d'équilibre, on aura l'équation $\frac{A . \text{sin.} m^2 \times (h + q)}{\text{sin.} 2m} = \frac{A . \text{sin.} m . \text{cos.} m . r}{\text{sin.} 2m} + Bp + \frac{hzz}{2}$; par où l'on voit que la figure & les dimensions de la voûte étant supposées données, ainsi que la hauteur AD du pied-droit; aussitôt que l'angle m sera connu, toutes les quantités qui entrent dans cette équation seront données, ou immédiatement, ou en fonctions de constantes & de l'inconnue z; & qu'enfin l'équation résultante ne sera jamais que du second degré.

XXI.

Il arrive quelquefois que les pieds-droits, au lieu de se renverser tout d'une pièce, se rompent en se divisant par tranches horizontales. Je vais chercher la figure qu'ils doivent

avoir par leur partie extérieure dans cette hypothèse: je dis *la partie extérieure*, car celle qui regarde l'intérieur de la voûte est donnée, & forme un plan, du moins dans l'étendue AD ou BE. Un savant Géomètre a résolu ce Problème, en supposant que la portion de voûte $XZCZ'X'$ n'exerce contre le pied-droit qu'un simple effort horizontal. Mais réellement, chacun des efforts qui résultent perpendiculairement sur les joints inclinés XZ, $X'Z'$, se décompose en deux forces, l'une verticale, l'autre horizontale; & la première tend à affermir le pied-droit sur sa base, tandis que la seconde seulement tend à le rompre ou à le renverser.

XXII.

Fig. 7. Soit donc la portion de voûte $XZCZX'$ qui tend à glisser le long des deux joints inclinés XZ, $X'Z'$. Par les centres de gravité G, G' de ces joints, soient menées comme dans l'*article XX*, les perpendiculaires GQ, $G'Q$, qui se rencontrent en Q sur le prolongement de la montée OC. En représentant le poids de $XZCZ'X'$ par QN, & décomposant cette force en deux autres QS, QI; il est clair que ces deux forces sont celles qui agissent contre les pieds-droits. Je suppose que le pied-droit $ADFML$ (la même chose doit s'entendre pour l'autre côté de la voûte), soit encastré solidement dans la terre, de manière qu'il ne puisse pas glisser ni se renverser, mais qu'il tende à se rompre dans tous les points de sa hauteur, de manière que chaque section ou tranche de séparation des deux parties soit horizontale. Il s'agit de trouver la courbe LMF qui doit former la face extérieure du pied-droit, pour qu'il résiste en chaque point à la force qui tend à le rompre.

Par le point G, abaissons la verticale GH; & prolongeons la face DA du pied-droit, jusqu'à ce qu'elle rencontre en g l'horizontale Gf. Je prends pour axe de la courbe la verticale gD; & je néglige le massif $AZGgA$; il est clair que si le pied-droit est alors assez solide, il le sera encore plus, lorsqu'on remettra le massif dont il s'agit, puisque dans

ce

ce dernier cas, l'axe de la courbe se trouve évidemment placé entre les deux verticales GH, gD.

XXIII.

Cela posé, ayant pris sur le prolongement de QG la partie $Gh = QS$, je décompose la force QS ou Gh en deux autres Gf, Gq, l'une horizontale, l'autre verticale. Qu'on mène à l'axe gD l'ordonnée MP, qui prolongée, rencontre GH en K; & l'ordonnée infiniment voisine mp.

Supposons
- le poids absolu de $XZCZ'X'cX$ ...... $= P$,
- l'angle GQY .... $= m$,
- gP .... $= x$,
- MP .... $= y$,
- la constante PK .... $= a$,
- la densité ou pesanteur spécifique de la matière dont le pied-droit est composé .... $= \pi$.

On aura Force QS ou Force $Gh = \frac{P \text{ sin. } m}{\text{sin. } 2m}$, Force $Gf = \frac{P \text{ sin. } m^2}{\text{sin. } 2m}$, Force $Gq = \frac{P \text{ sin. } m \text{ . cos. } m}{\text{sin. } 2m}$.

Le pied-droit étant supposé se diviser suivant les ordonnées PM, pm, & pouvoir conséquemment se renverser en tournant sur les points M, m, ces points doivent être regardés comme les appuis ou les centres de rotation de différens leviers. La force horizontale Gf tend à produire le renversement dont nous venons de parler, tandis qu'au contraire la force verticale Gq, le poids de la partie gPM du pied-droit, & l'adhérence réciproque des deux parties gPM, $PMFD$, concourent à affermir la partie gPM sur sa base PM. Par conséquent il y aura équilibre si le moment de la force horizontale Gf, par rapport au point M est moindre, ou n'est pas plus grand que la somme des momens des trois autres forces par rapport au même point. Or;

1.° Le moment de la force horizontale $Gf = \frac{P \text{ sin. } m^2}{\text{sin. } 2m} \times x$;

2.° Le moment de la force verticale $Gq = \ldots\ldots$ $\frac{P \text{ſin.} m \,.\, \text{coſ.} m}{\text{ſin.} 2m} \times (a + y)$.

3.° La diſtance du centre de gravité de l'eſpace gPM à l'axe gD, eſt $\frac{\int yy\,dx}{2\int y\,dx}$. Donc (en menant la verticale MR) la diſtance du même point à cette verticale, eſt $y - \frac{\int yy\,dx}{2\int y\,dx}$, & par conſéquent, le moment de l'eſpace gPM par rapport au point M, eſt $\Pi y \int y\,dx - \frac{\Pi \int yy\,dx}{2}$.

4.° L'adhérence réciproque des deux parties gPM, $PMFD$, étant ſuppoſée proportionnelle à l'étendue de la ſurface PM, par laquelle elles ſe touchent, il eſt clair que le moment de cette force, par rapport au point M, ſera proportionnel à $y \times \frac{y}{2}$. Ainſi, en ſuppoſant que ſous une longueur donnée h, la force d'adhérence ſoit égale à un poids connu Q, le moment en queſtion ſera repréſenté par $\frac{Qyy}{2h}$.

Par conſéquent (en prenant le nombre arbitraire k, tel cependant que ſa plus petite valeur ne ſoit pas au-deſſous de 1) nous aurons l'équation fondamentale

$$\frac{k P \text{ſin.} m^2 . x}{\text{ſin.} 2m} = \frac{(a+y) P \text{ſin.} m \,.\, \text{coſ.} m}{\text{ſin.} 2m} + \Pi y \int y\,dx - \frac{\Pi \int yy\,dx}{2} + \frac{Qyy}{2h};$$

de laquelle il faut tirer la relation entre x & y. Pour cela, je différencie les deux membres, ce qui donne

$$\frac{k P \text{ſin.} m^2 . dx}{\text{ſin.} 2m} = \frac{P \text{ſin.} m \,.\, \text{coſ.} m \,.\, dy}{\text{ſin.} 2m} + \Pi\, dy \int y\,dx + \frac{\Pi yy\,dx}{2} + \frac{Qy\,dy}{h}.$$

Différenciant encore, en ſuppoſant dy conſtant, on aura

$$\frac{k P \text{ſin.} m^2 . ddx}{\text{ſin.} 2m} = 2\Pi y\,dx\,dy + \frac{\Pi yy\,ddx}{2} + \frac{Q\,dy^2}{h}.$$

Soit $dx = z\,dy$, & par conſéquent $ddx = dz\,dy$; on aura $\frac{k P \text{ſin.} m^2 . dz}{\text{ſin.} 2m} = 2\Pi zy\,dy + \frac{\Pi yy\,dz}{2} + \frac{Q\,dy}{h}$,

ou bien $\left(\frac{kP\,\text{sin.}\,m^2}{\text{sin.}\,2m} - \frac{\Pi yy}{2}\right) dz = 2\Pi zydy + \frac{Qdy}{h}$.

Je fais $\frac{kP\,\text{sin.}\,m^2}{\text{sin.}\,2m} - \frac{\Pi yy}{2} = uu$; & par conséquent

$2\Pi ydy = -4udu$; $dy = -\frac{4udu}{2\Pi y} =$

$$-\frac{udu\,.\,\sqrt{(\frac{2}{\Pi})}}{\sqrt{(\frac{kP\,\text{sin.}\,m^2}{\text{sin.}\,2m} - uu)}};$$

D'où il suit qu'en prenant $\frac{Qu\sqrt{\frac{2}{\Pi}}}{h\sqrt{(\frac{kP\,\text{sin.}\,m^2}{\text{sin.}\,2m} - uu)}} = V$, fonction de u, on aura la transformée

$$uudz + 4zudu + Vdu = 0;$$

ou bien (en multipliant tout par u^2),

$$u^4dz + 4zu^3du + Vu^2du = 0,$$

dont l'intégrale est

$$zu^4 + \int Vu^2du = A;$$

ou bien (en remettant pour V sa valeur, faisant pour abréger $\frac{Q}{h}\sqrt{\frac{2}{\Pi}} = n$, $\frac{kP\,\text{sin.}\,m^2}{\text{sin.}\,2m} = bb$, & effectuant l'intégration indiquée $\int Vu^2du$),

$$zu^4 - nbb\sqrt{(bb - uu)} + \frac{n(bb - uu)^{\frac{3}{2}}}{3} = A.$$

Éliminant z & u, & faisant pour abréger, $\frac{2bb}{\Pi} = cc$, $nbb\sqrt{\frac{\Pi}{2}} = p^3$, $\frac{n}{3}(\frac{\Pi}{2})^{\frac{3}{2}} = q$; on aura........

$\frac{\Pi^2}{4} \times (cc - yy)^2 \times \frac{dx}{dy} - p^3y + qy^3 = A$; ou bien

$$dx - \frac{4p^3}{\Pi^2} \times \frac{ydy}{(cc-yy)^2} + \frac{4q}{\Pi^2} \times \frac{y^3dy}{(cc-yy)^2} = \frac{4A}{\Pi^2} \times \frac{dy}{(cc-yy)^2}.$$

dont l'intégrale eſt

$$x - \frac{2p^3}{\Pi^2(cc-yy)} + \frac{4q}{\Pi^2}\left(\frac{cc}{2(cc-yy)} + L\,\frac{\sqrt{(cc-yy)}}{c}\right)$$
$$= \frac{4A}{\Pi^2}\left(\frac{y}{2c^2(cc-yy)} + \frac{1}{2c^3}\,L\,\frac{c+y}{\sqrt{(cc-yy)}}\right) + C;$$

Équation de la courbe *LMF* en termes finis.

Les deux conſtantes *A* & *B* doivent être déterminées par ces deux conditions : 1.° que *x* étant zéro, *y* ſoit auſſi zéro, ou une quantité donnée; l'origine de la courbe tombant au point *g*, ou ſur un point donné de l'horizontale *Gx*. 2.° Qu'à l'origine on ait $\frac{dx}{dy} = \frac{\text{coſ. } m}{\text{ſin. } m}$, parce qu'alors il ne reſte que les deux forces *Gf*, *Gq*, & que leur réſultante doit être parallèle au premier élément de la courbe.

Connoiſſant ainſi la nature de la courbe *LMF*, on connoîtra la dernière ordonnée *DF*, ou l'épaiſſeur du pied-droit à ſa baſe. On connoîtra pareillement les épaiſſeurs qui répondent à tous les autres points de la hauteur.

SECTION DEUXIÈME.

De l'équilibre des Voûtes en dôme.

I.

On n'a preſque rien écrit ſur l'équilibre des voûtes en dôme. Je ne connois à ce ſujet qu'un excellent Mémoire de M. Bouguer, imprimé parmi ceux de l'Académie *(année 1734)*. Il a pour titre : *ſur les lignes courbes qui ſont propres à former les voûtes en dôme.* L'Auteur y fait voir qu'il exiſte une infinité de lignes courbes, que l'on peut employer pour former les voûtes dont il s'agit; & en même temps il enſeigne à choiſir parmi toutes ces courbes, celles qui ſont les plus avantageuſes. Mon objet, qui eſt de déterminer les dimenſions que doivent avoir les pieds-droits des voûtes en dôme, pour l'équilibre, n'a rien de commun avec le travail de M. Bouguer.

II.

Soit un dôme produit par la révolution de l'eſpace compris entre la courbe d'intrados *ACB* & la courbe d'extrados *acb*, autour de la montée *OCc*. Suppoſons que ce dôme tende à ſe rompre, ſuivant les directions des joints inclinés *XZ*, *X'Z'*, qui tendent vers l'axe de révolution; de manière que la partie ſupérieure *ZCZ'X'cX* puiſſe être regardée comme un ſeul & même corps; & que la partie *AZXa* (il en eſt de même pour l'autre côté de la voûte), ſoit cenſée faire corps dans ſes parties, & de plus ne former qu'un même maſſif avec le pied-droit correſpondant *ADFT*. Je vais chercher l'épaiſſeur que doit avoir ce pied-droit, dans l'hypothèſe où le maſſif, dont on vient de parler, ne puiſſe ſe rompre ſur aucun point de ſa hauteur, mais ſeulement ſe renverſer en tournant ſur le point *F* de ſa baſe. Fig. 8.

III.

Imaginons par l'axe *YCc* de la voûte, deux plans *YLtαCc*, *YluϬcC*, qui ſont eux deux un angle infiniment petit, & qui étant prolongés convenablement, déterminent de part & d'autre de l'axe, deux onglets égaux & correſpondans dans la partie ſupérieure du dôme, & deux onglets auſſi égaux & correſpondans dans la partie inférieure. Le plan *YDFTaACc* eſt cenſé partager en deux parties, l'angle des deux premiers plans, & chaque paire d'onglets correſpondans. Par les centres de gravité *G* & *G'* des deux plans inclinés *XZ*, *X'Z'*, ſoient menées perpendiculairement à ces plans les droites *GQ*, *G'Q*, qui rencontrent l'axe du dôme au point *Q*; & concevons que la peſanteur du ſyſtème des deux onglets qui répondent à la partie ſupérieure *ZCZ'X'cX* ſoit réunie au point *Q*. Repréſentons cette force par *QN*; & décompoſons-là en deux autres, *QS*, *QI*, dirigées ſuivant les droites *QG*, *QG'*. Ces forces *QS*, *QI* ſont les efforts que le ſyſtème des deux onglets ſupérieurs exerce contre le ſyſtème des onglets inférieurs.

I V.

Concevons que la force QS ſoit appliquée au point G de ſa direction, & repréſentée par $Gh = QS$; enſuite décompoſons cette force Gh en deux autres Gf, Gq, l'une horizontale, l'autre verticale. Il eſt clair (en prolongeant Gf, Gq, FT) que la force Gf, en agiſſant à l'extrémité du bras de levier $F\&$, tend à renverſer autour du point F ou plutôt autour de la droite Ll, l'onglet repréſenté par la ſection moyenne $ZADFTaX$; & qu'au contraire la force Gq, en agiſſant à l'extrémité du bras du levier FH, conſpire avec le poids de l'onglet qu'on vient d'indiquer, à affermir ce même onglet ſur ſa baſe. Il ne s'agit donc plus que d'établir l'équation de l'équilibre d'après cette conſidération.

Pour abréger le calcul, à la portion d'onglet, repréſentée par ſon profil $AaXZ$, je ſubſtituerai un onglet de même baſe & de même hauteur, repréſenté par ſon profil rectangulaire $Aax\lambda$. Cette ſubſtitution eſt d'autant plus permiſe, que l'onglet partiel $AaXZ$ a, par rapport au point F, un bras de levier un peu plus long que celui de l'onglet $Aax\lambda$. Il eſt vrai qu'à raiſon de la diminution de l'épaiſſeur de la voûte en montant, le ſecond onglet eſt un peu plus grand que le premier; mais ordinairement la compenſation n'eſt pas complète. Du reſte, rien ne ſera plus facile que de traiter en rigueur ce point de la queſtion, dans chaque cas particulier, ſi on le juge à propos.

V.

Qu'on mène du point indéterminé R de l'axe, les droites RP, Rp, Rr, dans le plan vertical moyen des onglets, & dans les deux plans verticaux qui les terminent. Soient tirées enſuite, parallèlement aux droites mn, pr, les droites infiniment voiſines ey, dg.

Suppoſons $\begin{cases} \text{le ſinus total} \ldots\ldots\ldots\ldots = 1, \\ \text{l'angle } OQG \ldots\ldots\ldots\ldots = m, \\ \text{l'angle } LYl \text{ ou } pRr \ldots\ldots = \varpi, \\ AO \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = a, \end{cases}$

Supposons
- Aa . . . . $= c$,
- $A\lambda$ . . . . $= g$,
- AD . . . . $= h$,
- AV ou DH . . . . $= l$,
- Rz . . . . $= y$,
- le double onglet produit par la révolution de l'aire $ZCZ'X'cX$ autour de Cc . . . . $= 2\omega . S$,
  (S étant une quantité donnée par la figure du dôme).
- l'épaisseur inconnue DF du pied-droit . . $= z$.

Il est évident qu'on aura Force $Gh = \frac{2\omega . S . \text{sin.} m}{\text{sin.} 2m}$;

$$\text{Force } Gf = \frac{2\omega . S . \text{sin.} m^2}{\text{sin.} 2m} = \omega . S . \text{tang.} m;$$

$$\text{Force } Gq = \frac{2\omega . S . \text{sin.} m . \text{cos.} m}{\text{sin.} 2m} = \omega . S.$$

Et si l'on considère les momens par rapport au point F, on aura

$$\text{moment de Force } Gf = \omega . S . \text{tang.} m \times (h + g);$$

$$\text{moment de Force } Gq = \omega . S \times (l + z).$$

Le petit trapèze $eygd = zi \times ey = dy \times y\omega$; & son moment, par rapport au point F, est $\omega y dy (a + z - y)$, dont l'intégrale est $\omega . \frac{(a+z)y^2}{2} - \frac{\omega y^3}{3} + A$. L'intégrale doit s'évanouir, lorsque $y = a$, & recevoir sa valeur complète, lorsque $y = a + z$. Ainsi le moment de l'aire $mprn = \omega [\frac{(a+z)^3}{6} - \frac{a^2 z}{2} - \frac{a^3}{6}]$; & par conséquent, le moment de l'onglet, représenté par le profil $ADFT$, sera $= \omega h [\frac{(a+z)^3}{6} - \frac{a^2 z}{2} - \frac{a^3}{6}]$.

On trouvera semblablement que le moment de l'onglet

représenté par le profil $A\lambda x a$, a pour expression . . . .
$\varpi g\left(\frac{2acz + ccz - ac^2}{2} - \frac{c^3}{3}\right)$.
Cela posé, il y aura équilibre si le moment de la force Gf est moindre ou n'est pas plus grand que la somme des momens de la force Gq, & des deux onglets $ADFT$, $A\lambda x a$. Ainsi, en prenant le nombre arbitraire k qui ne peut pas être cependant au-dessous de 1, nous aurons l'équation

$$k\varpi . S . \text{tang.} m . (h + g) = \varpi . S(l + z) + \varpi h\left(\frac{(a+z)^3}{6} - \frac{a^2 z}{2} - \frac{a^3}{6}\right) + \varpi g\left(\frac{2acz + ccz - ac^2}{2} - \frac{c^3}{3}\right),$$

ou bien

$$\text{(A)}\quad z^3 + 3az^2 + \left.\begin{matrix}\frac{g}{h}(6ac + 3cc) \\ + \frac{6S}{h}\end{matrix}\right\} z \left.\begin{matrix} + \frac{6S.l}{h} \\ - \frac{g}{h}(3ac^2 + 2c^3) \\ - \frac{6kS.\text{tang.}m.(h+g)}{h}\end{matrix}\right\} = 0.$$

Équation du troisième degré, qui donnera la valeur de l'inconnue z qui est l'épaisseur DF ou AT du pied-droit.

V I.

Il arrive souvent que le dôme porte à son sommet une espèce de lanterne qui peut former une charge considérable. Alors, il faut déterminer d'abord, par le détail des parties de cette lanterne, la masse totale qui en résulte; ensuite, on
Fig. 9. convertira cette masse en un cylindre V concentrique au dôme, de même matière que lui, & ayant une base & une hauteur déterminées. Soient r le rayon de la base du cylindre V, f sa hauteur, Π le rapport de la circonférence au diamètre; le cylindre V aura pour valeur $\Pi r^2 f$, & par conséquent le double onglet, correspondant au double onglet $2\varpi S$, aura pour expression $\frac{2\varpi . \Pi r^2 f}{\Pi}$, ou $2\varpi . r^2 f$, comme étant le quatrième terme d'une proportion dont les trois premiers sont

ſont Π, 2ϖ, $\Pi r^2 f$. L'équation *(A)* s'appliquera donc à ce cas, en y mettant, au lieu de S, $S + r^2 f$.

VII.

La partie ſupérieure des pieds-droits eſt ordinairement couronnée par un Attique dont la maſſe, jointe à celle des autres conſtructions, peut être regardée comme formant une tour repréſentée par le profil rectangulaire $A\varpi$. Or il eſt évident qu'en vertu de cette augmentation de preſſion ſur le pied-droit, ſon épaiſſeur DF, réſultante de l'équation *(A)*, peut être diminuée, & être réduite à une autre épaiſſeur Df. On fera entrer dans le calcul, l'onglet repréſenté par $A\varpi$, précisément de la même manière qu'on y a fait entrer l'onglet repréſenté par Ax (fig. 8).

VIII.

Il ſuit des trois articles précédens, qu'en ſuppoſant $A\alpha = p$, $\alpha\varpi = q$, $Df = u$; regardant p & q, comme des quantités données; & mettant $S + r^2 f$ à la place de S, dans l'équation *(A)*; on aura celle-ci : Fig. 9.

$$(B)\quad u^3 + 3au^2 + \left.\begin{matrix} \dfrac{6(S + r^2 f)}{h} \\ + \dfrac{g(6ac + 3cc)}{h} \\ + \dfrac{q(6ap + 3pp)}{h} \end{matrix}\right\} u \left.\begin{matrix} + \dfrac{6(S + rf^2).l}{h} \\ - \dfrac{g(3ac^2 + 2c^3)}{h} \\ - \dfrac{q(3ap^2 + 2p^3)}{h} \\ - \dfrac{6k(S + r^2 f)\,\text{tang.}\,m.(h+g)}{h} \end{matrix}\right\} = 0;$$

laquelle contient la ſolution du Problème, en ayant égard au poids de la lanterne, & à celui de l'Attique.

IX.

Comme on eſt maître d'augmenter plus ou moins le maſſif $A\varpi$, on peut ſuppoſer que la baſe $A\alpha = Df$, & que ſa hauteur $\alpha\varpi$ eſt donnée. Faiſant donc $Df = A\alpha = t$,

$a\varpi = q$; mettant $S + r^2 f$ pour S; & obſervant que la hauteur du pied-droit eſt maintenant $h + q$ (que je fais $= H$, pour abréger), tandis que tout le reſte demeure d'ailleurs le même; on trouvera, par l'*article V*;

$$(C)\ t^3 + 3at^2 + \left.\begin{matrix} \frac{6(S + r^2 f)}{H} \\ + \frac{g(6ac + 3cc)}{H} \end{matrix}\right\} t \left.\begin{matrix} + \frac{6(S + r^2 f) l}{H} \\ - \frac{g(3ac^2 + 2c^3)}{H} \\ - \frac{6k(S + r^2 f)\text{tang.} m.(h + g)}{H} \end{matrix}\right\} = 0;$$

équation dont on peut faire le plus grand uſage dans la pratique.

X.

Voyons maintenant comment la quantité S doit être déterminée. Nous allons réſoudre ce Problème, en regardant les courbes d'intrados ou d'extrados, comme des ellipſes ou des paraboles; ce qui fait les deux cas les plus ordinaires.

Soient d'abord ACB, acb, deux demi-ellipſes. Suppoſons le demi-axe $OA = a$; le demi-axe $OC = b$; l'abſciſſe $CP = x$; l'ordonnée correſpondante $ZP = y$; le rapport de la circonférence au diamètre $= \Pi$. On aura...... $yy = \frac{aa}{bb}(2bx - xx)$. L'expreſſion de l'élément du ſolide qui ſeroit produit par une révolution entière du ſegment CPZ autour de CP, eſt $\frac{\Pi aa}{bb}(2bx - xx) \times dx$, dont l'intégrale eſt $\frac{\Pi aaxx}{bb}(b - \frac{x}{3})$. Cette intégrale eſt donc la valeur de ſolide CZZ'.

Semblablement, ſi l'on fait $Oa = a'$; $Oc = b'$; $cP = x'$; on trouvera ſolide $cxx' = \frac{\Pi a'^2 x'^2}{b'^2}(b' - \frac{x'}{3})$.

Or, il eſt évident que ſi l'on diviſe par Π, la différence des deux ſolides dont on vient de parler, le quotient ſurpaſſera la quantité qui a été nommée S en général *(art. V)*

du petit ſolide qui ſeroit décrit par le triangle mixtiligne XZx, & auquel on peut ſe diſpenſer d'avoir égard, ſans craindre d'erreur ſenſible. Ainſi

$$S = \frac{d^2 x'^2}{b'^2}\left(b' - \frac{x'}{3}\right) - \frac{d^2 x^2}{b^2}\left(b - \frac{x}{3}\right), \text{ ſenſiblement.}$$

Le joint XZ étant perpendiculaire à la courbe ACB, l'angle qui a été nommé m *(art. V)* eſt égal, ou peut être cenſé égal à celui que la tangente de l'ellipſe au point Z, fait avec la verticale. D'où il ſuit évidemment que

$$\text{tang. } m = \frac{\text{ordonnée}}{\text{ſoutangente}} = \frac{a(b - x)}{b\sqrt{(2bx - xx)}}.$$

Maintenant, il faut ſe déterminer ſur le choix d'une hypothèſe au ſujet des points Z de rupture du dôme. Suppoſons que le point Z ſoit l'interſection de la courbe ACB avec la diagonale OK du rectangle $OCKA$; ce qui eſt ſuffiſamment conforme à l'expérience. Alors on aura la proportion $OC(b)$ $:CK(a)::OP(b - x):PZ\left(\frac{a}{b}\right)\sqrt{(2bx - xx)}$; & par conſéquent, $b - x = \sqrt{(2bx - xx)}$, ce qui donne $x = b\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, & $y = \frac{a}{b}\sqrt{(2bx - xx)} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Connoiſſant x, on aura auſſi x', puiſque $x' = Cc + x$ $= b' - b + b\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = b' - \frac{b}{\sqrt{2}}$.

La quantité qui a été nommée g *(art. V)* peut être cenſée égale à OP; & celle qui a été nommée l peut être cenſée $= AO - ZP$. Ainſi, on a $g = \frac{b}{\sqrt{2}}$; $l = a\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Subſtituant toutes ces valeurs dans l'équation *(C)*, il ne reſtera plus d'inconnue que t.

X I.

Lorſque les courbes ACB, acb ſont des paraboles, ſi tout reſtant d'ailleurs le même, on nomme p le paramètre de la parabole ACB, lequel $= \frac{aa}{b}$; p' celui de la parabole

acb, lequel $= \frac{a^2}{b}$; on aura d'abord Solide $CZZ' = \frac{\Pi p x^2}{2}$; Solide $cxx' = \frac{\Pi p' x'^2}{2}$; $S = \frac{p' x'^2 - p x^2}{2}$; tang. $m = \frac{\sqrt{(px)}}{2x}$.

Ensuite $x = b\,(\frac{3 - \sqrt{5}}{2})$; $x' = b' - b + \frac{b(3 - \sqrt{5})}{2}$ $= b' + \frac{b(1 - \sqrt{5})}{2}$; $g = b - x = b(\frac{\sqrt{5} - 1}{2})$; $l = a - \sqrt{(px)} = a\,[1 - (\frac{3 - \sqrt{5}}{2})]$. D'où l'on voit que dans l'équation (C) tout sera pareillement connu, à l'exception de t.

XII.

Faisons une application de toute cette Théorie. Je prends pour exemple, le dôme de l'église de Sainte Geneviève de Paris, construite par M. Soufflot.

Dans ce dôme, les courbes ACB, acb sont des paraboles; & si l'on mène les cordes AC, CB, le triangle ACB est équilatéral. Chaque côté de ce triangle $=$ 64 pieds; ce qui donne la montée OC $=$ 55,424 pieds, à très-peu-près. La hauteur AD du pied-droit $=$ 44 pieds; la hauteur réduite Ad de l'Attique $=$ 20 pieds; l'épaisseur Aa de la voûte à sa naissance $=$ 3 pieds; & l'épaisseur Cc au sommet $=$ 1 pied 6 pouces. La lanterne se réduit à un cylindre V, qui a pour base un cercle de 15 pieds de diamètre, & pour hauteur, 10 pieds.

D'après ces données, on trouvera (en combinant ensemble les *figures 8 & 9*, & prenant toutes les mesures en pieds linéaires, quarrés ou cubes) $a = 32$; $b = 55{,}424$; $a' = 35$; $b' = 56{,}924$; $p = \frac{a^2}{b} = 18{,}476$

$p' = \frac{a'^2}{b'} = 21,520$; $x = 21,172$; $x' = 22,672$; $g = 34,252$; $l = 12,222$; $h = 44$; $H = 64$; $c = 3$; $2x = 15$; $f = 10$; $S = 1390$; $r^2 f = 562,5$; ſoit $k = 1$. En ſubſtituant toutes ces valeurs dans l'équation générale *(C)* de l'*article IX*, elle deviendra

$$t^3 + 96t^2 + 505,608 . t - 4943,128 = 0.$$

Or, la valeur de t qui ſatisfait à cette équation eſt, à très-peu de choſe près, $t = 4,93$. Les deux autres racines de l'équation ſont négatives & inutiles à conſidérer. Ainſi l'épaiſſeur du pied-droit doit être de 4 pieds 11 pouces environ, pour le ſimple état d'équilibre.

On obſervera que ſi l'on plaçoit le point de rupture *Z* un peu plus haut ou un peu plus bas que nous n'avons fait, il n'en réſulteroit pas de changement ſenſible dans la valeur de t. C'eſt ce qu'on verra facilement par l'examen général des effets que tendent à produire les deux forces *Gf*, *Gq* (figure 8). D'ailleurs, on peut s'en aſſurer directement par le calcul.

M. Soufflot donne 5 pieds 8 pouces d'épaiſſeur aux pieds-droits dans les parties les plus foibles, & 16 pieds auſſi d'épaiſſeur, dans les quatre principales parties qui répondent aux centres des piliers deſtinés à porter le dôme. D'où l'on voit que les pieds-droits auront une réſiſtance plus que ſuffiſante pour ſoutenir la pouſſée du dôme, & que par conſéquent il n'y a pas à douter que cette voûte ne ſoit très-ſolide.

Si toutes les autres dimenſions demeurant d'ailleurs les mêmes, on donnoit 4 pieds d'épaiſſeur à la naiſſance *Aa* de la voûte, 2 pieds d'épaiſſeur au ſommet *Cc*, & 20 pieds de hauteur au cylindre *V* qui repréſente le poids de la lanterne; c'eſt-à-dire, ſi toutes les autres dénominations ſubſiſtant, on faiſoit

$c = 4$; $a' = 36$; $b' = 57,424$; $f = 20$;

on trouveroit l'équation

$$t^3 + 96\, t^2 + 721,879.t - 7826,051 = 0;$$

ce qui donne à peu-près, $t = 5,91$, ou $t = 5$ pieds 10 pouces 11 lignes ſenſiblement.

L'épaiſſeur que M. Soufflot donne aux pieds-droits de ſon dôme ſeroit encore très-ſuffiſante pour ce cas : eu égard à la liaiſon que le mortier produit dans toutes les parties de la maçonnerie, & à l'épaiſſeur de 16 pieds que les pieds-droits auroient dans leurs quatre principaux points d'appui.

XIII.

SCHOLIE. Nous pourrions traiter ici, au ſujet des voûtes en dôme, un Problème analogue à celui qui a été réſolu, pour les voûtes en berceau, dans l'*article XXIII* de la *ſection précédente ;* mais comme dans la pratique il y a peu de cas où l'on pût aſſujettir la forme extérieure de la tour qui ſoutient un dôme, à celle que demanderoit le calcul, je m'abſtiens d'une telle recherche.



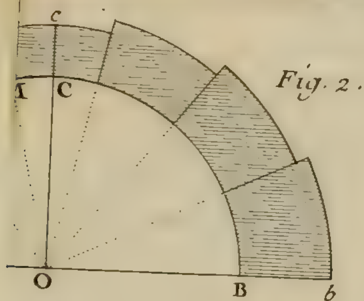


Fig. 2.

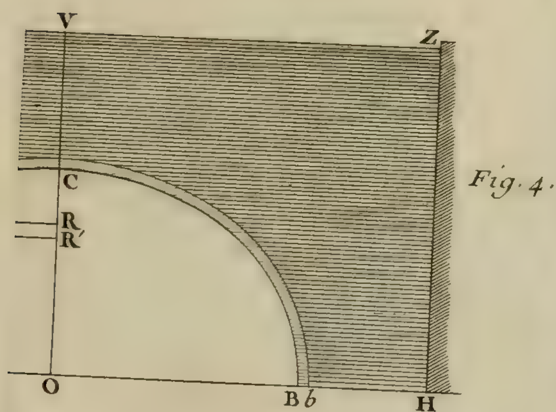


Fig. 4.

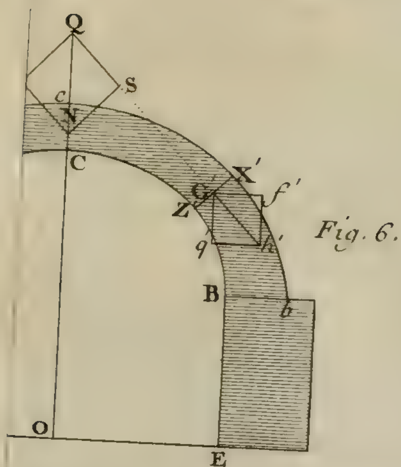
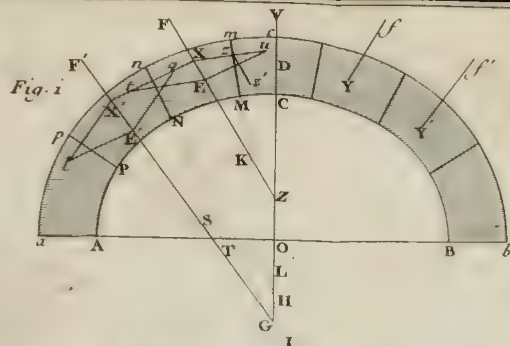
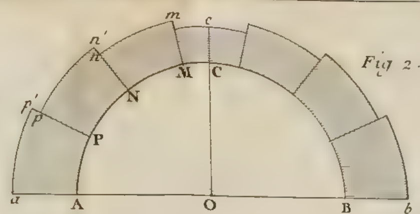
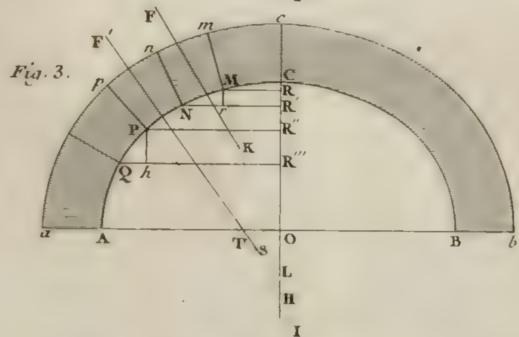


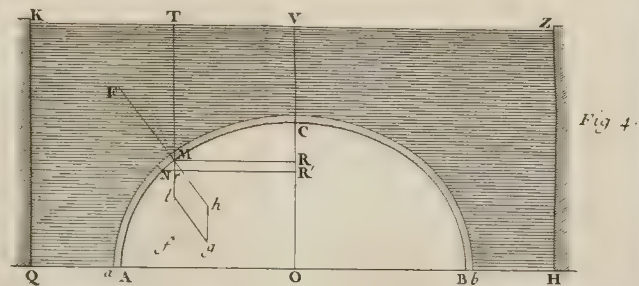
Fig. 6.

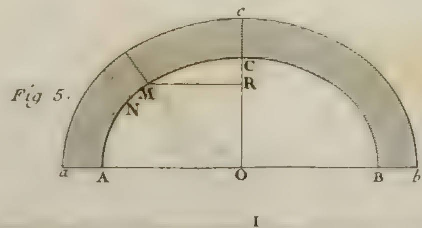
Y. le Gouaz Sculp.

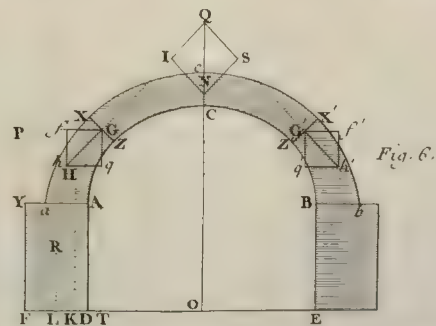




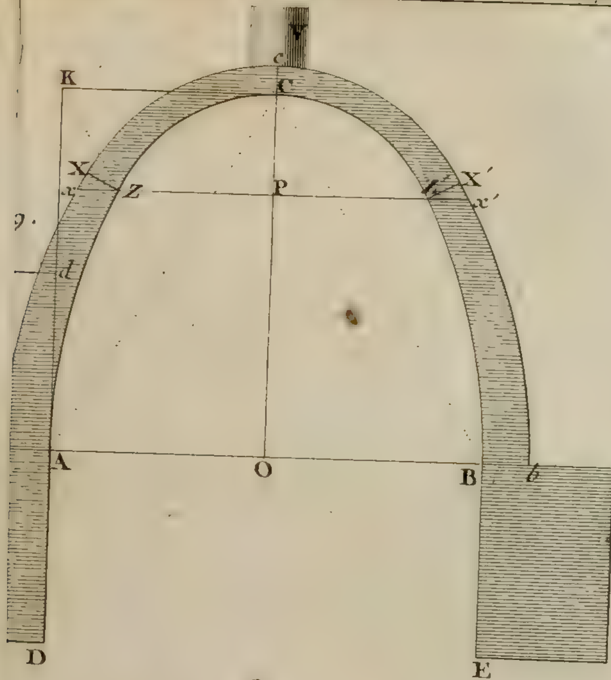


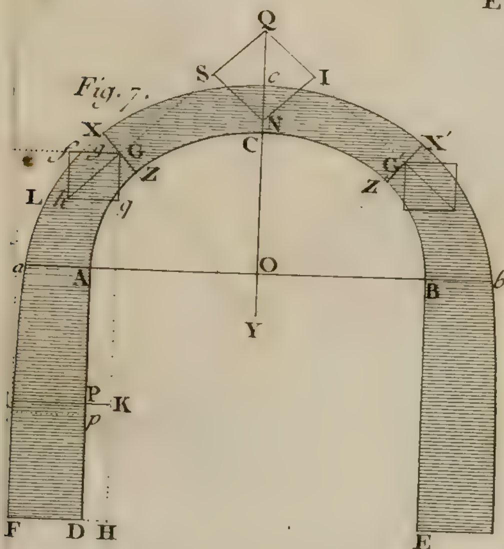






Y. le Gouaz Sculp.





Y. le Gouaz Sculp.

Pl. II.

Fig. 8.

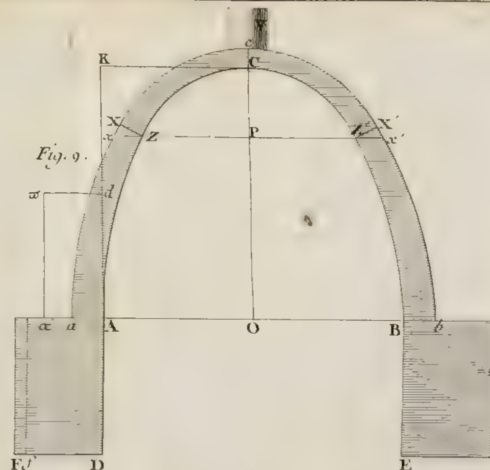


Fig. 9.

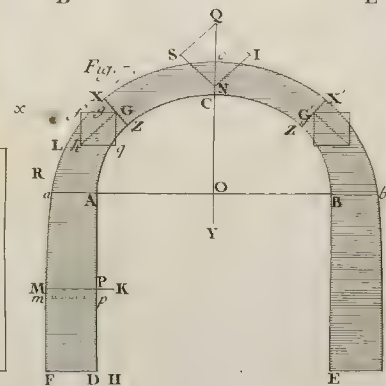


Fig. 7.

Y le Gouaz Sculp.

MÉMOIRE
SUR LES
LEVERS ANTICIPÉS ET COUCHERS
DE VÉNUS,
RELATIVEMENT AU SOLEIL.

Par M. LE MONNIER.

DANS l'Hiſtoire de l'Académie, de l'*année 1753*, il eſt fait mention de quelques levers anticipés de Vénus, qui ſe ſont accrûs ſenſiblement à chaque période de huit ans, depuis le commencement du ſiècle. 12 Février 1774.

Dans le deſſein de travailler aux effets de la réfraction horizontale en d'autres climats, j'ai communiqué l'année dernière à M. l'Abbé Fabroni *, l'uſage qu'on pourroit faire d'une longue durée de l'apparition de cette Planète ſur l'horizon, laquelle à cauſe de ſa latitude boréale, lors de ſa conjonction au Soleil, excède la durée des arcs ſemi-diurnes. Feu M. Borelli, qui invitoit par curioſité à conſtater aux mêmes jours ces durées & levers anticipés, lors de la conjonction inférieure de Vénus, auroit peut-être pu prévoir dans la ſuite quelle utilité l'Aſtronomie retireroit de ces Phénomènes dans les pays ſeptentrionaux; en effet, je trouve qu'il y faudroit même préférer la conjonction ſupérieure, à celle que nous allons obſerver au mois de Mars de cette année-ci : on ſe fixeroit en ce cas, dans le Nord de l'Ecoſſe, en Norwege ou Suède, ou bien en Ruſſie; car aux conjonctions ſupérieures des années 1752, 1760 & 1768, on ne trouve, pour la latitude de Paris, que 7 minutes & demie ou environ, dont Vénus ſe leve plus tôt que le Soleil au mois d'Août, & dont elle s'y couche plus tard aux mêmes jours.

* Chancelier de l'ordre de S.t Étienne, &c.

Mais comme la Planète de Vénus est fort brillante au temps de sa conjonction inférieure au Soleil, lorsqu'elle a une grande latitude, je ne doute pas qu'avec les lunettes achromatiques, on ne puisse distinguer ici cette planète lors de son lever qui précédera le 21 Mars prochain celui du Soleil d'environ 45 minutes, & qui retardera pareillement sur le coucher du Soleil, & cela de huit en huit années.

On sait assez d'ailleurs que les crépuscules les plus courts ne sont pas fort éloignés des équinoxes, & qu'ainsi le trop grand jour ne sauroit effacer la lumière du croissant de Vénus. Or sachant le temps que Vénus doit rester visible sur l'horizon, il ne s'agit que de prendre, au moment qu'elle paroît à l'horizon sensible, son azimuth, lequel est plus facile à reconnoître, à cause du jour avec l'instrument des passages & les objets terrestres, ainsi que la hauteur apparente, pour en déduire les réfractions horizontales. En effet, les levers du Soleil n'y sont pas avantageux, à cause que ses premiers rayons changent l'état de l'atmosphère; en sorte que j'ai été obligé depuis long-temps de me réduire aux simples couchers de cet Astre. On voit par-là l'avantage qu'il y auroit à se servir de la Planète de Vénus.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1773.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Nota. Les Obſervations du baromètre, à commencer du premier du mois de Janvier, ont été faites ſur un baromètre callé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.

JANVIER.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouces*	*lignes*	
1.	O.	½.	1 ½.	— 1.	27.	4	pluvieux & couvert.
2.	O.	0.	1.	0.	27.	5	couvert & nébuleux.
3.	N.	— 1.	1.	1.	27.	7 ½	*idem.*
4.	N. E.	— 2.	— 1.	— 3 ¼.	27.	10 ½	beau temps.
5.	N. E.	— 4.	0.	— 2.	28.		*idem.*
6.	N. E.	0.	2.	0.	28.	1	couvert.
7.	N. E.	— ¼.	1.	— ½.	28.	1 ½	*idem.*
8.	N. E.	0.	1.	½.	28.	1	couvert & brouillard.
9.	S. E.	— 1 ¼.	— 1.	— 1.	28.		couvert.
10.	S. O.	— ¼.	1 ½.	0.	28.	1	brouillard & neige.
11.	O.	— 2 ½.	0.	— 1 ½.	28.	½	grand brouillard, neige & pluie.
12.	S. O.	3.	4.	5 ½	27.	11	bruine.
13.	S. O.	5.	7 ½.	8.	27	10.	brouillard & grande humidité.
14.	S.	8.	9.	8.	27.	7	couvert, bruine & vent.
15.	O.	3.	6 ½.	4 ½.	27.	9 ½	variable & venteux ſans pluie.
16.	S. O.	1.	5.	4.	27.	5	gelée blanche & pluvieux.
17.	S.	3.	7 ½.	8 ½.	27.	1	venteux, pluvieux & gr. humidité.
18.	S. O.	3.	6.	3.	27.	6	grand vent & pluie par ondée.
19.	S.	1.	5 ½.	4.	27.	8 ½	gelée blanche, venteux.
20.	S.	8.	10.	9.	27.	11	bruine & vent.
21.	S. O.	6 ½.	9 ½.	9 ½.	27.	11 ½	couvert, bruine, pluie & vent.
22.	S. E.	6.	8 ½.	9 ½.	27.	9	couvert & pluvieux.
23.	S. O.	6.	7 ½.	6.	27.	8	*idem.*
24.	S. O	6.	10.	7 ½.	27.	8	couvert.
25.	S. O.	6.	10.	10.	27.	10 ½	*idem.*
26.	S.	7.	10.	6.	27.	9	beau avec nuages.
27.	S.	5.	10.	5.	27.	6	gelée blanche, pluie & grand vent.
28.	S. O	5 ½.	6.	5.	27.	7	mat. $27^{p}\ 3^{l}\frac{1}{2}$, couv. pluv. tempête.
29.	O.	4 ½.	5.	2 ½.	28.		beau avec nuages.
30.	S. O	2 ½.	5.	½.	28.		*idem.*
31.	N. E.	0.	1.	½.	28.	1	gelée blanche, beau avec nuages.

Ce mois a été fort variable, le commencement froid, le reste trop doux pour la saison, & très-humide. Le baromètre a été sujet à de grandes variations, & lorsqu'il étoit le plus haut, le ciel étoit couvert.

Pendant la gelée il y avoit beaucoup de canards sur la rivière, qui étant de source, ne gèle presque jamais entièrement, mais ils étoient fort maigres : apparemment qu'ils avoient été obligés d'abandonner un pays plus froid où ils avoient pâti.

Le 22, il a tonné pendant la nuit, & le lendemain on a trouvé toutes les viandes gâtées : ce qui n'est pas ordinaire en cette saison.

Au commencement du mois, on voyoit, à des abris, quelques fleurs de violettes : à la fin, les fleurs de perce-neige & d'ellébore jaune à feuilles de renoncule, étoient hors de terre, sans être épanouies.

Il a tombé pendant ce mois 1 pouce 7 lignes $\frac{32}{48}$ d'eau, ce qui est beaucoup pour un mois d'hiver.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	N. O.	0.	3.	2.	27.	10	gelée blanche, beau temps.
2.	N.	2.	3.	— 2.	27.	11	couvert & pluvieux.
3.	N. E.	— 4¼.	— 2½.	— 5.	28.	3	variable avec neige.
4.	N. E.	— 6¼.	— 2.	— 6.	28.	3	beau temps.
5.	N. E.	— 7¼.	— 2½.	— 3½	28.		*idem.*
6.	E.	— 6¼.	— ½.	— 4½.	27.	10	*idem.*
7.	E.	— 7.	1.	— 4.	27.	8	*idem.*
8.	E.	— 5.	½.	— 3½.	27.	5	*idem.*
9.	O.	— 5½.	0.	— 1.	27.	7	beau avec nuages.
10.	S. E.	— 5½.	0.	— 2.	27.	10	beau avec nuages.
11.	E.	— 3.	3½.	— 1½.	27.	11½	couvert & brouillard, beau le soir.
12.	E.	— 1½.	½.	— 1.	28.		brouillard & givre.
13.	S. E.	— 1½.	0.	— 1.	28.		*idem.*
14.	S. E.	— 1½.	1.	— 1.	28.	1	*idem.*
15.	S.	— 2.	— 6.	— 3½.	28.		couvert.
16.	E.	3.	4.	1½.	27.	10	couvert & grand brouillard.
17.	E.	0.	2.	0.	27.	9	*idem.*
18.	E.	— ½.	1½.	½.	27.	9	givre & brouillard toute la journée.
19.	E.	— ½.	2.	0.	27.	9½	couvert & brouillard.
20.	S. O.	½.	6.	3½.	27.	9	beau & venteux.
21.	S.	5.	6.	3½.	27.	8	pluie, vent & grêle.
22.	S.	3.	4.	4.	27.	5	grande pluie par averses.
23.	S.	6.	8½.	7.	27.	2	pluie & grand vent de tempête.
24.	S. O.	4.	7.	2.	26.	11¼	le mat. le soir 27^{po} 4^{l}, venteux.
25.	O.	2.	8½.	3½.	27.	8	beau avec nuages.
26.	O.	3½.	9½.	5.	27.	7	grand vent & pluie par ondées.
27.	S. O.	3.	9½.	5½.	27.	9	beau avec nuages.
28.	S. O.	3.	9.	6.	27.	10½	couvert.

Pendant ce mois, qui a été très-beau, il a presque toujours gelé, & on a fait peu d'ouvrages à la campagne, pas même de voitures, parce que dans le commencement de la gelée les chemins étoient trop rudes, & que sur la fin la terre ne portoit plus. Ce froid est venu fort à propos pour arrêter la végétation, car les blés étoient trop forts; dans les bonnes terres ils faisoient des touffes comme du gazon, & ils commençoient à jaunir dans les terres légères.

Les arbres fruitiers entroient aussi en sève; il y avoit aux abris quelques boutons d'abricotiers & de pêchers qui étoient rouges, & qui ont été gelés. Dans les potagers les artichaux qui avoient poussé vigoureusement sous leurs couvertures ont été gelés. Il n'est tombé pendant ce mois qu'un pouce $\frac{40}{48}$ de ligne d'eau.

MARS.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.			Barom.	État du ciel.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.		
1.	S.	3.	11.	9.	27. 9	couvert & venteux.
2.	S. E.	6.	11.	6½.	27. 10	beau & couvert.
3.	E.	4.	13.	8.	27. 7½	beau temps.
4.	S.	5.	12½.	8½.	27. 8	beau & couvert.
5.	N. E.	5½.	13½.	9.	27. 10½	beau avec nuages.
6.	N.	6½.	7.	2½.	28.	couvert.
7.	N. E.	½.	6.	2½.	27. 11	gelée, beau avec nuages.
8.	E.	0.	5.	0.	27. 9	beau avec nuages & vent.
9.	N. E.	½.	6½.	3.	27. 9	gelée, beau avec vent.
10.	E.	3.	9.	8.	27. 9	variable avec bruine.
11.	E.	4.	10.	3.	28.	beau temps.
12.	E.	½.	7½.	1½.	28. ½	gelée à glace, beau avec vent.
13.	E.	— ½.	7.	2.	27. 10½	beau & venteux.
14.	N. E.	½.	4½.	2.	27. 9	couvert & venteux.
15.	N.	1.	5½.	2½.	27. 10	gelée, couvert & nébuleux.
16.	N.	2.	7.	4.	28.	couvert & nébuleux.
17.	N.	3.	9½.	3.	28.	beau avec nuages.
18.	N.	½.	9.	3.	28.	gelée à glace, beau temps.
19.	N. E.	— 1.	9.	2.	27. 11½	*idem.*
20.	S. E.	— ½.	12.	5.	27. 10	*idem.*
21.	N.	1.	11.	5.	27. 11	beau avec nuages.
22.	E.	2.	11.	5½.	27. 11½	*idem.*
23.	E.	2¼.	14.	7.	27. 11½	beau temps.
24.	E.	3½.	16½.	9½.	27. 11½	*idem.*
25.	O.	5.	17.	9½.	27. 10	*idem.*
26.	N. E.	5.	13.	4.	27. 10	beau avec nuages.
27.	N.	½.	7½.	1.	28.	gelée, beau & vent froid.
28.	N. E.	— 1½.	7½.	1.	28.	beau avec nuages.
29.	E.	— 1½.	6½.	1½.	27. 11½	beau & venteux.
30.	N. E.	— 1.	7.	0.	27. 10	*idem.*
31.	N.	— 2.	7½.	5.	27. 8½	beau & couvert.

Ce mois a toujours été froid, ce qui a retardé la végétation & a fait du bien aux blés en faisant rougir les feuilles qui étoient trop abondantes, & qui auroient été en danger de périr par le hâle & la chaleur.

Les premiers jours du mois, les ellébores jaunes & la perce-neige étoient en pleine fleur. Il y avoit quelques boutons à fruit du poirier qui commençoient à blanchir. Le 15, la violette étoit commune. Le 20, les abricotiers & beaucoup de pêchers étoient en fleur. Le 21, les jacinthes & les oyaux commençoient à fleurir.

Depuis le 20, les abeilles sortoient dans le haut du jour pour aller faire des récoltes de cire & de miel. Depuis le dégel, on travailloit à semer les mars; le 24, on demandoit de l'eau pour les faire lever.

Le 25, les blés étoient fort beaux & bien verts, mais on se plaignoit d'une grande quantité de mulots. Ce même jour, on a vu des hirondelles. Les Laboureurs continuoient à demander de la pluie pour faire lever les avoines, & on travailloit à tailler la vigne.

Il n'est tombé pendant ce mois que $\frac{40}{48}$ de ligne d'eau, ce qui est un mois très-sec, & pendant les trois mois d'hiver il n'en est tombé que deux pouces sept lignes & demie; ainsi, on peut dire que l'hiver a été sec : cependant, comme il a beaucoup plu dans différens pays, il y a eu plusieurs crûes d'eau dans nos rivières.

AVRIL.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	N.	3.	3 ½.	½.	27.	7	le matin, 27p 5l, giboulées.
2.	O.	— ½.	4 ½.	2 ½.	27.	5 ½	beau avec nuages.
3.	O.	1.	6 ½.	3 ½.	27.	4	couvert.
4.	S. O.	5.	10 ½.	9.	27.	4	variable avec bruine & vent.
5.	S. O.	6.	10.	6.	27.	4	grand vent & pluie par ondées.
6.	S. O.	6.	9.	3 ½.	27.	7 ½	variable avec vent & pluie froide.
7.	O.	3.	9.	2 ½.	27.	10 ½	*idem.*
8.	S.	2.	5.	5 ½.	27.	10	pluie & vent.
9.	N. E.	3.	12 ½.	7.	27.	11	beau temps.
10.	E.	5.	15 ½.	7.	27.	11	beau avec nuages.
11.	S. O.	7.	15.	8.	27.	9	*idem.*
12.	O.	7.	10 ½.	4.	27.	9 ½	beau & venteux avec nuages.
13.	S. O.	3.	9 ½.	7.	27.	7 ½	gelée blanche, variable & pluvieux.
14.	S. O.	6.	10.	7 ½.	27.	5	variable ſans pluie.
15.	S.	7.	10 ½.	7.	27.	4 ½	variable avec grêle, vent & tonner.
16.	N. O.	5.	11.	7.	27.	8	variable, avec pluie.
17.	N. O.	6 ½.	12.	7 ½.	27.	11	variable ſans pluie.
18.	S. O.	4 ½.	11 ½.	9 ½.	27.	10	variable avec pluie.
19.	O.	7.	13.	6.	27.	11	beau avec nuages.
20.	S. O.	7.	16.	8 ½.	27.	11	*idem.*
21.	S. O.	7 ½.	18.	12.	28.		beau temps.
22.	N.	9 ½.	15.	8 ½.	28.	2	*idem.*
23.	N. E.	5.	14 ½.	6 ½.	28.	2	*idem.*
24.	N.	6.	13.	6 ½.	28.	1	beau avec nuages.
25.	N. O.	4 ½.	9 ½.	4 ½.	27.	11	beau temps, vent froid, gelée blanch.
26.	N.	4.	10 ½.	4 ½.	27.	11	*idem.*
27.	N. E.	4 ½.	9 ½.	8 ½.	27.	11 ½	couvert & venteux.
28.	N E.	5.	11 ½.	9 ½.	27.	11	beau avec nuages.
29.	N. E.	7.	12.	6 ½.	27.	10	*idem.*
30.	S.	7 ½.	12.	10 ½.	27.	8	couvert

Ce mois

Ce mois a été froid, puiſque le 2 il a gelé à glace; que juſqu'au 8 il a gelé blanc tous les jours, & qu'il a encore gelé blanc dans le courant du mois; mais comme le Soleil ne paroiſſoit pas de bonne heure, la gelée n'a pas fait grand tort. Il y a eu ſeulement quelques fleurs de pêchers du côté du Soleil qui ont été gelées.

Les petites pluies par ondées qu'il a fait, ont été très-avantageuſes pour faire lever les avoines.

Le 11, jour de Pâques, on a vu le matin les premières hirondelles, le ſoir à quatre heures, on en a vu un plus grand nombre; elles ont diſparu juſqu'au 15 qu'on en a vu ſur les cheminées, mais on ne voyoit point les martinets qui font leur nid dans nos étables. On n'avoit point encore entendu chanter le coucou, & la vigne n'étoit pas plus avancée qu'à Noël; il y avoit encore quelques pêchers en plein vent qui ne faiſoient qu'entrer en fleur, ils avoient peu ſouffert de la gelée.

Le 15 au ſoir, on entendit chanter le roſſignol. Les charmilles commençoient à avoir un œil de verdure.

A la fin du mois les vignes n'étoient pas encore avancées, les terres étoient très-sèches, tous les grains, ſur-tout les avoines dernières ſemées avoient grand beſoin d'eau.

Il y a eu une maladie épidémique qui a fait périr beaucoup de pauvres gens, dans quelques Paroiſſes du voiſinage.

Il n'eſt tombé pendant ce mois, qu'un pouce $\frac{12}{48}$ de ligne d'eau, ce qui eſt fort peu pour le mois d'Avril.

MAI.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouces*	*lignes*	
1.	O.	8½.	13.	7.	27.	7½	couvert & venteux.
2.	S. O.	5.	12.	6.	27.	8	nébuleux & pluvieux.
3.	N.	4½.	12½.	4.	27.	9	nébuleux.
4.	E.	5.	12.	7.	27.	9	nébuleux avec pluie froide.
5.	N.	4.	11.	4½.	27.	9½	nébuleux & venteux.
6.	S.	4.	12.	7.	27.	6½	venteux, nébuleux.
7.	N.	5½.	11.	4.	27.	9	pluvieux & venteux.
8.	S. O.	5.	14.	9.	27.	9½	beau avec nuages.
9.	S.	9.	18.	12.	27.	7	variable avec tonnerre.
10.	S.	10.	14.	7½.	27.	6	variable & pluvieux.
11.	S. O.	7½.	9.	7.	27.	8½	variable le soir, grande pluie.
12.	O.	5½.	9½.	6½.	27.	11.	beau & nébuleux.
13.	E.	5.	13.	10.	27.	8½	beau avec nuag. le mat. gelée à glac.
14.	S. O.	10.	19.	14.	27.	6	nébuleux & pluvieux.
15.	S.	10.	16.	11.	27.	7	nébuleux & vent forcé.
16.	S. O.	9½	16.	11½.	27.	9	beau avec nuages.
17.	S.	11.	21.	16.	27.	7½	variable avec pluie & tonnerre.
18.	S.	15.	23.	15.	27.	7	couvert, pluie & tonnerre.
19.	O.	15.	19½.	15½.	27.	4	couvert & pluvieux, tonnerre.
20.	S.	12.	14.	10.	27.	7½	venteux, couvert & pluvieux.
21.	S.	10.	16½.	13.	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
22.	S. O.	12.	16½.	13.	27.	8	*idem* avec nuages.
23.	S. E.	11½.	17.	12½.	27.	7	*idem.*
24.	O.	10.	17.	11.	27.	6	couvert, pluie & tonnerre.
25.	S. O.	10.	14.	9½.	27.	6½	pluvieux par averses.
26.	S. O.	9½.	16.	10.	27.	9½	*idem* avec nuages.
27.	S. O.	10.	12.	10.	27.	9	couvert & venteux.
28.	O.	10.	15.	9½.	28.		beau avec nuages.
29.	N.	9.	14.	11.	28.	½	brouillard le matin, beau temps.
30.	N. E.	9½.	16.	13½.	28.	1	nébuleux.
31.	N. E.	10.	19½.	14.	27.	11	beau temps.

Ce mois a été très-froid, il a gelé presque tous les matins, la gelée du 13 a fait beaucoup de tort aux fruits à noyau, & a endommagé beaucoup de vignes. Depuis le milieu du mois, il n'a plus gelé, mais le temps a été pluvieux & humide; on a souvent été obligé d'allumer du feu les soirs, & même pendant le jour.

Le 1.er on a entendu chanter les cailles, & le coucou a chanté tous les matins jusqu'au 15, qu'il a subitement cessé de chanter, sans doute parce que ses petits étoient éclos. Le 8, on entendit le loriot.

Le 10, il y avoit encore des tilleuls de forêts en boutons & qui n'avoient pas de feuilles. Les pommiers étoient en fleur, il y en avoit beaucoup que les chenilles avoient attaqués.

On voyoit peu de hannetons; les hirondelles commençoient à faire leur nid.

Le 22, les cerisiers des bois, les arbres de Judée & les cytises étoient en pleine fleur.

Les vignes qui n'avoient point été gelées avoient beaucoup de raisin.

Il a tombé 2 pouces 7 lignes $\frac{22}{48}$ de ligne d'eau, ce qui a fait grand bien aux avoines, aux orges & aux gros légumes, tels que les pois, vesces, féves, &c.

JUIN.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	E.	14.	20.	18.	27.	8	beau temps.
2.	S.	17.	24.	15 $\frac{1}{2}$.	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
3.	N.	15.	12 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{1}{2}$.	27.	8	variable avec grande pluie.
4.	N.	8.	14.	9.	27.	10	beau temps. Il a gelé.
5.	N.	9.	16.	11 $\frac{1}{2}$.	27.	10	nébuleux.
6.	N. O.	10 $\frac{1}{2}$.	16.	11 $\frac{1}{2}$.	27.	10	*idem.*
7.	N. O.	10.	18.	14.	27.	9	*idem.*
8.	N.	13.	19.	10 $\frac{1}{2}$.	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
9.	N. E.	9 $\frac{1}{2}$.	19.	11.	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau temps. Il a gelé.
10.	N.	10 $\frac{1}{2}$.	19.	14 $\frac{1}{2}$.	27.	11	beau avec nuages.
11.	N. O.	13.	18.	14.	27.	9	variable & couvert sans pluie.
12.	E.	13.	21.	14.	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau temps.
13.	E.	15.	22 $\frac{1}{2}$.	17.	27.	5	venteux & tonnerre.
14.	E.	15.	21 $\frac{1}{2}$.	11.	27.	6 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
15.	S. O.	11 $\frac{1}{2}$.	20.	15 $\frac{1}{2}$.	27.	8	beau temps.
16.	S. O.	16 $\frac{1}{2}$.	21.	15 $\frac{1}{2}$.	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
17.	E.	14.	18 $\frac{1}{2}$.	12 $\frac{1}{2}$.	27.	7	couvert, pluie & tonnerre.
18.	S. O.	12.	16.	10 $\frac{1}{2}$.	27.	9 $\frac{1}{2}$	variable & couvert sans pluie.
19.	S. O.	10 $\frac{1}{2}$.	15.	9.	27.	11 $\frac{1}{2}$	variable avec vent & tonnerre.
20.	N.	9 $\frac{1}{2}$.	13.	14.	28.	$\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
21.	O.	11.	19.	13 $\frac{1}{2}$.	27.	11 $\frac{1}{2}$	*idem.*
22.	E.	14.	21.	13 $\frac{1}{2}$.	27.	11	beau & nébuleux.
23.	E.	14.	22.	15 $\frac{1}{2}$.	27.	11	*idem.*
24.	S. O.	14 $\frac{1}{2}$.	24 $\frac{1}{2}$.	15.	27.	10 $\frac{1}{2}$	variable avec tonnerre & petite pluie.
25.	O.	13 $\frac{1}{2}$.	18.	12 $\frac{1}{2}$.	27.	10 $\frac{1}{2}$	variable sans pluie.
26.	S.	11 $\frac{1}{2}$.	12.	8 $\frac{1}{2}$.	27.	4	pluvieux tout le jour.
27.	S. O.	9 $\frac{1}{2}$.	15.	11.	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
28.	S. O.	12.	14.	12.	27.	8	variable sans pluie.
29.	S. O.	12.	16.	12.	27.	8	nébuleux & brouillard.
30.	S.	12 $\frac{1}{2}$.	18.	12.	27.	6 $\frac{1}{2}$	variable & couvert avec pluie.

Ce mois a été très-variable & nébuleux, il a gelé plusieurs fois, & l'on a encore souvent été obligé de se chauffer.

Les blés n'étoient pas hauts, l'épi étoit petit, & toute la campagne étoit encore verte; ce temps n'étoit favorable qu'aux menus grains; le blé d'élite valoit de vingt-trois à vingt-cinq livres dix sous le sac, qui est le setier de Paris. Le vin ne se vendoit que quarante-cinq à quarante-huit livres le tonneau, cependant on ne voyoit point de Marchands; les orangers étoient en pleine fleur, mais le temps n'étoit pas favorable pour la cueillir.

On n'a pas vu de cerises avant le 20, & il y en avoit peu dans le pays. Les fraises ont paru à la fin du mois.

Le 2, on a entendu le coucou qui n'avoit point chanté depuis le 16 Mai. Le 15, on a cessé d'entendre le rossignol.

Il est tombé 3 pouces $\frac{20}{48}$ de ligne d'eau.

JUILLET.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S. O.	11½.	13½.	11.	27.	8	pluvieux.
2.	N. O.	11½.	16.	11.	27.	11	variable avec pluie.
3.	O.	11½.	16.	12.	28.	½	*idem* sans pluie avec tonnerre.
4.	O.	11.	17½.	11.	27.	11½	beau avec nuages.
5.	N. O.	11.	16½.	8½.	27.	9	variable avec nuages & ondées.
6.	N. O.	9½.	14.	9½.	27.	10½	*idem.*
7.	S. O.	11.	18.	13.	27.	11	couvert.
8.	S.	12½.	14.	10½.	27.	9½	variable avec pluie.
9.	N. O.	11½.	16.	11.	27.	10½	beau avec nuages.
10.	N. E.	12½.	18.	11½.	28.	1	*idem.*
11.	N. E.	13.	20.	14½.	28.	2	*idem.*
12.	E.	15.	22½.	15.	28.	1	beau avec brouillard.
13.	E.	15½.	24.	17½.	27.	9½	*idem* avec vent & brouillard.
14.	O.	17½.	25½.	17.	27.	8½	pluie, grêle & fort tonnerre.
15.	N. E.	14.	19.	14.	28.		beau avec nuages.
16.	E.	14½.	20.	14½.	28.		beau temps.
17.	E.	16.	23.	19½.	27.	9	beau & couvert.
18.	S.	18.	20½.	14½.	27.	10	variable avec tonn. ondées & pluie.
19.	S. O.	15.	19.	14½.	27.	11	*idem* avec pluie.
20.	S.	14½.	21.	15½.	27.	9½	beau avec nuages.
21.	S. O.	14½.	20½.	13.	27.	9½	variable avec pluie.
22.	N.	13.	20.	15.	27.	9½	beau avec nuages.
23.	N. E.	15.	21.	13½.	27.	11	*idem.*
24.	N. E.	15.	21.	15½.	27.	11½	*idem.*
25.	N. E.	14.	22.	15.	28.		*idem.*
26.	N.	14.	22.	15½.	27.	10	*idem.*
27.	O.	14.	17½.	11½.	27.	10	variable avec vent & pluie.
28.	S. O.	11.	15½.	12.	27.	10½	*idem* avec pluie.
29.	S. O.	12.	16.	11.	27.	10½	*idem.*
30.	S. O.	11.	16.	10.	27.	8½	variable avec vent & pluie.
31.	S. O.	12.	17.	12½.	27.	11	nébuleux.

Il y a eu au commencement de ce mois quelques fleurs d'orange. Le 10, on mangeoit encore des fraiſes qui étoient fort bonnes. Le 14, on a ſervi des abricots précoces qui ne quittent point le noyau, dont pluſieurs étoient fendus & pourris à moitié. Le 17, on ſervit les abricots ronds & précoces qui quittent le noyau, qui ſont beaucoup meilleurs que les précédens. On ſervit auſſi les prunes jaunes, dites jaunes hâtives. Le 19, on ſervit l'avant-pêche blanche, avec les groſeilles rouges en grappes.

Le 20, la fleur d'orange étoit ſur ſa fin, elle a été tardive, mais il y a eu beaucoup de fleurs. Depuis quelques jours on ne voyoit plus de ceriſes au marché. On a commencé le même jour, la moiſſon des ſeigles, & on a fini la récolte des foins qui ont été ſerrés en bon état.

Le 30, on a ſervi la double de Troies ou la petite mignone.

Les vignes n'avoient pas belle apparence, ſur-tout les fromentés dont les grappes tomboient. Dans les gouas il y avoit des grains de toute groſſeur.

Quoiqu'il ne ſoit tombé, pendant ce mois, que 1 pouce 8 lignes $\frac{44}{48}$ d'eau, il peut paſſer pour humide, parce qu'il n'y a point eu d'averſe, & qu'il a plu tous les jours.

AOUST.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	O.	11.	18.	12.	27.	11 ½	beau avec nuages.
2.	O.	12 ½.	18.	14.	28.		variable & couvert ſans pluie.
3.	N. E.	13.	19.	13.	28.		beau & venteux.
4.	E.	12.	20.	14.	27.	10	beau temps.
5.	E.	13.	20 ½.	15.	27.	10	*idem.*
6.	E.	14 ½.	22.	13.	27.	10	beau & venteux.
7.	N. E.	13 ½.	21.	14.	27.	11 ½	beau temps.
8.	N.	12 ½.	21 ½.	22.	28.		*idem.*
9.	E.	14.	15.	16.	27.	11	beau & venteux.
10.	S. O.	14 ½.	23 ½.	20.	27.	11	beau temps.
11.	N. O.	15 ½.	26.	17.	28.		*idem.*
12.	S. E.	15.	25 ½.	19.	27.	11 ½	*idem.*
13.	S. E.	17 ½.	27.	20.	27.	10	*idem.*
14.	S. O.	18.	28 ½.	21.	27.	9	beau temps; tonnerre au loin.
15.	O.	14.	28 ¾.	16.	27.	9 ½	pluie & tonnerre.
16.	S. O.	13.	23 ½.	16.	27.	9	couvert & bruine.
17.	O.	13.	22.	14.	27.	9	beau avec nuages.
18.	E.	13 ½.	20.	14.	27.	2	venteux; le ſoir orage de pluie & ton.
19.	O.	14.	18 ½.	11.	27.	8 ½	grand vent & pluie par ondées.
20.	N. O.	10 ½.	14 ½.	11 ½.	27.	9 ½	beau avec nuages.
21.	E.	11.	15.	11.	27.	11	pluvieux le matin.
22.	E.	10.	13 ½.	11 ½.	28.	½	beau avec nuages.
23.	N. E.	9 ½.	17 ½.	13 ½.	28.	½	*idem.*
24.	E.	10.	19.	13.	27	10 ½.	beau temps.
25.	S. O.	11.	19 ½.	14.	27.	10	*idem.*
26.	S. O.	11 ½.	20.	15 ½.	27.	10	*idem.*
27.	S. O.	13 ½.	22.	13.	27.	9 ½	variable & couvert avec grand vent.
28.	O.	11 ½.	17.	11 ½.	27.	10 ½	beau & nébuleux.
29.	E.	11.	18 ½.	12 ½.	27.	10	beau temps.
30.	E.	10.	20.	14 ½.	27	8 ½.	*idem.*
31.	S. O.	14.	20.	15.	27.	9	beau & couvert.

Les

Les Fermiers ont commencé la moiſſon des froments le 2 de ce mois; ils n'étoient pas d'une belle couleur ſur pied: la paille, au lieu d'être blonde, étoit rouge-brun. Le temps a été très-favorable juſqu'au 18 qu'il eſt ſurvenu un orage conſidérable, beaucoup de tonnerre & de pluie, ce qui a fait interrompre la moiſſon pendant quelques jours.

Le 25, on a achevé d'entrer les blés, la plupart ont été ſerrés très-ſecs. Les bonnes terres n'ont pas produit, à beaucoup près, autant que les médiocres, mais comme il y a plus de médiocres terres que de bonnes, la récolte en général a été aſſez bonne.

Vers la fin du mois, on a commencé à ſerrer les avoines.

Il eſt tombé pendant ce mois, 2 pouces 5 lignes $\frac{41}{48}$ d'eau, ce qui n'eſt qu'une quantité ordinaire pour le mois d'Août: mais comme de cette quantité il en eſt tombé 2 pouces $\frac{35}{48}$ de ligne par l'orage du 18, preſque toute la moiſſon a été très-sèche.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	S. O.	13.	20.	13.	27.	9½	variable & couvert.
2.	S. O.	11.	19.	13.	27.	10	couvert, tonnerre au loin, ondées.
3.	S. O.	12.	19.	14.	27.	10	beau avec nuages.
4.	S. O.	13.	21.	15.	27.	9½	nébuleux, le ſoir il éclaire.
5.	S. E.	13.	19.	14½.	27.	7½	*idem*, tonnerre à l'oueſt.
6.	S. O.	15.	18.	12.	27.	9	variable, pluie, vent, tonn. au loin.
7.	N. O.	10½.	20.	14½.	27.	6½	beau avec nuages, le ſoir il éclaire.
8.	S. O.	13.	15½.	11½.	27.	4	grand vent & pluie par ondées.
9.	S. O.	11.	17.	11½.	27.	10	beau avec nuages & vent.
10.	S.	11.	17½.	12½.	27.	10½	*idem* avec vent.
11.	O.	13.	17.	11.	28.		variable avec bruine.
12.	E.	10.	19.	13.	27.	9½	beau temps.
13.	S. O.	13.	19.	12½.	27.	9	variable avec vent.
14.	O.	10.	15½.	10½.	28.	1	couvert.
15.	S. O.	8.	16½.	15.	27.	11½	beau & venteux.
16.	S. O.	10.	17.	11.	27.	9	beau avec nuages.
17.	S.	11½.	17½.	13½.	27.	8½	beau & venteux.
18.	S. O.	11.	14.	11.	27.	11	variable avec pluie.
19.	S.	8½.	17½.	11.	28.		beau temps.
20.	S. O.	8½.	19.	14.	27.	11	beau & nébuleux.
21.	S. O.	11½.	23½.	16.	27.	6	beau avec vent.
22.	S. O.	14.	14.	9½.	27.	10	variable & venteux.
23.	S. O.	5.	15½.	8.	27.	9	beau temps.
24.	S.	9.	13.	10.	27.	7	variable ſans pluie.
25.	S. O.	9.	12.	9.	27.	9	variable.
26.	S. O.	6.	12.	10.	27.	7½	gelée blanche, beau & nébuleux.
27.	O.	8½.	15.	9.	27.	10½	beau temps, *aurore boréale.*
28.	S. O.	5½.	14½.	7.	28.		grand brouillard, beau temps.
29.	E.	4½.	16.	10.	28.		gelée blanche, beau temps.
30.	S. E.	5.	16.	9.	28.		beau temps.

Ce mois a été fort beau & ſec ; il n'eſt tombé que neuf lignes $\frac{20}{48}$ d'eau, dont cinq lignes $\frac{36}{48}$ par une ondée qui a tombé le 8. Il a gelé pluſieurs fois, & il faiſoit chaud ſur le haut du jour. On a travaillé, pendant tout le mois, à donner les labours à demeure. On ſervoit encore des melons aſſez beaux, mais qui n'avoient pas de qualité.

Le 2 & le 3, les Fermiers ont achevé de lever leurs avoines.

Le 27, les raiſins des vignes étoient moitié tournés. Ceux qui avoient commencé leurs vendanges, ont reçu ordre des Juges, de l'interrompre à cauſe du beau temps; cependant, comme il a gelé à glace les derniers jours du mois, les vignes commençoient à ſe dépouiller.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouces*	*lignes*	
1.	S. O.	7½.	16½.	10½.	27.	10	beau temps.
2.	S. O.	8½.	16½.	12.	27.	8½	variable avec bruine.
3.	S.	10½.	14½.	13.	27.	6	variable avec pluie & vent.
4.	S. O.	13.	14.	10.	27.	3	couvert, pluvieux & venteux.
5.	O.	7.	10½.	7.	27.	9	variable avec pluie & vent.
6.	S.	5.	13.	10.	27.	8	variable & pluvieux.
7.	O.	9.	14½.	10½.	27.	10	variable & pluvieux par ondées.
8.	S. E.	8.	14½.	9½.	27.	10	beau avec nuages.
9.	S.	9.	14½.	9½.	27.	9½	variable, couvert & bruine.
10.	S. O.	8.	14½.	10.	27.	10	pluvieux.
11.	S. O.	6.	15½.	8.	28.	½	beau avec nuages.
12.	S.	7.	13½.	11½.	27.	11½	couvert & pluvieux.
13.	S. O.	7.	11½.	5.	27.	11½	couvert.
14.	O.	4.	12.	7½.	28.	1	beau avec nuages.
15.	E.	4.	12.	6½.	28.	1	brouillard & gelée.
16.	S.	3½.	12.	8.	28.		beau temps, gelée à glace.
17.	S.	6.	16.	10.	27.	10½	beau temps.
18.	S.	8.	11½.	11.	28.	10	*idem.*
19.	N. E.	10.	12.	6.	28.	1	variable & nébuleux.
20.	N. E.	4.	10.	5.	28.		gelée blanche, beau temps.
21.	E.	3.	11½.	6.	27.	10	*idem.*
22.	E.	7.	17.	11.	27.	11	beau temps.
23.	S.	9.	17.	11.	27.	11	*idem.*
24.	S.	8½.	18.	12.	27.	11	*idem.*
25.	S.	10.	17½.	12½.	27.	11	*idem.*
26.	S.	9½.	16.	12½.	27.	9½	beau & venteux.
27.	S. O.	10.	18½.	15.	27.	8	beau avec nuages.
28.	S. O.	10.	13.	8.	27.	10	variable & nébuleux avec pluie.
29.	S. O.	10.	12.	9.	27.	8	pluvieux.
30.	S. O.	9½.	10½.	7.	27.	5½	pluvieux & venteux.
31.	S. O.	6.	9½.	6½.	27.	6	beau avec nuages.

On a fait les ſemences pendant ce mois par un temps très-favorable, la terre n'étoit humide qu'autant qu'il falloit pour faire lever le grain ; & à la fin du mois, il ne reſtoit plus que peu de terres à enſemencer.

Les ſafrans ont peu fleuri, & il n'y en avoit preſque plus au milieu du mois.

La verdure a été très-belle cette année, & a duré long-temps, parce qu'il eſt ſouvent tombé de petites pluies, & qu'il n'y a eu ni chenilles ni hannetons : cependant à la fin du mois, les feuilles de preſque tous les arbres étoient tombées, excepté celles des ormes qui conſervoient encore leur verdeur.

Les corneilles ont pris poſſeſſion de la campagne.

Le 7, on voyoit encore les ſoirs quelques hirondelles ; mais la plus grande partie avoit quitté le pays.

Le 11, on a commencé la vendange dans le vignoble, & on a achevé de couper les raiſins le 14. Le 15, on a commencé nos vendanges par un très-beau temps.

Le 18, on a ſerré les orangers.

Le 22, on a foulé les cuves, la vendange n'a pas beaucoup bouilli, mais l'écume étoit fort rouge.

Le 23, on a commencé à tirer les cuves, qui avoient été foulées la veille ; le vin avoit une aſſez belle couleur, mais moins foncée qu'elle n'a les années chaudes ; il avoit peu de verdeur, mais il étoit âcre, ce qui ſe tourne en force.

Il n'eſt tombé pendant ce mois, que 2 pouces 2 lignes $\frac{38}{48}$ d'eau.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouces	lignes	
1.	N. O.	4.	9½.	5.	27.	9	variable avec pluie & vent.
2.	S. O.	4½.	8½.	8.	27.	8½	nébuleux.
3.	S.	7½.	9½.	9½.	27.	5	pluvieux & venteux.
4.	S. O.	7.	9½.	7.	27.	7½	couvert.
5.	N. O.	7.	8.	5½.	27.	9	variable avec pluie.
6.	S. O.	5½.	9½.	9.	27.	7	*idem.*
7.	S.	9.	12.	10.	27.	3	variable avec pluie & vent.
8.	S. O.	7.	10.	10.	27.	1½	*idem.*
9.	S. O.	8½.	11.	8½.	27.	2	mat. ½, grand vent, temps couvert.
10.	S.	5.	9.	7.	27.	4	variable avec pluie & vent.
11.	S.	7.	10.	9.	26.	11½	pluvieux, couvert & vent forcé.
12.	S. O.	7½.	9.	6.	26.	6½	le soir 27^{po} ½, pluie & vent de temp.
13.	O.	5.	8.	5.	27.	6	beau & nébuleux.
14.	S. O.	4½.	9.	5.	27.	9	*idem.*
15.	S. O.	5.	7½.	4½.	27.	7	pluie & grand vent.
16.	O.	3½.	6½.	3½.	27.	8½	beau & venteux.
17.	N. O.	0.	5½.	2½.	27.	10	gelée blanche, beau temps.
18.	N. O.	0.	6½.	5.	27.	10	*idem*, pluvieux.
19.	N. E.	5.	5½.	4.	27.	9	couvert & bruine.
20.	N. E.	3.	4½.	4½.	27.	8½	couvert.
21.	N. E.	4.	5.	4.	27.	6½	couvert & bruine.
22.	N. E.	3.	4½.	4.	27.	5½	couvert.
23.	N. O.	3.	3½.	3.	27.	6	*idem.*
24.	S. O.	3.	3.	1½.	27.	4½	pluie, vent & petite neige.
25.	S. E.	½.	1½.	1.	27.	5	neige la nuit & le jour.
26.	S. O.	0.	2½.	2.	27.	11	neige la nuit, beau le jour.
27.	S. O.	— ½.	3.	4.	28.	1½	variable & bruine.
28.	S. O.	4.	3.	5.	28.	2	couvert & brouillard.
29.	S. O.	4.	4.	5.	28.	1½	couvert.
30.	N. O.	2.	6.	1.	28.	3½	gelée blanche, beau & venteux.

Ce mois a été fort venteux & pluvieux. Il eſt tombé 2 pouces 4 lignes $\frac{34}{48}$ d'eau, on a achevé de ſemer les blés tardifs, & on a tiré les échalas des vignes.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	Vents.	Thermomètre. Matin.	Midi.	Soir.	Barom.		État du Ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouces*	*lignes*	
1.	S. O.	1.	5 ½.	4 ½.	28.	1 ½	gelée blanche, couvert & bruine.
2.	S. O.	4 ½.	6 ½.	6.	28.	1	couvert & bruine.
3.	S. O.	5.	7.	6.	28.		*idem.*
4.	S. O.	4 ½.	7.	6.	27.	9	couvert & venteux.
5.	S. O.	5.	6.	5.	27.	3 ½	pluvieux & venteux.
6.	N.	4.	4.	2 ½.	27.	3 ½	pluvieux.
7.	N. O.	½.	1 ½.	2 ½.	27.	3	gelée, vent, pluie & neige.
8.	S.	1 ½.	3.	3.	27.	6	pluvieux.
9.	N.	3.	3.	3.	27.	6	couvert & bruine.
10.	N.	2.	3 ½.	3 ½.	27.	8	*idem.*
11.	S. E.	1.	3 ½.	2.	27.	8	beau temps.
12.	S. E.	0.	5 ½.	2.	27.	6	*idem.*
13.	E.	2 ½.	7.	5 ½.	27.	6	couvert & pluvieux.
14.	S. O.	3.	6.	3.	27.	8 ½	beau avec nuages.
15.	E.	1.	7.	6 ½.	27.	6	gelée blanche, pluvieux.
16.	E.	5 ½.	7.	7.	27.	4 ½	pluie continue.
17.	S.	6.	9.	5 ½.	27.	3 ½	grande pluie la nuit, couvert le jour.
18.	S. E.	5.	8.	5.	27.	4	*idem.*
19.	E.	5 ½.	9 ½.	9 ½.	26.	11 ½	couvert, pluvieux & venteux.
20.	S. O.	8.	10.	5 ½.	27.	5 ½	beau avec nuages.
21.	S. E.	4 ½.	10.	9.	27.	3 ½	*idem.*
22.	S.	9.	11 ½.	8 ½.	27.	2	couvert, pluvieux & venteux.
23.	S. O.	7.	8 ½.	6 ½.	27.	5	grand vent pendant la nuit.
24.	O.	4 ½.	4 ½.	4.	27.	6	couvert.
25.	S. O.	4.	5.	4.	27.	8	nébuleux & venteux.
26.	S. O.	4.	4 ½.	3.	27.	9 ½	couvert & petite pluie.
27.	S.	2 ½.	5.	1.	27.	11	variable sans pluie.
28.	S. O.	3.	7.	5.	27.	8 ½	variable & bruine.
29.	S.	5 ½.	8.	9.	27.	4	couvert, vent & bruine.
30.	O.	6.	6 ½.	3.	27.	3	couvert & pluvieux.
31.	N.	½.	2.	— 1.	27.	5	gelée.

Ce

Ce mois a été fort humide : il est tombé 2 pouces 5 lignes $\frac{28}{48}$ d'eau. On a fait peu d'ouvrages à la campagne, parce que la terre étoit trop molle pour labourer ; on n'a pu donner que quelques façons qu'on appelle *entre-hivers.*

Au commencement du mois, les blés étoient bien levés & beaux. Depuis la moiſſon le grain s'eſt preſque toujours ſoutenu entre vingt-trois & vingt-cinq livres le ſac, le ſetier meſure de Paris.

Le vin n'avoit point de prix, il s'eſt vendu chez le Vigneron ſuivant ſa qualité, entre trente-ſix & quarante-cinq livres le poinçon. Il y en a eu à Orléans de vendu à cent livres.

IDÉE GÉNÉRALE des productions de la terre pendant l'année 1773.

FROMENS.

L'automne de l'année précédente ayant été très-favorable pour les ſemailles, elles ont été faites de bonne heure, & la levée a été belle; comme l'hiver a été doux & aſſez humide, les blés ont pris beaucoup de force, ils ont beaucoup tallé, & au printemps ils ſembloient de beaux prés. Les Fermiers expérimentés les trouvoient trop beaux, & pour me ſervir de leur expreſſion, ils avoient *gazonné ;* mais le printemps ayant été froid & fort ſec, ils n'ont point profité, & les mauvaiſes herbes ont pris le deſſus, principalement dans les bonnes terres, où on ne voyoit que de l'herbe : il s'en montroit moins dans les terres médiocres, ainſi que dans les terres noires & argileuſes : il a reſulté de-là que dans le temps de la moiſſon, ſi l'on avoit ôté l'herbe des grains recueillis dans les bonnes terres, les gerbes auroient diminué de plus de la moitié de leur groſſeur. Ces gerbes formées d'herbes rempliſſoient les granges, mais quand on eſt venu à battre les grains, il a fallu trente gerbes récoltées dans les

bonnes terres, pour avoir une mine de grain, pendant que dans les terres médiocres, il n'en a fallu que dix-huit à vingt. Ce qu'il y a encore de ſingulier, c'eſt que les grains qu'on a ſemés tard, ont beaucoup mieux réuſſi que ceux qui avoient été ſemés de bonne heûre.

Les grains étoient ſecs, de bonne qualité, point niellés ni charbonnés; ainſi on n'a à leur reprocher que d'être mêlés de mauvaiſes graines, comme le veſceron, le pois gras & la nielle. On peut eſtimer que l'un dans l'autre, il faudra vingt à vingt-quatre gerbes pour faire une mine qui pèſe quatre-vingts livres, pendant que dans les bonnes années douze gerbes fourniſſent cette même meſure.

Les ſemailles de l'automne 1773 ſe ſont bien faites, & la levée étoit belle.

Mars.

Les orges & les avoines ont été faites un peu tard, & ont été long-temps à lever à cauſe du froid & de la ſécheresſe du printemps; néanmoins comme il eſt venu de temps en temps de la pluie, elles ont bien réuſſi, & ont fourni beaucoup de bons grains. Une grande partie ont été ſerrés ſans avoir été mouillés ſur l'andaiy : le grain n'en étoit que meilleur, & la paille plus belle; tout l'inconvénient, ſi c'en eſt un, eſt qu'ils rendent difficilement leur grain ſous le fléau; mais s'il en reſte un peu dans la paille, les beſtiaux en profitent, au lieu que quand on les laiſſe long-temps ſur le champ pour attendre de la pluie, il s'en égraine beaucoup, ce qui eſt autant de perdu.

Prés naturels.

Quoique le froid & la ſécheresſe du printemps n'aient pas été avantageux pour faire pouſſer l'herbe des prés hauts, les nôtres nous ont fourni plus de foin que l'année dernière.

PRÉS ARTIFICIELS.

Les ſainfoins ont fleuri preſque au raz de terre, & malgré les pluies qui ſont venues, ils ſont reſtés fort bas; mais comme elles avoient fait épaiſſir l'herbe au bas des tiges; cette récolte quoique médiocre a été meilleure qu'on ne l'eſpéroit, & l'herbe étoit de bonne qualité.

Les veſces & les pois de brebis ont très-bien réuſſi, ce qui joint à l'herbe qui s'eſt trouvée dans le froment, fait qu'il y aura beaucoup de fourrage; auſſi les brebis qu'on donnoit l'année dernière pour rien, ſont-elles cette année plus chères que les moutons, parce que tous les Fermiers veulent faire des élèves.

VINS.

La vigne avoit ſouffert des gelées du printemps, & de plus les fraîcheurs ont produit de la coulure qui a fait bien un autre déchet que la gelée. Les mois de Juillet & d'Août ayant été frais, les raiſins n'ont pas mûri, & on n'a commencé la vendange que dans le mois d'Octobre. Heureuſement que les pluies ont ceſſé, & qu'on a vendangé par le beau temps. Les vins ont jeté peu d'écume, néanmoins ils ont ſuffiſamment de couleur & peu de verdeur; il y avoit apparence qu'ils n'auroient pas beaucoup de force.

FRUITS.

Les arbres étoient très-bien préparés au ſortir de l'hiver, mais il eſt ſurvenu au printemps des temps fâcheux qui ont fait qu'il n'y a point eu de ceriſes, & très-peu de prunes.

Les abricots avoient reſiſté aux gelées, mais les fraicheurs qui ſont ſurvenues & qui ont duré long temps, les ont fait tomber preſque tous avant leur maturité; il y a eu médiocrement de pêches aux eſpaliers, point du tout aux pêchers en buiſſon.

En général, il y a eu peu de poires, encore moins de pommes; nos arbres en buiſſon & en eſpalier n'ont rien donné, mais nous avons un grand verger, où les arbres nous ont donné beaucoup de poires & de pommes qui ont été excellentes.

Il y a eu peu de noix, & elles étoient petites, parce que les premières fleurs ont été gelées.

Safrans.

Il y a eu très-peu de ſafran, ce qui eſt ſingulier, car ordinairement par les hivers doux, il ſe forme de gros cayeux qui donnent beaucoup de fleurs l'automne ſuivant; mais cette année, il n'y en a preſque pas eu, néanmoins le ſafran ne s'eſt vendu que vingt-une livres la livre.

Gibier.

Il y a eu beaucoup plus de perdrix que l'année dernière; aſſez de lièvres, pas beaucoup de grives pendant la vendange, aſſez abondamment d'alouettes, & on a vu beaucoup de canards ſauvages.

Bestiaux.

Il n'y a point eu de maladies épidémiques ſur les beſtiaux, chevaux, vaches, ni moutons : quelques vaches ſont mortes du ſang, mais cela arrive toutes les années; à la vérité, plus quand elles ſont sèches que lorſqu'elles ſont humides.

Volailles

Si les volailles ont été chères, c'eſt à cauſe du haut prix des grains, ce qui a fait qu'on en a peu élevé; car elles n'ont été attaquées d'aucune maladie contagieuſe.

Les papiers anglois ne ceſſent de publier que des œufs de poule longs, il en vient des coqs, & que des ronds il en vient des poules. J'ai choiſi dans un grand nombre

quatorze œufs longs & quatorze ronds, le plus exactement qu'il m'a été possible; je les ai fait couver chez deux Vigneronnes qui n'avoient qu'une poule, afin qu'il n'y eût point de mélange entre les poulets. De la première couvée qui n'étoit que d'œufs longs, qui avoient été pondus dans la primeur & pendant le froid, il n'en a éclos que six poulets, dont un a été tué dans sa jeunesse par accident : des cinq poulets restans, il s'en est trouvé quatre poules & un coq. A l'égard de la couvée d'œufs ronds, qui étoient plus tardifs de quinze jours environ, les quatorze œufs ronds sont venus à bien, & il s'est trouvé qu'il y avoit moitié coqs & moitié poules; ainsi on peut conclure que si les résultats ont été différens en Angleterre, c'est par le plus grand hasard, & que si l'expérience y avoit été répétée plusieurs fois, ils en auroient été convaincus.

INSECTES.

Il n'y a eu ni chenilles, ni hannetons, peu de cantarides, pas beaucoup de guêpes, & assez abondamment de mulots dans les potagers.

MALADIES DES HOMMES.

Il n'y a eu que peu de fièvres automnales qui n'ont pas été opiniâtres, mais plusieurs villages de notre voisinage en Beauce ont été affligés de fièvres malignes & putrides très-meurtrières. M. l'Intendant d'Orléans ayant donné des ordres pour qu'on y distribuât du pain, de la viande & du riz; & un bon Chirurgien ayant été chargé de les traiter, il a péri fort peu de malades depuis qu'on leur a donné ces secours; pendant que dans des villages voisins, & d'une autre Généralité, où l'on n'a point eu ces attentions, presque tous les malades sont morts.

NIVEAU DES EAUX.

Les sources ont toujours poussé abondamment, c'est pourquoi les eaux ont été hautes dans la rivière d'Essonne qui traverse nos terres, ainsi que dans les puits.

EAU DE PLUIE.

HIVER.

		pouces.	lignes.
Janvier .. Février... Mars....	....	2.	10 $\frac{16}{48}$.

PRINTEMPS.

Avril.... Mai..... Juin	....	6.	8 $\frac{14}{48}$.

ÉTÉ.

Juillet... Août.... Septembre	....	5.	0 $\frac{17}{48}$.

AUTOMNE.

Octobre... Novembre Décembre	....	7.	1 $\frac{4}{48}$.
TOTAL de la pluie tombée en 1773	....	21.	8 $\frac{3}{48}$.

Ce qui fait une année humide.



SECOND MÉMOIRE SUR LA PAPETERIE,

Dans lequel, en continuant d'expoſer la Méthode Hollandoiſe, l'on traite de la nature & des qualités des Pâtes Hollandoiſes & Françoiſes; de la manière dont elles ſe comportent dans les procédés de la fabrication & des apprêts: Enfin des différens uſages auxquels peuvent être propres les produits de ces Pâtes.

Par M. DESMAREST.

J'AI décrit dans mon premier Mémoire, les principales manipulations que les Hollandois mettoient en uſage, pour donner des apprêts convenables à leurs papiers, & ſurtout à ceux qu'ils deſtinoient à l'écriture & au deſſin. J'ai détaillé les précautions qu'ils prenoient pour ménager la deſſiccation de l'étoffe du papier dans des étendoirs conſtruits au rez-de-chauſſée, pour avoir un bon collage, & enfin pour adoucir le grain de leurs papiers par les opérations de l'échange. J'ai toujours mis en oppoſition les défectuoſités de notre méthode dans ce genre de travail, avec les avantages & les ſuccès de la leur; mais je n'ai point perdu de vue ce que notre fabrication produiſoit de plus parfait que la leur, ni les moyens qui nous conduiſoient à ces réſultats précieux. Enfin, jetant un coup-d'œil général ſur l'art & ſur ſes produits, j'ai fait voir juſqu'où les apprêts de l'étoffe pouvoient modifier ſes qualités & même les perfectionner pour certains uſages; en un mot, quelles variations ces apprêts devoient éprouver, ſuivant qu'on deſtinoit du papier à l'écriture ou à l'impreſſion.

Lû en Décemb. 1774.

Dans ce premier Mémoire, où je voulois prévenir les Fabricans François sur les différences des procédés Hollandois & des nôtres, je crus devoir me borner aux apprêts, parce que j'espérois que ces apprêts pourroient être introduits dans nos Ateliers sans qu'on y fit de grands changemens : j'ai éprouvé avec satisfaction que mes vues & mes espérances ont été remplies à cet égard. Le zèle & l'émulation que la lecture de mon Mémoire m'a paru inspirer aux Fabricans François les plus riches & les plus intelligens, m'ont engagé à continuer l'exposition & l'analyse de la Méthode Hollandoise, en l'envisageant sur-tout relativement à la nature, aux qualités & à l'emploi de leurs pâtes : je suis aussi la comparaison de notre méthode, quant à ces objets importans. J'établis donc, dans le premier article de ce Mémoire, les caractères & les qualités des pâtes que les Hollandois & les François emploient dans leur fabrication. Je montre dans le second, les modifications que les procédés de fabrication & d'apprêt ont reçues dans les Ateliers des deux Nations, en conséquence des pâtes. Dans le troisième, je fais voir comment les Hollandois sont parvenus à établir chez eux un nouvel art, & quels obstacles se sont opposés à l'introduction de leurs procédés en France. Enfin j'indique dans le quatrième quelles sont les qualités des pâtes qui doivent entrer dans la composition des papiers que l'art fournit aux différens besoins de la Société.

ARTICLE PREMIER.

De la nature des Pâtes Hollandoises & Françoises; caractères distinctifs de ces pâtes tirées du pourrissage ; effets du pourrissage considérés relativement aux procédés de la fabrication & des apprêts.

LE premier objet d'observation que je me proposai, lorsqu'en 1768, je visitai les moulins à papier, dispersés dans les différentes provinces de Hollande, fut d'examiner le chiffon dont les Hollandois faisoient usage, non-seulement quant à

sa

sa qualité, mais encore quant aux préparations qu'il pouvoit recevoir avant d'être soumis à la trituration des cylindres. Je vis ces chiffons passer, sans être ni pourris ni lessivés, de la main des délisseuses dans la caisse des cylindres; je remarquai la même pratique, 1.° Pour les chiffons superfins & fins avec lesquels on fabrique, à Sardam, le *Pro-Patria*, le Grand & le Petit Cornet, la Tellière, le Griffon, le papier aux Armes d'Amsterdam, la Couronne, &c. 2.° Pour les chiffons mi-fins & moyens qui entrent dans la composition des grandes Sortes; telles que le Grand Raisin, le Grand Compte, le Chapelet, le Cavalier, le Grand Nom-de-Jésus, l'Impérial & autres papiers propres pour le dessin; 3.° Pour les chiffons des qualités inférieures avec lesquels se fabriquent les papiers à sucre, les papiers propres aux pliages des étoffes, les papiers pour le doublage des Vaisseaux, & les cartons pour les Apprêteurs. Je vis même des amas de vieux cordages & de voiles de Vaisseaux déchirés qu'on hachoit avec des machines armées de couteaux; & de-là, ces matières, réduites en morceaux encore assez gros, étoient portées, sans autre préparation, dans les caisses des cylindres.

Je recueillis ces faits précieux, en visitant les moulins des environs de Sardam, où l'on ne triture le chiffon qu'avec des cylindres mus par le vent; mais ayant suivi mes observations sur le même objet, dans la province de Gueldre, je reconnus que la trituration du chiffon non pourri, n'étoit pas un travail réservé aux seuls cylindres. Dans tous les moulins à papier, où l'on a conservé l'équipage des maillets qu'on fait mouvoir, comme en France, par l'action de l'eau, & qui sont distribués sur les rivières de la Haute Gueldre, les chiffons fins & moyens, & même les chiffons les plus grossiers, se triturent sans que ces matières aient été soumises au moindre pourrissage. La qualité des pâtes est aussi à peu-près la même qu'à Sardam, & l'étoffe des papiers qui en proviennent, aussi ferme & aussi transparente, se prête à tous les procédés particuliers dont on fait usage à Sardam, & dont je parlerai à l'article suivant.

Dans quelques-unes de ces fabriques les mieux montées, dont le travail est le plus soigné & dont les produits sont les plus parfaits; les maillets servent à l'effilochage des chiffons, & de-là, l'ouvrage passe dans la caisse des cylindres pour y être affiné; &, ce que je ferai remarquer ici, en passant, comme une circonstance infiniment précieuse & applicable à beaucoup de fabriques en France, tous ces équipages, toutes ces machines sont mues par le même courant d'eau.

A mon retour par la Flandre, je vis de même qu'on avoit supprimé entièrement le pourrissage dans la plupart des moulins établis aux environs de Bruxelles & de Gand, suivant la méthode des Hollandois; ceux où je retrouvai l'usage de pourrir, comme en France, me présentèrent, quant à leur travail, un objet de comparaison très-intéressant & très-instructif par la différence des pâtes & des papiers qu'on fabriquoit avec les mêmes matières premières & les mêmes machines. Le propriétaire d'un de ces moulins, à qui j'en témoignai ma surprise, m'avoua qu'il étoit dans la disposition de ne plus faire pourrir lorsqu'il auroit remonté ses mouvemens & ses machines; il m'apprit même, qu'ayant entrepris de fabriquer, pour une manufacture de papiers peints, du Grand Éléphant Bulle, en n'y faisant entrer que des pâtes pourries, il avoit éprouvé les plus grandes difficultés pour lui donner les apprêts convenables à sa destination; que s'étant avisé de mêler à l'affinage des pâtes pourries, environ un tiers de pâtes non pourries, il étoit parvenu, par le moyen de ce mélange, à fabriquer des papiers plus fermes, plus solides, plus susceptibles d'être adoucis par l'échange, & de prendre un bon collage, au lieu qu'auparavant il n'avoit obtenu, avec les seules pâtes pourries, que des papiers mous, & qui, en particulier, n'avoient pas cette consistance si recherchée, sur-tout en Flandre, pour les manufactures de papiers peints.

Lorsque j'eus gagné les provinces voisines de la Gueldre & de la Flandre, les objets de comparaison se multiplièrent & s'offrirent presque dans tous les Moulins, parce que l'on y avoit conservé l'usage de pourrir comme en France; les

procédés & les manipulations changèrent, tant pour la fabrication que pour les apprêts; les qualités des pâtes & des papiers furent aussi modifiées également : en un mot, la pratique du pourrissage me remit sous les yeux tous les procédés François & leurs produits.

Convaincu par toutes les observations précédentes, que les Hollandois & même les Flamands, d'après eux, soumettoient la substance du lin & du chanvre à la trituration des cylindres, ainsi qu'à celle des maillets sans aucune préparation antérieure; je conçus aisément que leurs pâtes étoient proprement cette même substance du lin & du chanvre, réduite seulement en molécules plus ou moins fines. Je reconnus en même temps que l'action de leurs machines se bornoit à délayer dans l'eau tous les principes qui entroient dans la composition de la toile, en conservant leurs qualités naturelles : car je m'assurai que pendant le travail de ces machines bien acérées, il ne survenoit dans la substance élémentaire du chiffon aucune de ces altérations, dont j'avois été plusieurs fois témoin dans certaines Fabriques de France.

Ce fut alors que comparant ce système à la Méthode Françoise, fondée sur l'usage général du pourrissage, j'entrevis qu'il devoit en résulter des changemens considérables dans l'état naturel des fibres du lin & du chanvre, & que ces altérations devoient être aisées à reconnoître dans les produits de toutes nos Manufactures.

Je conclus de cette comparaison, que pour distinguer les qualités différentes des pâtes Françoise & Hollandoise, il suffisoit de bien analyser les effets que le pourrissage produisoit sur le chiffon. Je m'attachai donc à ce point de vue, pour me diriger dans mes recherches sur la nature de ces pâtes; je crus même ne pas devoir embrasser la discussion de cette question importante, dans toute son étendue, parce qu'en me livrant à une analyse chimique, il n'en résulteroit pas une vérité pratique de plus, & qui fût capable d'éclairer les Fabricans que je devois avoir principalement en vue dans mon travail. Je me suis donc borné à certains effets les plus

ſenſibles du pourriſſage, & particulièrement à ceux qui pouvoient avoir un rapport intime avec les principales manipulations de la Papeterie, ſoit relativement à la fabrication, ſoit relativement aux apprêts.

Dès l'année 1767, je m'étois beaucoup occupé à déterminer les effets du pourriſſage ſur les chiffons, ſur les pâtes & ſur les papiers; je ne penſois pas pour lors qu'en 1768, je trouverois l'occaſion d'appliquer auſſi heureuſement les faits que j'avois recueillis dans ces recherches. Ils paroiſſent rentrer tellement dans le ſujet qui m'occupe aujourd'hui, qu'une expoſition courte & ſimple de mon travail ſemble ſe placer naturellement ici pour répandre du jour ſur une matière qui intéreſſe la théorie de l'art.

En 1767, j'entrepris une ſuite d'expériences propres à me faire connoître les effets du pourriſſage, & à m'éclairer en même temps ſur les moyens d'y ſuppléer *(a)*. Après avoir trié ſix cents livres de chiffon, & l'avoir partagé en cinq lots, je les ſoumis à des leſſives qui les attendrirent, de manière que je fus diſpenſé de les faire paſſer au pourriſſage avant la trituration des maillets.

Je me procurai en même temps un objet de comparaiſon, en faiſant mettre au pourriſſoir une partie de chiffon parfaitement ſemblable à celle que j'avois deſtinée aux leſſives.

Après l'effet des leſſives d'un côté & du pourriſſage de l'autre, je mis à part des échantillons de chacun des lots de chiffons leſſivés ou pourris; je conſervai de même un morceau de chacune des pâtes effilochées & affinées qui en étoient provenues; & enfin les papiers que je fis fabriquer avec ces pâtes, furent mis à part: je gardai une partie de ces papiers ſans qu'ils euſſent reçu aucun apprêt, comme celui du collage, &c, & le reſte fut préparé à l'ordinaire.

(a) Je me ſuis propoſé beaucoup d'autres vues encore dans ces épreuves, dont je donnerai quelque jour le précis raiſonné, ſur-tout lorſque j'aurai complété quelques expériences qui ſont reſtées imparfaites, & que j'aurai pu lier des faits qui ſont encore iſolés.

Voici donc quels furent les résultats que me présentèrent les échantillons des chiffons, des pâtes, des papiers considérés sous le point de vue qui m'occupe actuellement; c'est-à-dire, relativement aux effets du pourrissage.

1.° Les échantillons de chiffon pourri, après avoir été bien lavés, parurent avoir contracté une couleur rougeâtre & terne qui ne pouvoit soutenir l'éclat du blanc, plus ou moins décidé des chiffons lessivés correspondans.

2.° En maniant les chiffons lessivés, je trouvai qu'ils étoient doux & moëlleux, quoique fermes; dans les chiffons pourris, on sentoit au contraire une certaine sécheresse & une aspérité marquée à la surface d'un tissu mollasse.

3.° Le chiffon lessivé étoit composé de fibres qui ne cédoient que très-difficilement aux efforts qu'on faisoit pour les rompre. Les filamens du chiffon pourri parurent fort altérés dans leur texture naturelle, ils se séparoient aisément, & se cassoient au moindre effort sur leur longueur.

4.° Je fis passer la lisse d'un cartier sur le chiffon lessivé, les fibres résistèrent sans s'affaisser à un certain point, & réagirent contre les frottemens réitérés qu'on leur faisoit subir; cependant quoique l'impression de la lisse fût peu profonde, les chiffons parurent dans tous les endroits que cet instrument avoit parcourus, d'un blanc velouté & plus ou moins éclatant. Les chiffons pourris m'offrirent un contraste frappant, ils se rayèrent facilement, & la lisse y laissa des traces profondes avec un lissage terne & matte *(b)*.

(b) M. Henri Villarmain, habile Fabricant de papier à Angoulême, instruit que les Hollandois ne pourrissoient pas, s'est assuré de même par des expériences faites avec soin, que le pourrissage produisoit sur le chiffon des effets parfaitement semblables. Il choisit plusieurs échantillons des différentes espèces de chiffons qu'il employoit dans ses moulins, il coupa en deux morceaux chacun de ces échantillons, & en forma deux paquets séparés; l'un des deux fut mis dans un tas de chiffons qui étoit au pourrissoir, & l'autre dans une lessive ordinaire. Les morceaux de chiffons dont étoient composés les deux paquets étant primitivement les mêmes, ils ne devoient différer, après les pré-

Les pâtes, ſoit effilochées, ſoit affinées, que j'obtins par la trituration du chiffon leſſivé & du chiffon pourri, me donnèrent des réſultats parfaitement ſemblables à ceux de ces chiffons avant leur trituration. Ce qui me prouva que la trituration des maillets n'avoit pas, comme on l'éprouve quelquefois, produit des changemens ſenſibles dans l'état de la ſubſtance du chanvre & du lin, dont chacune des eſpèces de chiffon leſſivé ou pourri étoit compoſée; & que pour lors toute la différence que je trouverois dans les qualités des papiers n'auroit d'autre cauſe que le pourriſſage.

Je découvris encore dans ces pâtes d'autres propriétés, ſur leſquelles je crois devoir inſiſter.

5.° La pâte du chiffon pourri ayant été imprégnée d'eau aſſez abondamment, & comprimée enſuite ſous une forte preſſe, cédoit avec la plus grande facilité à l'effort de la preſſe, & ſe deſſaiſiſſoit promptement de l'eau ſurabondante, ſans parvenir cependant à un certain état de ſéchereſſe & de conſiſtance. La pâte du chiffon non pourri ne perdoit cette eau que par des progrès inſenſibles : les fibres compactes & ſerrées dont elle étoit compoſée, ſembloient faire obſtacle à l'écoulement de l'eau; mais après une compreſſion menagée, forte & ſoutenue, il reſtoit un noyau de pâte qui conſervoit beaucoup moins d'eau, & qui avoit acquis beaucoup plus de fermeté que le premier. Les molécules de la pâte leſſivée, naturellement plus ſolides, avoient pris après l'expreſſion de

parations dont j'ai parlé, que par les effets du pourriſſage : auſſi ces effets s'annoncèrent-ils d'une manière non équivoque, ſur les morceaux du paquet mis à pourrir. Il me montra les réſultats de ſes expériences, en 1775, les brins de fils de la toile pourrie ſe rompoient très-aiſément; ils avoient pris outre cela une teinte jaunâtre dont on ne remarquoit aucune nuance ſur les fils de la même toile ſimplement leſſivée, car ceux-ci ſe rompoient très-difficilement. Il me fit voir qu'en appuyant l'ongle ſur les chiffons pourris, il faiſoit une impreſſion aſſez profonde, mais que la trace en étoit terne & mate; les morceaux de chiffons correſpondans & non pourris réſiſtoient à l'effort de l'ongle, & quoique ſon impreſſion fût peu profonde, le liſſage qu'elle laiſſa ſur les fils étoit d'un brillant vif & net.

l'eau preſque complète une juxta-poſition plus intime entr'elles, que les molécules de la pâte pourrie qui reſtoient encore mollaſſes & imprégnées d'eau, après avoir éprouvé à peu-près le même effort. La différence de ces effets étoit même ſenſible ſur ces deux pâtes, lorſqu'on ſe bornoit à les comprimer avec les mains pour en faire ſortir l'eau.

6.° Je délayai dans l'eau chacune des deux pâtes, & je trouvai que la pâte leſſivée s'y tenoit ſuſpendue en flocons plus liés, plus uniformément diſtribués que la pâte pourrie, dont les molécules étoient iſolées & par tampons déſunis. Je remarquai même qu'après avoir augmenté l'eau avec laquelle j'avois délayé la pâte non pourrie, elle ſe dilatoit à meſure & formoit dans les parties ſupérieures du vaſe une nappe moins épaiſſe, mais continue; enfin j'éprouvai qu'elle ſe précipitoit au fond de l'eau, beaucoup plus lentement que la pâte pourrie. Il me parut, en général, que ces deux pâtes ainſi délayées dans l'eau étoient dans le cas de tous les corps qui flottent au milieu de l'eau, & qui ſont d'autant plus expoſés à gagner le fond qu'ils ſont plus ſuſceptibles de ſe laiſſer pénétrer intérieurement par l'eau. Or, il eſt viſible que les pâtes leſſivées étant compoſées de fibres ſerrées & compactes, ne ſe laiſſent pas imbiber d'eau auſſi intimément que les pâtes pourries, dont les pores ſont plus multipliés & plus ouverts. Les premières pâtes annoncent plus de conſiſtance & plus de reſſort dans l'eau : auſſi garniſſent-elles mieux les parties ſupérieures de l'eau où elles flottent, que les pâtes pourries qu'il faut ſouvent ramener à la ſurface de la liqueur.

7.° Des morceaux de pâtes leſſivées ayant été ſéchés pendant long-temps, je m'aperçus qu'en les trempant, ſoit dans l'eau pure, ſoit dans la colle, ils abſorboient bien plus lentement & en moins grande quantité le fluide dans lequel on les plongeoit, que de ſemblables morceaux de pâtes pourries ſoumis en même temps à la même expérience. En conſéquence les morceaux de pâtes leſſivées augmentoient moins de volume par l'imbibition de l'eau ou de la colle, que les autres morceaux de

pâtes pourries qui se gonfloient beaucoup & rapidement, dès qu'ils avoient atteint la liqueur.

Les papiers fabriqués avec ces deux pâtes m'offrirent aussi les mêmes caractères, pour ainsi dire, que j'avois remarqués dans l'examen des chiffons & des pâtes dont ils étoient formés.

8.° Les papiers fabriqués avec du chiffon attendri seulement par les lessives, étoient composés de fibres plus liées & plus égales que les papiers de pâtes pourries : ceux-ci offroient plus d'aspérités à leur surface, un grain moins uni & moins doux. L'assemblage des molécules de la pâte pourrie paroissoit formé assez irrégulièrement, & composer un tissu peu serré; enfin l'étoffe des premiers étoit ferme, solide, transparente : celle des seconds, mollasse, terne, & même chargée de nébulosités locales, qui sembloient être la suite non-seulement du ton jaunâtre que les chiffons avoient pris dans le pourrissage, mais encore de l'irrégularité de la distribution de la matière sur la forme ; en sorte que là où le grain avoit plus d'aspérités, là étoient aussi fixées les nébulosités locales.

Ces mêmes papiers comparés à la lisse m'offrirent les nuances des mêmes effets, que j'ai détaillés à l'article des chiffons *(n.° 4)*. Une trace légère & brillante sur les uns, une traînée profonde & terne sur les autres, m'autorisent à croire que telle est la pâte, tel est le papier.

9.° Lorsque j'appliquois la langue sur les papiers faits de chiffon lessivé, avant qu'ils eussent été collés, la salive ne les pénétroit pas aussi promptement que les papiers des pâtes pourries ; elle s'étendoit aussi moins en superficie sur les premiers que sur les seconds; & dès que l'endroit humecté par la salive étoit sec, il ne restoit pas à la place un *godage* aussi sensible sur le papier fait de pâtes lessivées, que sur celui de pâtes pourries. Ces effets constans me prouvèrent que l'imbibition de la salive plus abondante & plus prompte dans les pâtes pourries, y avoit opéré un dérangement plus considérable, que dans les molécules des pâtes lessivées qui ne s'en laissoient pas pénétrer aussi abondamment. Ceci est visiblement

viſiblement la ſuite du gonflement rapide, & de l'augmentation ſubite de volume, que j'ai remarquée dans l'examen des pâtes pourries, & qui y ſont plus ſenſibles que dans les pâtes provenues du chiffon leſſivé.

10.° Ce premier déſordre fut ſuivi d'un ſecond, qui s'annonça par des effets auſſi variés dans les deux ſortes de papiers. L'endroit du papier qui avoit éprouvé un gonflement & un *godage* plus fort, parut auſſi avoir plus perdu de ſa tranſparence. On peut conclure de-là que cette tranſparence dépend de l'arrangement régulier des molécules de la pâte, fait à grande eau ſur la verjure des formes.

11.° J'eſſayai d'écrire ſur les *pages* du papier de pâtes leſſivées, telles qu'on les tire de l'étendoir avant la colle; l'encre traverſa d'abord aſſez lentement l'épaiſſeur des feuilles & s'étendit beaucoup moins en ſuperficie que ſur les *pages* des papiers de pâtes pourries: quelques-unes des feuilles de ces derniers, ſur-tout dans les ſortes inférieures, dont la pâte étoit un peu graſſe, & qui avoient mal pris la colle, parurent *boire* l'encre encore plus promptement que les premiers papiers, quoique non collés.

12.° Ces mêmes phénomènes ſe préſentèrent à moi avec des détails encore plus intéreſſans pour la théorie de l'art, lorſque je fis quelques eſſais ſur la manière dont les pages prenoient la colle. Je vis qu'elle imbiba très-promptement & intimément les papiers faits de chiffons pourris: que les parties des paquets qui y étoient plongées augmentoient conſidérablement en dimenſions: que celles voiſines de la ſurface du liquide, & qu'il mouilloit par l'action des pores capillaires, ſe gonfloient auſſi ſenſiblement: qu'enfin, l'étoffe du papier ainſi pénétrée de colle, avoit ſi peu de conſiſtance, que par la crainte des *caſſes*, je fus obligé de ne pas laiſſer ſéjourner long-temps les pages dans le mouilloir.

D'un autre côté, les papiers de pâtes leſſivées ne ſe laiſſoient pénétrer que très-lentement par la colle. Ils augmentè ent auſſi fort peu en volume par cette imbibition, qui ne parut pas avoir ramolli à un certain point l'intérieur de

l'étoffe. Ainsi, les pages de ces papiers restèrent assez long-temps plongées dans la colle, sans qu'elles eussent perdu leur consistance au point de faire craindre de se *casser*. Et quoique ces papiers, pendant le long séjour qu'ils firent dans la colle, en eussent moins absorbé que les premiers, cependant ils furent en général beaucoup mieux collés après la dessiccation.

Ces mêmes papiers comprimés par la presse de la colle, se comportèrent sous cette presse de la même manière que je l'ai remarqué à l'occasion des pâtes humectées d'eau. Les papiers de pâtes pourries, pénétrés intimément & abondamment par la colle, s'en dessaississoient avec facilité, lorsqu'on faisoit jouer la presse un peu de suite; & après avoir cédé à l'effet de cette presse, ils ne reprenoient plus leurs premières dimensions. Les papiers de pâtes non pourries, cédèrent peu à la presse, perdirent moins de colle & se rétablirent presque dans leurs dimensions, à mesure qu'on desserroit la presse.

13.° Ces papiers, portés à l'étendoir, parurent après la dessiccation, avoir pris la colle bien différemment. Ceux de pâtes lessivées plus pures & plus blanches, étoient bien & également collés dans toute leur superficie; le collage des autres papiers de pâtes pourries, & sur-tout des qualités inférieures, quoique fait avec la même colle, n'avoit pas réussi au même degré.

Je conclus de toutes ces expériences, que la colle, comme l'eau, s'insinue dans les papiers de pâtes pourries par des pores intérieurs qui l'admettent facilement & qui s'en dessaisissent de même; qu'au contraire, les papiers de pâtes lessivées ou non pourries, ne s'en saturent que très-lentement, ne s'en imbibent même que par les pores de la surface, la colle formant dans ce cas une espèce de glacé & de vernis, résidant à leur surface.

14.° Je terminerai tout ce qui concerne mes expériences de 1767, par une remarque générale, que je crois très-importante. Les papiers des derniers lots, comme les Bulles, les Griscollés, les Trasses, fabriqués avec des chiffons lessivés, étoient beaucoup plus supérieurs aux papiers correspondans,

faits de chiffons pourris, que ceux des premiers lots, comme les fins, les moyens des mêmes pâtes lessivées, ne l'emportoient sur les fins & moyens correspondans, faits de pâtes pourries. La raison de ces phénomènes est aisée à saisir, lorsqu'on sait que le pourrissage agit, toutes choses d'ailleurs égales, beaucoup plus vivement sur les chiffons grossiers que sur les chiffons fins: ainsi, tandis que d'un côté les lessives substituées au pourrissage épuroient les chiffons, & conservoient leurs principes dans l'état naturel & primitif; de l'autre, le pourrissage ayant altéré les pâtes grossières beaucoup plus que les pâtes fines, il a été nécessaire que les papiers fabriqués avec des pâtes plus énervées portassent l'empreinte de ces funestes effets.

15.° Je fus confirmé encore dans tous ces résultats, & dans les principes qui s'en déduisent naturellement, lorsqu'en 1769, après mon retour de Hollande, j'eus décomposé plusieurs espèces de papiers que j'avois tirés de Saardam, la plupart sans colle, & même de papiers superfins, comme le Grand Cornet; j'eus soin d'y joindre aussi de Grandes Sortes, telles que l'Impérial, le Cavalier, les papiers blancs & bleus qui servent au dessin, ainsi que les papiers à sucre, les papiers à doubler les Vaisseaux, les papiers de pliages, &c. Ayant délayé dans l'eau, par une longue macération, les pâtes avec lesquelles toutes ces Sortes étoient fabriquées, je répétai avec les produits de ces décompositions, que l'on doit regarder comme des matières non suspectes, les mêmes expériences que j'avois faites en 1767, sur les pâtes attendries par les lessives, & j'eus des résultats parfaitement semblables. Je trouvai même solidité dans les fibres de ces pâtes, même résistance & même éclat sous la lisse, même lenteur à boire l'eau & la colle, même difficulté à s'en dessaisir sous la presse, même fermeté & même sécheresse après qu'elles eurent soutenu les plus grands efforts de la presse, &c.

Les papiers de Hollande non collés, m'offrirent aussi, à la colle, sous la lisse, avec la salive, les mêmes phénomènes que j'avois remarqués dans les papiers fabriqués avec des pâtes

lessivées, & les mêmes contrastes avec les papiers de pâtes pourries que je mis toujours en opposition.

Telles sont les expériences que j'ai exécutées sur les effets du pourrissage & sur les altérations qu'éprouve la pâte pourrie. En suivant ces faits, on peut reconnoître les principaux caractères des pâtes & des papiers qui résultent des deux états extrêmes où se trouve le chiffon; c'est-à-dire, de l'état naturel, tel qu'il existe dans les pâtes Hollandoises & dans le chiffon lessivé, & de l'état d'altération qui succède au pourrissage peu ménagé. Dans ces mêmes expériences, les nuances des effets qui sont dépendans de ces deux états se montrent aussi sur les papiers, en raison du degré de pourrissage qu'on leur a fait subir. Je rappellerai ces résultats intéressans, comme pouvant servir d'explication aux phénomènes que je détaillerai par la suite lorsque j'exposerai les procédés particuliers aux deux méthodes de fabrication Hollandoise & Françoise.

En attendant, je crois devoir joindre au témoignage de l'expérience celui de l'observation qui me paroît s'y réunir pour établir les mêmes principes & les mêmes vérités pratiques. Depuis quelques années j'ai observé, dans ces vues, les pâtes & les papiers des différentes provinces de France, & malgré l'usage général où l'on est de pourrir, j'y ai remarqué les nuances des effets que l'expérience m'a présentés. Les papiers de certains cantons, par exemple, n'ont point de consistance & de fermeté; leur pâte n'offre qu'un tissu lâche qui a beaucoup de dureté & de sécheresse, & le ton de couleur qui y domine est terne & jaunâtre. J'ai reconnu par moi-même que dans les principaux Ateliers de ces cantons, qui m'avoient fourni les objets de ces observations, on ne ménageoit pas le pourrissage; & que d'ailleurs, le chiffon qui s'y recueilloit étoit très-susceptible de se porter aux degrés extrêmes de la fermentation. C'est sur-tout dans les papiers de Maculatures, dans les papiers Bulles ou Trasses que les funestes effets d'une fermentation forcée sont plus marqués, parce qu'on n'est pas assez en garde contre le pourrissage prompt & rapide des peilles grossières.

Dans d'autres cantons, au contraire, où l'on ſe donne quelques ſoins pour modérer le pourriſſage, & où le chiffon réſiſte plus à ſes mauvais effets, les papiers qu'on y fabrique ſont fermes & étoffés à un certain point : ils ont une certaine douceur & une certaine égalité dans le grain, & le ton de leur blanc a de l'éclat & de la netteté.

Ces nuances des effets du pourriſſage ſur les chiffons, dépendantes de leur conſtitution naturelle ou des différens ſyſtèmes des Fabricans pour le traitement du chiffon au pourriſſoir, ſe font tellement ſentir dans le paſſage d'une province à une autre, que les perſonnes les moins attentives ſont déjà parvenues à diſtinguer les chiffons qui conviennent à certaines ſortes de papiers & celles qui ſont propres à d'autres ; & ces qualités ſont enviſagées comme une ſuite naturelle des degrés du pourriſſage, dont ces peilles ſont ſuſceptibles en certaines circonſtancess.

On a été plus loin encore, on a reconnu que les chiffons qui viennent des provinces où l'on eſt dans l'uſage de faire de fortes leſſives, ſe trituroient bien après un léger pourriſſage & compoſoient des papiers de bonne qualité, & ſur-tout, fermes & ſolides; que ces chiffons couloient à l'eau, & éprouvoient même un déchet de ſoixante pour cent, ſi l'on portoit leur pourriſſage au degré ordinaire. D'un autre côté on ſe garde bien de traiter de même le chiffon des autres provinces, où la méthode de leſſiver, totalement différente, paroît dirigée ſur un ſyſtème plus aſſorti à la conſervation du linge; car ſi l'on ménageoit trop le pourriſſage de ces chiffons, on éprouveroit les plus grandes difficultés à le triturer, à le fabriquer & à l'apprêter, en un mot, à lui faire ſubir toutes les manipulations de la papeterie.

Je puis citer, à l'appui de tous ces faits recueillis par des obſervations très-étendues, les meilleures fabriques de France, celles dont les papiers ont le plus de débit & de réputation, & qui ſe ſont élevées à ce degré de célébrité en pourriſſant modérément, ou en employant le chiffon qui s'altéroit le

moins au pourriſſoir. Je puis citer auſſi certains moulins où l'on a coutume de pourrir par petits tas, & où les pourriſſoirs ſont mal clos : on y fabrique des papiers dont la fermeté, la douceur, l'égalité du grain, contraſtent ſingulièrement avec les papiers mous, pleins de nébuloſités locales, &c, que fourniſſent d'autres moulins aſſez voiſins où le pourriſſage ſe fait à grands tas & dans des endroits très-bien fermés.

Je fus tellement frappé de cette différence, ſi marquée entre les produits de Manufactures qui travailloient ſur les mêmes matières premières, que je réſolus de conſtater par l'expérience les circonſtances auxquelles je préſumai qu'on devoit attribuer ces différences.

Je mis pourrir à l'air libre pendant l'automne, une partie de chiffon que je diſtribuai par petits tas; je fis placer dans le pourriſſoir ordinaire, bien fermé & bien voûté, une égale partie du même chiffon, dont je formai un ſeul tas. Je gouvernai ces deux parties de chiffon ſuivant la pratique ordinaire. Après le pourriſſage & la trituration, je n'obtins de la ſeconde partie de chiffon pourri, dans un endroit chaud & fermé, qu'un papier mollaſſe & d'un blanc terne: l'autre partie qu'on avoit fait pourrir à l'air libre, me donna un papier qui me ſurprit par ſa blancheur & ſa conſiſtance. D'ailleurs la quantité du produit de cette première partie, fut d'environ un ſeptième plus conſidérable que l'autre produit. Une heure & demie que j'employai de plus pour la trituration de la partie de chiffon pourri à l'air libre, fut le ſeul déſavantage que je trouvai dans ſa fabrication; je dois cependant obſerver ici, comme une circonſtance eſſentielle au ſuccès de l'expérience faite avec ce dernier chiffon, que le mouvement des machines qui ſervoient à la trituration étoit bien monté, & que les maillets battoient vigoureuſement.

C'eſt ainſi qu'on pourra ménager le pourriſſage, toutes les fois que la bonté des machines pourra ſuppléer à ce qui manqueroit d'ailleurs à l'attendriſſement du chiffon : on ſera ſûr pour lors, ſi l'on évite la graiſſe de la matière, d'être dédom-

magé amplement, & par la qualité, & par la quantité du papier qu'on obtiendra en ſuivant ce ſyſtème *(c)*.

Je ne dois pas omettre ici un effet du pourriſſage que l'obſervation conſtate chaque jour, & qui chaque jour nous cauſe des regrets juſqu'à préſent inutiles : cet effet du pourriſſage, eſt la perte de la matière du chiffon décompoſée en partie par la fermentation; cette perte eſt telle qu'un des principaux avantages qu'on retireroit de la ſuppreſſion du pourriſſage, ſeroit de parer à un inconvénient que les Hollandois ont évité très-avantageuſement pour eux.

En France, on compte ordinairement un tiers de perte ſur un quintal de chiffon, c'eſt-à-dire, qu'il diſparoît pendant la trituration d'un cent peſant de chiffon pourri, trente-quatre ou trente-cinq livres de matière; & cette eſtimation m'a toujours paru au-deſſous du déchet réel. Je me ſuis même aſſuré par des expériences répétées dans pluſieurs Fabriques de France, que ces pertes alloient aſſez ſouvent au-delà de quarante pour cent. En Hollande, on penſe communément que la perte ne paſſe guère le quart de la matière; c'eſt-à-dire, qu'elle eſt au plus de vingt-cinq livres, ſur un cent peſant. Suivant cette eſtimation aſſez juſte, il paroît certain qu'on perd en France de plus qu'en Hollande, ſur un quintal de chiffon, environ quinze livres de pâte propre à fabriquer du papier : on doit ſentir en conſéquence quelle perte énorme il ſe fait en France, ſur la totalité de la fabrication du Royaume. En ſuppoſant qu'une cuve emploie pour ſon travail annuel cinquante milliers de chiffon, il réſulte de ce calcul que ſa perte monte de dix-ſept à vingt milliers : ſur quatre cents cuves, la perte eſt de deux cents rames par jour, & de ſoixante mille rames par an.

D'après cette comparaiſon, il eſt aiſé de préſumer quelles altérations doit ſubir une matière qu'on expoſe à l'action d'un agent qui en décompoſe une partie auſſi conſidérable, & l'on

---

(c) Je n'inſiſte pas davantage ſur cet article important, parce que je m'occuperai dans un autre Mémoire de la trituration & des différentes machines qui l'opèrent.

ne doit pas être ſurpris que ce qui échappe à cette deſtruction, ait des qualités ſi oppoſées à celles que nous montre la même matière conſervée dans ſa totalité & dans ſon état naturel.

Si je rapproche maintenant tous les réſultats des obſervations que j'ai faites en Hollande & en France, ſur les pâtes pourries & non pourries; tous ceux que j'ai déduits des expériences de 1767 & de 1769, qui atteſtent les mêmes vérités, il ſera facile de décider quels ſont les caractères que le pourriſſage donne aux pâtes, & quels ſont ceux qui réſultent de l'état naturel. D'après ces mêmes principes, lorſqu'on compare la pratique ſuivie généralement en Hollande, de ne point pourrir, même les chiffons les plus groſſiers, avec l'uſage où l'on eſt en France de pourrir les chiffons de toutes eſpèces; qu'on mette en parallèle les papiers Hollandois & François, qui proviennent de chiffons triturés dans ces différens états, on reconnoît ſans peine que ce qui caractériſe eſſentiellement les pâtes Hollandoiſes, eſt la conſervation de l'état naturel & la ſuppreſſion du pourriſſage: qu'au contraire les pâtes Françoiſes ſont le réſultat de la trituration d'un chiffon dénaturé par la fermentation. Ainſi *pâtes Hollandoiſes* & *pâtes naturelles*, ou *non pourries*, doivent être ſynonymes, comme *pâtes Françoiſes* & *pâtes pourries*.

Ces deux caractères diſtinctifs étant une fois admis & prouvés, je conſidère qu'ils doivent être la ſource principale des qualités, comme des défauts des papiers fabriqués par les deux Nations. Je vais plus loin; je me propoſe de montrer, en partant toujours des mêmes principes, que les différens états des matières premières, ſur leſquelles l'art de la Papeterie s'exerce en Hollande & en France, ont ſervi de fondement au ſyſtème particulier de fabrication que les Papetiers des deux Nations ont adopté, ſuivant qu'ils employoient pour baſe de leur travail une *pâte naturelle*, ou bien une *pâte pourrie*.

ARTICLE

ARTICLE SECOND.

Phénomènes des Pâtes pourries & non pourries, dans la fabrication du Papier & dans ses apprêts.

FABRICATION.

Travail de l'Ouvrier.

LORSQUE j'eus reconnu l'état du chiffon que les Hollandois soumettoient à la trituration de leurs cylindres, & la nature des pâtes qu'ils employoient dans leur fabrication ; le travail de la cuve fixa principalement mon attention. Je vis d'abord que la pâte non pourrie flottoit abondamment à la surface & dans les parties supérieures de cette cuve, & qu'elle y nageoit par flocons liés & distribués uniformément. L'Ouvrier ne me parut pas, dans l'intervalle des porses, aussi occupé qu'en France à soutenir la pâte vers la superficie ; il comptoit tellement sur la facilité avec laquelle cette pâte restoit suspendue dans l'eau, qu'il laissoit même *fournir* la cuve de nouvelle pâte avant qu'il eût fini la porse.

D'un autre côté, cet Ouvrier plongeoit sa forme à une petite profondeur & ramenoit sur la toile une quantité de matière suffisante pour la couvrir & remplir le cadre qui régloit l'épaisseur des feuilles.

Ces premières observations me frappèrent d'abord d'autant plus que j'avois vu en France l'Ouvrier après chaque porse, faire remonter très-exactement à la superficie de la cuve les pâtes pourries qui gagnoient le fond, & puiser assez profondément dans la cuve, quoiqu'elle fût assez fournie de pâte. Mais ma surprise augmenta lorsque je me fus assuré 1.° que les Hollandois travailloient à grande eau, c'est-à-dire que dans une quantité donnée d'eau que pouvoit contenir *la cuve à ouvrer,* ils délayoient beaucoup moins de pâte que nous; 2.° que les papiers qui provenoient de ce travail étoient plus étoffés que les nôtres; 3.° qu'enfin les *cadres* ou *couvertes*

n'avoient pas l'épaiſſeur que ſembloient exiger toutes ces circonſtances.

Après une obſervation ſuivie & conſtante de ces phénomènes, je fus naturellement porté à croire qu'ils n'avoient d'autres principes que la nature des pâtes non pourries, & qu'on ne pouvoit en trouver le dénouement que par la connoiſſance des propriétés de ces pâtes.

Ainſi lorſque je me rappellai comment les pâtes leſſivées ou non pourries s'étoient comportées avec l'eau dans les expériences précédentes, je n'eus plus de difficulté à ce ſujet; je fus même en état de donner une explication de tous ces effets aſſez préciſe & aſſez lumineuſe pour éclairer la pratique.

En conſidérant que les pâtes non pourries ſont compoſées, comme nous l'avons vu ci-deſſus *(n.° 5)*, de molécules ſerrées & compactes qui ne ſe laiſſent pas pénétrer intimément par l'eau, on n'eſt pas ſurpris qu'elles y flottent abondamment & très-long-temps ſans gagner le fond; d'ailleurs ces mêmes pâtes conſervant dans l'eau *(n.° 6)* beaucoup de reſſort & de ſolidité, ſont imbibées ſans être proprement gonflées par l'eau: elles doivent donc s'y ſoutenir en flocons liés & non interrompus, & garnir la cuve de manière qu'étant enſuite arrangées régulièrement ſur la forme, elles y éprouvent, à meſure qu'elles prennent une certaine conſiſtance dans le cadre, une moindre retraite que les pâtes pourries. Celles-ci au contraire reſtent moins aiſément ſuſpendues dans l'eau & ſe précipitent plus promptement au fond de la cuve *(n.° 6)*, parce qu'elles ſont pénétrées plus intimément par l'eau; au ſurplus les fibres de ces pâtes, ſpongieuſes & gonflées par le liquide, acquièrent, en conſéquence de cette imbibition intérieure, un volume conſidérable, qu'elles ne peuvent conſerver après l'écoulement de l'eau: ainſi quoique dans nos fabriques la cuve ſoit plus garnie de pâte qu'en Hollande, quoique les cadres ſoient à peu-près de la même épaiſſeur, il ne réſulte ſouvent de toutes ces attentions qu'un papier mince, peu ſolide & peu étoffé, tant la pâte pourrie diminue ſur l'épaiſſeur des feuilles; & cet

appauvrissement de l'étoffe, fait encore des progrès dans toutes les opérations qui viennent à la suite.

La propriété (*n.° 5*) qu'a la pâte non pourrie, de retenir l'eau, & de ne pas lui laisser un passage libre à travers ses fibres serrées & compactes, est sur-tout remarquable lorsque l'ouvrier Hollandois a puisé dans la cuve la matière dont il compose chaque feuille de papier; on le voit balancer très-long-temps & en tous sens la forme, pour faciliter l'écoulement de l'eau surabondante, jusqu'à ce que la pâte perde toute sa mobilité, s'affaisse sur la verjure, & devienne une étoffe d'une certaine consistance. Cependant, quoiqu'il emploie des manœuvres fort longues, il ne parvient pas à faire égouter toute l'eau surperflue, à travers la feuille nouvellement ébauchée, si peu épaisse qu'elle soit: il s'en amasse une partie qui flotte à la superficie de cette feuille, & il est obligé de la jeter en avant & à différentes reprises par-dessus la couverte, ne pouvant s'en débarrasser autrement.

Les pâtes pourries qu'on travaille en France, abandonnant l'eau très-promptement, & lui livrant passage par une infinité de pores ouverts; l'ouvrier François est obligé de se prêter à ce caractère; il se hâte donc d'égaliser la matière sur la toile de la forme, à mesure qu'elle s'y précipite, & de faire passer aussitôt cette forme au coucheur. Son travail est tellement brusqué, qu'il lève douze fois la forme pendant le temps qu'on ne la lève que quatre à cinq fois en Hollande.

On a déjà dit, que les Hollandois formoient moins vîte que nous, mais il s'en faut bien qu'on ait connu tous les détails de leur travail, & qu'on en ait attribué la différence à la nature de leurs pâtes. On allègue, au contraire, l'influence du bas prix de l'intérêt de l'argent chez eux, leurs soins & leurs attentions scrupuleuses dans toutes leurs manufactures. Cependant, lorsqu'on a étudié les Arts en Hollande, & qu'on a pu voir & suivre la variété & la perfection de leurs machines, on est convaincu que ce qu'ils ménagent le plus, c'est le temps. On doit donc attribuer à l'impossibilité de travailler plus vîte, la lenteur des opérations de leurs Ouvriers;

ils ſavent d'ailleurs que ceux qui hâtent un peu trop leurs manœuvres, comme j'en ai vu quelques-uns même à Sardam, ne fabriquent que des papiers nébuleux, remplis de clairs & d'ombres irrégulièrement parſemés.

Il réſulte de-là, que l'ouvrier François, le plus habile, accoutumé à former promptement, ainſi que l'exige le caractère des pâtes pourries, ne peut ſe monter de lui-même à travailler ſur les pâtes non pourries qui demandent d'être égouttées & aſſemblées très-lentement ſur la forme; il ſera donc obligé de faire une certaine étude de toutes les manœuvres longues & des lices des Hollandois, avant de les imiter. On doit ſentir auſſi, que, réciproquement, les ouvriers Hollandois ne ſont pas plus en état de manier d'abord nos pâtes pourries, puiſqu'il faut les égaliſer auſſi rapidement qu'elles ſe précipitent ſur la verjure.

Le déſavantage de la lenteur du travail des ouvriers Hollandois, a été réparé, autant qu'il étoit poſſible, par cette Nation induſtrieuſe; car elle a trouvé le moyen de fabriquer par une ſeule levée de forme deux feuilles des petites Sortes, en diviſant le cadre en deux formats. Comme ces petites Sortes ſont d'une grande conſommation, leur fabrication occupe un grand nombre des moulins de Sardam & des environs. Au moyen de cette reſſource, les ouvriers Hollandois, qui fabriqueroient dans un jour beaucoup moins que la moitié des porſes que nos Ouvriers fabriquent, ſont preſque parvenus à nous atteindre.

Mais pour fabriquer deux feuilles de papier ſur la même forme, avec un cadre double, il faut que l'ouvrier exécute des mouvemens bien différens de ceux qu'il donne à ſa forme lorſqu'il fabrique une ſeule feuille, quelle que ſoit ſon étendue. Il eſt néceſſaire d'abord que la pâte ſoit délayée à grande eau, afin qu'elle puiſſe, au moyen d'un véhicule abondant, ſe diſtribuer uniformément dans les deux portions du cadre; enſuite, il faut que l'ouvrier puiſſe égaliſer ſa pâte par de petits balancemens long-temps ſoutenus, pour que les bordures de chaque feuille en ſoient bien régulièrement

garnies. Or, ce double travail ne devient poſſible aux ouvriers Hollandois qu'avec une pâte qui abandonnant l'eau difficilement, reſte aſſez long-temps mobile ſur la forme pour lui permettre d'exécuter toutes les manœuvres néceſſaires au ſuccès de cette opération délicate.

En France, la célérité des opérations de l'ouvrier ne lui a pas permis d'embraſſer tant d'objets à la fois. Ainſi, lorſque nous fabriquons deux feuilles en même temps, ce qui arrive rarement, elles ne ſont pas ſéparées dans le cadre : nous nous bornons à *ouvrer* pour lors une feuille d'un format double de la feuille ſimple; nous lui donnons tous ſes apprêts ſous ce format, ce qui en rend la fabrication longue & pénible. Enſuite nous ſéparons les feuilles avec des ciſeaux. J'ai vu fabriquer de cette manière du Petit Lys, du Petit Cornet, &c. Les Hollandois fabriquent à double cadre le Petit Lys, la Fleur-de-Lys, le petit Cornet, le *Pro-Patriâ*, le Griffon, la Tellière, le papier aux Armes d'Amſterdam, la Petite Couronne, le Moyen Cornet, & tous les formats qui approchent de ces ſortes.

L'arrangement & la diſpoſition régulières que prennent les filamens des pâtes non pourries en s'affaiſſant très-lentement ſur la verjure de la forme, donnent aux papiers de Hollande des qualités très-eſtimables. La première eſt d'être clairs & d'une certaine tranſparence lorſqu'on les regarde contre le jour : on y voit en même-temps les impreſſions de la verjure nettes, ſuivies & bien prononcées. La ſeconde eſt de montrer à leur ſuperficie un grain uniforme & très-ſuſceptible de s'adoucir encore par l'effet de l'échange.

Nos pâtes pourries, au contraire, nous donnent des réſultats bien différens : comme elles préſentent une infinité d'iſſues à l'eau qui les traverſe en tous ſens, il eſt néceſſaire que cette eau entraînant les molécules des pâtes, y cauſe un dérangement plus ou moins marqué : ce premier déſordre eſt encore augmenté par les opérations bruſquées de l'ouvrier, en conſéquence deſquelles ces molécules s'arrangent peu régulièrement ſur la toile des formes, & s'y précipitent même par flocons

& par petites masses isolées. C'est à ces circonstances qu'il faut attribuer certains défauts de nos papiers, tels que les nébulosités locales qui interrompent la continuité apparente des impressions de la verjure, & ce grain plein d'aspérités qu'on ne peut adoucir que très-difficilement par l'échange.

Si l'on suit les autres parties de la fabrication du papier, on trouvera que le caractère des deux sortes de pâtes que j'ai distinguées, s'y fait remarquer aussi constamment que dans les opérations qui précèdent. Je m'attacherai d'abord au travail des matières à grande eau, dont je développerai les avantages & les inconvéniens, non-seulement relativement aux principes de la fabrication en général, mais encore relativement aux qualités des pâtes dont je m'occupe.

Travail des pâtes à grande eau.

Les Hollandois, ainsi que je l'ai déjà remarqué ci-devant, travaillent leurs pâtes à grande eau. Cet usage est une des meilleures ressources que nous ayons pour bien *former* avec toutes sortes de pâtes; car au moyen d'un véhicule abondant, toutes sortes de pâtes ont la faculté de se distribuer plus régulièrement sur la forme, & de prendre par conséquent un grain plus uni & plus susceptible d'être adouci par les apprêts. Mais ces avantages incontestables sont compensés par des inconvéniens très-grands lorsqu'on emploie des pâtes pourries.

1.° Comme ces pâtes se précipitent très-promptement sur la forme, l'eau abondante qui traverse aisément la matière assemblée sur cette forme, quoique d'une certaine épaisseur, entraîne dans les intervalles des fils de la verjure une très-grande quantité de pâte. Le coucheur qui reçoit la forme ainsi chargée d'ouvrage, & qui est obligé de dégager ces parties saillantes composées de molécules peu liées d'ailleurs entr'elles, se trouve exposé à les arracher, à écorcher la feuille qu'il couche sur le feutre, & à détruire une partie du grain.

2.° La pâte pourrie, travaillée à grande eau, s'attache assez fortement aux feutres, & s'engage alors dans les poils du lainage, de manière que le leveur ne peut en détacher les

feuilles qu'avec peine : ce qui alonge ſon ouvrage & multiplie les *caſſes.*

La conſidération de ces inconvéniens paroît avoir déterminé le plus grand nombre des Fabricans François à diminuer l'eau dans laquelle ils délaient leur pâte lors de l'affinage, & à les travailler à moyenne eau. Mais, comme dans ce cas, les pâtes ſont peu de temps mobiles ſur la forme, faute d'eau ſuffiſante pour les ſoutenir, elles s'accumulent ordinairement par les derniers balancemens de l'ouvrier, le long des tiſſus du menu-cordion qu'elles ne peuvent franchir. Il réſulte de cette manœuvre imparfaite deux défauts de fabrication; 1.° que les ombres des pontuſeaux ſont plus épaiſſes; 2.° que les aſpérités du grain ſont plus marquées là qu'ailleurs.

Il eſt aiſé de ſentir que les ſuites du travail à grande eau ne ſont pas défavorables à la fabrication des pâtes naturelles. Premièrement, ces pâtes s'affaiſſent très-lentement ſur la forme, & en conſéquence de leur fermeté naturelle, s'inſinuent moins profondément entre les fils de la verjure. D'ailleurs, l'eau ne pouvant facilement traverſer la matière amaſſée ſur la toile de la forme, n'entraîne dans les intervalles des fils de cette toile que la quantité de pâte néceſſaire pour former un beau grain. Ce ne ſont pas au reſte les ſeuls avantages que les Hollandois retirent du travail à grande eau; car j'ai vu chez eux l'ouvrage long-temps mobile ſur la forme, flotter, au moyen du véhicule abondant, par-deſſus les tiſſus du menu-cordion, s'égaliſer plus parfaitement ſur la forme, & ſe diſtribuer de manière que les ombres des pontuſeaux y étoient fort affoiblies & qu'il ne s'y montroit ſur ces lignes aucune ſuite d'aſpérités ſenſibles. Il n'eſt donc pas étonnant que les Hollandois aient adopté l'uſage de travailler à grande eau, puiſqu'il eſt ſi fort convenable aux pâtes qu'ils emploient.

Preſſes.

C'eſt ſur-tout par l'effet des preſſes, que les Hollandois ont diſtingué leur fabrication de la nôtre, & ont montré plus évidemment le caractère de leurs pâtes. Après avoir

ſuivi ces pâtes dans les différens procédés de l'art, ils reconnurent qu'elles ne ſe deſſaiſſiſoient que très-lentement de l'eau ſurabondante, & qu'en ne préſentant à cette eau qu'un paſſage difficile à travers leurs fibres ſerrées & compactes, elles ne pouvoient la dégorger qu'avec des efforts conſidérables. Ils ont donc ſenti d'abord la néceſſité d'employer de fortes preſſes pour ſécher l'étoffe de leurs papiers; & dans le projet de vaincre les difficultés que la pâte oppoſoit à cet effet, ils ſe ſont attachés à perfectionner ces machines : un premier ſuccès les a conduits à un ſecond, que je regarde comme un des plus beaux procédés de leur méthode. Cette même pâte en oppoſant la roideur de ſes fibres, & ſon reſſort naturel à l'action des preſſes, l'a tellement ſoutenue, qu'après avoir abandonné ſon eau ſuperflue, elle eſt parvenue par le progrès d'une compreſſion vigoureuſe, à l'état d'une étoffe ferme & sèche, qui pouvoit ſe prêter facilement enſuite à toutes les manipulations ſubſéquentes de la Papeterie.

Dans cette opération, les molécules de la pâte qui formoient le plus grand obſtacle à la ſortie de l'eau, à meſure qu'elles s'en debarraſſoient ſe ſont ſervies réciproquement de points d'appui, & ſe ſont feutrées les unes ſur les autres, en prenant une juxtapoſition qui s'affermiſſoit en raiſon de la ſolidité des fibres & de l'effort de la preſſe. Ces mêmes effets ſe ſont perfectionnés & complétés d'une manière étonnante, après que l'étoffe a été preſſée en porſes blanches & qu'elle a paſſé ſous les preſſes de l'échange. L'échange lui-même, pour le dire en paſſant, ne paroît s'être introduit dans les Ateliers Hollandois, que par une ſuite de ces manipulations & de ces vues.

Nos pâtes pourries ſe ſont comportées bien autrement ſous la preſſe. Comme les filamens dont elles ſont compoſées ont perdu par le pourriſſage une grande partie de leur reſſort & de leur liaiſon naturelle, ces pâtes ont cédé au moindre effort de la preſſe, & l'eau trouvant par tous leurs pores entr'ouverts des iſſues perméables s'eſt écoulée très-abondamment; mais il n'eſt pas réſulté de ces opérations faciles, une étoffe ſolide & sèche. Les dernières molécules de l'eau diſſéminées dans les

pores

pores multipliés & intérieurs de la pâte, ne trouvant pas de points d'appui suffisans qui en favorisassent l'évacuation y sont restées opiniâtrement; & l'étoffe du papier est sortie mollasse de dessous la presse. Bien plus, les fibres de la pâte encore pénétrées d'eau, n'ayant point acquis une certaine union entr'elles, se sont trouvées adhérentes aux feutres & embarrassées dans les poils de la laine; & cette adhérence a été un surcroît de travail pour le Leveur, qui sentoit d'ailleurs assez la difficulté de transporter sur sa selle une étoffe sans fermeté & sans consistance. Fort souvent, cette adhérence a paru augmenter par les moyens qui sembloient devoir la faire cesser; sur-tout lorsque la pâte a été trop énervée par le pourrissage. Cependant on a commencé à établir en France de fortes presses, même à la cuve, dans la vue de donner aux feuilles de papier, que le Leveur doit tirer des feutres, une consistance qui facilitât ses opérations. Ces attentions ont réussi quelquefois, il est vrai, lorsque par hasard on a *négligé* de pourrir; ainsi l'on voit que ces succès ne tiennent pas encore chez nous à une méthode réfléchie & raisonnée.

Opérations du Leveur.

Le bon effet des fortes presses, dont je viens de développer les causes & les progrès sur les pâtes non pourries, a rendu le travail du Leveur en Hollande d'une aisance & d'une célérité qui étonnent; aussi en charge-t-on les petits Apprentis. La facilité de manier une étoffe qui a pris de la fermeté, même sous la première presse, & qui ne conserve que peu d'adhérence aux feutres, a fait introduire la méthode de lever à selle plate; le Leveur pour placer devant lui sur cette selle la suite des feuilles qu'il tire des feutres, fait des mouvemens qu'il ne pourroit exécuter si ces feuilles ne lui obéissoient pas facilement, & ne se prêtoient pas très-bien à la situation horizontale qu'il leur donne. Il suffit souvent seul pour lever tout ce que fabrique l'Ouvrier, qui travaille à cadre double des Sortes de petits formats.

Lorsqu'on suit avec attention les opérations du Leveur en

Hollande, on reconnoît aiſément que chacune des feuilles engagées dans les feutres, forme en cet état une étoffe ſolide & sèche; car le Leveur en ſoulevant ſa *porſe-feutre* par un coin, fait voir chaque feuille parfaitement iſolée entre chaque feutre entr'ouvert. Certains Leveurs ſe plaiſent même à chiffonner entre leurs mains quelques-unes de ces feuilles, ſans ménagement & ſans crainte de les déchirer; ils les développent enſuite & les étendent ſur les autres, ſans qu'elles conſervent l'impreſſion d'aucuns plis: ces effets ſont encore bien plus ſenſibles, lorſque le papier a paſſé de nouveau ſous la preſſe en porſes blanches, & encore mieux lorſque l'on relève une ſeconde fois pour l'*échange.*

Si nous revenons dans nos Ateliers, nous trouverons des manœuvres bien différentes; j'ai déjà obſervé ci-deſſus, à l'article des preſſes, que les feuilles de papier fabriquées comme celles de France, avec des pâtes pourries, conſervoient au ſortir de la preſſe un reſte de molleſſe & d'humidité qui les colloient ſouvent aux feutres. Lorſqu'on a reconnu toutes ces circonſtances du travail des pâtes pourries, on ſent aiſément, 1.° pourquoi les Leveurs qui ſont chargés de manipuler une étoffe ſi peu ferme, ſont choiſis parmi les plus habiles Ouvriers; 2.° pourquoi ils ont été obligés de lever à ſelle preſque verticale, puiſqu'ils peuvent plus aiſément placer les feuilles dans cette ſituation qu'ils leur ont donnée en les détachant des feutres; 3.° pourquoi les feuilles de papier de pâtes pourries, ou ſe caſſent, ou bien s'élargiſſent & s'alongent par l'effort que le Leveur fait pour les détacher des feutres, & conſervent même aſſez ſouvent l'impreſſion de ſes doigts.

Avec des pâtes naturelles les feuilles compoſées de fibres bien liées, non-ſeulement ſe lèvent fort rapidement, comme nous l'avons fait remarquer, mais encore elles n'éprouvent aucun effort qui leur faſſe perdre la régularité de leurs dimenſions. C'eſt pour cela que les rames des papiers qu'on tire de Hollande, ſont compoſées de feuilles d'un format très-exact, & terminé par des bordures parallèles. Qu'on développe des rames de papier de France, & qu'on en compare les mains

à cette régularité, on trouvera que les feuilles ſont preſque toutes plus larges à une extrémité qu'à l'autre, & qu'elles débordent ſur-tout par les coins que le Leveur a ſaiſis pour les enlever.

De la chaleur qu'on entretient dans l'eau de la Cuve.

Il ne me reſte plus, pour achever ce que je me propoſois de dire ſur la fabrication des Hollandois, qu'à parler de deux objets qui ſervent encore à caractériſer leur méthode d'opérer comme leurs pâtes; le premier eſt la température qu'on donne à l'eau de la *cuve à ouvrer;* & le ſecond eſt l'état des bordures des feuilles de papier.

On ſait que les Fabricans François entretiennent en tous temps, même en été, par le moyen d'un fourneau, une chaleur douce dans l'eau de leur cuve: en Hollande & en Flandre on ne chauffe la cuve que pendant l'hiver; une conduite auſſi oppoſée m'a fait ſoupçonner que l'uſage de chauffer la cuve eſt une de ces reſſources que l'induſtrie gênée avec les pâtes pourries, a imaginées pour éviter les inconvéniens particuliers à l'emploi de ces pâtes; inconvéniens que les pâtes non pourries n'avoient pas préſentés. Les recherches que j'ai faites dans ces vues, m'ont convaincu que mon premier ſoupçon n'étoit pas ſans fondement. J'ai reconnu, & par ma propre expérience, & par le témoignage des Ouvriers habiles, que le principal avantage qui réſultoit de la pratique de chauffer la cuve en France, étoit d'obtenir les feuilles de papier dans les porſes-feutres, & plus sèches, & moins adhérentes aux feutres: effectivement, par une ſuite de l'évaporation ſenſible de l'eau, les feuilles des porſes ſe ſont préſentées conſtamment à moi dans ces deux états; & l'adhérence & l'extrême molleſſe de ces mêmes feuilles ont reparu dès qu'on ralentiſſoit ou qu'on ſupprimoit l'évaporation de l'eau & le feu. Auſſi les Leveurs ſont-ils très-attentifs à entretenir cette chaleur de la cuve, comme un moyen de manier plus aiſément une étoffe qui reſte encore ſi mollaſſe après la preſſe. Mais en conſidérant la conſiſtance que prennent, dans

les moulins Hollandois, les feuilles de pâtes non pourries au sortir de la première presse, le Leveur Hollandois n'a plus le même intérêt qu'en France : on a donc eu raison de supprimer, la plus grande partie de l'année, une dépense & des soins qui sont totalement inutiles.

On croit communément en France, qu'une chaleur douce répandue dans la cuve accélère l'écoulement de l'eau surabondante lorsqu'on égalise la pâte sur la forme : si ce sentiment est fondé, il semble qu'on auroit dû supprimer la pratique de chauffer en France, puisque les pâtes pourries abandonnent leur eau si promptement qu'on a peine à les distribuer régulièrement sur la toile des formes, & l'introduire au contraire en Hollande, puisque les pâtes Hollandoises non pourries se dessaisissent si difficilement de leur eau.

Une pratique générale contraire à cette prétention, semble nous ramener à penser que l'entretien ou la suppression de la chaleur dans la cuve a été dirigée principalement d'après les vues que j'ai indiquées ci-dessus & qui se déduisent des caractères connus des deux pâtes Françoises & Hollandoises.

Je ne puis omettre cependant deux observations que j'ai eu lieu de faire souvent dans les moulins, & desquelles il semble résulter que la chaleur accélère la précipitation de la pâte sur la forme. Si les pâtes sont un peu *vertes* & un peu grasses, elles se travaillent plus aisément lorsqu'on chauffe la cuve à un certain point ; on parvient à rendre par-là l'ouvrage moins long-temps mobile sur la forme : il est vrai qu'on ne peut pas raisonner sur ces pâtes comme sur les pâtes pourries pures, car il est à présumer qu'elles peuvent, par le mélange de la graisse, avoir acquis des qualités différentes de celles dont je m'occupe ; mais le fait suivant ne laissera plus aucun doute à ce sujet. J'ai vu quelquefois l'Ouvrier se plaindre de ce que la cuve étoit trop chaude, ce qu'il reconnoissoit à la manière dont il *envergeoit;* dans ce cas, il ne pouvoit exécuter tous les mouvemens nécessaires pour distribuer la matière sur la forme avant la précipitation de cette matière, que la chaleur trop grande rendoit encore plus prompte qu'à l'ordinaire.

Si nous admettons la conſéquence qui réſulte de ces obſervations, elle nous donnera lieu de faire deux réflexions utiles : la première, que l'ouvrier François accoutumé à ſe hâter, s'eſt appliqué encore à écarter tout ce qui s'oppoſoit à la célérité de ſon travail ; la ſeconde, que l'ouvrier Hollandois façonné à la lenteur de ſes manœuvres, n'a pas tenu compte de ce qui pouvoit les abréger.

Des bordures du Papier.

La netteté des bordures qu'on remarque dans tous les papiers de Hollande, eſt encore une ſuite de l'état des pâtes non pourries, & ſur-tout de la conſiſtance qu'elles prennent ſur la verjure en conſéquence ſeulement des balancemens de l'Ouvrier. Lorſque l'Ouvrier lève le *cadre* ou la *couverte*, la pâte des bords de la feuille coupée régulièrement & en lignes droites, paroît ſe ſoutenir tout autour, préciſément comme le cadre l'avoit moulée. Le tranſport de la forme qui ſe fait de l'Ouvrier au Coucheur, n'altère aucunement cette diſpoſition de la pâte le long des bords, & quand la feuille eſt enſuite appliquée par le Coucheur ſur le feutre, cette bordure quoique diminuée d'épaiſſeur ne paroît pas avoir été écraſée de manière à éprouver le moindre dérangement ſous la preſſe.

Il eſt vrai que les formes plates dont on ſe ſert en Hollande, & la manière dont on couche, contribuent auſſi à préſerver les bordures d'éboulement & d'écorchures ; mais c'eſt encore la nature de la pâte qui a permis cette manière d'opérer : elle entraîne auſſi certaines précautions qu'on néglige aſſez ordinairement en France. Le Coucheur Hollandois a ſoin d'entretenir les bords des feutres au même niveau à peu-près que le milieu, ſoit en repliant les extrémités des feutres plus longs & plus larges, ſoit en y ajoutant des bandes de feutres deſtinées à cet uſage. Ainſi il ne ſuffit pas qu'il reçoive les bordures des feuilles en bon état de la main de l'Ouvrier, il ſe croit chargé de veiller, avec la plus grande attention, à ce qu'elles ſoient conſervées ſans aucun dérangement.

En France, au contraire, la vîteſſe de notre travail & la

nature de nos pâtes toujours mollasses & pénétrées d'eau, occasionnent assez ordinairement des déplacemens & des éboulemens considérables dans le contour des feuilles. Dès que l'Ouvrier lève le cadre, une partie de l'eau surabondante qui séjournoit encore le long des bords s'écoule brusquement & entraîne la pâte liquide qui s'éboule par des bavures plus ou moins longues. Le Coucheur, par la manière dont il couche sa forme arrondie, appuyant un peu obliquement sur ces bordures, les étend encore davantage, écorche même les parties voisines qui n'ont pas une certaine consistance; enfin la presse fixe l'état de ces bordures baveuses composées d'une matière qui, n'ayant point d'arrangement régulier comme les autres parties de la feuille, est brute & sans transparence: cette matière ne pouvant former une étoffe qui soit d'aucun usage, il en résulte que de telles bordures appauvrissent les feuilles, non-seulement en les surchargeant, mais encore en altérant leurs dimensions, lorsque pour cacher ces défectuosités on est obligé de les ébarber.

Je pourrois encore faire mention ici de la différente pesanteur des papiers, fabriqués avec les pâtes pourries & non pourries, & considérés relativement à leur épaisseur apparente dans le même format; ces détails seroient encore propres à caractériser les pâtes, mais comme ils ne sont liés à aucun procédé de fabrication intéressant, je les supprime & je passe aux apprêts.

DES APPRÊTS.

De l'échange en porses blanches.

Dans mon premier Mémoire, où j'ai décrit les diverses manipulations de l'échange *(d)*, & où je l'ai présenté comme un procédé particulier aux Hollandois, il ne m'a pas été possible d'indiquer en même temps toutes les circonstances qui contribuoient au succès de cette opération importante

(d) Je renvoie pour ces détails à mon premier Mémoire.

& délicate. Il auroit fallu montrer sa liaison avec les opérations qui précédoient, & par conséquent embrasser les principaux détails de la Méthode Hollandoise, quant à la fabrication, comme je l'ai fait dans ce second Mémoire. Au moyen des détails dans lesquels je suis entré, & des principes que j'ai déduits des faits comparés, je crois avoir développé tout ce qui peut préparer le Fabricant à saisir le but & l'utilité de l'échange, ainsi que les circonstances de son application; car l'échange & son application ne sont proprement qu'un corollaire de toute la doctrine exposée dans ce Mémoire.

Il sera facile de rappeler ces principes, en rapprochant les faits qui y conduisent. La pâte non pourrie, comme on a vu ci-dessus, ne livre que très-difficilement passage à l'eau; il a donc fallu l'en dépouiller avec soin en la soumettant plusieurs fois successivement à l'action de la presse & à celle de l'air. Cette première vue n'a pu être remplie que l'on n'opérât en même temps l'adoucissement de la surface du papier; car les fibres de la pâte fermes & élastiques se sont rapprochées & couchées les unes sur les autres, à mesure que l'eau interposée cédoit à la compression vigoureuse de la presse. Il est visible que tous ces effets sont la suite de la conservation des principes du chiffon dans leur état naturel, & du ressort des fibres qui les faisant réagir contre la presse produit en même temps l'évacuation de l'eau. C'est avec ces conditions qu'une feuille de papier fabriqué de pâtes naturelles, montre déjà au sortir des feutres assez de consistance pour être *levée* facilement : qu'après la presse en porses blanches, elle est encore plus solide & plus sèche, & qu'à la suite des *relevés* & des *pressages* qui forment proprement l'échange, elle devient une étoffe feutrée & très-adoucie à sa surface.

Considéré sous ce point de vue, l'*échange* se place naturellement à la suite des travaux de la cuve, & en est une extension & une répétition ; il se divise en deux opérations qui s'entr'aident : la première est le *relevé* qui détruit les mauvais effets du contact & de l'adhérence des feuilles,

entr'elles, change & affoiblit les inégalités reſpectives que cette adhérence auroit pu former à la ſuperficie de deux feuilles contiguës : on voit, par ces détails, que toutes ces opérations ſuppoſent une première étoffe qui ſoit capable de ſe prêter aux déplacemens & aux changemens de ſituation qu'elles exigent.

La ſeconde opération de l'échange eſt l'emploi des preſſes qui produit trois effets bien ſenſibles, preſque en même temps. Le premier conſiſte à procurer l'évacuation de l'eau qui reſte encore dans les feuilles de papier : enſuite, à meſure que l'eau s'échappe & ſe dégage du milieu des fibres ſerrées & compactes, ces fibres s'affaiſſent les unes ſur les autres par l'écoulement de cette eau interpoſée entr'elles. Plus les fibres ſont naturellement ſolides, plus la juxta-poſition eſt exacte, plus la réaction de la ſurface des feuilles contre chacune des ſurfaces contiguës & contre la preſſe, eſt forte. C'eſt alors que la ſurface de ces feuilles s'adoucit ; que les aſpérités & les parties un peu ſaillantes s'émouſſent ; qu'un grain doux & égal ſuccède à un grain plus gros, plus rude & plus inégal : enfin, que la totalité de la ſuperficie des feuilles acquiert un ton moelleux & velouté qui convient ſi bien aux différens uſages auxquels ces papiers ſont deſtinés.

Il eſt aiſé de voir que le ſuccès de tous ces procédés exige que la première étoffe du papier, ſoit, comme je l'ai déjà dit, compoſée de parties tellement liées entr'elles, qu'elles aient pu ſupporter, ſans adhérer aux feutres, l'effort des preſſes & ſe ſoient ſéchées même à un certain point ſous cet effort : une étoffe, qui en conſéquence du bon effet de la première preſſe, ſe lève facilement, & qui, feutrée enſuite à un certain point par l'effet de la ſeconde preſſe, ſe relève plus facilement encore : enfin, une étoffe, qui par la roideur de ſes fibres, réagiſſe très-vivement contre l'effort des preſſes, tant pour procurer l'écoulement de l'eau que pour acquérir l'adouciſſement de ſa ſurface. Or nous avons vu que ces qualités étoient particulières aux pâtes non pourries, ou qui n'étoient que foiblement pourries. L'échange réuſſira donc d'autant

d'autant moins, tant pour ses effets que pour la facilité de son exécution, qu'on travaillera sur des pâtes plus énervées par le pourrissage. On doit sentir maintenant quelles sont les causes des difficultés qu'ont éprouvées certains Fabricans de France, qui ont échoué dans l'application des manipulations de l'échange, telles que les présente mon premier Mémoire, & quelles sont les causes des demi-succès qu'ont eus d'autres Fabricans. Il est facile de voir qu'il n'étoit pas possible, avec une pâte qui a perdu sa fermeté & son ressort dans le pourrissage, & qui ne peut se sécher, à un certain point, sous l'effort des presses, d'exécuter les procédés de l'échange, sans avoir beaucoup de cassés : on a dû trouver les mêmes difficultés pour adoucir, par la presse, le grain d'une étoffe mollasse & sans consistance. Ce n'est pas cependant que les papiers de pâtes pourries n'aient le plus grand besoin d'éprouver les bons effets de l'échange; car nous avons vu que la disposition assez irrégulière de ces pâtes, lors de l'*enverjure*, produisoit à la superficie des papiers une suite d'aspérités dont la saillie étoit plus marquée dans l'endroit des ombres locales qui les annonçoient, & que ces aspérités étoient causées par la célérité du travail de l'Ouvrier. Les inégalités du grain, qui viennent de ce défaut de fabrication, sont donc plus sensibles dans les pâtes pourries que dans les pâtes naturelles. Or comme ces mêmes pâtes pourries ne peuvent subir sans inconvénient les différentes manipulations de l'échange, il s'ensuit que la même cause qui rend le papier plein d'aspérités dans le grain, le rend aussi incapable de se prêter aux seules ressources que l'Art nous offre pour les détruire.

Je ne prétends pas au reste que toute pâte non pourrie prenne également bien l'échange; à cette condition essentielle pour son succès, il est nécessaire d'en joindre plusieurs autres. Ainsi la pâte doit être triturée avec soin & sans avoir contracté aucune graisse; il faut éviter aussi qu'un lavage trop long de cette pâte, n'enlève, pendant son affinage, les parties les plus fines qui contribuent particulièrement à former le velouté du papier lorsqu'on l'échange. Il est nécessaire, outre

cela, que les premiers pressages aient été soignés tellement que le papier soit également humide au centre des feuilles comme sur les bords; car si les vestiges de l'eau qui y réside encore, étoient distribués inégalement au centre & sur les bords, on trouveroit les plus grandes difficultés à exécuter les relevés; & si l'on ne parvenoit pas ensuite à procurer l'évacuation de l'eau, au même degré, dans toutes les parties des feuilles après l'échange, le papier, en séchant à l'étendoir, seroit plein de rides & de plis, & se tourmenteroit dans ses dimensions.

Cependant, on peut toujours assurer que cette opération produit, en général, de très-bons effets sur tous les papiers, même sur ceux qui sont pleins de nébulosités & d'un grain inégal, pourvu que les pâtes ne soient pas trop pourries; & que si elle ne produit pas des améliorations bien marquées, elle fait au moins disparoître les défauts les plus apparens.

Les bons effets de l'échange ayant été une fois connus des Hollandois, ils l'ont appliqué généralement à toutes les Sortes de papiers qu'ils fabriquoient, depuis le *Pro-Patria* & le Grand-Cornet, jusqu'aux papiers de Maculatures. Tout le monde connoît le moelleux & le velouté des premiers; mais on n'a pas été à portée de voir le degré de perfection que les papiers de Maculatures reçoivent dans les Moulins Hollandois par les apprêts de l'échange; on est toujours étonné lorsqu'on les compare avec nos Sortes correspondantes, mollasses & sans solidité, de trouver des Maculatures aussi bien feutrées, aussi bien adoucies à leur surface, & aussi propres à empaqueter solidement les rames des papiers les plus précieux. Il en est de même des papiers à sucre & des papiers de pliage, malgré la rudesse de la matière première, non-seulement la pâte de ces papiers, quoique simplement effilochée se glace & s'adoucit singulièrement à la surface par l'échange, mais encore le corps de l'étoffe y acquiert une consistance & un feutrage qui étonnent.

Ce sont sur-tout les papiers les plus épais & d'un grand format en même temps, qu'il importe le plus d'échanger; il est constant que les Hollandois ont soigné, avec les plus grandes

attentions, l'échange de ces Sortes, & qu'ils ont eu les plus beaux ſuccès. Souvent l'Ouvrier lui-même conſacre à cette opération le temps qui lui reſte, après qu'il a rempli ſa tâche à la cuve: il emprunte même ordinairement le ſecours du Leveur, qui ſoulève de ſon côté les coins de l'extrémité oppoſée à la ſienne, & qui place ſur le plateau, conjointement avec lui, les feuilles des porſes, comme au premier *levage*. Ce ſecours eſt néceſſaire lorſqu'on *relève* ces grandes Sortes à ſelle platte; mais quelques Ouvriers manœuvrent ces papiers ſur une ſelle inclinée preſque comme la nôtre, & tranſportent chaque feuille ſur un plateau qui occupe la moitié de la même ſelle. Au moyen de cette diſpoſition, les opérations du relevé s'exécutent ſans ſecours.

Ces grandes Sortes n'acquièrent pas ſeulement par l'échange l'adouciſſement & le feutrage qui leur ſont ſi néceſſaires, elles reçoivent encore par cet apprêt une amélioration très-eſſentielle. Comme il eſt fort difficile que ces étoffes épaiſſes parviennent ſous la première preſſe en porſe-feutre, & ſous la ſeconde en porſes-blanches à une deſſiccation égale dans toutes leurs parties, c'eſt-à-dire, égale au centre & ſur les bords; lorſque l'échange eſt bien ſoigné, toutes les feuilles prennent inſenſiblement un degré de ſechereſſe & d'humidité uniforme par-tout. Il n'eſt queſtion que de diriger l'action de la preſſe avec la même force ſur les bords des porſes comme au centre; on évite par-là les plus grands inconvéniens qu'on éprouve en France dans la fabrication de ces Grandes Sortes; car ſi peu que le centre ſoit plus ſec que les bords, à meſure que la deſſiccation de ces papiers s'opère à l'étendoir, on remarque que les différentes parties de ces feuilles contractent des *godages*, des plis & des rides qu'on ne peut détruire par la ſuite, & qui s'oppoſent à l'extenſion uniforme de ces feuilles ſous les preſſes.

Par une raiſon contraire, on ſupprime quelquefois l'échange en porſes blanches, lorſquon fabrique de Petites Sortes peu étoffées, compoſées de pâtes bien égales & bien pures, déjà feutrées à un certain point par les deux premiers preſſages,

ſur-tout ſi elles ont acquis au centre & ſur les bords un degré de deſſiccation uniforme, & qu'elles ne courent aucun riſque de ſe déformer à l'étendoir par un ſéchage inégal.

Lorſque les papiers ont été échangés, on les porte à l'étendoir, pour être placés ſur les cordes en *pages,* c'eſt-à-dire en paquets de deux, de trois & de cinq feuilles, ſuivant le format: ils y sèchent doucement & bien également dans toutes leurs parties; comme par l'effet de l'échange, l'humidité qui reſte a été diſtribuée uniformément dans toute l'étendue des feuilles, elles sèchent ſans ſe rider & ſans contracter le moindre pli. D'ailleurs, n'étant plus auſſi imprégnées d'eau que les nôtres, qui n'ont pas perdu comme elles leur humidité par les preſſes de l'échange, elles n'éprouvent à l'étendoir que de très-légers changemens dans leurs dimenſions, ne ſont point ſuſceptibles de contracter, en ſéchant, des plis, des rides, un grain rude, inégal, plein d'aſpérités locales, comme on l'éprouve chaque jour en mettant à l'étendoir ſans précaution & ſans échange les papiers de pâtes pourries, mal fabriqués d'ailleurs.

De même, les pages des papiers échangés, ne ſont pas compoſées de feuilles auſſi exactement collées que les feuilles des papiers fabriqués avec les pâtes pourries & non échangés; les premiers ayant ſubi, par le relevé & par la preſſe, un adouciſſement conſidérable, les ſurfaces liſſes de chaque feuille n'adhèrent que très-foiblement avec les ſurfaces des feuilles contiguës: la plupart même ſe détachent les unes des autres à meſure qu'elles sèchent, en ſorte que lorſqu'on fait la cueillette des pages pour le collage, ces feuilles s'aſſoupliſſent, s'entr'ouvrent & ſe *déſœuvrent* même très-aiſément. Ainſi l'échange en porſes blanches prépare de pluſieurs manières le papier à recevoir l'apprêt de la colle.

DU COLLAGE.

Préparation de la Colle.

Je ne répéterai pas ici ce que j'ai dit dans mon premier Mémoire, au ſujet des matières dont on ſe ſert en Hollande

pour coller le papier, ainſi que de la manière dont ſe fait la cuite de ces matières : je ne m'attacherai, toujours en ſuivant le même plan, qu'aux procédés de l'apprêt du collage qui ont quelque rapport avec les différentes propriétés des pâtes Hollandoiſes & Françoiſes, ou qui peuvent avoir reçu quelques modifications relatives à ces qualités.

Il paroît, par mes expériences *(art. I, n.º 12)*, que les pâtes Hollandoiſes prennent la colle plus lentement & plus difficilement que les pâtes Françoiſes : d'un autre côté, il eſt conſtaté, par le témoignage de tous ceux qui font uſage du papier de Hollande, que les Fabricans Hollandois ont eu les plus grands ſuccès dans leur collage. Il réſulte de ces deux faits réunis, que les Hollandois ont le mérite de la difficulté vaincue dans ce genre d'apprêts, comme dans pluſieurs autres procédés de fabrication.

C'eſt en partant de ce principe que j'ai cru devoir étudier auſſi avec le plus grand ſoin toutes les manipulations réfléchies, que les Hollandois mettent en pratique dans leur collage, perſuadé que de l'enſemble & des différens rapports de ces procédés & de ces attentions, j'en déduirois pluſieurs vérités-pratiques très-utiles pour l'amélioration de notre travail : ce ſont les réſultats de mes obſervations que je vais expoſer le plus ſuccinctement qu'il me ſera poſſible.

On peut conſidérer l'apprêt du collage ſous des rapports différens & qui ſont également intéreſſans, ou bien quant à la préparation de la colle, ou bien quant à l'état des papiers qui doivent être collés : la réunion de ces deux objets paroît eſſentielle au ſuccès d'une opération qui dépend viſiblement autant de la matière qui reçoit la colle, que de la colle elle-même. Je commence par ce qui concerne la colle, pour paſſer enſuite aux papiers.

La première qualité que doit avoir la colle eſt d'être claire & limpide ; or l'on ne parvient à donner à la colle un degré de dépuration ſi deſirable que par un refroidiſſement total & bien ménagé. En vain a-t-on tenté de tranſvaſer la colle d'un vaiſſeau dans un autre, de la faire paſſer à travers des chauſſes

& des feutres, elle ne se dépouille bien exactement des matières étrangères qui la salissent que par un refroidissement total. Si l'on suit avec soin les progrès de ce refroidissement, on s'aperçoit qu'elle se dépure à mesure qu'elle perd de sa chaleur, & que les nuances de transparence qu'elle acquiert sont en raison de la quantité de dépôts & de sédimens qui se forment au fond des vaisseaux où elle se refroidit. On voit que les saletés les plus grossières se précipitent les premières: que celles d'un volume moins considérable viennent ensuite, & que les plus légères & les plus tenues ne sont dégagées que sur la fin du refroidissement; ainsi une belle transparence dans la colle est le résultat de cette suite de précipitations qui s'opèrent depuis l'ébullition jusqu'à la formation de la gelée, & qui n'a point été ni précipitée, ni troublée, ni interrompue.

La colle qu'on n'a pas purifiée ainsi, comme cela se pratique communément en France, laisse précipiter ces matières étrangères, dès qu'on y plonge un corps qui la refroidit subitement. C'est ce qui a lieu le plus souvent, quand on trempe des pages de papier froid dans la colle toute chaude, telle qu'on la tire en France des vaisseaux où se fait la cuite, pour la verser dans le mouilloir sans aucune dépuration préalable. Doit-on être étonné ensuite que la colle, refroidie par le contact du papier, se trouble, & qu'il s'y forme un précipité plus ou moins abondant, lequel ne pouvant gagner le fond du mouilloir, à cause du mouvement de la poignée, s'attache à la surface des feuilles & ternit leur blanc naturel? Plus la colle est chaude, moins alors elle est dépurée, plus en conséquence les précipités sont considérables, & l'altération de la blancheur du papier est sensible.

Ces matières étrangères précipitées subitement de la colle, dans les circonstances que je viens de décrire, & qui s'attachant à la superficie des feuilles, la salissent, sont ensuite recouvertes & fixées par la couche des matières collantes qui s'établit dessus; en sorte que le papier dans ce cas, doit être considéré comme un corps qu'on a verni avec un fond sale.

C'est ainsi que m'ont toujours paru formées *les taches de*

colle. Il suffit pour cela que certaines portions de graisse ou d'huile animale, telles qu'il s'en trouve dans une colle mal clarifiée, aient atteint & imbibé l'étoffe du papier, & aient été enveloppées ensuite par les parties collantes qui les ont fixées invariablement dans un endroit particulier, & sous la forme qu'elles avoient prise avant que la colle les recouvrît.

Il est visible maintenant que l'on n'éprouvera aucun des inconvéniens dont je viens de parler, si l'on fait passer la colle après sa cuite par tous les degrés de refroidissement possibles, & qu'ensuite on la réchauffe avec précaution en lui communiquant une chaleur douce & suffisante pour lui donner à-peu-près toute sa fluidité. C'est avec ces attentions que le papier de Hollande conserve après la colle le même ton de couleur & de blancheur qu'il avoit auparavant : c'est ainsi que les taches de colle qui occasionnent des déchets aussi considérables dans les produits de nos Fabriques, ont disparu des bonnes Fabriques Hollandoises ; car je ne parle ici que des Hollandois attentifs à toutes ces précautions : ceux qui s'en écartent y sont ramenés par les défectuosités qui sont la suite & la peine de leur négligence.

Il est encore un inconvénient que les Hollandois évitent en purifiant ainsi leur colle par un refroidissement total; ils ont remarqué que la colle chargée de saletés perdoit une partie de sa fluidité, & qu'en cet état elle étoit peu propre à s'insinuer dans les pores d'une étoffe aussi feutrée que l'est le papier de Hollande. Ils ont donc recherché les moyens de dégager les parties collantes de ces matières étrangères qui les embarrassent, afin de leur rendre ce degré de fluidité qui facilite leur introduction dans les pâtes non pourries ; c'est encore une amélioration des procédés de l'art, inspirée par la nécessité. On a pu négliger jusqu'à un certain point ces attentions en France, où l'on n'a pas trouvé autant de difficultés à faire pénétrer la colle dans les papiers des pâtes pourries *(art. I, n.° 12)*, & où l'on n'a pas cherché d'ailleurs avec autant de soin un collage exact.

Au moyen des soins scrupuleux & soutenus, que les

Hollandois ont donné à la purification de leur colle, le choix des belles matières ne leur paroît pas auſſi eſſentiel que celui des matières qui donnent la plus grande quantité de parties collantes; ils ne rejettent pas même les retailles de moindre qualité qui donnent, il eſt vrai après la cuite, plus de ſaletés & moins de parties collantes; car comme ces corps étrangers ſe dégagent enſuite, & ſe précipitent au fond des vaiſſeaux, ils obtiennent toujours de ces matières après leur dépuration exacte, une colle claire, fluide & propre pour toutes ſortes de pâtes. Ainſi les Hollandois emploient à-peu-près les mêmes matières que nous pour leur colle; ils ne diffèrent que par les ſoins qui nous coûtent apparemment plus qu'à eux.

On n'a pas remarqué juſqu'à préſent que le mélange de l'alun à la colle, pouvoit auſſi contribuer à ſa purification; cependant lorſqu'on ajoute à la colle la doſe ordinaire d'alun, il ſe forme une précipitation aſſez prompte & aſſez abondante des matières étrangères, même les plus tenues qui y étoient ſuſpendues à la faveur du degré de chaleur néceſſaire pour tenir l'alun en diſſolution. D'après cet effet conſtant, dont il paroît que les Hollandois ſont inſtruits, ils ont penſé qu'il étoit bien important de ne pas mettre l'alun dans la colle, tant qu'elle conſerve encore une certaine quantité de ſaletés qui la terniſſent, & tant qu'elle a plus de chaleur ou moins de fluide aqueux qu'il ne lui en faut, pour tenir ce ſel en diſſolution.

On ignore ſans doute toutes ces circonſtances en France, puiſque nos Fabricans ſont dans l'uſage de mêler l'alun à la colle encore fort chaude, & quelques inſtans avant que de tremper les poignées dans le mouilloir: par cette précaution mal concertée, le papier reçoit les précipités que l'addition de l'alun à la colle y occaſionne aſſez ſubitement & s'en trouve ſali. Pourquoi donc ne pas attendre que ces précipités aient eu le temps de former un dépôt ſur le fond des vaiſſeaux, & que la colle ait été tranſvaſée enſuite, avant que d'y plonger le papier? Pourquoi enfin ne pas ſaiſir le point de chaleur le plus foible, & l'inſtant que les ſaletés les plus tenues & les

& les plus adhérentes à la ſubſtance de la colle, ſe ſoient dégagées exactement? A la manière dont on ſe conduit en France, il ſemble qu'on appréhende que l'alun, diſſout dans la colle, ne s'altère & ne puiſſe s'attacher au papier, pour y produire les effets qu'on en attend d'ailleurs, & qui ſont de donner une certaine adhérence aux parties collantes.

La doſe de l'eau qu'on met dans la colle, le degré de fluidité qu'elle doit avoir ſont des circonſtances qu'il eſt auſſi important de ſoigner, ſoit pour le ſuccès de la dépuration de la colle elle-même, ſoit pour le ſuccès du collage. La colle, fluide à un certain point, ſe clarifie plus aiſément que la colle trop forte, où les principes collans, étant plus rapprochés, ne donnent pas aux corps étrangers la liberté de ſe dégager auſſi promptement que ſi le véhicule de l'eau étoit plus abondant: auſſi voit-on quelquefois les Fabricans Hollandois & Flamands, après avoir reconnu la force de leur colle, par des eſſais, y ajouter un quinzième ou un vingtième d'eau.

La colle peut avoir de la conſiſtance & de la force apparente dans deux cas différens, ou parce qu'un grand nombre de principes collans preſque purs ſont rapprochés dans une quantité d'eau peu abondante, ou parce qu'une quantité moyenne de parties collantes ſe trouve ſurchargée de matières étrangères qui s'oppoſent à ſa fluidité. Dans ces deux cas, il importe d'ajouter une certaine quantité d'eau qui rétabliſſe le degré de fluidité néceſſaire pour faciliter une prompte clarification.

La colle, étendue dans un véhicule d'eau aſſez abondant, paroît, à degré égal de dépuration, plus propre à pénétrer dans les papiers, ſur-tout dans ceux de pâtes non pourries, qu'une colle plus forte & moins fluide. A juger des principes des Hollandois, par leur pratique à cet égard, il ſemble qu'ils ne redoutent pas d'employer une colle étendue d'eau, que nous appellerions foible, pourvu qu'elle ſoit épurée d'après la méthode que je viens de développer; une colle foible, ſelon eux, ſeroit une colle qui ne dépoſeroit ſur le

papier qu'une petite quantité de parties collantes, quand même elle en renfermeroit beaucoup; c'est par la quantité de parties collantes qu'une colle dépose, qu'on juge de sa force, & non par la quantité qu'elle en contient, si quelque obstacle s'oppose à leur introduction dans l'étoffe du papier.

En France, on a des idées peu justes à cet égard; on croit communément, qu'en augmentant la dose de la colle on parvient à coller mieux, quand même elle ne seroit pas clarifiée. Il est vrai que le papier de France, ne peut pas, comme nous l'avons vu *(art I, n.° 12)* séjourner long-temps dans le mouilloir sans se casser. D'après cette considération, on aura probablement pensé que les principes collans étant plus rapprochés, se fixeroient plus abondamment & plus vîte dans les papiers de pâtes pourries, ce qui produiroit un collage sûr, pendant le peu de temps que ces papiers peuvent tremper dans la colle sans se déchirer.

Il est aisé d'apprécier cette prétention, si l'on réfléchit aux principes qu'on peut déduire de la méthode Hollandoise. N'est-il pas prouvé par cette méthode, qu'à quantité égale de principes collans, la colle chargée de saletés, telle qu'on l'emploie assez communément en France, est moins propre à pénétrer dans l'étoffe du papier de pâtes non pourries que la même colle bien purifiée? J'ajoute même qu'une colle contenant moins de principes collans, pourvu qu'ils soient sans mélange de matières étrangères & délayés dans un véhicule convenable, collera mieux qu'une colle plus forte non purifiée. Or la condition doit être la même pour les pâtes pourries qui absorbent la colle avec tant d'avidité. Une colle foible, mais épurée, s'insinuera donc plus vîte dans ces étoffes si perméables qu'une colle plus forte non purifiée, qui, par la précipitation momentanée des corps étrangers dont elle est chargée, bouchera les pores de ces étoffes avant que les parties collantes aient pu les atteindre & s'y loger. Donc le succès du collage des pâtes pourries ne dépend pas tant de la force d'une colle quelconque, que de l'état de fluidité & de pureté dans lequel on l'emploie.

Nous avons au reste des faits qui viennent à l'appui de ces réflexions & qui nous seront fournis par les Hollandois eux-mêmes. Les Fabricans de Sardam & de Flandre ont constamment éprouvé que des papiers de pâtes non pourries, superfines & bien pures, n'ont pris la colle qu'imparfaitement, toutes les fois qu'on les a trempés dans une colle trop chaude, qui n'avoit pas eu le temps de se purifier de ses saletés. Ils ont même observé que ce peu de succès n'étoit pas occasionné par les défauts de l'étoffe des papiers, auxquels on avoit donné d'ailleurs tous les apprêts de l'échange avant & après la colle, mais seulement par l'abondance des corps étrangers, qui flottant dans la colle, se sont opposés à l'introduction des parties collantes : Une preuve que le peu de succès du collage devoit être attribué à cette cause, c'est que ces papiers, de doux & de lisses qu'ils étoient, sont devenus durs, rudes, pleins d'aspérités comme s'ils n'eussent pas passé à l'échange.

La cause de ces effets devient encore plus palpable si l'on ajoute un fait totalement opposé au premier, quant aux circonstances où se trouve la colle. Il arrive souvent qu'en Hollande & en Flandre on n'échange point les pâtes moyennes avant la colle, sur-tout dans les petites Sortes, quand même ces pâtes seroient peu également triturées ; cependant, lorsque ces papiers sont collés avec une colle bien épurée, quoique foible, au moyen de l'échange après la colle, ils acquièrent beaucoup de douceur à leur surface, & finissent par être très-bien collés. On voit par-là que la colle clarifiée est tellement essentielle aux bons apprêts du papier, que sans cette condition les papiers soumis aux autres préparations en manquent l'effet, & qu'en la remplissant exactement on peut suppléer à quelques-unes de ces manipulations.

La dose de l'alun est encore une circonstance remarquable en Hollande dans la préparation de la colle. En France, on n'en met guère qu'un vingt-quatrième du poids des matières de la colle, pesées avant la cuite. En Hollande, la dose ordinaire de ce sel est entre un cinquième & un septième du poids de ces mêmes matières ; en sorte qu'il sembleroit

d'après cela que le papier de Hollande demanderoit pour être bien collé plus d'alun & moins de colle que le papier de France, & que ce dernier auroit besoin d'une plus grande quantité de colle & d'une moindre quantité d'alun. Ce qu'il y a de certain, c'est qu'avec la dose d'alun & de colle que nous employons, nous n'avons pas les mêmes succès qu'ont obtenu constamment les Hollandois avec leur colle bien purifiée & bien fluide, & la dose d'alun indiquée ci-dessus.

Je vais reprendre maintenant tous ces détails, & présenter dans autant d'articles précis chacune des précautions que les Hollandois mettent en usage pour la préparation de leur colle.

1.° Quoiqu'on distingue les différentes qualités des colles, il paroît cependant qu'en général on s'attache de préférence à celles qui donnent une plus grande quantité de parties collantes.

2.° Après que la colle est cuite on la transvase dans des vaisseaux plus larges que profonds, qu'on couvre avec soin pour laisser refroidir la colle par des degrés insensibles; elle dépose pendant ce refroidissement lent les matières étrangères qui la salissent, & la quantité de ces dépôts est à peu-près en raison des différens degrés de refroidissement que la colle éprouve.

3.° On met refroidir à part différens échantillons de la colle pour juger de sa force & de sa dépuration: si elle est trop forte, on y ajoute un quinzième ou un vingtième d'eau afin qu'elle achève de se clarifier plus complètement & même plus promptement.

4.° Lorsque la colle est refroidie à un certain point, & par conséquent dépouillée de la plus grande quantité des corps étrangers qui y flottent, on y mêle un septième ou un cinquième d'alun; on attend encore après ce mélange que la précipitation subite des saletés qu'il occcasionne ait gagné le fond des vaisseaux.

5.° On transvase pour lors la colle pour ne point la laisser prendre corps & former la gelée sur le sédiment.

6.° Après que la colle a éprouvé un refroidissement total,

& qu'elle eſt bien clarifiée, on la met dans une petite chaudière pour la réchauffer & lui communiquer une chaleur douce qui lui donne la fluidité convenable pour y tremper le papier.

En traitant la colle avec ces ſoins & ces précautions, les Hollandois ont toujours obtenu une colle nette, tranſparente, qui ne ternit point le ton de couleur & la blancheur de leurs papiers, qui réſiſte à toutes les températures de l'atmoſphère ſans ſe corrompre, qui colle avec un égal ſuccès toutes ſortes de pâtes, même les pâtes non pourries, qui ſe conſerve très-long-temps avec la même limpidité & la même conſiſtance; avec laquelle on peut coller ſûrement plus de papier que n'en colleroit une même quantité de colle non clarifiée; avec laquelle enfin on ſe préſerve de toutes taches de colle qui occaſionnent des déchets conſidérables dans certains cas.

Effets de la colle ſur les différentes pâtes; opération du collage.

Après avoir expoſé ce qui concerne la préparation de la colle, paſſons maintenant à ce qui regarde l'état des papiers indiſpenſablement requis pour aſſurer le ſuccès plein & entier du collage avec une colle bien clarifiée: nous terminerons enſuite cette expoſition par les détails de l'opération du collage.

Le ſuccès du collage, conſidéré par rapport aux papiers, dépend principalement de la pureté des pâtes. Tout ce qui nuit à cette pureté doit donc s'oppoſer à l'imbibition de la colle.

Les pâtes ſont pures toutes les fois que le pourriſſage ou la trituration n'ont pas altéré ou développé les parties colorantes ou huileuſes qui ſont renfermées dans la ſubſtance du chiffon.

D'après ces principes, les pâtes non pourries, toutes choſes d'ailleurs égales, doivent être en général plus pures que les pâtes pourries, puiſqu'elles n'ont pas éprouvé les mauvais effets d'une cauſe qui en altère plus ou moins la couleur; car nous avons vu *(art. I, n.° 1)* que ces pâtes naturelles

avoient conſervé leur blanc primitif & éclatant, pendant que les pâtes pourries avoient contracté un ton jaunâtre qui les ſaliſſoit. Il eſt conſtant d'ailleurs, par l'expérience journalière, que ces pâtes pourries ſont ſouvent imprégnées d'une eſpèce de principe huileux dans l'état ſavonneux qui empêche la colle de pouvoir pénétrer également & abondamment dans l'étoffe des papiers compoſés de ces pâtes.

Comme le pourriſſage, ainſi qu'il eſt conſtaté par l'expérience *(art. I, n.° 14)*, agit plus fortement ſur les chiffons groſſiers que ſur les fins, il rend en conſéquence les pâtes groſſières plus difficiles à coller exactement que les pâtes fines *(d)*, qui ſont moins altérées par la fermentation.

La différence de ces effets a paru auſſi ſenſible dans le collage des mêmes qualités de pâtes, lorſque les unes avoient été pourries, & que les autres au contraire étoient conſervées dans l'état naturel : & ſur les pâtes pourries ils ſe ſont montrés toujours en proportion de l'altération de la pureté de ces pâtes, produite par le pourriſſage. Ainſi, ce n'eſt pas ſouvent, parce qu'on épargne trop la colle, que nos papiers en France ne ſont pas ordinairement bien collés. On doit plutôt en attribuer la cauſe au défaut de pureté des pâtes pourries qui s'oppoſe à l'imbibition d'une quantité ſuffiſante de colle.

Quoique le collage du papier fabriqué avec des pâtes non pourries, réuſſiſſe mieux que celui des pâtes pourries ; cependant les premiers ne boivent pas la colle *(art. I, n.° 12)* auſſi promptement & auſſi abondamment que les ſeconds. Ces effets paroiſſent avoir pour principe l'état, la conſtitution, la texture & l'arrangement des filamens élémentaires dont ſont compoſés les deux ſortes de papiers. Ainſi, par exemple, le pourriſſage ayant déſuni & preſque décompoſé les petits filamens avec leſquels ſont fabriqués nos papiers de pâtes

(d) En conſéquence de cet état des pâtes fines & même mi-fines, les reproches que je me permets en général dans ce Mémoire, méritent d'être adoucis & modifiés ; j'en fais ici volontiers la remarque & l'aveu : j'ai fort à cœur que tout ce que m'inſpire le deſir de perfectionner l'art dans ma Patrie, ne paroiſſe pas dicté par un zèle outré.

pourries, leur arrangement peu régulier a laiſſé entre elles des pores ouverts où la colle s'introduit ſans obſtacle & en quantité proportionnée aux vides qu'elle remplit: mais elle ne ſe fixe pas de même à la ſurface du papier pour s'y étendre en une couche légère qui le verniſſe bien exactement, parce que cette baſe ternie n'eſt pas aſſez pure pour ſavoriſer l'adhérence de la colle.

On ne doute point que l'imbibition de la colle dans les papiers de pâtes pourries, ne ſuive cette marche, quand on eſt témoin d'un effet ſingulier dont les Deſſinateurs ſe plaignent ſouvent. Lorſqu'ils étendent quelques couches de lavis ſur nos papiers à deſſiner, la teinte eſt toute pointillée; c'eſt-à-dire qu'elle offre des parties foncées ou légères, des parties blanches ou colorées, fort bizarrement diſtribuées. Ces papiers paroiſſent collés ſeulement dans de petits points diſſéminés à la ſuperficie des feuilles, & les fonds ou les intervalles de ces points ſemblent n'avoir pu s'imbiber de colle. N'eſt-il pas viſible alors que le papier ne peut recevoir le lavis qu'à l'orifice des pores que la colle a pénétrés; & qu'il ſe laiſſe percer par l'humidité dans les parties où l'impureté de la pâte s'eſt oppoſée à l'adhérence de la colle. C'eſt encore par une ſuite de cette même diſtribution de la colle dans l'intérieur de l'étoffe des papiers de pâtes pourries, qu'ils en boivent beaucoup plus que ceux de pâtes non pourries, qu'ils la conſervent moins bien, & qu'ils la perdent plus facilement lorſque l'évaporation & la deſſiccation ne ſont pas ménagés dans des étendoirs convenables.

D'un autre côté le papier de pâtes non pourries, compoſé de fibres bien liées & bien compactes, n'attire & ne ſaiſit la colle que par une imbibition générale & uniforme des pores de la ſurface; c'eſt pour cela qu'avec une petite quantité de colle, il eſt mieux collé que les papiers de pâtes pourries. Et comme d'ailleurs les pâtes non pourries ſont plus pures, ainſi que nous l'avons déjà remarqué, la colle, quoique ſuperficielle, y eſt aſſez ſolidement adhérente pour ne s'évaporer qu'en petite quantité pendant la deſſiccation : le peu de pureté

des pâtes pourries fait qu'elles ne reçoivent pas avec autant d'avantage les parties collantes, lesquelles ne peuvent en grande partie y adhérer qu'à la faveur des pores multipliés & fort ouverts, où elles sont logées plus facilement.

Une preuve que c'est à l'arrangement & à la texture des particules de la pâte, dans les différentes sortes de papiers, qu'on doit attribuer la manière dont les papiers de Hollande & de France se comportent avec la colle, c'est que si le papier de Hollande a été gelé, il boit très-promptement, lorsqu'on le trempe dans le mouilloir, une quantité de colle considérable: il est évident que dans ce cas la gelée a ouvert de nouvelles issues, de nouveaux pores qui absorbent facilement une certaine portion de colle, outre celle qui adhère à la surface.

J'ai dit ci-dessus, qu'outre le pourrissage, la trituration produisoit aussi dans les pâtes des changemens & des altérations qui nuisoient au succès du collage. Pendant la trituration des chiffons *verts*, lorsqu'on emploie des machines imparfaites, il se développe des principes huileux, qu'on nomme *graisse* en Papeterie, & qui lorsqu'ils sont mêlés en certaine proportion avec la pâte, la rendent totalement inaccessible à la colle. On doit présumer que les demi-succès sont occasionnés par *cette graisse* moins abondante, & que suivant les degrés de développemens de cette matière, on éprouve les nuances d'un médiocre ou d'un mauvais collage. Comme le développement de cette graisse dépend sur-tout, ainsi que je l'ai déjà dit, des machines imparfaites qui servent à la trituration, je ne m'étendrai pas davantage sur ces inconvéniens, parce que je me propose de les discuter amplement, lorsque je traiterai des machines & des attentions qu'il faut avoir pour se préserver des défauts d'une trituration mal conduite.

Je vais m'occuper maintenant de tous les détails de l'opération du collage.

On commence par faire la cueillette des pages à l'étendoir, & après avoir assoupli & *désœuvré* les feuilles assez exactement pour détruire presque toute adhérence entr'elles, on les distribue par *poignées* ou paquets destinés à chaque *trempage*. Il paroît que

que dans cette préparation des poignées, on a pour but d'écarter tous les obſtacles qui pourroient s'oppoſer à l'imbibition de la colle; car on doit ſe rappeler avec quelle lenteur *(art. I, n.° 12)*, le papier de pâtes non pourries préſenté au mouilloir, feuille à feuille, prenoit la colle en quantité ſuffiſante. Cette difficulté de boire la colle m'a paru pour ces pâtes naturelles, être telle que ſi l'on plongeoit dans le mouilloir des pages formées de feuilles nombreuſes & fortement adhérentes entr'elles, comme ſont les nôtres, & qu'elles fuſſent compoſées de papiers fabriqués avec ces pâtes non pourries, il ſeroit impoſſible d'y faire pénétrer la colle. Nous avons même remarqué que malgré la facilité avec laquelle les pâtes pourries abſorboient la colle, l'épaiſſeur & la compacité de ces pages nuiſoit le plus ſouvent à ſon imbibition uniforme, parce qu'elle ne pouvoit traverſer cette épaiſſeur.

Outre ces précautions, on a ſoin de joindre à chaque poignée deux feuilles de papier gris, d'un format égal à celui du papier deſtiné à la colle; ce papier gris ferme, ſolide & déjà collé, placé aux deux côtés des poignées, ſert à en maintenir les feuilles. L'Ouvrier qui veut coller prend une de ces poignées & la plonge dans le mouilloir plein de colle clarifiée & réchauffée, comme je l'ai dit; il entr'ouvre la plus grande partie des feuilles de la poignée, afin de faciliter l'introduction de la liqueur par toutes les ſurfaces; c'eſt à ce but que tendent enſuite les petites manœuvres dont il eſt occupé pendant tout le temps que dure le trempage.

Comme le Colleur tourne & retourne ſa poignée en tous ſens, il étoit néceſſaire que le papier gris contînt pendant ces différens mouvemens, les feuilles des bords qui n'ayant plus d'adhérence avec les feuilles contiguës intérieures auroient flotté ſéparément dans la colle; ce qui auroit occaſionné beaucoup de *caſſés.* Cette précaution a été d'ailleurs inſpirée par la conſidération du long ſéjour que le papier de Hollande fait dans le mouilloir, avant d'avoir pris une quantité ſuffiſante de colle.

Ce n'eſt pas au reſte pour le ramolliſſement de l'étoffe dans la

colle qu'on a pris ces précautions, car elle conſerve toujours, même après avoir bu une ſuffiſante doſe de colle, aſſez de fermeté pour réſiſter aux tranſports ordinaires; auſſi n'ai-je pas remarqué que pendant le collage il ſe caſſât aucune feuille ſimple, à plus forte raiſon, on ne voit pas des pages entières ſe déchirer. Ces accidens, que nous éprouvons aſſez ſouvent avec nos pâtes pourries, quoique nous en ménagions avec grande réſerve les mouvemens, & que nous abrégions le temps du trempage, annoncent bien clairement des étoffes & des pâtes différentes des étoffes & des pâtes Hollandoiſes.

Lorſque les poignées ſont collées ſuffiſamment, on les retire du mouilloir avec les Papiers Gris qui les ſuivent, même ſous la preſſe. J'ai obſervé que la quantité de liqueur qui ſe dégage d'elle-même du paquet, lorſqu'on le ſoulève, & qui retombe dans le mouilloir, eſt infiniment moins abondante que celle qui quitte pour lors les poignées de nos pâtes pourries & ſpongieuſes.

Quand les papiers ſont placés ſous la preſſe, on la fait agir doucement d'abord, enſuite plus ou moins vigoureuſement, ſuivant leur compacité & leur feutrage: on juge des nuances de cet état par le temps qu'il leur a fallu pour parvenir à un certain ramolliſſement; plus ils ſont de temps, plus on preſſe fortement afin de faire pénétrer également les principes collans dans l'étoffe, & de faire dégorger au dehors toute la partie ſurabondante.

Quoique le papier de Hollande boive la colle difficilement, il peut en prendre ſuffiſamment au moyen du long ſéjour qu'il fait dans le mouilloir: cependant la quantité qu'il en prend eſt beaucoup moindre que celle qu'abſorbent nos papiers, mais cette moindre quantité lui ſuffit parce qu'il la conſerve plus fidèlement; il rend auſſi peu de liqueur ſous l'effort de la preſſe. On remarque même, que, comme ce papier s'eſt renflé à la colle par l'effet de ſon reſſort naturel, il ne perd que très-peu de cette augmentation de volume, ſous la preſſe ou pendant la deſſiccation. C'eſt tout le contraire pour les papiers de pâte pourrie qui ont été gonflés par la liqueur

& qui s'appauvriſſent, quant à l'épaiſſeur, à meſure qu'ils paſſent ſous la preſſe ou bien à l'étendoir. On laiſſe le papier de Hollande au moins un quart-d'heure ſous la preſſe de la colle, comme on le pratique en France ; après quoi on l'enlève par paquets dont les feuilles de Papier Gris ſervent toujours à déterminer l'épaiſſeur, & l'on en fait des piles particulières qu'on arrange tout autour de la table deſtinée à l'échange, afin que les Ouvriers, occupés de ce dernier apprêt, puiſſent ſe partager leur tâche.

De l'échange après la colle.

On commence cette opération, par *relever* feuille à feuille les papiers des paquets, dont je viens de parler : on les relève ou encore chauds de colle, ou bien lorſqu'ils ſont refroidis ; la pratique des Fabricans Hollandois n'a rien de conſtant à ce ſujet : cependant je crois que la première méthode eſt préférable à la ſeconde. Mais après les *relevés*, on a la plus grande attention de ne ſoumettre, à la preſſe, les nouvelles piles de papiers, que lorſqu'ils ont entièrement perdu la chaleur de la colle; car ſi la colle étoit encore un peu chaude & liquide, elle pourroit ſous l'effort de la preſſe de l'échange, ou ſortir par filets du papier, ou bien éprouver à la ſurface des feuilles, une nouvelle diſtribution qui y cauſeroit beaucoup d'inégalités, & détruiroit le bon effet des *relevés.* Il vaut mieux que le papier, encore chaud de colle, prenne, pendant les *relevés*, une certaine ſolidité, & que les couches du vernis de la colle ſe conſolident & s'affermiſſent à meſure que le refroidiſſement de toute l'étoffe s'opère ; qu'enſuite ces effets ſe perfectionnent ſous la preſſe qui achève de donner au papier le glacé matte ſi convenable pour l'écriture & pour le deſſin. C'eſt donc par le mélange des *relevés* & des *preſſages* que le grain des papiers collés devient égal & doux, que la colle prend corps, s'étend & ſe fixe ſur la ſurface du papier : il eſt aiſé de ſentir, par ce que nous avons dit de l'échange en porſes blanches, quelle eſt la marche de tous ces effets.

L'échange après la colle eſt même d'une toute autre importance que le premier, par la multiplicité des vues qu'il remplit: auſſi l'exécute-t-on généralement en Hollande ſur toutes les Sortes de papier; au lieu qu'on ſupprime quelquefois l'échange en porſes blanches, particulièrement pour l'apprêt des petites Sortes qui sèchent ſans aucun inconvénient avant la colle. L'apprêt du ſecond échange mérite d'autant plus d'être ſoigné, qu'il reſte invariablement ſur les papiers, & qu'il n'eſt plus altéré par des opérations ſubſéquentes.

On voit, par ce que nous venons de dire, que l'échange a pluſieurs avantages qui méritent d'être rappelés ſuccinctement: 1.° il donne le temps à la colle de pénétrer dans une étoffe qui la boit lentement, de ſe fixer à la ſurface de cette étoffe, & d'y former une couche de vernis à meſure qu'elle ſe refroidit.

2.° En ſéparant chacune des feuilles collées, il détruit les mauvais effets d'un contact qui nuiroit au glacé de leur ſurface, ſur-tout après que la colle s'eſt inſinuée dans l'intervalle des feuilles contiguës.

3.° Il opère lentement un commencement de deſſiccation avant que la colle & le papier aient été expoſés à l'action de l'air, qui y produiroit une évaporation trop vive.

4.° Par l'effet des preſſes, le grain s'adoucit, chacune des ſurfaces ſe glace, & enfin toute l'humidité ſe diſtribue bien également au centre de l'étoffe comme le long des bords; ce qui empêche les feuilles de ſe déformer & de ſe rider lorſque la deſſiccation ſe complète à l'étendoir.

5.° Enfin l'échange rend les feuilles ſi unies & ſi liſſes, qu'elles peuvent être *déſœuvrées* facilement pendant la deſſiccation, ſoit par elles-mêmes, ſoit par un effort très-foible du ſaleran qui fait la cueillette; ce qui diſpenſe d'étendre feuille à feuille après la colle, comme nous allons l'expliquer plus en détail.

De l'Étendage en pages après la colle.

Lorſque le papier *relevé* a paſſé quatre à cinq heures ſous

la presse, on l'en retire & on le porte à l'étendoir; là on le distribue sur les cordes, en pages de deux, de trois, de cinq feuilles, suivant la grandeur du format; les Petites Sortes s'étendant à cinq feuilles, & les Grandes à deux feuilles seulement : cet étendage se fait avec la plus grande facilité, au moyen de ferlets dont les manches sont assez longs pour atteindre aux divers rangs des cordages; le papier sèche doucement en cet état, & la colle se conserve très-bien sans un déchet sensible, parce que les feuilles des pages se préservent réciproquement d'une dessiccation trop subite : comme la colle a déjà pris corps & s'est fixée en couches à la surface du papier pendant toutes les opérations de l'échange, les progrès insensibles d'une dessiccation ménagée ne font que donner une consistance plus solide encore à tous ces bons effets, à mesure que les feuilles se séparent d'elles-mêmes.

Les Hollandois, en étendant ainsi en pages le papier collé & échangé, évitent très-adroitement l'opération la plus pénible & la plus hasardeuse de la méthode Françoise.

Quoique le papier de France soit en général fort mollasse, sur-tout lorsqu'il sort du mouilloir, cependant la suite de nos procédés nous a mis dans la nécessité de séparer pour lors chacune des feuilles qui composent les *poignées*, & de les étendre ainsi toutes séparées : sans cela, au lieu de feuilles minces & légères, on n'obtiendroit, après la dessiccation, que des espèces de cartons ou assemblages de feuilles exactement collées ensemble. En Hollande, la facilité de manier le papier, même après la colle, a introduit l'échange qui, par rapport aux *relevés*, ressemble assez à notre manière d'étendre feuille à feuille; mais il s'en faut bien qu'il entraîne les mêmes inconvéniens, soit dans ses effets, soit dans l'exécution. Premièrement les manipulations de l'échange après la colle sont moins pénibles, exigent moins d'ouvriers que celles qui y correspondent en France; trois ouvriers peuvent faire en Hollande le travail que quatre n'exécuteroient pas en France; car il faut moins de temps pour *relever* les papiers collés, pour les mettre sous presse, pour les étendre en pages, que pour étendre

ſeulement la même quantité de porſes en France, après les avoir ſéparées feuille à feuille dans l'état de molleſſe & d'adhérence où elles ſe trouvent. Ainſi dans la méthode Hollandoiſe, outre le bénéfice de la main-d'œuvre, on a encore de plus les bons effets de l'échange. Toutes nos opérations après la colle ne ſont que des opérations de pure néceſſité; aucune ne tend à l'amélioration de l'étoffe : on expédie le travail ſans penſer qu'on détériore infiniment les papiers.

Nous avons vu dans le premier Mémoire, combien la ſéparation bruſquée des feuilles nouvellement collées, faiſoit lever en France de poils à leur ſuperficie, & combien elle groſſiſſoit le grain : nous avons remarqué auſſi que ces inégalités, expoſées enſuite à une deſſiccation rapide, ſe trouvoient fixées preſque invariablement en cet état. Il n'eſt donc pas étonnant qu'il ne réſulte le plus ſouvent de toutes ces opérations hâtées, qu'une étoffe dure, sèche, ſans aucune douceur à ſa ſurface, au lieu d'une étoffe ſouple, flexible, d'un grain uni & liſſe qu'on auroit pu obtenir par cette ſuite d'apprêts réfléchis que nous venons d'expoſer.

Si l'on joint à ces conſidérations celle des *caſſes*, ou des autres défectuoſités qui ſont la ſuite de l'étendage fait feuille à feuille, après la colle, malgré l'adreſſe ſingulière de nos Étendeuſes, on ſera encore plus étonné de l'avantage que l'échange procure aux Hollandois. Outre les feuilles *caſſées* entièrement & qu'on met au rebut, combien n'en voit-on pas dont les coins ou partie des bords ſont enlevés & déchirés au milieu des efforts continuels qu'il faut faire pour exécuter cette longue & pénible ſéparation ? C'eſt encore à la nature de leurs pâtes, que les Hollandois doivent l'avantage d'avoir ſupprimé cet étendage feuille à feuille; comme les feuilles de pâtes naturelles ſe feutrent & ſe ſéchent facilement ſous les preſſes, elles peuvent ſe prêter à toutes les manipulations qu'exigent les apprêts qui diſpenſent de cet étendage; au lieu qu'avec nos pâtes pourries, nous ſommes réduits à ne nous point occuper de ces apprêts, quoique notre étoffe en ait le plus grand beſoin. Cette conſidération me

conduit à parler des *casses*, & à comparer encore à ce sujet les résultats des deux méthodes ensemble.

Des Papiers cassés.

On peut se rappeler que dans les différens détails de nos procédés, soit de fabrication, soit d'apprêts, j'ai souvent fait mention des *casses ;* & l'on a pu se convaincre en même temps qu'ils étoient occasionnés en général par nos pâtes pourries, peu susceptibles de prendre une certaine consistance sous la presse.

On a vu les leveurs François occupés à détacher des feutres les feuilles qui adhéroient, & assez souvent déchirer ces feuilles, ou bien arracher seulement des portions de coins & de bordures qui ne pouvoient soutenir l'effort nécessaire pour dégager la feuille entière.

La même étoffe de pâtes pourries, soumise de nouveau à l'effort de la presse en porses blanches, n'a pas encore acquis pour lors une solidité suffisante pour être *relevée* sans que les casses ne se multiplient à un certain point. Nous avons aussi indiqué cet inconvénient, comme un des principaux motifs qui avoient découragé les Fabricans François, & qui les avoient déterminés à abandonner l'échange en porses blanches.

Lorsque nous étendons en pages, nous déchirons encore assez souvent les feuilles sur toute leur longueur en détachant les pages; d'ailleurs nous comptons toujours que deux à trois feuilles de l'extrémité de chaque porse, qui frottent sur le plateau, ou qui portent sur le plancher de l'étendoir, lorsqu'on fait la cueillette des pages, seront déchirées de manière à ne plus servir qu'en maculatures; c'est un sacrifice que notre négligence semble faire sans regret.

Dans le collage, nous *cassons* aussi quelques feuilles des poignées, sur-tout si nous les laissons séjourner un peu trop long temps dans le mouilloir; & si nos poignées sont composées de pages trop épaisses & peu susceptibles d'être assouplies, on voit quelquefois de ces pages entières se *casser.*

Enfin, nous venons de faire voir combien l'uſage où nous étions de ſéparer chaque feuille des poignées après la colle, multiplioit les *caſſès* & les autres défectuoſités ſemblables : nous avons montré en même temps que cette ſéparation étoit indiſpenſable, tant que nous ſerons attachés à notre méthode de pourrir ; ce ſont donc des pertes néceſſaires dans notre manière d'opérer. D'après tout ce détail, on ne ſera pas étonné de nous voir porter ici les papiers *caſſés* ou déchirés au quinzième de la fabrication totale en France.

En Hollande, les Fabricans ne comptent guère que ſur un ſoixantième au plus de papier *caſſé* ou déchiré; quoique leurs papiers ſoient expoſés de plus que les nôtres aux manipulations des *relevés* & des *preſſages* de deux échanges. On n'aura pas de peine à croire à cette évaluation des pertes occaſionnées par les accidens inſéparables des manipulations de la Papeterie, ſi l'on réfléchit à la ſolidité de l'étoffe des papiers Hollandois au ſortir de la première preſſe de la cuve, à la facilité avec laquelle le Leveur détache les feuilles des feutres, à la facilité des *relevés* dans les deux échanges, & des deux étendages en pages après les échanges.

Je dois faire remarquer outre cela que les Fabricans Hollandois ont la plus grande attention pour que les porſes ne ſoient jamais placées immédiatement ſur les plateaux, lorſqu'après l'échange on les porte à l'étendoir; que des feutres ou des Papiers Gris bien collés les préſervent d'être déchirées par les frottemens de toutes eſpèces auxquels les différens tranſports les expoſent; que ces mêmes Papiers Gris les ſuivent dans la préparation des poignées, dans le collage, dans les opérations de l'échange après la colle, & enfin dans l'étendage, &c.

Les Hollandois ne ſe ſont pas bornés, comme l'on voit, à profiter des avantages que la ſolidité de leur papier leur offroit, pour ne pas éprouver de *caſſes* dans les manipulations ordinaires de la fabrication & des apprêts ; mais pour éviter de plus grandes pertes, ils ont ſu prendre des précautions contre les accidens auxquels une étoffe, quelque ſolide qu'elle ſoit, n'auroit pu réſiſter.

ARTICLE

ARTICLE TROISIÈME.

Des propriétés & des usages des différens Papiers, considérés relativement aux pâtes pourries ou non pourries qui entrent dans leur composition.

IL ne me reste plus, pour compléter la comparaison des systèmes de fabrication Hollandois & François, qu'à parler de leurs produits; car il me paroît également intéressant de mettre en opposition les résultats de l'une & l'autre méthode, après en avoir rapproché jusqu'à présent les procédés. Toute cette comparaison doit au reste se borner à considérer les différentes sortes de papiers, relativement aux pâtes qui entrent dans leur composition, à la qualité & aux usages des étoffes; d'après ce point de vue net & précis, je diviserai tous les papiers en deux classes générales.

La première, comprendra ceux qui peuvent éprouver quelqu'effort, sans céder à un certain point; cette destination exige, comme nous l'avons prouvé, qu'ils soient fabriqués avec une pâte non pourrie ou très-peu pourrie.

Je placerai dans la seconde classe les papiers destinés à recevoir l'impression de quelqu'effort & à s'y prêter. Suivant les principes exposés ci-devant, ces papiers doivent être fabriqués avec des pâtes creuses, mollasses, & par conséquent produites par la trituration d'un chiffon pourri.

Les papiers propres à l'écriture, au dessin, le papier à sucre, ceux destinés à plier les étoffes, à doubler les vaisseaux, les cartons d'apprêts pour les étoffes de laine, sont de la première classe, & les produits de la méthode Hollandoise telle que je l'ai décrite.

Les papiers propres à l'impression, aux cartes géographiques, aux estampes, aux cartes à jouer, sont les résultats les plus précieux de la méthode Françoise. En parcourant chacune de ces Sortes, je décrirai, avec plus de précision, ce qui les caractérise particulièrement.

Papier propre à l'Écriture.

Le papier d'écriture doit être fabriqué ſans nœuds, ſans plis, ſans rides, & d'une étoffe ſouple, dont la ſuperficie préſente un grain uniforme & ſuivi, qui ſoit adouci par l'échange, & nullement détruit par la liſſe : le fond de ce papier ſera blanc, ou bien offrira la nuance d'un bleu léger, qui ajoute à l'éclat du blanc naturel. Il eſt très-important qu'il ſoit bien & exactement collé, pour que l'écriture ſoit nette, & que les contours des lettres ne ſoient ni indécis, ni baveux. En indiquant les qualités qui ſont eſſentielles au papier d'écriture, j'ai indiqué les qualités du papier de Hollande; on lui reproche, il eſt vrai, d'être caſſant & de ſe couper dans ſes plis; mais on ne peut guère éviter ces défauts qu'en ſacrifiant quelques-unes de ces qualités, ou du moins l'art de la Papeterie n'eſt pas encore parvenu juſque-là.

Ce papier doit être fabriqué avec des pâtes non pourries, qui prennent un beau grain, qui s'échangent avec ſuccès, qui ſe collent bien également, enfin qui ſe sèchent ſans plis & ſans rides après l'échange.

Papier propre au Deſſin & aux Enluminures.

Les papiers propres au deſſin ſont de deux ſortes; les uns ſont formés d'une ſeule pâte blanche, fine ou moyenne; les autres ſont compoſés de deux ou trois pâtes de diverſes couleurs; les Hollandois ſont preſque ſeuls en poſſeſſion de fabriquer ces papiers. Ces étoffes réuniſſent les mêmes qualités que les papiers d'écriture; il faut que leur grain ſoit bien prononcé, quoiqu'adouci par l'échange; car ſans ce grain, le crayon ne pourroit y laiſſer les traces des objets que le Deſſinateur a voulu figurer. Il convient que le collage en ſoit ſoigné pour que les deſſins à l'encre ou au lavis aient de la netteté & ne s'affoibliſſent pas par l'imbibition de l'encre & des couleurs qui pénétreroient irrégulièrement dans l'étoffe.

Depuis quelques années, nos papiers à deſſiner ont un grain moins gros, parce qu'on les a ſoumis à l'échange, mais

ils ſont toujours un peu mous & d'un collage peu ſûr. Il n'y a guère que M. Henri à Angoulême, & M. Cuvelier à Lille, qui aient approché du travail Hollandois, parce qu'ils pourriſſent peu & qu'ils ont adopté l'échange.

Papiers peints, Tontiſſes, &c.

L'on admire avec raiſon les papiers peints qui viennent d'Angleterre, & l'on a voulu les imiter en France; mais on n'a pas ſenti que ce qui contribuoit le plus à la beauté de ces papiers, étoit la ſolidité de leur étoffe fabriquée avec des pâtes non pourries. On a cru qu'il ſuffiſoit, pour imiter les papiers peints Anglois, de ſe borner à la compoſition des deſſins & des couleurs; on n'a pas craint de confier ces couleurs à des papiers faits de pâtes pourries, ſans conſiſtance, ſans fermeté & ſans colle. Il n'eſt donc pas étonnant que les contours des ramages ſoient mal terminés, que les couleurs n'aient ni vivacité, ni accord, puiſque la pâte pourrie admet inégalement ces couleurs, les boit avec avidité & s'en pénètre inſenſiblement. Ces mêmes papiers François ne prennent qu'un liſſage lâche, & ont beſoin d'être collés ſur toile; ceux d'Angleterre, au contraire, ont aſſez de conſiſtance pour réſiſter ſeuls aux accidens, & bien figurer dans une tenture; d'ailleurs leur liſſage eſt vif & brillant, parce qu'ils cèdent le moins poſſible à l'effort de la liſſe.

On voit par ce détail, de quelle importance il eſt de n'employer dans les Manufactures de papiers peints, que des papiers fabriqués avec une pâte non pourrie, bien feutrés & adoucis par l'échange, ſolides, collés & ſonnans. Comme ils peuvent être faits de toutes peilles, il eſt néceſſaire qu'on triture les chiffons avec des machines qui coupent bien & qui ne laiſſent pas contracter de la graiſſe à la pâte.

Papier à ſucre.

Le papier à ſucre que les Hollandois nous apportent, a de la ſoupleſſe & de la ſolidité; il ſe plie ſans ſe rompre: auſſi emploient-ils à ſa fabrication un chiffon groſſier non

pourri qu'ils triturent avec des cylindres bien coupans; ils le collent avec soin & le soumettent à l'échange, non-seulement pour en adoucir la surface, mais sur-tout pour le feutrer intimément. Le papier à sucre qu'on fabrique en France n'est fait sur aucun principe; c'est un assemblage de pâtes grossières, pourries à l'excès & qui n'ont ni consistance, ni liaison : aussi s'ouvre-t-il dans les plis au moindre effort, & met à découvert les pains de sucre.

Cartons pour les apprêts des Étoffes de laine.

Il y a quelque temps qu'on s'occupe en France de la fabrication des cartons propres aux apprêts des étoffes de laine : les Apprêteurs desirent que ces cartons résistent à l'effort de la presse, & qu'ils réagissent contre la surface des étoffes au milieu desquelles on les place pour les acatir. On sent aisément, par tout ce que j'ai dit ci-devant, qu'un carton composé de pâtes non pourries, est seul en état de remplir toutes ces vues; que dans notre systême de fabrication, il ne nous a pas été possible de satisfaire aux desirs des Apprêteurs, puisque nous leur avons présenté des cartons composés de pâtes pourries à l'excès, ou même de rognures de papier & de maculatures qu'on soumet encore à un second pourrissage.

Les Hollandois & les Anglois ont eu au contraire dans ce genre, les plus grands succès; & ils les doivent au principe général de fabrication qu'ils ont adopté, plutôt qu'à des recherches particulières. Leurs cartons sont, ou fabriqués dans toute leur épaisseur avec une seule masse de pâte assemblée sur la forme, ou bien ne sont que l'assemblage de plusieurs feuilles de papier collées ensemble; dans l'un & l'autre cas, ils sont composés avec des matières grossières non pourries, & triturées par des cylindres armés de lames acérées. On les feutre & on les échange avec soin, & après les avoir vernis d'une composition qui n'est pas de notre objet, on les lisse. Par ces apprêts long-temps continués, les Hollandois & les Anglois en obtiennent des étoffes solides & glacées, qui ne s'écrasent plus entre les plis du drap, & qui n'y adhèrent

point. Comme le lissage vif qu'on donne à ces cartons, agit plus sur la composition dont on les vernit que sur l'étoffe même, on ne ménage pas l'action des presses lors de l'échange. En suivant ce plan de fabrication, on peut procurer à nos Manufactures de Draps, un carton aussi propre à leurs apprêts que les cartons Anglois & Hollandois. Comme les recherches qu'on a faites sur cet objet important, n'ont été dirigées sur aucun principe, il n'est pas étonnant qu'elles n'aient pas eu un succès bien décidé; tels sont les principes qu'il faut suivre dans les épreuves qu'on entreprendroit à ce sujet.

Passons maintenant à la seconde classe des papiers que nous avons distingués ci-dessus.

Papier d'Impression.

Je place à la tête des papiers de cette classe, le papier d'impression, parce que c'est le chef-d'œuvre de la Méthode Françoise : ce papier doit être étoffé, bien uni, sans plis, sans rides, d'un blanc naturel, sans aucune nuance de bleu, collé moins fortement que le papier d'écriture, mais assez bien cependant pour qu'il rende les caractères d'imprimerie avec netteté; ce qu'il ne peut pas faire s'il est mollasse & mal collé. D'ailleurs il tire sa fermeté plutôt de sa colle, que de la nature de la pâte dont il est composé, laquelle doit être creuse & susceptible de se prêter en s'écrasant à l'introduction des caractères.

Ces qualités dans la pâte dont est composé le papier d'impression, exigent que le chiffon passe au pourrissage, & qu'il soit trituré aux pilons plutôt qu'aux cylindres, parce qu'en général les pâtes pourries triturées aux cylindres, éprouvent dans la dessiccation une retraite plus considérable que les mêmes pâtes triturées aux maillets; leurs filamens sont donc moins rapprochés dans le dernier cas que dans le premier. Le papier fabriqué avec ces précautions, cède assez à la presse de l'Imprimeur, pour prendre une quantité d'encre suffisante. Il faut avoir seulement soin que la pâte soit triturée sans graisse, & qu'elle soit ouvrée avec une certaine lenteur

pour qu'elle ſe diſtribue uniformément ſur la verjure, & qu'elle y prenne un grain net & régulier: ſans cela les caractères ne ſeroient pas prononcés également dans toutes les parties de la feuille; d'ailleurs, ſi la pâte étoit un peu graſſe, le collage ſeroit inégal & imparfait.

Papier pour la Gravure.

La gravure exige un papier qui ait les mêmes qualités que celui d'impreſſion, relativement à l'état de ſa pâte qui doit être pourrie à un certain degré; car il eſt prouvé par l'expérience, que la gravure ne prendroit point ſur un papier fait de pâte non pourrie. La pâte outre cela doit être pure, ſans nœuds, ſans patons; le grain très-uni, ſans plis & ſans rides; pour cela le papier ſera ſéché lentement dans des étendoirs bas, afin que le grain ne ſorte pas trop pendant la deſſiccation; car il ſeroit dangereux de l'adoucir par l'échange, on feutreroit l'étoffe & on en rapprocheroit trop les fibres; mais on doit diſtribuer également l'action des deux premiers *preſſages:* on a vu que ſans cette condition le papier inégalement imprégné d'humidité, au centre & ſur les bords, contractoit des rides & des plis pendant la deſſiccation. Il doit être auſſi collé à un certain point. En rempliſſant ces conditions, les traits des tailles-douces pourront s'imprimer nettement, & avec tous les tons qu'exigent les teintes & les demi-teintes. Le papier mou & creux de l'Auvergne réunit aſſez bien ces avantages. Les Anglois & les Hollandois tirent de France ce papier, ainſi que celui d'impreſſion. On ſent bien maintenant pourquoi les papiers de ces deux Nations, qui ne fabriquent que des pâtes non pourries, ne ſont pas propres à recevoir l'effet des gravures. Une pâte verte qui ne cède & ne prête que très-peu à l'action de la planche gravée, ne rend aucun trait dans le ton qu'il convient.

Papier cartier & papier peint lissé.

Ces Sortes de papiers tiennent en quelque façon le milieu entre les papiers de la première classe & ceux de la seconde; il faut que le papier cartier soit fabriqué de façon à prendre le lissage, par conséquent il convient qu'il soit composé d'une pâte un peu creuse; mais ce lissage doit être vif, afin que les cartes coulent légèrement les unes sur les autres lorsqu'on les mêle : le papier cartier ne soutiendroit pas, sans se déchirer, l'effort qui lui communique ce lissage, si la pâte ne conservoit pas encore une certaine fermeté; en un mot, il faut que le papier cartier cède difficilement à la lisse : car le bon effet de la lisse, est, jusqu'à un certain point, en raison de la difficulté du lissage; aussi les Cartiers rebutent-ils tout papier mou & sans consistance. Une bonne colle est aussi essentielle à ces papiers, puisqu'elle tient lieu d'un vernis auquel le lissage donne un ton luisant & glacé; enfin, il est de la plus grande importance que la pâte soit pure, car sans cela beaucoup de cartes remplies de taches, passeroient au rebut.

Pour remplir toutes les conditions que la destination du papier cartier semble imposer aux Fabricans, on conçoit qu'ils doivent pourrir très-peu leur chiffon; ensuite le triturer dans des moulins bien montés, & dont les pilons soient armés de clous comme ceux de la Gueldre : enfin le sécher dans des étendoirs un peu aérés pour obtenir un papier ferme & sonnant après la colle.

Jusqu'à présent l'Angoumois est presque la seule province qui vende dans le Nord du papier cartier, du moins le papier de cette province est le seul qui soit recherché par les Hollandois ; aussi les peilles de l'Angoumois ne sont point susceptibles de prendre de la mollesse en pourrissant, & les moulins de cette Province triturent promptement les peilles un peu vertes. Les moulins des environs de Tulles réussissent aussi fort bien dans le même genre de fabrication, parce qu'ils ont les mêmes ressources. Enfin, il en seroit de même en Bourgogne si les Fabricans de cette province

ſavoient profiter de la bonne qualité de leur chiffon qui m'a paru conſerver beaucoup de conſiſtance après un pourriſſage ménagé.

Les papiers deſtinés à être peints & liſſes, exigent les mêmes qualités de pâtes & les mêmes apprêts que le papier cartier. J'ajouterois cependant à la préparation de ce dernier papier, les opérations de l'échange & du relevé, parce que les papiers liſſés ont beſoin d'un grain adouci; outre cela, j'en ménagerois la deſſiccation dans un étendoir bas, pour que les feuilles n'en fuſſent pas déformées dans leurs dimenſions, ce qui nuit à leur aſſemblage lorſqu'on les colle pour en faire des rouleaux. Ces papiers ainſi fabriqués prendroient les couleurs, ſans les altérer par une imbibition irrégulière, & recevroient un beau liſſage ſans ſe caſſer.

Il réſulte de tous ces détails, qu'à la lumière des faits expoſés ci-devant, l'on pourra fixer par la ſuite les opérations de la Papeterie, dans des limites aſſez préciſes pour en diriger & en aſſurer les réſultats; qu'il ſera auſſi facile de ſubſtituer à une routine aveugle, & qui ne réuſſit toujours que par le concours fortuit de quelques circonſtances heureuſes, des principes raiſonnés qui éclaireront également ſur les cauſes des défauts du papier, comme ſur celles de ſes qualités eſtimables qui le rendent propre à tel ou tel uſage.

ARTICLE QUATRIÈME.

Des motifs & des circonſtances qui ont déterminé la ſuppreſſion du pourriſſage en Hollande, ainſi que l'établiſſement des cylindres & des procédés particuliers aux Hollandois; de l'introduction infructueuſe des cylindres en France; des divers obſtacles qui ſe ſont oppoſés à l'introduction des procédés Hollandois, & des moyens d'y parvenir.

APRÈS avoir recueilli dans les Moulins des Hollandois, toutes les obſervations propres à établir une comparaiſon raiſonnée entre nos procédés & les leurs; je fus curieux de connoître quelles étoient les cauſes locales qui avoient produit

inſenſiblement

insensiblement les changemens, & même, si l'on veut, les améliorations que je trouvois à Sardam, dans l'art de la Papeterie, & mes recherches à ce sujet n'ont pas été infructueuses.

L'art de la Papeterie, tel qu'il est encore actuellement suivi en France, fut porté en Hollande par les Protestans de l'Angoumois, qui quittèrent cette Province à l'occasion de la révocation de l'Édit de Nantes; mais comme l'unique agent des machines qui servoient à la trituration du chiffon étoit le vent, ces Fabricans trouvèrent bientôt de grands inconvéniens à faire pourrir ce chiffon, suivant la pratique générale de la France leur patrie. Ils éprouvèrent plusieurs fois que leur chiffon parvenu à un point de pourrissage qu'ils jugeoient convenable pour la trituration, ne pouvoit être réduit en pâte par des machines, qui faute de vent restoient dans l'inaction, & que cette matière étoit alors exposée, ou à se gâter, ou à se perdre entièrement par le progrès de la fermentation si le calme continuoit. Ils sentirent donc la nécessité de supprimer totalement le pourrissage, puisqu'ils ne pouvoient changer l'agent de leurs machines. Ainsi, c'est à l'impossibilité de se rendre maîtres du vent en tout temps que les Fabricans Hollandois ont dû la découverte intéressante des excellentes qualités des pâtes non pourries, telles que nous les avons exposées dans les articles précédens.

Ayant pris la résolution d'employer le chiffon dans son état naturel & primitif, ils se virent obligés de changer des machines qui n'avoient servi jusqu'alors qu'à triturer une matière attendrie par le pourrissage; c'est dans ces circonstances que furent inventés les cylindres, & que les maillets furent perfectionnés.

Lorsque ces Fabricans industrieux eurent fait usage des cylindres, ils s'aperçurent bientôt d'un nouvel avantage qu'ils n'avoient pas prévu, & dont on doit sentir le prix en Hollande où le chiffon est fort cher, parce qu'on en tire la plus grande partie des pays étrangers: ils obtinrent d'un quintal de chiffon non pourri, quinze à vingt livres de pâte propre à la

fabrication, de plus que n'avoit coutume de leur donner une ſemblable quantité de chiffons lorſqu'ils pourriſſoient.

Ces premières vues de réforme ayant été inſpirées par tous les motifs que je viens d'indiquer, & encouragées enſuite par des ſuccès, elles en firent naître d'autres. A meſure qu'on étudioit le caractère des pâtes non pourries, & qu'on parvenoit à le connoître dans les différens travaux de la fabrication & des apprêts, on modifioit ces travaux ſuivant que ce caractère ſembloit l'exiger, & ſuivant qu'il annonçoit lui-même la route nouvelle qu'il falloit prendre. Il eſt réſulté de tous ces eſſais une ſuite de procédés qui ont été inſenſiblement appropriés aux qualités de la matière qu'on employoit. On a donc ſubſtitué de nouvelles manipulations aux premières; on en a même ajouté de particulières, comme par exemple l'échange, qui n'avoient pas de correſpondantes dans l'ancienne méthode, & il s'eſt formé de la réunion des manipulations modifiées & des nouvelles un Art qui a d'autres principes, un plan d'opérations totalement différent, & des réſultats qui ne reſſemblent point à ceux de l'ancienne méthode que nous avons conſervée en France; & toute cette révolution dans l'art de la Papeterie, a eu pour principe la ſuppreſſion du pourriſſage.

Les beſoins du commerce des Hollandois, qui s'établiſſoit enſuite ſur les débris du nôtre, & leur induſtrieuſe activité ayant multiplié les Fabriques de papier, elles ont toutes été conſtruites & dirigées ſuivant ce nouveau ſyſtème; celles même qui furent établies dans la Gueldre, où les ruiſſeaux préſentoient un agent dont le ſervice étoit plus aſſuré & plus conſtant que celui du vent, n'ont pas conſervé l'ancien uſage de pourrir; ainſi les cylindres ont été introduits dans les Moulins de la Gueldre, & conſtruits de manière qu'ils triturent du chiffon non pourri; & par-tout où les maillets ſubſiſtent encore, ils ont été appropriés au même uſage.

On peut donc dire que dans toutes les Provinces-unies, les Moulins, ſoit à cylindres mus par le vent, ſoit à cylindres mus par l'eau, ſoit à maillets mus par l'eau, réduiſent en

pâte du chiffon non pourri; & que toute la fabrication du papier dans ces Provinces, n'a d'autre base que des *pâtes naturelles.*

De l'introduction infructueuse des cylindres en France; des divers obstacles qui se sont opposés à l'introduction des procédés Hollandois.

Ces découvertes précieuses avoient perfectionné depuis long-temps la fabrication du papier en Hollande, sans que nous en eussions connoissance, malgré le commerce animé qui subsistoit entre les deux Nations, & malgré l'intérêt que nos Fabricans avoient d'en être instruits. On sait avec quelle lenteur les nouveaux procédés des Arts les plus utiles se propagent d'un État dans un autre, lorsque personne n'est chargé particulièrement de suivre ou de hâter leurs progrès. Cependant la beauté des papiers que nous fournissoient les Hollandois, & la faveur de leur débit dans toute l'Europe, ouvrirent enfin les yeux à certains Fabricans de France, qui conçurent le projet de les imiter.

Mais il s'en fallut beaucoup que ce projet fût concerté avec toute la maturité & toutes les connoissances pratiques qui pouvoient en assurer le succès. Nul Artiste vraiment consommé dans les procédés Hollandois ne présidoit, ni au plan ni à l'exécution de cette entreprise. On crut d'abord, que le moyen le plus sûr de réussir étoit d'adopter les machines nouvelles que les Hollandois avoient introduites dans leurs moulins; & l'on se détermina d'autant plus à cette réforme, que les Hollandois eux-mêmes, en publiant les dessins de ces machines, nous avoient mis à portée de les copier & de les établir dans nos fabriques. On ne pensa pas à s'occuper de recherches précises sur le jeu & le gouvernement de ces machines, sur les détails de leur travail, & enfin sur les principes d'une bonne trituration : cet emprunt que l'industrie Françoise faisoit à l'invention Hollandoise, n'ayant pas été exécuté avec toutes les conditions qui pouvoient

en rendre l'application ſûre & infaillible, je veux dire, avec un corps de doctrine qui pût éclairer les Fabricans eux-mêmes, nous avons vu de toutes parts de grandes entrepriſes & de petits ſuccès : on ne doit pas être étonné qu'en négligeant ainſi de ſe procurer les inſtructions dont on avoit beſoin, on ait continué à faire pourrir le chiffon que triturèrent les nouveaux cylindres; & qu'en omettant une circonſtance eſſentielle, on ait manqué le but de pluſieurs établiſſemens conſidérables. On obtint donc avec ces cylindres des pâtes à peu-près ſemblables aux anciennes, & leur emploi aſſujetti aux procédés ordinaires, nous donna des papiers auſſi défectueux que les papiers fabriqués ſuivant la méthode commune.

Il faut avouer cependant que l'on retira quelques avantages des cylindres; ils nous procurèrent, par exemple, des pâtes plus égales, plus uniformes que celles qu'on avoit eues juſqu'alors avec les maillets; outre cela, ils expédièrent inconteſtablement le travail de la trituration : car l'on parvint au moyen de ces machines à réduire en pâte dans l'eſpace de ſept heures de temps, ce que l'on trituroit à peine en vingt heures. Mais l'art de la Papeterie en général, n'en a reçu aucune amélioration; & les Hollandois, depuis cette époque, ont toujours été en poſſeſſion de vendre dans toute l'Europe les papiers deſtinés à l'écriture & au lavis, excluſivement à nous, parce que nous n'avons jamais pu parvenir à donner à nos papiers ce degré de perfection & ces qualités brillantes qui diſtinguoient les leur.

Des Fabricans François attentifs & intelligens, qui avoient, à l'exemple des autres, adopté les cylindres, n'en obtenant pas des effets qui répondiſſent à leurs eſpérances & à leurs vues, les ſupprimèrent & reprirent les maillets. Ils furent déterminés ſur-tout à cette ſuppreſſion par les déchets conſidérables que le grand lavage & la trituration vigoureuſe des cylindres leur occaſionnoient avec un chiffon pourri : déchets qui furent tels, que d'un quintal de matières pourries, ils retirèrent au plus cinquante livres de pâte, au lieu de

ſoixante-cinq & ſoixante-dix que leur auroient donné les maillets, en pourriſſant au même degré.

Cette conſidération a forcé les Fabricans, qui ont conſervé les cylindres, à diminuer leur activité en émouſſant les bandes de fer ou d'autre métal, qui étoient diſtribuées ſur leur circonférence; en ſorte qu'on ne peut triturer avec ces cylindres que des chiffons pourris. Mais comme par des machines imparfaites, la trituration ſe trouve prolongée au-delà du temps & du degré convenables, il n'en réſulte ſouvent que des pâtes sèches & dures, dépouillées des parties les plus fines, & avec leſquelles on ne peut fabriquer que des papiers de qualités inférieures à ceux même des moulins à maillets.

Pendant qu'on faiſoit en France des tentatives auſſi infructueuſes pour imiter le papier de Hollande, on étoit bien éloigné d'attribuer ce peu de ſuccès à l'ignorance des véritables procédés de la fabrication Hollandoiſe. Au lieu de s'en inſtruire, comme je pris le parti de le faire pour lors, on ſe conſola, ainſi qu'il arrive ordinairement au zèle peu éclairé, & l'on fit les ſuppoſitions les plus haſardées ſur les avantages locaux & particuliers aux Hollandois, ſur la nature de leurs eaux, ſur la fineſſe de leur chiffon, ſur les défauts de leurs papiers, &c. Les eſprits étoient tellement prévenus de ces idées, qu'il me fut difficile de les ramener à la vérité, en leur expoſant, à mon retour de Hollande, tous les principes de la méthode Hollandoiſe.

Il faut avouer que les Fabricans François qui parurent peu diſpoſés à croire à la méthode Hollandoiſe & à l'adopter, ne combattirent pas tous avec les armes des préjugés; mais ils opposèrent à la ſuppreſſion du pourriſſage, qui, comme on l'a vu, eſt la baſe de cette méthode, des raiſons aſſez ſolides que leur propre expérience leur ſuggéra; l'imperfection des cylindres vint enſuite appuyer malheureuſement toutes ces objections: ainſi nous avons à détruire *les préjugés* que l'ignorance a fait naître & qu'elle entretient, *les raiſons* tirées des ſuccès *de la méthode Françoiſe*, & enfin l'objection que

préſente l'*inſuffiſance des cylindres* pour triturer le chiffon non pourri. Tels ſont les principaux obſtacles qui ſe ſont oppoſés juſqu'à préſent à l'introduction de la méthode Hollandoiſe en France, & que nous allons diſcuter ſéparément.

Des Préjugés.

Perſonne n'a été plus à portée que moi de recueillir les préjugés que l'ignorance de la méthode des Hollandois a répandus dans nos moulins au ſujet de leur fabrication. Quoique toute la doctrine expoſée dans les articles précédens, ſoit une réfutation de ces préjugés; cependant ils m'ont paru tellement en vigueur & ſi nuiſibles par conſéquent aux progrès de l'Art, que j'ai cru devoir les rappeler ici pour montrer combien ils ſont faux & abſurdes, & combien ils répugnent ſur-tout aux principes d'une bonne fabrication.

Je commence d'abord par les préjugés qui concernent les matières premières du papier. Un des principaux avantages locaux que les Fabricans François ont attribués aux Hollandois ſur eux, c'eſt celui des chiffons. Après avoir examiné & reconnu la fineſſe & l'égalité des pâtes qui entroient dans la compoſition des papiers Hollandois, ils ont imaginé que les chiffons étoient ſeuls le principe de ces belles qualités, & qu'avec la reſſource des peilles, que leur fourniſſoient les Provinces-unies & la Flandre, où l'on fait communément uſage d'un très-beau linge, ils avoient été en état d'établir & de ſoutenir la ſupériorité de leur fabrication ſur la nôtre.

Mais ces premiers ſoupçons furent aiſément détruits, lorſqu'on apprit que les Hollandois, qui ne pouvoient point, avec leurs propres chiffons, alimenter toutes les Fabriques où l'on travailloit en fin, tiroient à grands frais, de France & d'Allemagne, une partie de leurs proviſions en ce genre; on ſe borna donc à préſumer que les attentions ſcrupuleuſes qu'ils donnoient aux procédés ordinaires de la Papeterie, étoient la ſeule ſource de la perfection de leurs papiers, & l'on ne douta pas, qu'en ſoignant de même toutes les

manipulations connues, on ne parvînt à des résultats parfaitement semblables.

Le peu de succès de cette seconde prétention, détermina quelques autres Fabricans à penser, qu'en formant un seul système des deux, ils toucheroient plus sûrement au but qu'ils se proposoient d'atteindre; ils publièrent par-tout, qu'en employant une belle matière, bien choisie, & d'un délissage exact; en triturant avec des cylindres construits & montés d'après les dessins des Hollandois, en rassemblant d'ailleurs d'habiles Ouvriers à la cuve, &c. ils égaleroient les plus beaux papiers de Hollande; mais comme dans toutes ces assertions il n'y avoit rien que de vague, rien qui annonçât des moyens proportionnés aux résultats, ces grandes promesses n'ont pas produit une rame de papier qui ait rempli les conditions de ce Problème intéressant.

Ils allèrent plus loin encore: à mesure qu'on leur indiquoit de nouvelles qualités à imiter dans le papier de Hollande, ils imaginèrent de nouvelles ressources de la part des Hollandois; ainsi lorsqu'ils furent obligés de convenir, par exemple, que le papier de Hollande étoit fort adouci à sa surface, qu'il avoit un velouté & un ton moelleux, dont on n'avoit jamais pu approcher en France, & que ces brillantes qualités lui étoient communiquées par les fabricans Hollandois, sans que son grain fût détruit : en un mot, que l'étoffe de ce papier étoit d'un grain très-égal & d'une belle transparence; ils décidèrent d'abord qu'il n'y avoit qu'un laminoir qui put produire ces premiers effets. Ils firent donc exécuter, en conséquence, des machines semblables à celles qu'ils avoient supposées; & ce qu'il y a d'étonnant, c'est que le peu de succès qu'elles ont eu n'a pas servi à détromper les Inventeurs. L'observation leur auroit appris, comme j'en ai été convaincu moi-même par cette voie, que les Hollandois ne *laminoient* pas leurs papiers fins, mais qu'ils les soumettoient à des manipulations particulières, qui n'étoient pourtant, à tout prendre, qu'une répétition & une extension des procédés ordinaires.

Quant à la finesse, à l'égalité du grain & à la transparence de l'étoffe, ils n'y virent que la beauté des chiffons & leur triage exact; l'observation leur auroit aussi appris, qu'outre ces conditions, que je suis très-éloigné de regarder comme inutiles, une trituration uniforme & une enverjure régulière, en conséquence du travail de la cuve à grande eau, & de la lenteur des balancemens de l'Ouvrier, étoient les principales causes de ces qualités.

Je ne rappellerois pas ces prétentions qu'il est si aisé de détruire, si nos Fabricans n'eussent pas, pour la plupart, dirigé d'après ces faux erremens, des entreprises très-considérables & très-dispendieuses, & si, en expliquant aussi merveilleusement les ressources de l'industrie Hollandoise, dans la fabrication de ces beaux papiers qui excitoient leur émulation, ils n'eussent pas fabriqué, avec ces moyens imaginaires, des étoffes plus imparfaites encore que celles qu'avoit fournies la méthode commune & ordinaire *(f)*.

Après des épreuves aussi infructueuses, on changea de ton & de discours: on voulut se consoler en soutenant que le papier de Hollande avoit des qualités plus brillantes que solides; que la douceur de l'étoffe, l'uniformité & la transparence des pâtes ne pouvoient compenser les défauts très-réels & très-connus, qu'avoient ces papiers, de se couper dans les plis & de se laisser *percer* par les caractères d'Imprimerie *neufs & aigus*; ainsi l'on essaya de méconnoître les qualités de ces papiers appropriées à certains usages, parce qu'ils ne réunissoient pas à celles-là d'autres qualités jusqu'ici incompatibles, & qui convenoient à des usages totalement différens; en un mot, on prétendit que le papier propre à

(f) Depuis que j'ai écrit ceci, M. Cuvelier à Lille, aidé de l'expérience de M. Écreviffe, & M.rs Henri & Dervaux à Angoulême, avec une théorie éclairée, sont parvenus à fabriquer des papiers qui approchent beaucoup des papiers Hollandois; il est vrai qu'ils ont supprimé le pourrissage, & qu'ils ont trituré avec des machines assez parfaites pour réduire en pâte le chiffon non pourri.

l'écriture

l'écriture & au lavis, devoit également bien servir à l'impression des caractères & de la gravure. J'ai déjà répondu, dans mon premier Mémoire, à tous ces reproches, & j'y ai prouvé, que plus on avoit, par des apprêts soignés, rendu des papiers propres à certains usages, moins ils convenoient à d'autres; que ceux qui étoient applicables indifféremment à tout, n'avoient point de caractère particulier qui les fit rechercher pour une destination quelconque. Enfin, dans l'article précédent, j'ai fait voir que les qualités de différens papiers, souvent opposées, étoient sur-tout dépendantes de la nature des pâtes pourries & non pourries.

Cependant, pour donner plus de force à leurs imputations, ces détracteurs du papier de Hollande essayèrent de remonter jusqu'à la cause de leurs défauts : ces papiers, nous disoient-ils, se coupent dans les plis, parce que les molécules de la pâte qui entrent dans leur composition, étant trop broyées, n'ont pas entr'elles une *tenacité* & une adhérence suffisante; & ce qui le prouve encore, ajoutoient-ils, c'est que tous ces papiers sont en général fort épais, & que les Hollandois ont été obligés de suppléer par cette épaisseur de l'étoffe à ce qui manquoit à l'adhérence des fibres. Pour répondre à ces raisonnemens, il suffiroit de rappeler ici la manière dont le papier de pâte non pourrie se comporte dans tous les procédés de la fabrication & des apprêts; phénomènes constans, comme on l'a vu, & d'après lesquels je me suis cru autorisé à regarder le papier de Hollande, comme une étoffe infiniment plus ferme & plus solide que la nôtre, moins susceptible de se casser, soit dans les mains du *Leveur*, soit dans celles du *Releveur*, avant & après la colle; plus disposée enfin à se sécher, à se feutrer, à s'adoucir sous la presse. Or comment une étoffe qui se prête si facilement à toutes ces manipulations, & qui se perfectionne au contraire par toutes ces épreuves, peut-elle être considérée comme un composé de fibres peu adhérentes entr'elles? N'est-ce pas, comme je l'ai déjà remarqué, l'adhérence primitive des molécules de la pâte dans une feuille nouvellement ébauchée qui

les met en état d'en acquérir une plus forte, & de résister sans se casser aux déplacemens & aux changemens de situation qui ont lieu lors des *relevés.*

J'ajoute encore que cette ténacité & cette adhérence est une suite de l'état des pâtes Hollandoises, qui n'ayant pas été énervées par la fermentation, ont conservé leur ressort primitif. Comment peut-on après ces considérations, imaginer que cette étoffe change totalement, lorsqu'elle est fabriquée; que ce soit faute de *ténacité* que ses fibres ne peuvent soutenir l'effort des caractères d'imprimerie, & se séparent dans les plis? N'est-il pas plus naturel de croire que ce défaut a pour principe la roideur des molécules de la pâte non pourrie, & l'union des fibres très-rapprochées & très-feutrées par l'effet des presses, ainsi que je l'ai déjà dit dans mon premier Mémoire.

D'un autre côté, il est évident que la prétendue *force* & la *bonté* de nos papiers, qui se coupent peu dans les plis, qui prennent l'empreinte des caractères d'imprimerie sans se rompre, quoiqu'ils résistent difficilement aux manipulations de l'échange, n'ont d'autre cause que la mollesse même des fibres de leurs pâtes, qui ne *soutiennent* bien un effort qu'en cédant insensiblement à cet effort, comme il y en a tant d'exemples en Physique.

M. Desventes *(g)* a poussé encore plus loin les suppositions; il a voulu indiquer la cause première du peu d'adhérence qu'il supposoit, contre toute évidence, dans les fibres des pâtes Hollandoises; en conséquence des recherches qu'il a faites à ce sujet, il attribue la fragilité du papier de Hollande à des lessives chargées d'alkali très-fort, qui ayant énervé le chiffon dont se servent les Hollandois, ont communiqué la même mollesse à la pâte. A cela j'oppose deux faits positifs; 1.° les Hollandois ménagent avec soin leur linge dans les lessives, & se contentent souvent de le blanchir par de simples arrosages; 2.° ils ne pourrissent pas leur chiffon. Comment donc

(g) Voyez l'Art de faire le Papier, par M. de la Lande, *page 125.*

un habile homme qui ſe flatte d'avoir quelque connoiſſance dans la Papeterie, & qui s'eſt trouvé à la tête d'un établiſſement protégé par les États de Bourgogne, a-t-il reconnu dans la pâte du papier de Hollande un chiffon énervé par les leſſives, & dénaturé par le pourriſſage? L'obſervation & l'expérience dépoſent *(art. I)* également contre ces ſuppoſitions, & ne permettent pas plus de croire à ce même Fabricant, lorſqu'il avance ſans preuve, que les Hollandois qui achettent nos papiers *font rebattre* nos pâtes, afin de donner plus de *fineſſe* & plus d'*épaiſſeur* à ceux qu'ils fabriquent enſuite avec nos matières. M. Deſventes auroit dû, ce me ſemble, décompoſer ſon propre papier, & eſſayer de nous donner une idée de ce prétendu travail des Hollandois; ſes ſuccès nous auroient plus convaincus que ſes aſſertions. Quelques autres Fabricans ont cru enfin que la *fragilité* du papier de Hollande provenoit de la qualité des eaux ſaumâtres de Sardam : ceux-là ignoroient ſans doute avec quel ſoin les Hollandois purifient les eaux qu'ils tirent du ſol à une profondeur conſidérable; ils ignoroient également qu'une grande partie des papiers qui ſe vendent ſous le nom des riches Fabricans de Sardam, étoient travaillés en Gueldre ſur des ruiſſeaux d'eau-douce, & qu'ils étoient auſſi caſſans que ceux de Sardam. On pourroit ajouter auſſi à ces papiers ceux de Flandre, qui, quoique fabriqués ſur des rivières, ont les mêmes défauts.

Si la fragilité du papier de Hollande n'eſt pas la ſuite du peu d'adhérence des fibres de la pâte qui compoſent ces étoffes, ce n'eſt donc pas pour ſuppléer à cette adhérence, que les Fabricans Hollandois leur donnent une certaine épaiſſeur; mais, outre cela, il eſt aiſé de voir que dans cette hypothèſe, une reſſource pareille ne pourroit pas produire l'effet qu'on imagine.

En ſuppoſant que les fibres des pâtes Hollandoiſes n'euſſent que très-peu de ténacité entre elles, comment a-t-on pu croire qu'en accumulant une certaine quantité de ces fibres on obtiendroit une étoffe ferme & ſolide? Il eſt viſible que la conſiſtance du tout n'eſt que le réſultat de la ténacité de

chacune des molécules & de leur diſpoſition partielle à s'unir enſemble.

D'ailleurs il ſuffit de faire attention aux procédés de la fabrication & des apprêts, pour ſentir que la fermeté des papiers étoffés ne doit pas croître en même raiſon que leur épaiſſeur ; car les molécules de la pâte s'arrangent moins régulièrement ſur les formes lorſqu'elles ſont abondantes, que lorſqu'elles le ſont peu ; outre cela, il eſt plus facile de ſécher & de feutrer ſous la preſſe des feuilles d'une épaiſſeur médiocre que des feuilles d'une épaiſſeur conſidérable ; la ténacité des pâtes dépendant ſur-tout de l'effet des preſſes, comme je l'ai montré en pluſieurs occaſions. On n'avoit donc pas bien apprécié toutes ces circonſtances lorſqu'on a cru que l'épaiſſeur de l'étoffe ſuppléoit au défaut d'adhérence qu'on avoit ſuppoſé gratuitement dans les molécules des pâtes Hollandoiſes.

Au reſte, certains papiers, tels que le Grand Cornet, le Cardinal & d'autres papiers à lettres qui nous viennent de Hollande, peuvent nous raſſurer pleinement ſur ce peu de ténacité, en nous donnant de la légèreté du travail des Fabricans Hollandois une idée bien contraire à celle que nous réfutons. Ces Sortes, très-minces, offrent une preuve convaincante de l'adhérence des fibres des pâtes naturelles, car elles ont ſubi tous les apprêts des deux échanges avec autant de ſuccès que l'auroient pu faire des papiers plus étoffés.

C'eſt en ſuivant encore des idées auſſi peu exactes qu'on a regardé les papiers de Hollande comme des étoffes plus *fournies* de pâtes que les nôtres, parce qu'ils avoient plus de corps & de fermeté, & l'on en a conclu, contre toute vérité, que les Hollandois mettoient beaucoup moins d'eau que nous dans leurs pâtes, que *leurs cadres* devoient *être très-élevés*, & qu'*ils promenoient moins* que nous.

Nous avons vu que la fabrication des Hollandois étoit dirigée ſur des principes totalement différens ; 1.° qu'ils travailloient à grande eau ; 2.° que leurs cadres n'étoient pas autant élevés à proportion que les nôtres ; qu'enfin ils promenoient beaucoup plus long-temps que nous.

Lorſqu'on a établi le principe dont l'on a tiré tant de fauſſes conſéquences, on n'a pas penſé que l'épaiſſeur apparente des papiers dont il eſt queſtion, vient ſeulement de la nature des pâtes qui fourniſſent beaucoup plus en volume qu'en poids, & qu'en général, un papier fait avec du chiffon non pourri, doit paroître, à poids égal, beaucoup plus épais que celui qui ſeroit compoſé de pâtes pourries. Ainſi le Grand Cornet de Hollande, que je viens de citer, quoique ſeulement travaillé au poids de douze livres, remplit plus la main & paroît plus étoffé que celui de France qui ſe fabrique communément au poids de treize livres & demie & quatorze livres. Dès que les Hollandois fabriquent au même poids que nous, ou à poids un peu ſupérieur, comme ſont certaines Tellières, ces papiers paroiſſent trop épais, & n'ont plus le mérite d'une belle fabrication.

Nous avions appris aſſez vaguement, qu'en Hollande le travail de l'ouvrier de cuve étoit fort lent, il n'en fallut pas davantage pour attribuer cette lenteur à la trop grande épaiſſeur de la matière qu'il aſſembloit ſur la forme, & que l'eau ne pouvoit pas traverſer aſſez promptement. J'avoue que plus la matière eſt épaiſſe ſur la forme, plus l'eau ſurabondante doit trouver d'obſtacle à la traverſer, lorſqu'il ne s'y mêle pas d'autres circonſtances qui dérangent ces effets; mais ſi la ſeule épaiſſeur de la matière s'oppoſoit à l'écoulement de l'eau en Hollande comme ailleurs, nos Ouvriers, lorſqu'ils fabriquent des papiers également fournis de pâte, éprouveroient dans leur travail le même ralentiſſement qu'éprouve chez les Hollandois l'Ouvrier de cuve, puiſque toutes les circonſtances agiroient de même. Il eſt certain cependant que nous travaillons ces Sortes un peu étoffées, bien plus promptement que les Hollandois ne fabriquent, ou des Sortes d'une égale épaiſſeur ou même d'autres un peu moins épaiſſes. Pourquoi l'eau s'écoule-t-elle à travers nos pâtes avec une telle célérité que nous pouvons en *ouvrer* ſept à huit rames pendant le même temps que les Hollandois n'en fabriqueroient pas cinq de papier moins étoffé? Il faut donc qu'il y ait d'autres cauſes qui influent ſur

cette différence du travail des Ouvriers François & Hollandois, & toute cette différence vient encore d'un principe que n'ont point soupçonné nos Fabricans; c'est-à-dire, de la nature des pâtes non pourries, comme je l'ai prouvé par tant de faits & de raisonnemens.

Il résulte de cette longue discussion, que les matières premières du papier sont à peu-près les mêmes en Hollande comme en France; que les papiers fabriqués par les deux Nations reçoivent dans les Ateliers respectifs des préparations différentes qui servent à les distinguer & quant aux apprêts & quant aux usages; qu'on n'emploie pas de Laminoir en Hollande pour adoucir la surface des feuilles de papier & leur grain; mais qu'on les fait passer par des manipulations plus conformes au travail ordinaire de la Papeterie; que la transparence des papiers & l'égalité de leur grain sont la suite d'une trituration uniforme, d'un travail à grande eau, & des balancemens fort longs de l'Ouvrier de cuve.

Que le papier de Hollande est *bon* pour certains usages, quoiqu'il ne puisse servir à d'autres; que s'il se coupe quand on le plie, s'il ne prend pas, comme il convient, l'empreinte des caractères & des planches en taille-douce, on ne peut en attribuer la cause au peu d'adhérence des fibres de la pâte Hollandoise entre elles & à leur mollesse, mais au contraire, à la roideur de ces fibres non pourries & au feutrage qu'elles éprouvent à la suite des deux échanges; que les Hollandois peuvent fabriquer & apprêter beaucoup plus facilement que nous des papiers minces, & que s'ils font certaines Sortes plus étoffées que les nôtres, c'est plutôt l'effet du ressort de la pâte non pourrie, qui fournit plus en volume qu'en poids, que la nécessité de suppléer par l'épaisseur au peu d'adhérence des molécules de la pâte entre elles; que la lenteur du travail des Hollandois est encore une conséquence de la nature de ces mêmes pâtes, qui ne livrent point à l'eau un passage aussi facile que les pâtes pourries.

Telles sont les vérités que les *préjugés* avoient altérées, & que l'observation m'a mis à portée de rétablir de manière

que l'erreur contraire ne pût s'oppoſer au progrès de l'Art dans nos Ateliers. Il me reſte à combattre de même une ſorte d'obſtacles plus redoutables encore ; je veux parler des objections qu'offrent naturellement les ſuccès de la méthode Françoiſe.

Objections tirées des ſuccès de la méthode Françoiſe ; & Réponſes à ces objections.

Après mon retour de Hollande, je me hâtai de raſſembler toutes les obſervations que j'avois recueillies ſur l'objet qui m'occupe actuellement, & d'en former un corps de doctrine auſſi complet qu'il me fut poſſible. J'en fis part aux Fabricans François les plus riches & les plus intelligens qui pouvoient en ſaiſir les principes & entrer dans mes vues ; en expoſant ainſi la méthode Hollandoiſe, j'avois également intention de détruire les fauſſes idées que les préjugés avoient laiſſées dans certains eſprits, & de reſtituer les vrais procédés qu'ils avoient défigurés.

J'avouerai que mes premières démarches produiſirent ſur ces Fabricans des impreſſions différentes ; les uns trouvèrent dans l'expoſition de ces nouveaux procédés, un dénouement ſimple & facile de tout ce qui les avoit frappés dans la compoſition du papier de Hollande, & ils continuèrent à l'étudier encore d'après ces principes, pour réſoudre avec plus d'avantage par la ſuite, le problème de ſa fabrication ; leurs efforts ont eu des ſuccès très-ſatisfaiſans, mais ce fut le plus petit nombre qui travailla ſur ce plan.

D'autres en plus grand nombre, opposèrent à cette doctrine les connoiſſances qu'ils avoient acquiſes par une expérience journalière. Inſtruits de tous les procédés de la méthode Françoiſe, ils annoncèrent qu'ils avoient la plus grande répugnance à prendre pour baſe de leur travail un chiffon non pourri ; ils alléguèrent des ſuccès certains & ſoutenus qui les autoriſoient, ſelon eux, à croire qu'il n'y avoit pas d'autre moyen de détruire le tiſſu des chiffons,

d'en procurer le lavage exact, & de les réduire en une pâte bien uniforme, que d'attendrir leur ſubſtance par le pourriſſage, quand même la fermentation occaſionneroit des déchets & des altérations dans cette ſubſtance. Comme ils s'étoient tracé, quant aux degrés du pourriſſage, des limites qu'ils ſe faiſoient un devoir de ne pas franchir, ils ne trouvoient de marche aſſurée pour leur travail qu'entre ces limites ; s'ils pourriſſoient trop, ils rencontroient des inconvéniens, mais moins grands que quand ils ménageoient trop le pourriſſage ; auſſi s'approchoient-ils toujours plus de cette première limite : car trop près de la ſeconde, les *peilles vertes* ou peu pourries, après avoir pris de la *graiſſe* pendant l'affinage, gênoient enſuite preſque tous les travaux de la cuve & des apprêts, & conſervoient leur caractère dans l'étoffe du papier de manière à faire redouter leur emploi.

Ces mêmes Fabricans s'étoient tellement accoutumés aux pâtes pourries, comme à la ſeule matière qui convînt à leur fabrication & même à toute fabrication, qu'ils indiquoient les qualités eſtimables d'ailleurs que le pourriſſage porté à un certain degré, ne manquoit jamais de donner à leurs papiers ; en ſorte que la méthode Hollandoiſe, malgré la beauté de ſes produits, leur répugnoit préciſément, parce qu'elle préſentoit d'étranges exceptions à leurs principes chéris. Pour ſe maintenir dans cette poſition, ils invoquèrent les Loix elles-mêmes, par leſquelles l'Adminiſtrateur, qui avoit conſidéré le pourriſſage comme une pratique eſſentielle à notre ſyſtème de fabrication, avoit cru devoir preſcrire rigoureuſement toutes les précautions qui pouvoient en aſſurer le ſuccès.

J'étois bien éloigné de condamner tous ces principes qui étoient inconteſtables, tant qu'on borneroit leur application à l'eſpèce d'induſtrie qui avoit ſervi à les établir ; mais je ne diſſimulai pas à ces Fabricans qu'ils étoient dangereux & faux lorſqu'on haſardoit de les porter au-delà, & de leur donner une extenſion indéfinie.

Je leur repréſentai en conſéquence, que pour avoir une idée

idée du pourriſſage & de ſes effets, il falloit comparer, ainſi que je l'ai fait *(article I.er)*, les pâtes pourries avec les pâtes non pourries; que c'étoit le ſeul moyen de généraliſer les connoiſſances qu'on pouvoit acquérir ſur cette matière importante, & de ne pas courir le riſque de prendre une partie de l'art de la Papeterie, c'eſt-à-dire, celle qui s'occupe ſeulement de la fabrication des pâtes pourries, pour l'Art tout entier: qu'ainſi, tant qu'ils voudroient fabriquer certaines Sortes qui réuſſiſſoient avec leurs procédés, il n'étoit pas queſtion de ſupprimer le pourriſſage. Je les avertis cependant de ne pas confondre, ainſi qu'ils me paroiſſoient le faire dans leurs objections, les pâtes non pourries altérées par la *graiſſe*, avec les pâtes non pourries pures, telles que les Hollandois les obtenoient au moyen de leurs machines: cette diſtinction une fois admiſe, je convenois qu'on pouvoit prendre une idée juſte des deux méthodes Françoiſe & Hollandoiſe; en conſidérant la première comme opérant ſur des pâtes pourries auſſi pures qu'elles peuvent l'être après un pourriſſage modéré, & la ſeconde comme travaillant ſur des pâtes non pourries & pures: qu'en partant de-là il n'y auroit plus lieu à des équivoques & à des imputations injuſtes. Je ſoutenois donc qu'avec la baſe du travail de la ſeconde méthode; c'eſt-à-dire, avec des pâtes naturelles pures, il étoit plus aiſé de faire de beau & de bon papier dans les eſpèces particulières à ces pâtes que de fabriquer avec les matières propres à la première méthode des étoffes auſſi bien conditionnées J'avouois en même-temps bien volontiers, que malgré cette difficulté nous avions eu le mérite de la vaincre avantageuſement toutes les fois que la matière pourrie avoit fait une condition eſſentielle de la fabrication; mais que nous avions eu de grands déſavantages lorſque cette circonſtance n'étoit pas aſſortie aux uſages des papiers.

Il eſt viſible que dans cette diſcuſſion j'étois guidé par les principes qui m'avoient ſervi à former le caractère diſtinctif des produits de chaque méthode *(article III)*: qu'ainſi, bien

loin de vouloir ſupprimer les procédés dont les Fabricans François étoient les défenſeurs excluſifs, je n'avois rien plus à cœur que de les rendre plus ſûrs & plus fixes, en aſſignant aux deux méthodes leur marche, leurs limites & leurs réſultats.

D'après cette analyſe des méthodes, il me fut aiſé de les convaincre qu'il étoit auſſi déraiſonnable de vouloir imiter le papier de Hollande, en conſervant leur ſyſtème de fabrication, qu'il le ſeroit à un Fabricant Hollandois de prétendre imiter le papier de France avec toute la manutention qui eſt en uſage dans ſes moulins; car pour imiter le papier de Hollande, il eſt moins queſtion de faire mieux en ſoignant les mêmes procédés, que de faire autrement en employant une matière & des manipulations différentes: bien entendu qu'une des deux méthodes pourroit emprunter de l'autre certains procédés, certaines attentions, & s'éclairer dans pluſieurs détails. C'eſt ainſi que je crus devoir amener ces Fabricans au but que je me propoſois; & qui conſiſtoit à embraſſer dans toutes ſes parties l'Art de la Papeterie, en étendant les vues de leur commerce comme celle de la fabrication, & en portant leur induſtrie juſqu'où elle pouvoit s'accroître par les nouveaux procédés que je leur indiquois. Ils virent enfin que je ne me bornerois dans mes deſirs que lorſqu'ils ſeroient en état de ſatisfaire aux demandes de tous les Conſommateurs, & que c'étoit d'après ces demandes qu'ils pourroient ſe décider ſur le choix des deux méthodes, ſuivant qu'elles leur offriroient les moyens de remplir ces demandes.

De l'inſuffiſance de nos Machines pour broyer le chiffon non pourri.

Un des plus grands obſtacles qui ſe ſoit oppoſé à l'introduction des procédés Hollandois en France, c'eſt l'inſuffiſance de nos machines pour broyer le chiffon non pourri; & ſur-tout celle des cylindres que nous avons copiés d'après les deſſins des Hollandois eux-mêmes. Comme le premier

principe de leur ſyſtème de fabrication, eſt de travailler ſur des pâtes non pourries pures, il eſt viſible que l'on ne peut l'adopter, tant qu'on ne ſera pas en état de remplir une condition auſſi eſſentielle; & j'avoue bien ſincèrement que tous nos eſſais dans ce genre ne nous en ont pas encore fourni les moyens *(h)*.

Inutilement tenteroit-on de faire triturer du chiffon non pourri à Montargis, à Vougeot en Bourgogne, à Montbron en Angoumois, où l'on a établi des cylindres à grands frais; ſi ces machines réſiſtoient à ce travail, & qu'on parvînt à réduire le chiffon en pâte affinée, il eſt certain que ces pâtes ne ſeroient pas exemptes de *graiſſe*, & propres à être fabriquées & apprêtées comme les pâtes Hollandoiſes. Je parle ici d'après des eſſais infructueux.

On jugera d'ailleurs de l'imperfection de nos cylindres, en comparant leurs effets avec ceux des cylindres Hollandois. A Sardam, où l'on ne pourrit pas, comme je l'ai déjà dit, les cylindres ſont ſi bien conſtruits & montés avec tant de préciſion qu'on peut défiler en une heure & demie, & raffiner en deux heures; au lieu qu'à Montargis, quoiqu'on y triture du chiffon fort attendri par le pourriſſage, on n'obtient une pâte réduite qu'après trois heures d'effilochage, & quatre heures de raffinage.

C'eſt ſur-tout par ces machines que les Hollandois ſont ſi ſupérieurs à nous. La Papeterie eſt, comme l'on ſait, une ſuite d'opérations exécutées ſucceſſivement par des machines & par des hommes; il eſt évident que plus l'effet des machines eſt exact, plus les Ouvriers qui leur ſuccèdent ont de facilité à remplir leur tâche, & à ſaiſir leur but; lorſqu'au contraire ces machines ſont défectueuſes, plus il reſte de travail pour les hommes, & moins ils peuvent répondre des

---

(h) Depuis 1774, que j'écrivois ceci, il s'eſt établi quelques cylindres dont le travail eſt bien ſatisfaiſant.

résultats; car ils sont obligés de suppléer, autant qu'il est possible, ce qui manque à l'opération des machines, avant de compléter ce qui étoit réservé à leur industrie.

Les Hollandois, en diminuant la tâche des hommes, se sont attachés à tirer les plus grands services de leurs machines; c'est dans ces vûes qu'ils les construisent & les entretiennent avec des attentions & des dépenses qui étonnent toujours. Tout dans leurs Ateliers est dirigé vers ce point essentiel. En France, on ne paroît pas aussi occupé des machines; dans de grandes & vastes Fabriques, à peine y trouve-t-on deux cylindres qui ne peuvent tourner sans s'engorger, ou qui sont émoussés contre leur platine, sans qu'on pense à les ragréer comme il convient.

L'imperfection de ces cylindres, en France, a eu pour principe le peu de dureté de la matière qu'ils devoient broyer, car on les a construit d'après un plan dépendant des services qu'on en attendoit, & comme on n'en a pas plus exigé que des maillets, il n'est pas étonnant qu'on ne les ait pas armés avec plus de soin.

C'est donc l'ignorance des procédés Hollandois qui a dégradé ces machines entre les mains de nos Artistes; si nous les eussions adoptées comme faisant partie d'un nouvel Art, leurs différentes pièces auroient été préparées & disposées suivant les effets que ce nouvel Art savoit en tirer; plus parfaites, elles auroient sans contredit aplani toutes les difficultés, & accéléré les progrès de ce nouvel Art; au lieu que dans l'état d'imperfection où elles se trouvent, elles forment un des plus grands obstacles qui se soit opposé à son introduction en France : c'est ainsi que les tentatives qu'on fait pour perfectionner les Arts, nuisent plutôt à leurs progrès, lorsqu'elles ne sont pas dirigées par une théorie éclairée.

Tout est donc à faire dans cette partie : il faut recourir encore à nos modèles, emprunter d'eux les machines, les

principes de leur construction, & la méthode sûre de les gouverner, & éclairer toute cette partie par le rapprochement des procédés qui précèdent & qui suivent la trituration.

J'embrasse encore un plan de réforme plus étendu : quelque système de fabrication qu'on adopte, soit qu'on prenne pour base de son travail des pâtes pourries, soit qu'on emploie des pâtes naturelles, il est essentiel qu'on ne soit nullement gêné par les machines ; il faut donc qu'elles triturent également bien une matière attendrie ou non attendrie par le pourrissage. Le Fabricant sera dans une position désavantageuse toutes les fois qu'il ne commandera pas à ces machines, & que, dépendant d'elles, il se verra obligé de modifier son travail, d'après leur petite portion d'activité. Donnez-lui des machines, construites de manière qu'il puisse, par leur secours, tirer le plus grand parti des chiffons pourris ou non pourris, & obtenir des pâtes bien égales & bien pures dans tous ces cas. Tel est le point de perfection où j'aspire, par rapport au mécanisme de la trituration des pâtes ; mes moyens sont aussi simples qu'assurés, puisqu'ils se bornent à rapprocher & à combiner les ressources de ce genre que l'Art a dans sa possession, soit en Hollande, soit en France.

Ceci me conduit naturellement à parler des *moyens* qu'il convient d'opposer aux obstacles que je viens de combattre. Ces moyens, que je ne ferai qu'indiquer ici, se réduisent tous à l'*instruction :* il n'est question que des objets sur lesquels cette instruction doit rouler & de la manière de la proportionner aux différens besoins qu'on en a. L'instruction doit d'abord embrasser tous les procédés de l'Art, tous les détails des manipulations qui sont le partage des Ouvriers ; ce sont les vues que je me suis attaché à remplir dans les deux Mémoires que j'ai publiés sur la Papeterie : j'y expose le fond de la méthode Hollandoise, qui jusqu'à présent n'étoit pas connue de nos Fabricans, j'y fais aussi une comparaison suivie & raisonnée des procédés particuliers à notre méthode Françoise, & j'en déduis des principes propres à éclairer la pratique.

Les Fabricans François y trouveront un corps de doctrine & un plan de conduite qui pourra les guider dans leurs entreprises.

Le second objet d'instruction sont les machines. Je m'occuperai de ce qui concerne leur construction, leur jeu, leurs effets, dans un troisième Mémoire qui suivra de près celui-ci. J'y développerai en même-temps tout ce qui peut avoir rapport à la trituration des pâtes.

Il est encore un moyen d'instruction qui me paroît beaucoup plus efficace que tout le travail qui précède, mais qui le suppose; c'est l'établissement d'un Atelier où tous les procédés & les machines seroient en action, & qu'on ouvriroit à l'observation & aux recherches de ceux qui voudroient en prendre une connoissance plus ou moins approfondie. Cet Atelier, construit d'après un plan raisonné, montreroit l'ordre & la liaison des opérations, leur suite & leur progrès ; offriroit enfin un système général de fabrication de toutes les Sortes de papiers, d'après lequel les Fabricans pourroient adopter ce qui conviendroit le mieux à leurs vues ou à leur commerce ; ils n'y trouveroient que des procédés éprouvés & vérifiés par les résultats.

Faute d'une marche assurée par des principes infaillibles, on a fait depuis trente ans en France des dépenses immenses sans qu'il en soit résulté une amélioration sensible dans l'industrie nationale. L'ignorance & l'incertitude si préjudiciables à la fortune des Fabricans & au progrès de l'Art, se dissipant par tous ces secours, ceux qui sont susceptibles d'émulation appliqueront à la perfection de leur Art les ressources qu'ils perdent journellement en essais aussi mal conduits qu'infructueux.

Le Gouvernement est convaincu que la meilleure manière d'administrer les Manufactures est d'y porter l'esprit de recherche & d'instruction, & que le moyen le plus efficace de proportionner cette instruction aux besoins des Fabricans,

c'eſt de mettre tout en action dans leurs Ateliers. Il ſait que les Ouvriers qui liſent peu, obſervent & copient beaucoup; & qu'autant ils oppoſent de préjugés au ſimple raiſonnement & à la ſpéculation inactive, autant ils ſe laiſſent perſuader lorſqu'ils peuvent lier un procédé nouveau à un procédé connu.

C'eſt ainſi que s'opèrera dans la Papeterie une révolution que l'intérêt du commerce appelle, & que le zèle & les lumières de quelques Fabricans ſeconderont utilement: je me croirai heureux ſi après en avoir préparé les moyens je puis en ſuivre la marche & les progrès!



REMARQUES SUR LA TEMPÉRATURE DES CAVES DE L'OBSERVATOIRE.

Par M. LE GENTIL.

31 Juillet 1774. LORSQUE je partis pour l'Inde, en 1760, j'emportai avec moi trois excellens thermomètres que m'avoit envoyés M. Michely Ducreſt, priſonnier au château d'Arbourg: il y en avoit joint trois autres à grande diviſion.

M. Michely Ducreſt avoit quelques doutes ſur la température des caves de l'Obſervatoire: il avoit écrit à M. Maraldi pour les vérifier; les occupations de cet Académicien ne lui ayant pas permis de ſe charger de ce travail, M. Ducreſt m'écrivit à ce ſujet, & m'envoya pour cet effet les thermomètres dont je viens de parler; mais je fus bientôt obligé de partir pour l'Inde, & par conſéquent d'abandonner le travail dont je m'étois chargé ſur la température des caves de l'Obſervatoire. Cependant avant que de quitter Paris, je deſcendis dans ces caves les thermomètres que je devois emporter avec moi. Je trouvois qu'ils s'accordoient parfaitement enſemble, & qu'ils marquoient tous les trois $10^d \frac{1}{4}$ environ.

C'eſt avec ces thermomètres ainſi vérifiés, que j'ai fait, pendant mes voyages, mes obſervations ſur la température des climats par où j'ai paſſé.

De ces trois thermomètres je n'en ai rapporté qu'un ſeul, que je conſerve bien précieuſement. On m'en a volé un, & le ſecond fut emporté par un coup de vent de mer, ſous le cap de Bonne-eſpérance, en revenant en France.

A mon

A mon retour à Paris, je priai M. Sigaud de Lafond de m'en faire un: il y mit tout le ſoin & l'attention dont il eſt capable.

Le 19 de Février 1773, je deſcendis ce thermomètre dans les caves de l'Obſervatoire, avec celui qui me reſtoit de M. Michely Ducreſt. Je les y laiſſai vingt-quatre heures à côté l'un de l'autre. Au bout de ce temps,

Le thermomètre de Lafond marquoit.................. $9^d \frac{5}{6}$.
Celui de Michely.. 8. $\frac{5}{6}$.

Ce qui faiſoit un degré un quart & plus de différence de ce que j'avois trouvé avec le même thermomètre, en 1759; différence que confirmoit encore le thermomètre de Lafond.

Pour lors je changeai de place le thermomètre de Michely, & j'allai le porter dans une autre rue; je plaçai auſſi celui de Lafond à quatre ou cinq pieds du lieu où il étoit d'abord, au fond de la rue qui eſt un cul-de-ſac. Au bout de vingt-quatre heures,

Le thermomètre de Lafond............................ $9^d \frac{5}{4}$
Celui de Michely.. 8. $\frac{5}{6}$

Je marquai avec un crayon, un petit trait à l'endroit où la liqueur s'étoit repoſée. Il faiſoit alors très-froid dehors; les thermomètres marquoient $7^d \frac{1}{2}$ au-deſſous du terme de la congélation.

Le 21 Mai de la même année 1773, le thermomètre étant dehors à 18 & 20 degrés, étant même monté à 24 degrés les jours précédens, j'envoyai dans les caves les deux thermomètres avec leſquels j'avois fait les expériences l'hiver précédent; on les plaça de même ſéparément & dans les mêmes endroits.

J'y deſcendis le 22; je trouvai la liqueur de ces thermomètre aſſez exactement au même trait où elle étoit l'hiver précédent; elle étoit à la vérité un peu au-deſſus du trait, mais d'une ſi petite quantité que je n'ai pu l'eſtimer.

Après cela je changeai, les thermomètres réciproquement

de place. J'y revins au bout de vingt-quatre heures: je trouvai encore la même chose.

Le 9 Août, les thermomètres marquant dehors $22^d \frac{1}{2}$, je descendis dans les caves les thermomètres en question; je les plaçai encore dans les mêmes endroits où je les avois mis le mois précédent.

Le 11 à 10 heures du matin,

Le thermomètre de Lafond étoit à	$9^d \frac{1}{3}$.
Celui de Michely à	8. $\frac{5}{6}$.



MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie le Mémoire ſuivant, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES FAITES À MONTPELLIER Pendant l'année 1773.

Et rédigées par M. POITEVIN.

LES Obſervations, dont je vais rendre compte, ont été faites par M. de Ratte & moi, à l'Obſervatoire de la Société royale des Sciences : elles ne ſont pas en grand nombre; diverſes circonſtances nous ayant empêché de faire toutes celles que nous avions en vue. Comme je me propoſe de rédiger annuellement le travail qui aura été fait à l'Obſervatoire, j'aurai ſoin de nommer tous ceux qui y concourront avec nous, & les noms des Obſervateurs trouveront déſormais leurs places à côté des Obſervations: on ne ſauroit trop les multiplier, & le zèle de nos Académiciens doit ſuppléer, à cet égard, aux avantages d'un établiſſement public. Je dois moi-même avouer avec reconnoiſſance que M. de Ratte a bien voulu me ſervir de guide dans la carrière aſtronomique,

24 Janvier 1777.

& cet aveu vient ſe placer naturellement ici pour donner plus de confiance à mes propres Obſervations.

Je préviens, afin d'éviter les répétitions, que nous nous ſommes ſervis quelquefois d'un téleſcope anglois de deux pieds, & d'une lunette de deux pieds & à objectif triple, faite par M. de l'Étang, que M. Garipuy, de l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Toulouſe, a laiſſée pendant quelque temps dans notre Obſervatoire ; cette lunette eſt très-bonne, & nous en avons comparé l'effet à celui du téleſcope anglois ; en obſervant les émerſions des ſatellites de Jupiter, je ne déſignerai ces deux inſtrumens que par les ſeuls termes de *Téleſcope*, & de *Lunette achromatique.*

ARTICLE I.er
ÉCLIPSE DE SOLEIL,
Du 23 Mars 1773.

Cette Éclipſe peut être miſe au nombre de ces phénomènes qui, par leur courte durée, ſont plus propres à piquer la curioſité des Aſtronomes, en ne leur offrant que la jouiſſance d'un inſtant difficile à ſaiſir, qu'à les ſatisfaire par l'eſpérance d'en tirer des conſéquences utiles.

Nous nous étions aſſurés, M. Amoreux le cadet & moi, par une opération graphique, faite ſéparément, qu'elle ſeroit viſible à Montpellier.

La conjonction, réduite au Méridien de cette ville, devoit arriver, ſuivant les Tables de Caſſini, à $5^h 45' 12''$; ſuivant la Connoiſſance des Temps, à $5^h 43' 13''$; & en partant du Calcul de M. du Vaucel*, à $5^h 37' 39''$. En ſuivant ce dernier Calcul, la grandeur de l'Éclipſe devoit être d'un demi-doigt au lever du Soleil, c'eſt-à-dire, à $5^h 52' 30''$, & elle devoit finir vers $5^h 59'$.

* *V. les Mém. préſ. à l'Acad. Royale des Sc. tome V.*

Le temps a été très-ſerein; le Soleil a paru ſous la forme elliptique qu'il a près de l'horizon, mais la partie éclipſée étoit difficile à diſtinguer : ce n'eſt qu'après quelques ſecondes

d'incertitude que le Soleil en perdant peu-à-peu cette ellipticité apparente, nous a paru éclipſé.

Nous n'avons pu obſerver que la fin de cette Éclipſe qui diminuoit avec beaucoup de vîteſſe. Voici le réſultat de l'Obſervation réduite au Temps vrai.

Temps vrai.		
À $5^h\ 50'\ 41''$,	le bord ſupérieur du Soleil commence à paroître.	
5. 53. 54,	le Soleil tout entier ſur l'horizon paroît ſenſiblement éclipſé.	
5. 58. 59,	ſuivant M. de Ratte	fin de l'Éclipſe déterminée avec quelque incertitude.
5. 59. 1,	ſelon moi	

ARTICLE II.

ÉCLIPSE DE LUNE,

Du 30 Septembre.

M. de Ratte s'eſt ſervi pour cette Obſervation d'une lunette de 7 pieds, tandis que j'obſervois avec le téleſcope; il y avoit de la brume, & la Lune étoit cachée par intervalles derrière des nuages aſſez épais: nous n'avons pu prendre qu'avec peine les phaſes ſuivantes, à meſure que la Lune ſe dégageoit & qu'elle reprenoit ſon éclat.

Temps vrai.		
À $5^h\ 55'\ 25''$,	la Lune déjà éclipſée paroît ſur l'horizon.	
6. 26. 7,	*Mare humorum*	hors de l'ombre.
6. 33. 52,	*Grimaldi*	
6. 58. 20,	*inſula ſinus medii*	
7. 0. 24,	Ariſtarque	
7. 2. 29,	Copernic	
7. 4. 53,	*Mare nectaris*	
7. 17. 51,	*Harpalus*	
7. 22. 38,	*Menelaüs*	
7. 47. 40,	on doute de la fin de l'Éclipſe.	
7. 48. 10,	fin certaine.	

On doit remarquer que la fin de cette Éclipſe s'accorde

à 2 secondes près avec le calcul de M. de la Lande dans la *Connoissance des Temps.*

ARTICLE III.

OCCULTATION D'*ALDEBARAN* PAR LA LUNE, *Du 1.er Novembre.*

J'ai fait cette Observation avec le télescope.

Temps vrai.	
$9^h\ 16'\ 34''$,	Immersion d'*Aldebaran* dans la partie claire.
10. 6. 20,	Émersion de la partie obscure.

ARTICLE IV.

ÉMERSIONS DES SATELLITES DE JUPITER.

		T. vrai de l'Émersion.	
2 Octobre	1.er SATELLITE	$9^h\ 3'\ 59''$	observée par moi avec le télescope; Jupiter étoit net & bien terminé, & ses bandes étoient très-visibles.
13 Octobre	2.e SATELLITE	7. 36. 6	obs. par M. de Ratte avec le télescope.
14 Novembre	2.e SATELLITE	7. 25. 32	obs. par M. de Ratte avec la lun. achrom.
		7. 26. 20	observée par moi avec le télescope.
17 Novembre	1.er SATELLITE	9. 37. 55	obs. par M. de Ratte avec le télescope.
26 Novembre	1.er SATELLITE	5. 57. 42	observée par moi avec la lunette achromat.
		5. 58. 44	obs. par M. de Ratte avec le télescope.
1 Décembre	3.e SATELLITE	6. 51. 34	obs. par M. de Ratte avec le télescope.

Le temps a été couvert & pluvieux dès le 11 Décembre, ce qui nous a empêché de faire l'observation du 4.e Satellite le 12, qui étoit importante.

FIN.